

УДК 550.388.2

ТРЕНДЫ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ СЛОЯ $F2$ В ПОСЛЕДНЕЕ ДЕСЯТИЛЕТИЕ

© 2023 г. А. Д. Данилов¹, *, Н. А. Бербенева²

¹Институт прикладной геофизики им. акад. Е.К. Федорова Росгидромета (ИПГ),
Москва, Россия

²Физический факультет Московского государственного университета
им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*e-mail: adanilov99@mail.ru

Поступила в редакцию 31.08.2022 г.

После доработки 27.09.2022 г.

Принята к публикации 28.11.2022 г.

Рассчитаны тренды критической частоты ионосферного слоя $F2$, $foF2$, по данным вертикального зондирования на ст. Juliusruh за период 1996–2022 гг. с использованием четырех индексов солнечной активности: $Lu-\alpha$, $MgII$, $F10.7\text{mop}$ и Rz . Подтвержден вывод, полученный ранее, о существовании сезонных (зимой сильнее, чем летом) и суточных (днем сильнее, чем ночью) вариаций отрицательных трендов $foF2$. Показано, что результаты для трех первых индексов очень хорошо согласуются между собой, а результаты с использованием Rz дают несколько отличные результаты. Обнаружено, что в течение последних 5–7 лет максимальные (зима, день) отрицательные тренды $foF2$ становятся в 2–3 раза сильнее, чем получено для всего рассмотренного интервала.

DOI: 10.31857/S0016794022600697, EDN: DKXZFB

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема долговременных трендов параметров ионосферы и, особенно, критической частоты слоя $F2$, $foF2$, хорошо известна, и ей посвящено много работ. Обсуждение проблемы и соответствующие ссылки можно найти в обзорной работе Данилова и Константиновой [2020], а также в обзорных докладах Laštovička на Симпозиумах по трендам [Laštovička, 2018, 2022a, b].

При поисках трендов $foF2$ очень большую роль играет правильный выбор индексов солнечной активности (СА), которые используются для того, чтобы удалить зависимость $foF2$ от СА и получить “чистое” изменение со временем, которое позволит найти искомые тренды $k(foF2)$. Проблема выбора лучших индексов СА (proxies) для поиска трендов ионосферных параметров достаточно сложна и обсуждалась многими исследователями. Отметим здесь лишь две работы аргентинской группы [De Haro Barbás and Elias, 2020; De Haro Barbás et al., 2020] и недавние публикации Laštovička [2021, 2022a, b]. В двух последних работах рассматривалось использование нескольких индексов СА для выделения трендов критических частот слоев E и $F2$ и было получено, что наилучшими являются индексы $F10.7$ (поток солнечного радиоизлучения на волне 10.7 см) и $MgII$ (отношение интенсивностей излучения в центре и крыльях

ультрафиолетовой линии магния). Мы вернемся к результатам этой работы ниже.

Высокая чувствительность получаемых трендов $foF2$ к выбору используемого индекса солнечной активности была подчеркнута в работах Danilov and Konstantinova [2020] и Danilov [2021]. Было показано, что использование индекса $F10.7\text{sm}12$, вычисляемого определенным образом, как это сделано в модели IRI [Bilitza, 1990], хорошо описывает поведение $foF2$ со временем в предыдущие циклы, но в 24-м цикле СА приводит к нереальным результатам. Была проведена корректировка этого индекса другими индексами СА ($Lu-\alpha$, Rz и $MgII$) и предложены “правильные” величины $F10.7\text{sm}12$ для нахождения трендов ионосферных параметров в 24-м цикле.

В данной работе мы возвращаемся к проблеме определения трендов $foF2$ в течение последних двух десятилетий при использовании различных индексов СА.

2. МЕТОД АНАЛИЗА

Мы используем метод выделения трендов $foF2$ на основании данных ВЗ, неоднократно описанный в предыдущих работах (см., например, [Данилов, 2019]). Поскольку это важно для дальней-

шего обсуждения результатов, напомним кратко его суть.

Для периода 1958–1980 гг., который считается “эталонным”, строится зависимость $foF2$ от индекса солнечной активности $F10.7$. Для периода после 1980 г. находятся отклонения $\Delta foF2$ измеренных величин $foF2$ от указанной эталонной зависимости для каждого года. Эти величины сглаживались с окном в 11 лет, и полученные сглаженные величины наносились на график как функция года. Наклон линейной аппроксимации полученной зависимости дает искомый тренд $k(foF2)$.

Учитывая указанную важность правильного выбора индексов СА при анализе трендов $foF2$, мы, в отличие от указанных выше предыдущих публикаций [Danilov and Konstantinova, 2020; Danilov, 2021], использовали ежемесячные солнечные индексы $Ly-\alpha$, Rz и $MgII$ не для корректировки индекса $F10.7sm12$, а непосредственно для расчетов трендов $foF2$. В дополнение к указанным трем индексам мы использовали для тех же расчетов месячный индекс $F10.7mon$.

Исходными данными были, как и ранее в расчетах такого рода, месячные медианы критической частоты $foF2$ по наблюдениям методом ВЗ на ст. Juliusruh. Расчеты проводились для периода с 1996 г. по 2022 г. (февраль) и по 2021 г. (июнь). Выбор периода определялся желанием сравнить получаемые результаты с результатами аналогичных расчетов [Laštovička, 2021, 2022a, b] (см. ниже). Как и в указанной работе, анализировалось изменение со временем величины $\Delta foF2$:

$$\Delta foF2 = foF2(\text{мод}) - foF2(\text{набл}),$$

где $foF2$ (мод) – модельное значение $foF2$, а $foF2$ (набл) – наблюдаемое. В качестве $foF2$ (мод) использовалась зависимость медианы $foF2$ для данных условий (месяц, LT) от индекса солнечной активности для периода 1958–1980 гг., когда, как предполагается, еще не было заметных трендов $foF2$ антропогенного происхождения. В данной работе мы не обсуждаем вопрос о природе наблюдаемых трендов $foF2$. Они, скорее всего, могут быть следствием двух процессов – охлаждения и оседания верхней атмосферы и вековых вариаций геомагнитного поля. Вопрос о вкладе каждого из этих процессов требует отдельного анализа.

Для оценки статистической значимости S каждой из получаемых зависимостей использовался коэффициент определенности R^2 по F -тесту Фишера. Оценка S по наблюдаемой величине R^2 описана в недавней работе Данилова и Константиновой [2022].

Поскольку существует сильная зависимость величин $k(foF2)$ от сезона (зимой тренды выше, чем летом) [Danilov, 2015], мы провели расчеты для февраля как типичного зимнего месяца и июня, представляющего лето. Известно, что ве-

личины $k(foF2)$ зависят от времени суток (днем тренды выше, чем ночью). С учетом этого обстоятельства мы провели расчеты для трех моментов около местного полудня: 10:00 LT, 12:00 LT и 14:00 LT. Для анализа ночных часов мы рассчитали величины $k(foF2)$ в 20:00 LT и 04:00 LT в феврале. В июне в эти часы ионосфера на широте Juliusruh еще освещена солнцем, поэтому расчеты были выполнены для полуночи (24:00 LT).

Поскольку в описанном методе используется 11-летнее сглаживание исходных величин $\Delta foF2$ и поскольку дальше мы в одном случае обратимся к исходным (не сглаженным) величинам, уместно заметить следующее.

Сглаживание не вносит принципиальных изменений в анализируемую зависимость (в данном случае величин $\Delta foF2$ от года), но подчеркивает эту зависимость, т.е. обеспечивает более высокие значения ее статистической значимости. На рис. 1 в качестве примера приводится изменение величины $\Delta foF2$ для 12:00 LT, февраля и $Ly-\alpha$ в качестве индекса СА без сглаживания (a) и после сглаживания (b). Хорошо видно, что характер изменения $\Delta foF2$ не изменился, но, естественно, в результате сглаживания существенно уменьшился разброс точек и выросли величины R^2 . Близость полученных на двух рисунках величин $k(foF2)$ является случайной. При сглаживании характер зависимости (знак тренда) сохраняется, но в большинстве случаев магнитуда тренда увеличивается. Представляется, что получаемые в результате сглаживания величины тренда лучше отражают исследуемую зависимость, поскольку сглаживается влияние случайно ошибочных точек, существование которых неизбежно. Единственным недостатком сглаживания является то, что при этом на 5 лет с каждой стороны сужается интервал анализируемых величин (в нашем случае – $\Delta foF2$). Может создаться впечатление, что на рис. 1б мы определяем тренды только до 2017 г. Но необходимо помнить, что при усреднении точка 2017 г. “впитала в себя” все значения $\Delta foF2$ вплоть до 2022 г., поэтому мы можем по-прежнему считать, что данные на рис. 1б характеризуют тренд до 2022 г.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Примеры зависимостей $\Delta foF2$ от времени для 12:00 LT и 14:00 LT при использовании различных индексов СА приведены на рис. 2 и 3 соответственно. На всех рисунках и в таблицах тренды $k(foF2)$ приведены в единицах МГц в год.

Примеры, приведенные на рис. 2–4, показывают, что в дневное время в феврале тренды $foF2$ достаточно хорошо выражены и статистически значимы, тогда как в ночных условиях они малы и выражены гораздо хуже.

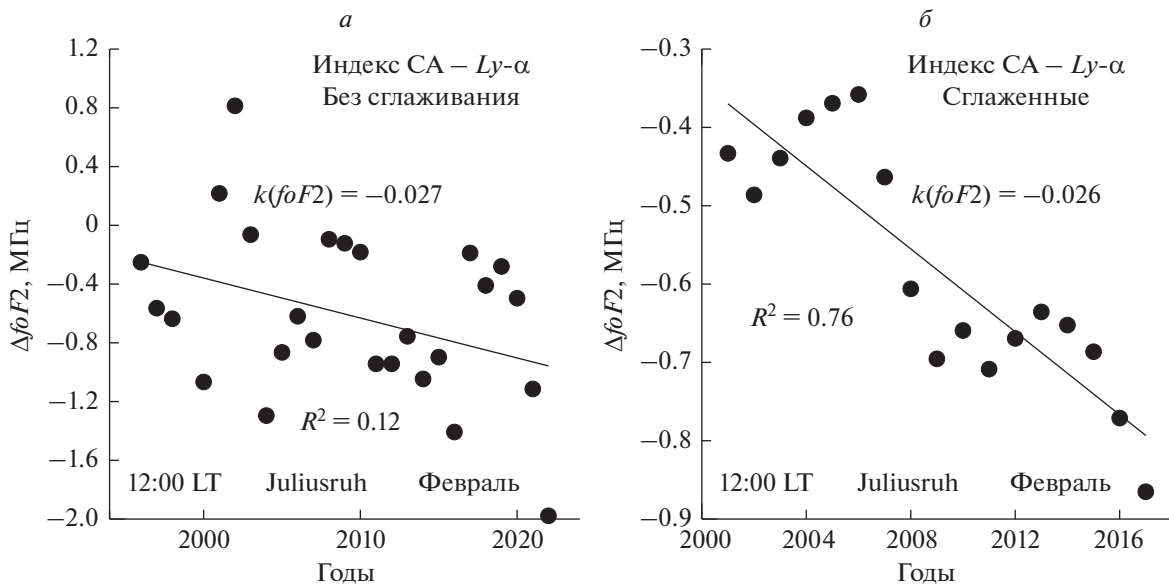


Рис. 1. Изменение $\Delta foF2$ для одних и тех же условий без сглаживания (а) и после сглаживания (б).

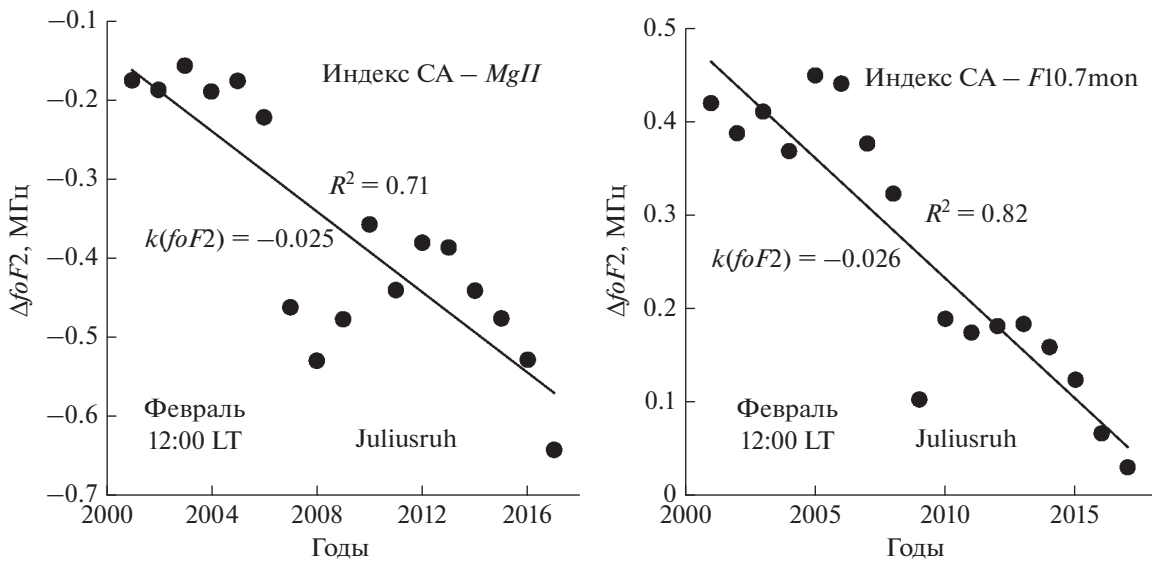


Рис. 2. Примеры зависимости $\Delta foF2$ от времени для 12:00 LT в феврале.

Все результаты определения $k(foF2)$ для февраля приведены в табл. 1. Несколько фактов обращают на себя внимание в указанной таблице. Во-первых, величины $k(foF2)$, получаемые в дневные часы с использованием индексов $Ly-\alpha$, $MgII$ и $F10.7mon$, совпадают (для 10:00 LT все три величины равны -0.018 МГц/год) или очень близки. Это резко повышает надежность получаемых трендов. При использовании в качестве индекса СА числа солнечных пятен Rz величины $k(foF2)$ отличаются от трех других, хотя близки к ним по порядку величины. Это позволяет предположить,

что этот индекс хуже для поисков трендов ионосферных параметров, чем три других индекса. В упоминавшихся выше работах [Laštovička, 2021, 2022a, b] число солнечных пятен не рассматривается совсем и наиболее благоприятными для поиска трендов $foF2$ и foE признаны $MgII$ и $F10.7mon$, что близко к полученным здесь результатам.

Средние значения $k(foF2)$ при использовании всех четырех индексов, а также без использования Rz , приведены в двух последних столбцах табл. 1. Величины в последнем столбце представ-

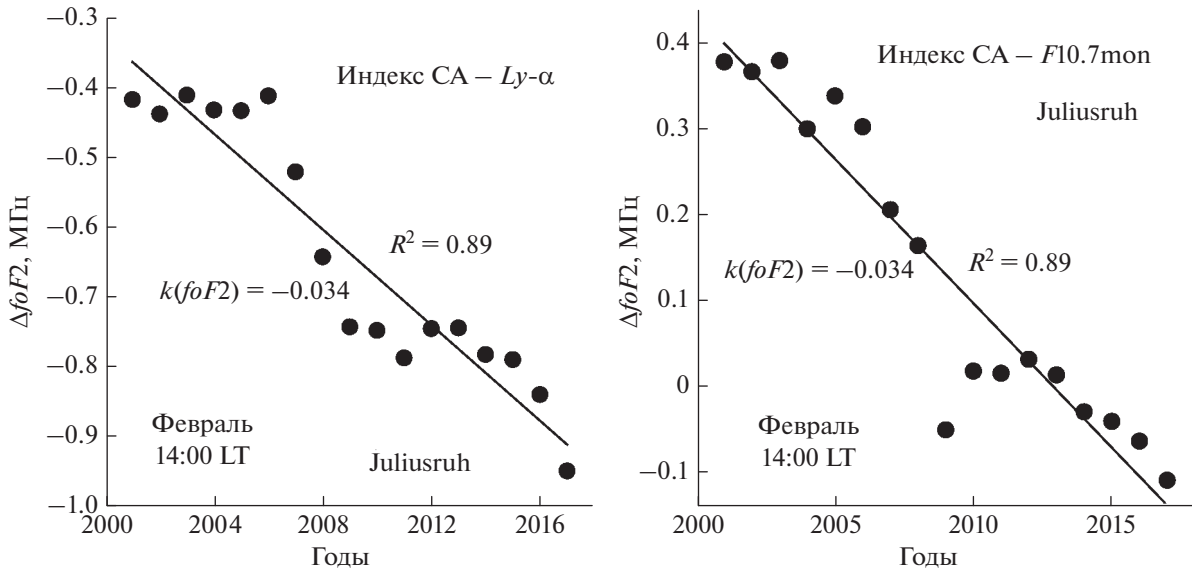


Рис. 3. Примеры зависимости $\Delta foF2$ для 14:00 LT в феврале.

ляются наиболее надежными на сегодняшний день величинами $k(foF2)$ для рассмотренного периода 1996–2022 г.

Во-вторых, все величины R^2 в дневные часы достаточно велики, чтобы обеспечить статистическую значимость получаемых величин $k(foF2)$ выше 99%.

В-третьих, с использованием всех рассмотренных индексов СА подтверждается вывод о том, что тренды $foF2$ в ночное время малы и малозначимы. Возможен даже переход от небольших от-

рицательных к небольшим положительным величинам $k(foF2)$ (например, в 04:00 LT).

Таблица 2 построена точно так же, как табл. 1, но для июня. Как видно из табл. 2, в июне в дневное время величины $k(foF2)$ малы по амплитуде и в основном положительны. В ряде случаев ($MgII$ 12:00 и 14:00 LT, $F10.7mon$ 12:00 LT) они обладают и очень низкой статистической значимостью (низкие величины R^2).

Как и в табл. 1, результаты для трех индексов ($Ly-\alpha$, $MgII$ и $F10.7mon$) хорошо согласуются между

Таблица 1. Тренды за период 1996–2022 гг. в феврале (ст. Juliusruh)

Время	$Ly-\alpha$		Rz		$MgII$		$F10.7mon$		средние $k(foF2)$	
	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	по 4 инд.	без Rz
10:00 LT	-0.018	0.56	-0.027	0.77	-0.018	0.47	-0.018	0.68	-0.020	-0.018
12:00 LT	-0.026	0.76	-0.042	0.89	-0.025	0.71	-0.026	0.82	-0.030	-0.026
14:00 LT	-0.034	0.89	-0.043	0.90	-0.033	0.76	-0.034	0.89	-0.036	-0.034
04:00 LT	+0.013	0.32	+0.011	0.36	+0.011	0.36	+0.011	0.32	+0.012	+0.012
20:00 LT	-0.009	0.30	-0.016	0.84	-0.003	0.09	-0.012	0.61	-0.010	-0.008

Таблица 2. Тренды за период 1996–2021 гг. в июне (ст. Juliusruh)

Индекс	$Ly-\alpha$		Rz		$MgII$		$F10.7mon$		средние $k(foF2)$	
	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	$k(foF2)$	R^2	по 4 инд.	без Rz
10:00 LT	+0.007	0.21	+0.021	0.61	+0.006	0.29	+0.013	0.63	+0.012	+0.009
12:00 LT	+0.008	0.52	+0.027	0.87	+0.004	0.16	+0.001	0.05	+0.010	+0.004
14:00 LT	+0.004	0.29	+0.021	0.91	+0.005	0.20	+0.008	0.50	+0.010	+0.009
24:00 LT	-0.001	0.03	+0.022	0.82	-0.004	0.11	+0.004	0.06	+0.005	0.000

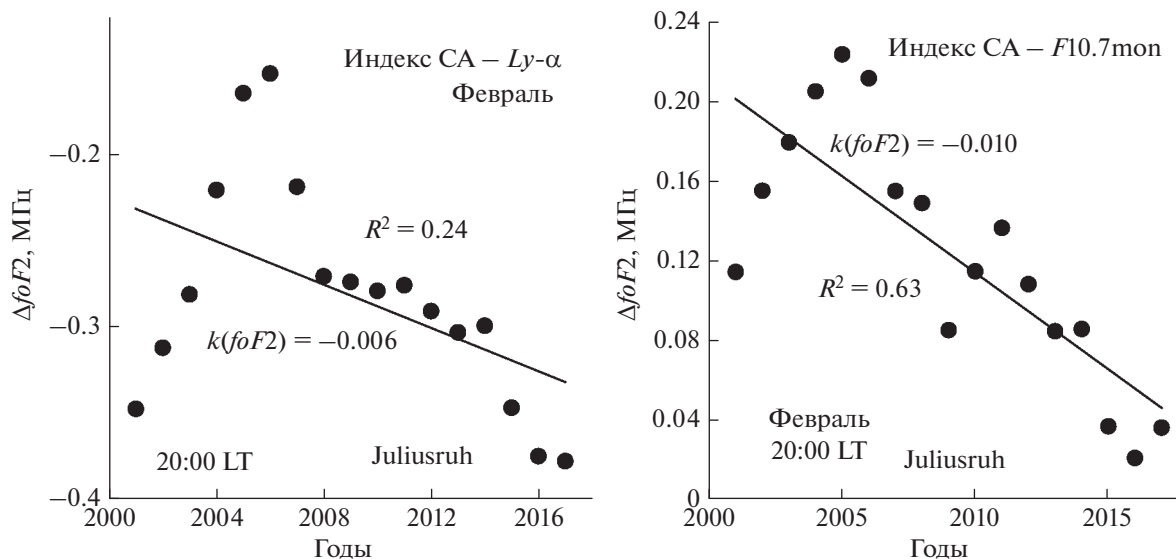


Рис. 4. Примеры зависимости $\Delta foF2$ для 20:00 LT в феврале.

собой, тогда как величины $k(foF2)$ для Rz от них отличаются.

Таким образом, сравнение табл. 1 и 2 подтверждает с использованием наблюдений последних лет вывод, полученный ранее [Danilov, 2015], о том, что существует значительная сезонная вариация $k(foF2)$ – зимой тренды выше, чем в летние месяцы.

Этот вывод очень важен, поскольку (вместе с выводом о наличии суточных вариаций $k(foF2)$, приведенным выше) он поясняет, почему при поисках трендов по среднесуточным и среднегодовым значениям $foF2$ у ряда авторов получают достаточно низкие величины $k(foF2)$. Это относится и к недавним работам Laštovička [2021, 2022a, b], который построил зависимость $\Delta foF2$ по данным ст. Pruhonice за 1996–2014 гг. и получил низкий тренд при использовании индекса $F10.7$ и нулевой тренд при использовании индекса $MgII$.

4. ТRENДЫ В ПОСЛЕДНЕЕ ДЕСЯТИЛЕТИЕ

При анализе рисунков типа 2–4 обращает на себя внимание одна особенность поведения точек $\Delta foF2$ в течение недавних лет. Оказалось, что последние 5–7 точек на всех подобных рисунках дают значительно более высокий и гораздо лучше выраженный (большинство величин R^2 выше 0.9) тренд, чем получается при анализе всех точек рассматриваемого интервала. При этом, хотя количество точек и невелико, статистическая значимость S оказывается высокой за счет высоких величин R^2 .

Примеры для ситуаций, не рассмотренных на рис. 2, 3, приведены на рис. 5. Однако описываемый эффект можно видеть и на всех четырех графиках рис. 2, 3.

Сводка полученных таким образом трендов за недавние годы приведена в табл. 3. Эта таблица дает тренды за недавний период (с указанием периода в годах) с величинами R^2 и соответствующие величины (взяты из табл. 1) для всего рассмотренного периода.

Как видно из табл. 3, при использовании трех индексов СА (кроме Rz , о котором уже говорилось выше), тренды для последних 5–7 лет оказываются существенно выше (в большинстве случаев с очень высокими R^2), чем для всего рассмотренного периода с 1996 г.

Аналогичный анализ показал, что подобный эффект наблюдается и в июне. Поскольку летом даже днем тренды слегка положительны (см. табл. 2), при переходе к недавним годам знак трендов меняется и появляются небольшие отрицательные тренды с невысокой в целом статистической значимостью.

Поскольку результаты на рис. 5 и в табл. 3 приведены для сглаженных величин $\Delta foF2$ (см. выше в параграфе 2), стоит посмотреть на эти величины без сглаживания, чтобы точно определить, в какие годы происходит указанное усиление трендов.

На рисунке 6 приведены два примера изменения $\Delta foF2$ с 2010 по 2022 гг. согласно не сглаженным данным. Видно, что более высокие тренды в недавний период, полученные по сглаженным данным и приведенные в табл. 3, обусловлены усилением отрицательных трендов именно в последние годы.

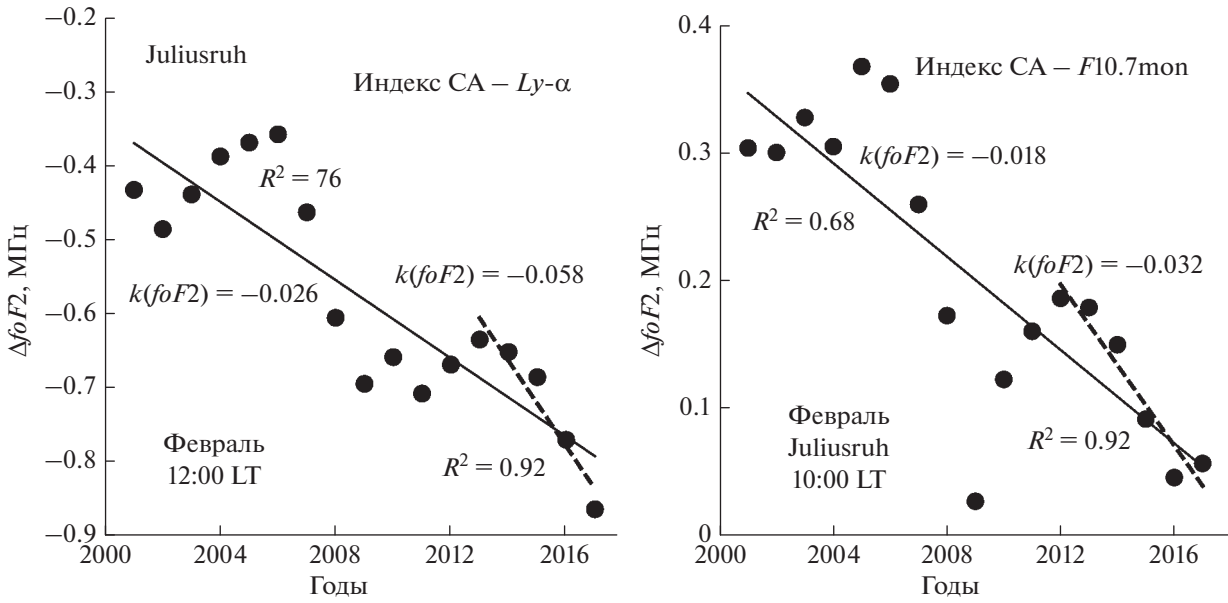


Рис. 5. Изменение $\Delta foF2$ в течение всего анализируемого периода и в течение последних лет.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поскольку, как указывалось во ВВЕДЕНИИ, проблема выбора индексов СА для анализа трендов параметров ионосферных слоев весьма важна и актуальна, мы провели расчеты трендов $foF2$,

$k(foF2)$, по данным ст. Juliusruh, используя четыре индекса: $Ly-\alpha$, $MgII$, $F10.7mon$ и Rz . Результаты для первых трех индексов оказались в очень хорошем согласии. Расчеты при использовании числа солнечных пятен Rz дают слегка отличающиеся

Таблица 3. Тренды для двух периодов (Февраль, ст. Juliusruh)

	Индексы	Недавние годы			1996–2022	
		$k(foF2)$	R^2	годы	$k(foF2)$	R^2
10:00 LT	$Ly-\alpha$	-0.048	0.98	2013–2017	-0.018	0.56
	$F10.7mon$	-0.032	0.92	2012–2017	-0.018	0.68
	$MgII$	-0.045	0.98	2012–2017	-0.018	0.47
	Rz	-0.025	0.86	2012–2017	-0.027	0.77
12:00 LT	$Ly-\alpha$	-0.058	0.92	2013–2017	-0.026	0.76
	$F10.7mon$	-0.040	0.98	2013–2017	-0.026	0.82
	$MgII$	-0.060	0.95	2013–2017	-0.025	0.71
	Rz	-0.031	0.98	2013–2017	-0.042	0.89
14:00 LT	$Ly-\alpha$	-0.047	0.87	2013–2017	-0.034	0.89
	$F10.7mon$	-0.027	0.97	2012–2017	-0.034	0.89
	$MgII$	-0.044	0.90	2012–2017	-0.033	0.76
	Rz	-0.024	0.97	2010–2017	-0.043	0.90
20:00 LT	$Ly-\alpha$	-0.035	0.33	2011–2017	-0.009	0.30
	$F10.7mon$	-0.019	0.89	2011–2017	-0.012	0.61
	$MgII$	-0.019	0.92	2010–2017	-0.003	0.09
	Rz	-0.020	0.81	2011–2017	-0.016	0.84

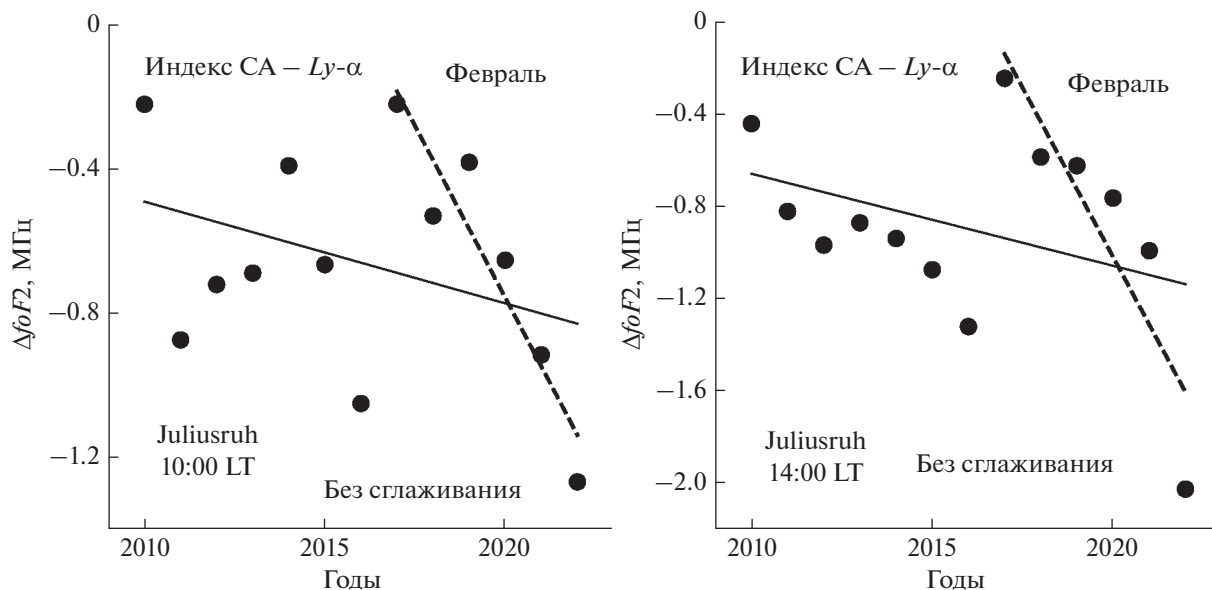


Рис. 6. Тренды $foF2$ в недавние годы по данным без сглаживания.

результаты, хотя получаемые тренды $foF2$ имеют тот же знак, а их магнитуды — тот же порядок величины, что и для трех других индексов.

Поскольку существует зависимость трендов $foF2$ от времени суток и сезона, расчеты проводились для пяти моментов LT в феврале и четырех в июне. Результаты расчетов показали следующее.

Подтверждается вывод о существовании сезонной и суточной зависимости $k(foF2)$. В зимний период и околополуденные часы отрицательные тренды максимальны и составляют 0.20–0.35 МГц в год со статистической значимостью более 99%. В ночные часы и в летний период величины $k(foF2)$ малы по амплитуде, могут быть как отрицательными, так и положительными и обладают низкой статистической значимостью.

Полученные результаты отличаются от недавних результатов Laštovička [2021, 2022a, b], который также анализировал изменение $\Delta foF2$ с 1996 г., но не проводил разделения по сезонам и моментам LT. Мы считаем, что различие связано именно с тем, что в таком случае получаются среднесуточные и среднегодовые тренды, которые, естественно, должны быть гораздо ниже максимальных, наблюдаемых днем зимой.

Неожиданным новым результатом является обнаружение усиления отрицательных трендов $foF2$ в течение последнего десятилетия по сравнению с трендами, наблюдаемыми за весь анализируемый период с 1996 г. В дневные часы в феврале при использовании индексов $Ly-\alpha$, $MgII$ и $F10.7\text{mop}$ для последних лет получаются отрицательные величины $k(foF2)$ во всех случаях, кроме одного, в два-три раза превышающие соответствующие

величины для всего периода. Существенно, что этот процесс частично захватывает и ночные часы (см. 20:00 LT в табл. 3), хотя тренды ночью малы и надежность их определения невелика.

Полученные для всего рассмотренного периода максимальные величины трендов $foF2$ могут приводить к уменьшению $foF2$ на 0.6–1 МГц за 30 лет. Такое уменьшение может быть важным для многих проблем распространения радиоволн. Если же обнаруженный эффект усиления трендов в самые последние годы реален, указанное уменьшение может произойти и за более короткий срок.

Обсуждение вопроса о природе обнаруженных трендов выходит за рамки данной работы. Отметим только, что наиболее вероятным представляется систематическое уменьшение $foF2$ со временем из-за охлаждения и оседания верхней атмосферы [Laštovička et al., 2008]. Ряд исследователей считают (см. Yue et al., 2008; Elias, 2009), что вклад в указанное изменение вносит также вековое изменение магнитного поля Земли. Возможно, полученные тренды $foF2$ отражают суммарный эффект двух процессов. При этом остается, однако, непонятным, может ли вклад изменений магнитного поля зависеть от сезона и времени суток.

БЛАГОДАРНОСТИ

Величины солнечных индексов были взяты с сайта LISIRD (<https://lasp.colorado.edu>). Авторы благодарят А.В. Константинову за расчеты месячных медиан $foF2$.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Данилов А.Д. Глобальные изменения параметров верхней атмосферы и ионосферы Земли / Системный мониторинг ионосферы. Ред. Н.Г. Котонаева. М.: ФИЗМАТЛИТ. С. 354–416. 2019.
- Данилов А.Д., Константинова А.В. Долговременные вариации параметров средней и верхней атмосферы и ионосферы (обзор) // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 60. № 4. С. 411–435. 2020.
- Данилов А.Д., Константинова А.В. Детальный анализ поведения критической частоты слоя $F2$ перед магнитными бурями // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 62. № 5. С. 635–652. 2022.
- Bilitza D. International Reference Ionosphere 1990. Greenbelt, Maryland: National Space Science Data Center, NSSDC 90-92. 1990.
- Danilov A.D. Seasonal and diurnal variations in $foF2$ trends // J. Geophys. Res. – Space. V. 120. P. 3868–3882. 2015.
<https://doi.org/10.1002/2014JA020971>
- Danilov A.D. Behavior of $F2$ -layer parameters and solar activity indices in the 24th cycle // Adv. Space Res. V. 67. P. 102–110. 2021.
- Danilov A.D., Konstantinova A.V. Trends in $foF2$ and the 24th solar activity cycle // Adv. Space Res. V. 65. P. 959–965. 2020.
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2019.10.038>
- De Haro Barbás B.F., Elias A.G. Effect of the inclusion of solar cycle 24 in the calculation of $foF2$ long-term trend for two Japanese ionospheric stations // Pure Appl. Geophys. V. 177. P. 1071–1078. 2020.
- De Haro Barbás D.F., Elias A.G., Fagre M., Zossi B.F. Incidence of solar cycle 24 in nighttime $foF2$ long-term trends for two Japanese ionospheric stations // Stud. Geophys. Geod. V. 64. 2020.
<https://doi.org/10.1007/s11200-021-05489>
- Elias A.G. Trends in the $F2$ ionospheric layer due to long-term variations in the Earth's magnetic field // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. V. 71. № 14–15. P. 1602–1609. 2009.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2009.05.014>
- Laštovička J., Akmaev R.A., Beig G., Bremer J., Emmert J.T., Jacobi C., Jarvis M.J., Nedoluha-G., Portnyagin Y.I., Ulich T. Emerging pattern of global change in the upper atmosphere and ionosphere // Ann. Geophysicae. V. 26. № 5. P. 1255–1268. 2008.
- Laštovička J. A review of progress in trends in the mesosphere-thermosphere-ionosphere system // Paper presented at the 10th Workshop on Long-term Changes and Trends in the Atmosphere. Hefei, China. May 14–18. 2018.
- Laštovička J. The best solar activity proxy for long-term ionospheric investigations // Adv. Space Res. 2021.
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.06.032>
- Laštovička J. Progress in investigating long-term trends in the mesosphere? Thermosphere and ionosphere. Paper presented at the 11th Workshop on Long-term Changes and Trends in the Atmosphere, Helsinki, Finland, May 30–June 3. 2022a.
- Laštovička J. The optimum solar activity proxy for long-term studies of $foF2$ // Paper presented at the 11th Workshop on Long-term Changes and Trends in the Atmosphere. Helsinki, Finland. May 30–June 3. 2022b.
- Yue X., Liu L., Wan W., Wei Y., Ren Z. Modeling the effects of secular variation of geomagnetic field orientation on the ionospheric long-term trend over the past century // J. Geophys. Res. V. 113. № A10301. 2008.
<https://doi.org/10.1029/2007JA012995.566>