УДК 539.1.043

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕКОНСТРУКЦИИ БИХРОМАТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ГЛУБИННЫМ ДОЗОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМ

© 2021 г. У. А. Близнюк^{1, 2, *}, В. М. Авдюхина¹, П. Ю. Борщеговская^{1, 2}, В. С. Ипатова^{1, 2}, А. Д. Никитченко¹, Ф. Р. Студеникин^{1, 2}, А. П. Черняев^{1, 2}

 ¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
 ²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
 Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия
 *E-mail: uabliznyuk@gmail.com Поступила в редакцию 24.05.2021 г.

После доработки 01.06.2021 г. Принята к публикации 28.06.2021 г.

Представлен алгоритм реконструкции энергетических спектров пучков электронов в диапазоне энергий от 5 до 10 МэВ по глубинным дозовым распределениям в фантоме из алюминия, рассчитанных путем моделирования с использованием программного кода GEANT4. Установлена оценка точности реконструкции спектров, состоящих из двух монохроматических пучков в зависимости от выбранного шага по энергии.

DOI: 10.31857/S0367676521100094

введение

Эффективное применение радиационных технологий во многих областях науки и техники использует в качестве источников ионизирующего излучения ускорители электронов [1, 2]. Это связано в первую очередь с тем, что при работе на ускорителе имеется возможность непосредственного варьирования параметров обработки во время облучения. Для оценки эффективности облучения при радиационной обработке (PO) ускоренными электронами необходимо знать глубинное дозовое распределение по объему обрабатываемого объекта, которое во многом зависит от спектрального состава пучка [3, 4].

Точное измерение спектральных характеристик является трудоемкой задачей, которая напрямую может быть решена при помощи магнитных анализаторов, дополнительно установленных на ускорителе [5]. Однако это требует заранее предусмотренного в конструкции ускорительной структуры дорогостоящего оборудования. Альтернативным методом оценки энергетического спектра пучка является непрямой подход [6–11]. Так, например, в [6] разработана система, позволяющая осуществлять оперативный контроль энергетического спектра ускоренных электронов с одновременным измерением среднего тока. Эта система основывается на методе поглощающих фильтров и предназначена для измерения энергии ускоренных электронов в диапазоне энергий от 1 до 10 МэВ при средних токах пучка электронов от 20 до 150 мкА. В [7–9], предлагается восстанавливать спектр медицинского ускорителя по глубинным дозовым распределениям с разделением на сингулярную и регулярную компоненты.

На сегодняшний день большинство промышленных центров РО используют ускорители электронов с энергией в диапазоне от 5 до 10 МэВ. В связи с этим целесообразно проведение расчетов спектральных характеристик пучков электронов для энергий из данного диапазона.

В данной работе рассматривается модельная система, состоящая из двух энергетических линий, которая представляет собой простейшую систему реконструкции спектров в зависимости от выбранного шага по энергии для верификации предлагаемого метода и оценки точности расчетов. В дальнейшем данная методика может быть применима для пучков разного типа ионизирующего излучения и разного набора спектральных линий. В частности, данный метод может быть применен для восстановления бихроматических спектров кобальтовых источников фотонного излучения, а также может быть обобщен для большего количества спектральных линий при реконструкции реальных спектров ускорителей электронов и источников ионизирующего излучения. При этом, данная методика может быть применима и в случае прямой задачи, когда по глубинным дозовым распределениям можно восстановить спектр неизвестного источника и по известным спектральным линиям определить атомный/ядерный состав источника.

В представленной работе для восстановления двух монохроматических пучков используется полный набор значений данных глубинного дозового распределения без деления функции на составляющие компоненты. При решении обратной задачи используется метод наименьших квадратов, что позволяет избежать сложностей появления нефизических возмущений, которые возникают в алгоритме при делении дозовой кривой на границах регулярной и сингулярной компонент.

В связи с вышесказанным, целью данной работы является оценка точности реконструкции бихроматических энергетических спектров ускорителей с энергетическими линиями в диапазоне от 5 до 10 МэВ по глубинным дозовым распределениям в известном веществе, рассчитанным с помощью компьютерного моделирования.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В качестве материала фантома был выбран алюминий, поскольку данный материал применяется в исследованиях по оценке однородности глубинного дозового распределения по объему вещества от пучков электронов с энергией до 10 МэВ при радиационной обработке [12].

Для каждого монохроматического пучка из набора энергий 5–10 МэВ рассчитывались глубинные дозовые распределения в алюминиевом фантоме путем компьютерного моделирования с использованием программного кода GEANT4. GEANT4 представляет собой пакет программного обеспечения, разработанный в CERN, позволяющий моделировать прохождение заряженных частиц через вещество. В основе используемой программы лежит метод Монте-Карло, применяемый для решения широкого спектра задач в физике высоких энергий [13–15].

Моделировалось одностороннее облучение фантома из алюминия (плотность – 2.7 г/см³), представляющего собой куб со стороной 100 мм, который разбивался на n = 100 слоев толщиной 1 мм вдоль оси X (рис. 1), моноэнергетическими пучками электронов. Количество частиц в пучке составляло 10⁵ единиц.

Пусть моноэнергетическому пучку электронов с энергией E соответствует глубинное распределение дозы $D(x_i, E)$, создаваемое в точках с координатами x_i (i = 1, 2, ..., N') пучком монохроматических электронов с энергией E. Тогда спектру, состоящему из двух компонент: E_i (j = 1, 2, ..., M) и



Рис. 1. Компьютерное моделирование облучения алюминиевого фантома пучком ускоренных электронов, направленного вдоль оси *X* (красные линии – электроны, зеленые – фотоны).

 E_k (*k* ≠ *j*, *k* = 1, 2,..., *M*) с весами β и (1 − β), будет соответствовать распределение дозы $\tilde{D}(x_i)$:

$$\hat{D}(x_i) = \beta D(x_i, E_j) + (1 - \beta) D(x_i, E_k).$$
(1)

В формуле (1) не учитываются ошибки измерений, однако на практике результаты экспериментальных измерений дозовых кривых для пучка электронов получают с некоторой погрешностью. Будем считать, что погрешность имеет нормальное распределение с нулевым средним значением и дисперсией пропорциональной значению дозы с коэффициентом пропорциональности *R*. Тогда зависимость поглощенной дозы от глубины $\hat{D}(x_i)$ можно записать следующим образом:

$$D(x_i) = (\beta D(x_i, E_j) + (1 - \beta) D(x_i, E_k)) \times (1 + R^* N(0, 1)), \quad i = 1: N',$$
(2)

где N(0,1) – стандартное нормальное распределение.

Известно, что при измерении дозы по глубине исследуемого вещества при проведении РО в России законодательно разрешено использовать утвержденные в качестве рабочего средства измерений межгосударственные стандартные образцы поглощенной дозы (СО ПД) на основе радиохромных пленок для фотонного и электронного излучений, а именно – СО ПД(Э) – 1/10 и СО ПД(Ф)Р – 5/50 [16, 17]. Поскольку погрешность измерения поглощенной дозы с помощью СО ПД составляет порядка (12–15)%, то оценка точности реконструкции бихроматических спектров производилась для погрешностей измерений не более 15% для величины β в диапазоне 0.1–0.9 для каждой из энергетических компонент.



Рис. 2. Зависимость дозы *D* в относительных единицах (отношение $D(x_i, E_j) \\ \kappa D(x_j, E_j)$, где E_j (j = 1, 2, ..., M)) – энергия в слоях фантома из алюминия) от глубины *x* (мм) при обработке электронами с энергией 5–10 МэВ.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

По результатам моделирования были получены кривые глубинных дозовых распределений. На рис. 2 приведены зависимости отношения поглощенной дозы $D(x_i, E_j)$ в точке x_i к дозе $D(x_1, E_j)$ в точке x_1 от глубины алюминиевого фантома, облучаемого с одной стороны вдоль оси X пучками электронов с энергией от 5 до 10 МэВ с шагом 0.1 МэВ (на рис. 2 представлены данные для шага по энергии 0.5 МэВ). Поскольку точность заложенных в программном коде GEANT4 физических моделей, сечений и т.д. составляет не более 2% [18, 19], то число частиц в данной работе было подобрано таким образом, чтобы статистическая погрешность расчетов была заведомо меньше 2%.

Видно, что максимум дозы *D* сдвигается в глубь вещества с увеличением энергии пучка электронов. Разница доз в относительных единицах для энергий 5 и 5.5 МэВ в конце пробегов электронов на глубине 10 мм составляет 0.22 отн. ед.; в свою очередь на глубине 5 мм, в области пика поглощенной дозы, разница составляет 0.03 отн. ед.

Также было установлено, что уменьшение шага по энергии ΔE приводит к уменьшению разницы доз в относительных единицах как на малых, так и на больших глубинах. На рис. 3 и 4 представлены глубинные дозовые распределения для энергетических пар 5 и 5 + ΔE МэВ и 10 и 10 – ΔE МэВ с шагом $\Delta E = 0.1-0.5$ МэВ.

Из рис. 3 и 4 (*a*) видно, что глубинные дозовые распределения для линий с энергиями 5.0–5.5 МэВ и 10.0–9.5 МэВ с шагом 0.1 МэВ близки друг другу. Разница доз в относительных единицах для энергий 5 и 5.1 МэВ в конце пробегов электронов на глубине 10 мм и в пике поглощенной дозы на глубине 5 мм составляет около 0.01–0.03 отн. ед. Аналогичный результат получен и для энергий 10 и 9.9 МэВ.

На рис. 3 и 46 представлены отношения относительного отклонения дозы от глубины для разной величины шага $\Delta E = 0.1-0.5$ МэВ. Видно, что при уменьшении шага ΔE относительное отклонение между двумя соседними энергиями уменьшается. Так, например, на глубине 10 мм относитель-



Рис. 3. Дозовые распределения электронов с энергиями 5.0–5.5 МэВ (*a*); относительные отклонения дозовых распределений (*б*).



Рис. 4. Дозовые распределения электронов с энергиями 10.0–9.5 МэВ (*a*); относительные отклонения дозовых распределений (*δ*).

ное отклонение для энергий 5 и 5.5 МэВ в 15 раз больше, чем для энергий 5 и 5.1 МэВ. В свою очередь, для глубин менее 8 мм относительная ошибка для всех пар энергий 5—5.5 МэВ колеблется в пределах от 0 до 2%, что свидетельствует о том, что линии на малых глубинах практически неразличимы. Для энергий 9.5—10 МэВ относительное отклонение на глубине 20 мм для разных шагов ΔE варьирует от 20 до 160%, тогда как на глубинах менее 14 мм ошибка составляет менее 2%.

Поскольку пробег электронов для энергий 5 и 10 МэВ отличается примерно в 2 раза, то для пар энергий из диапазона 5–5.5 МэВ, оценку относительного отклонения дозы с точностью порядка 2% можно провести только для 4–5 точек, а для пар 9.5–10 МэВ –7–8 точек, то это может существенно влиять на точность восстановления спектра.

По формуле (2) задавались дозовые распределения для спектров, состоящих из двух компонент из диапазона энергий от 5 до 10 МэВ, отличающихся друг от друга на величину ΔE , принимавшую значения от 0.1 до 5 МэВ с весами β и (1 – β), которые принимали значения от 0.1 до 0.9.

Для нахождения неизвестной величины β решалась получившаяся система (2) из *N*' уравнений в среде Matlab2014 с применением функции lsqnonneg, которая позволяет решить линейную систему неотрицательных уравнений методом наименьших квадратов.

Так как глубинное распределение дозы является случайной величиной из-за внесенной погрешности, то и восстановленная величина β также является случайной величиной. Для определения отклонения среднего значения восстановленной величины β от истинного значения β (заданного спектра при генерации глубинных распределений дозы) оценивался интервал, которому принадлежало среднее значение восстановленной величины β . Для этого по формуле (2) создавалось 40000 глубинных распределений дозы, каждое со своей случайной ошибкой. Число распределений было выбрано таким, чтобы ширина интервала, которому принадлежит среднее значение величины восстановленной β , была много меньше разницы среднего значения восстановленной и истинной β , а сам интервал имел коэффициент достоверности порядка 0.997.

Было установлено, что в случае R = 0, т.е. при отсутствии погрешности измерений, для всех возможных энергетических пар от 5 до 10 МэВ с шагом $\Delta E = 0.1$ МэВ спектр восстанавливается успешно для любых значений β из диапазона 0.1—0.9, при этом абсолютная ошибка определения величины β имеет порядок 10⁻¹¹.

Были оценены ошибки восстановления величины $\beta = 0.1 - 0.5$ от величины внесенной погрешности измерений R = 1 - 15%. На рис. 5 представлена зависимость ошибки восстановления величины $\beta = 0.1 - 0.5$ от величины внесенной погрешности измерений R для дозы для двух энергетических линий 10 МэВ с весом β и 9.9 МэВ с весом $(1 - \beta)$.

Видно, что точность восстановления спектра, состоящего из двух энергетических линий, нелинейно возрастает от внесенной погрешности измерений *R*. Так, для линий 10 и 9.9 МэВ при погрешности R = 15% (что соответствует экспериментальным ошибками пленочной дозиметрии) точность определения доли веса монохроматической линии будет составлять 60% при $\beta = 0.1$, всех остальных величин β в диапазоне 0.2–0.5 ошибка

70 $\beta = 0.1$ $\beta = 0.2$ % 60 $\beta = 0.3$ Относительная ошибка В, $\beta = 0.4$ 50 $\beta = 0.5$ 40 30 20 10 0 10 8 12 14 16 R, %

Рис. 5. Зависимость относительной ошибки величины β для двух энергетических линий 10 МэВ с весом β и 9.9 МэВ с весом 1 — β от погрешности измерений *R* для дозы.

составит менее 15%. Таким образом, можно констатировать, что при уменьшении разницы между весами β и (1 – β) двух спектральных линий относительная ошибка величины β уменьшается, а минимум ошибки достигается при значении $\beta = 0.5$. Так, например, для линий 9.9 и 10 МэВ величина ошибки составляет 1.4%.

Для других энергетических пар 10 и 10 – ΔE МэВ было установлено, что с увеличением шага ΔE тенденция зависимости относительной ошибки β от погрешности измерений *R* сохраняется, но величина относительной ошибки β снижается. В качестве примера для $\beta = 0.1$ на рис. 6 представлен график зависимости относительной ошибки в определении величины β между энергетическими линиями 10 и 10 – ΔE МэВ (черные точки) 5 и 5 + ΔE МэВ (красные точки), где $\Delta E = 0.1, 0.2, ..., 0.7$, от величины шага по энергии ΔE .

Видно, что значение относительной ошибки величины β от шага по энергии имеет нелинейную зависимость, уменьшающуюся при увеличении величины ΔE . Так, для линий 10 и 9.8 МэВ при той же погрешности измерений R = 15%ошибка величины β уменьшается почти в три раза и становится порядка 25% для $\beta = 0.1$ по сравнению с ошибкой для линий 10 и 9.9 МэВ. Для линий 10 и 9.5 МэВ она составляет порядка 5%. Таким образом, можно заключить, что для реконструкции реальных спектров следует выбирать шаг по энергии не менее 0.5 МэВ.

Установлено, что спектр, состоящий из двух монохроматических пучков энергий 5 и 5 + ΔE МэВ, восстанавливается с относительной ошибкой по величине β примерно в два раза меньше, чем для энергий 10 и 10 – ΔE МэВ. Действительно, две



Рис. 6. Зависимость относительной ошибки β от величины шага по энергии ΔE для двух энергетических линий (черные точки – энергии 10 и 10 – ΔE МэВ, красные точки – энергии 5 и 5 + ΔE МэВ).

энергетические линии 9.9 МэВ и 10 МэВ (при погрешности измерений менее 15%) различаются в расчетах с ошибкой $\beta \approx 60\%$, тогда как для линии 5 и 5.1 МэВ, при той же погрешности измерений, эта ошибка составляет порядка 25%. Основываясь на результатах, представленных на рис. 3 можно заключить, что высокоэнергетические электроны имеют более высокую проникающую способность в веществе, чем низкоэнергетические. В связи с этим, их распределение в объеме вещества оказывается более "размазанным", что ведет к тому, что точность восстановления спектра с увеличением энергии становится ниже.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из рассчитанных глубинных дозовых распределений для монохроматических пучков различных энергий было установлено, что для энергий, отличающихся на величину $\Delta E = 0.1$ МэВ, величина дозы в относительных единицах для энергий 5–5.1 и 9.9–10 МэВ по глубине имеет нелинейный характер. Также установлено, что значения дозы в относительных единицах становится различимы начиная с глубин 8 и 14 мм, соответственно, где кривые отличаются с точностью в 2%.

Путем решения обратной задачи методом МНК по построенным глубинным дозовым распределениям в фантоме из алюминия, были восстановлены бихроматические спектры пучков электронов для энергий от 5 до 10 МэВ с шагом 0.1 МэВ и исследована точность их восстановления. По результатам проведенной работы было обнаружено, что значение относительной ошибки в определении величины β от шага по энергии имеет нели-

нейную зависимость, уменьшающуюся при увеличении ΔE .

Показано, что восстановление спектра, состоящего из двух монохроматических пучков разных энергий, происходит с большей точностью в случае меньших энергий из исследованного диапазона 5—10 МэВ.

Точность метода для восстановления бихроматических спектров варьируется в промежутке от 60% для пар 10 и 9.9 МэВ до 25% для пар 5 и 5.1 МэВ. При увеличении шага по энергии в два раза точность реконструкции так же увеличивается примерно в два раза для всех энергетических пар. При шаге по энергии 0.5 МэВ и более точность восстановления спектра составит порядка 5%.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета "Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Черняев А.П.* Радиационные технологии. Наука. Народное хозяйство. Медицина. Москва: Издательство Московского университета, 2019. 231 с.
- 2. *Козьмин Г.В., Санжарова Н.И., Кибина И.И. и др. //* Дост. науки и техн. АПК. 2015. № 5. С. 87.
- 3. Алимов А.С. Практическое применение электронных ускорителей. Препринт НИИЯФ МГУ № 13/877, 2011.

- Черняев А.П., Варзарь С.М., Белоусов А.В. и др. // ЯФ. 2019. Т. 82. № 5. С. 425.
- Bauche J., Biskup B., Cascella M. et al. // Nucl. Instrum. Meth. A. 2019. V. 940. P. 103.
- 6. *Курапов Н.Н., Бодряшкин Я.В., Леонтьев В.Н. и др.* Труды "XVIII Харитоновские тематические научные чтения": сб. докладов. Т. 1. 2017. С. 222.
- Chvetsov A.I., Sandison G.A. // Med. Phys. 2002. V. 29. No. 4. P. 578.
- Chvetsov A.I., Sandison G.A. // Med. Phys. 2003. V. 30. No. 8. P. 2155.
- 9. Wei J, Sandison G.A., Chvetsov A.I. // Med. Phys. 2006. V. 33. № 2. P. 354.
- 10. Krmar M., Nikolic D., Krstonsic P. et al. // Med. Phys. 2002. V. 29. № 6. P. 932.
- Sheikh-Bagheria D., Rogers D.W.O. // Med. Phys. 2002. V. 29. No. 3. P. 391.
- Безродных И.П., Морозова Е.И., Петрукович А.А. и др. // Вопр. электромех. Труды НПП ВНИИЭМ. 2012. Т. 131. № 6. С. 15.
- Bliznyuk U.A., Borchegovskaya P.Y., Chernyaev A.P. et al. // IOP Conf. Ser. Earth. Env. Sci. 2019. V. 365. Art. No. 012002.
- 14. *Allison J., Amako K., Apostolakis J. et al.* // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 2016. No. 835. P. 186.
- 15. Jongsoon K., Moreira G.R., Castell-Perez E.M. // J. Food Eng. 2015. V. 149. P. 137.
- 16. Черняев А.П., Авдюхина В.М., Близнюк У.А. и др. // Наукоемк. технол. 2020. Т. 21. № 1. С. 40.
- Chernyaev A.P., Bliznyuk U.A., Borschegovskaya P.Yu. et al. // Phys. Atom. Nucl. 2018. V. 81. No. 11. P. 1656.

Estimation of the accuracy of reconstruction of bichromatic spectra of electron beams from depth dose distributions

U. A. Bliznyuk^{*a*, *}, V. M. Avdyukhina^{*a*}, P. Yu. Borshchegovskaya^{*a*, *b*}, V. S. Ipatova^{*a*, *b*}, A. D. Nikitchenko^{*a*}, F. R. Studenikin^{*a*, *b*}, A. P. Chernyaev^{*a*, *b*}

^aMoscow State University, Department of Physics, Moscow, 119234 Russia ^bMoscow State University, Skobeltsyn Nuclear Physics Research Institute, Moscow, 119234 Russia

*e-mail: uabliznyuk@gmail.com

The algorithm is presented for reconstructing the energy spectra of electron beams in the energy range from 5 to 10 MeV from depth dose distributions in an aluminum phantom, calculated by modeling using the GEANT4 program code. An estimate of the accuracy of the reconstruction of spectra consisting of two monochromatic beams is established depending on the selected energy step.