

УДК 539.142.3

ВЛИЯНИЕ НУКЛОННОЙ ДИНАМИКИ НА СКАЛЯРНЫЙ КВАРКОВЫЙ КОНДЕНСАТ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

© 2021 г. Е. Г. Друкарев¹, М. Г. Рыскин¹, В. А. Садовникова¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение
“Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова”
Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”, Гатчина, Россия

*E-mail: sadovnik@thd.npi.spb.ru

Поступила в редакцию 24.05.2021 г.

После доработки 01.06.2021 г.

Принята к публикации 28.06.2021 г.

Показано, что изменение скалярного кваркового конденсата в ядерной материи, вызванное релятивистским движением нуклонов, не менее важно, чем вклад пионного облака, создаваемого взаимодействующими нуклонами.

DOI: 10.31857/S0367676521100148

ВВЕДЕНИЕ

Скалярный кварковый конденсат в ядерной материи может быть записан, как

$$\kappa(\rho) = \langle M | \sum_i \bar{q}^i(0) q^i(0) | M \rangle. \quad (1)$$

Здесь $|M\rangle$ – вектор основного состояния ядерной материи, ρ – плотность материи. Суммирование идет по u и d кваркам. Скалярный конденсат $\kappa(\rho)$ характеризует нарушение киральной симметрии. Он также является важной составляющей правил сумм КХД при конечной плотности.

Если материя рассматривается как нерелятивистская система невзаимодействующих нуклонов, то [1]

$$\kappa(\rho) = \kappa(0) + \kappa_N \rho; \quad \kappa_N = \left\langle N \left| \sum_i \bar{q} q \right| N \right\rangle, \quad (2)$$

где $|N\rangle$ – вектор состояния свободного нуклона в покое. Здесь и ниже обозначено $\bar{q} q = \sum_i \bar{q}^i(0) q^i(0)$. Нуклонный матричный элемент может быть выражен через сигма-член σ_N

$$\langle N | \bar{q} q | N \rangle = \frac{2\sigma_N}{m_u + m_d}, \quad (3)$$

где $m_{u,d}$ – массы легких кварков. Общепринятая величина сигма-члена, полученная из данных по πN рассеянию $\sigma_N = 45 \pm 8$ МэВ. Однако в последних экспериментах получено $\sigma_N = 66 \pm 6$ МэВ. Недавнее определение величины сигма-члена, основанное на анализе данных пионных атомов и πN рассеяния дает $\sigma_N \approx 60$ МэВ. Киральная теория возмущений в комбинации с решеточной КХД

дает сигма член в интервале от 32 до 65 МэВ (см. обзор [2], содержащий и ссылки на более ранние работы).

Рассматривая материя как нерелятивистскую систему взаимодействующих нуклонов, мы можем написать

$$\kappa(\rho) = \kappa(0) + \kappa_N \rho + S(\rho), \quad (4)$$

с вкладом $S(\rho)$, появившемся из-за взаимодействия между нуклонами. Предполагая, что взаимодействие между нуклонами обусловлено обменом мезонами μ_i , мы получаем, что $S(\rho)$ есть сумма вкладов, содержащих мезонные матричные элементы $\kappa_{\mu_i} = \langle \mu_i | \bar{q} q | \mu_i \rangle$.

В методе правил сумм КХД нуклонная масса и скалярный конденсат связаны между собой. В вакууме матричный элемент $\kappa(0) = \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle$ определяет массу нуклона в правилах сумм КХД [3–5]. В ядерной материи дираковская эффективная масса нуклона m^* определяется, главным образом, скалярным конденсатом $\kappa(\rho)$ (см. обзор [6], содержащий ссылки на более ранние публикации).

Начиная с работы [1], функция $S(\rho)$ рассматривается, как возникающая благодаря пионному облаку, и пропорциональная матричному элементу $\langle \pi | \bar{q} q | \pi \rangle$. Первые оценки опирались на вычисление фоковского однопионного обменного вклада [1], затем использовались более сложные подходы. В работе [7] было показано, что вклад $S(\rho)$ в большой мере модельно зависим. Результаты последних исследований, основанных на теории возмущений, были опубликованы в [8], где нуклоны материи рассматриваются как свобод-

ные частицы, их ферми-движение учитывается в низшем порядке по теории возмущений.

В работе [9] мы рассмотрели правила сумм КХД для конечной плотности, используя иную модель для ядерной материи. Мы предположили, что состояние $|M\rangle$ формируется взаимодействующими релятивистскими нуклонами. Благодаря самосогласованному взаимодействию они получают векторную и скалярную собственную энергию Σ_V и Σ_S , которые соответствуют векторной и скалярной структуре в дираковском уравнении для нуклона. Таким образом, нуклоны, составляющие материю, и пробный нуклон рассматриваются на равных основаниях. При определенных условиях (раздел 2) конденсат описывается формулой, аналогичной (2)

$$\kappa(\rho) = \kappa(0) + \kappa_N^{eff} \rho; \quad \kappa_N^{eff} = \left\langle N_r \left| \sum_i \bar{q}q \right| N_r \right\rangle, \quad (5)$$

где $|N_r\rangle$ вектор состояния релятивистского нуклона в среде. Нуклонный матричный элемент, таким образом, модифицируется за счет ферми-движения нуклонов и их взаимодействия. Показано, что разность $\kappa_N^{eff} - \kappa_N$ так же важна, как вклад взаимодействия $S(\rho)$, полученный в нерелятивистском приближении. Заметим, что в подходах, где материя состоит из нерелятивистских нуклонов, включение ферми-движения дается малыми поправками порядка p_F^2/m^2 , учтенными в низшем порядке по теории возмущений. В нашем подходе ферми-движение определяется параметром p_F^2/m^{*2} , который не предполагается малым. Отметим, что в [9] мы учитывали лишь двухнуклонные ($2N$) взаимодействия.

Нерелятивистский подход описывается в следующем разделе. В последующем разделе получено выражение для κ_N^{eff} . В заключительном разделе приведены выводы.

НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ РАСЧЕТЫ

Скалярный конденсат можно записать как

$$\kappa(\rho) = \left\langle M \left| \frac{\partial H}{\partial m_q} \right| M \right\rangle; \quad m_q = \frac{m_u + m_d}{2}, \quad (6)$$

где $H(x) = m_u \bar{u}(x)u(x) + m_d \bar{d}(x)d(x) + \dots$ плотность Гамильтониана КХД. Здесь точки обозначают вклады, которые не зависят от масс легких кварков m_u и m_d . Представляя $H(x) = m_q(\bar{u}(x)u(x) + \bar{d}(x)d(x)) + m_q^{(-)}(\bar{u}(x)u(x) - \bar{d}(x)d(x))\dots$, где $m_q^{(-)} = (m_u - m_d)/2$, мы приходим к (6). Теорема Гельмана–Фейнмана

позволяет связать скалярный конденсат с плотностью энергии материи E .

$$\frac{\partial E}{\partial m_q} = \left\langle M \left| \frac{\partial H}{\partial m_q} \right| M \right\rangle; \quad \kappa(\rho) = \frac{\partial E}{\partial m_q}. \quad (7)$$

Плотность материи

$$\rho = 4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} dp_i p_i^2 = \frac{2p_F^3}{3\pi^2}, \quad (8)$$

где p_F обозначает импульс Ферми и $3x$ -импульсы нуклонов материи $p_i \leq p_F$.

Рассматривая разные приближения для плотности энергии, мы получим модельно-зависимые значения конденсата.

Предполагая, что материя представляет собой релятивистский Ферми газ, получим, после вычитания вакуумного члена

$$E = E_g = 4 \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p_i) E(p_i); \quad (9)$$

$$E(p_i) = \sqrt{m^2 + p_i^2},$$

m масса свободного нуклона в покое. Нижний индекс g означает газовое приближение. Тогда

$$\kappa(\rho) = \kappa(0) + \kappa_N F_0(\rho) \rho. \quad (10)$$

Функция

$$F_0(\rho) = \frac{4}{\rho} \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p_i) \frac{m}{E(p_i)} \quad (11)$$

описывает влияние ферми-движения нуклонов на скалярный конденсат. В низшем порядке разложения по степеням p_F/m получаем $F_0 = F_0(0) = 1$.

Теперь мы включаем нуклонное взаимодействие, тогда $E \equiv E_g + E_{int}$ и

$$E_{int} = \frac{4}{\rho} \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} U_i \theta(p_F - p_i), \quad (12)$$

где U_i потенциальная энергия нуклона с импульсом p_i . Таким образом, мы получаем

$$\kappa(\rho) = \kappa(0) + \kappa_N F_0(\rho) \rho + S(\rho); \quad S(\rho) = \frac{\partial E_{int}}{\partial m_q}. \quad (13)$$

Предполагая, что нуклонное взаимодействие вызвано обменом мезонами μ_i с массами m_i , запишем

$$\frac{\partial E_{int}}{\partial m_q} = \sum_i \frac{\partial E_{int}}{\partial m_i} \frac{\partial m_i}{\partial m_q}. \quad (14)$$

Заметим, что $\partial m_i / \partial m_q = \kappa_{\mu_i} = \langle \mu_i | \bar{q}q | \mu_i \rangle$, и величина κ_{μ_i} есть число кварков и антикварков в мезоне μ_i . Поэтому мы ожидаем $\kappa_{\mu_i} \approx 2$. Пионы явля-

ются исключением: $\kappa_\pi = m_\pi/m_q \approx 12$. Поэтому только пионные вклады были включены в [1, 7, 8].

Функция F_0 в таком подходе представляет собой разложение по степеням p_F^2/m^2

$$F_0(\rho) = 1 - \frac{3p_F^2}{10m^2} + \frac{9p_F^4}{56m^4} + \dots \quad (15)$$

КОНДЕНСАТЫ В СИСТЕМЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ НУКЛОНОВ

Теперь мы рассматриваем состояние $|M\rangle$ как сформированное взаимодействующими релятивистскими нуклонами. В ходе самосогласованного взаимодействия они приобретают векторную и скалярную собственные энергии Σ_V и Σ_S , соответствующие векторным и скалярным структурам дираковского уравнения для нуклона. Мы включаем только $2N$ взаимодействия. Конденсаты $\chi(\rho)$ определены уравнением (7). Чтобы получить плотность энергии E , напишем уравнение для волновой функции нуклона с 4-импульсом p_i

$$\left(\hat{p}_i - \frac{\hat{P}}{m} \Sigma_V + m^* \right) u = 0; \quad P = (m, \vec{0}). \quad (16)$$

Биспинор u нормирован условием $\bar{u}\gamma_0 u = 1$. Энергия нуклона равна

$$p_{i0} = E(|\vec{p}_i|) = \bar{u}(p_{ij}\gamma^j + m^*)u + \Sigma_V \bar{u}\gamma_0 u, \quad (17)$$

где $m^* = m + \Sigma_S$ и Σ_V — это эффективная масса и векторная собственная энергия, p_{ij} ($j = 1, 2, 3$) пространственные компоненты 4х-вектора p_i . Для плотности энергии мы находим (здесь и ниже $p_i = |\vec{p}_i|$)

$$E = 4 \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p_i) \Phi(p_i);$$

$$\Phi(p_i) = \bar{u}(p_{ij}\gamma^j + m)u + \frac{\Sigma_V}{2} \bar{u}\gamma_0 u + \frac{\Sigma_S}{2} \bar{u}u; \quad (18)$$

$$\Sigma_S = m^* - m.$$

Здесь мы включаем только вклад $2N$ взаимодействия в Σ_V и Σ_S . Напомним, что в ядерной материи собственные энергии Σ_V и Σ_S не зависят от p_i . Используя равенства $\bar{u}u = m^*/E^*(p_i)$, $\bar{u}p_{ij}\gamma^j u = E^*(p_i)\bar{u}\gamma_0 u - m^*\bar{u}u = p_i^2/E^*(p_i)$, с

$$E^*(p_i) = \sqrt{m^{*2} + p_i^2}, \quad (19)$$

мы находим

$$E = 4 \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p_i) E^*(p_i) - \frac{\Sigma_S}{2} \rho F(\rho) + \frac{\Sigma_V}{2} \rho \quad (20)$$

с

$$F(\rho) = \frac{4}{\rho} \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \theta(p_F - p_i) \frac{m^*}{E^*(p_i)} =$$

$$= \frac{2}{\pi^2 \rho} \int_0^{p_F} dp_i p_i^2 \frac{m^*}{E^*(p_i)}. \quad (21)$$

Отметим, что $F(\rho)$ — это та же самая функция, которая связывает скалярную плотность ρ_S и ядерную плотность ρ в скалярно-векторной модели (модель Валечки) [10], где $\rho_S = F(\rho)\rho$.

Первый член в правой части (20) представляет энергию \tilde{E}_g релятивистского ферми-газа нуклонов с массой m^* . Два следующие члена выражают энергию взаимодействия \tilde{E}_{int} в скалярном и векторном канале, соответственно,

$$E = \tilde{E}_g + \tilde{E}_{int}. \quad (22)$$

Наше ключевое предположение состоит в том, что основная зависимость плотности энергии от кварковых масс заключена в нуклонной массе m . Это позволило пренебречь производными $\partial\Sigma_{S,V}/\partial m_q$, полагая $\partial m^*/\partial m_q = \partial m/\partial m_q$. Таким образом, $\partial E/\partial m_q \approx \partial \tilde{E}/\partial m_q = \kappa_N F(\rho)$, где κ_N определяется (2), а $F(\rho)$ дано формулой (21). Вместо (2) мы получаем

$$\chi(\rho) = \chi(0) + \kappa_N F(\rho) \rho, \quad (23)$$

с $\kappa_N = \langle N | \bar{q}q | N \rangle$, где $|N\rangle$, как и в уравнении (2), описывает свободные нерелятивистские нуклоны в покое.

Таким образом, мы пришли к уравнению (5) с

$$\chi^{eff}(\rho) = \kappa_N F(\rho). \quad (24)$$

Заметим, что $\chi^{eff}(\rho)$ отличается от κ_N благодаря движению нуклонов и их взаимодействиям. Действительно, полагая $p_i = 0$ в (19), получим $\chi^{eff} = \kappa_N$. А полагая $m^* = m$, т.е. $\Sigma_S = 0$, мы найдем $F(\rho) = F_0(\rho)$, где $F_0(\rho)$ определено в (11). Отклонение $F_0(\rho)$ от единицы определяется параметром $p_F^2/m^2 \ll 1$, а функции $F(\rho)$ — параметром p_F^2/m^{*2} , который не мал. Так, при эмпирической величине плотности насыщения $p_F \approx 270$ МэВ имеем $m^* \approx 550$ МэВ [10]. Мы полностью включаем зависимость $F(\rho)$ от p_F^2/m^{*2} .

Функция $F(\rho)$ зависит от нуклонной эффективной массы $m^*(\rho)$, которая может быть получена в адронных моделях. В версии правил сумм КХД, представленной в [9], правая часть уравнения для скалярного канала содержит эффективную массу $m^*(\rho)$, тогда как левая часть содержит скалярный конденсат $\chi(\rho, m^*(\rho))$. Таким обра-

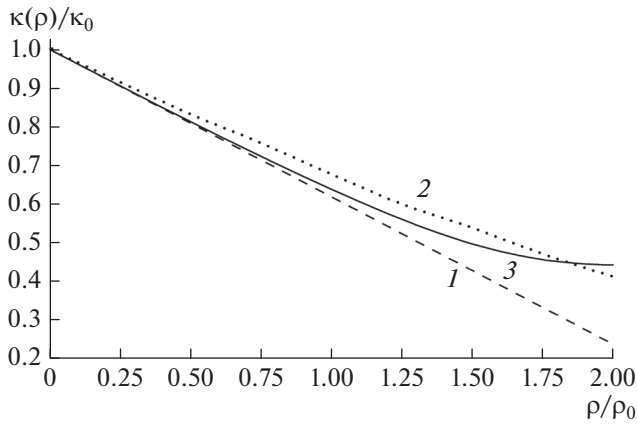


Рис. 1. Зависимость скалярного конденсата $\kappa(\rho)$ от плотности. На горизонтальной оси отложено отношение плотности ρ к эмпирической величине плотности насыщения ядерной материи $\rho_0 = 0.17 \text{ фм}^{-3}$. На вертикальной оси показано отношение $\kappa(\rho)/\kappa(0)$. Точечная кривая относится к газовому приближению. Наш результат – сплошная кривая. Штрихованная кривая – результат, полученный в [8].

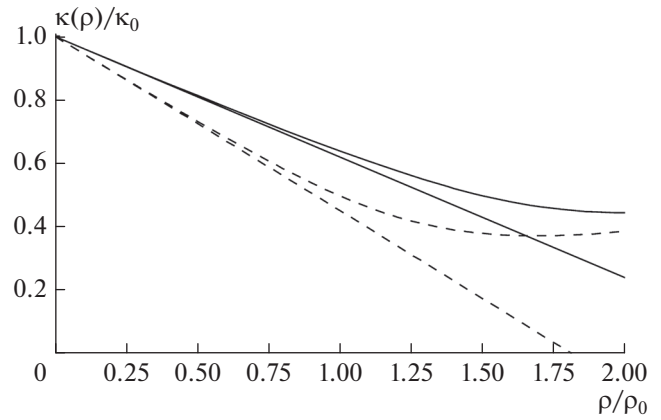


Рис. 2. Зависимость от плотности скалярного конденсата для двух величин σ_N в сравнении с газовым приближением. Сплошные кривые относятся к результатам с $\sigma_N = 45 \text{ МэВ}$. Штрихованные кривые к $\sigma_N = 65 \text{ МэВ}$. Прямые линии описывают газовое приближение при соответствующих σ_N . Остальные обозначения те же, что на рис. 1.

зом, мы приходим к самосогласованному уравнению для $m^*(\rho)$, которое было решено в [9]. Результаты работы [9] будут использованы для вычисления $\kappa(\rho)$.

Среди недавних работ по вычислению конденсата мы можем провести сравнение лишь с работой [8], где явно выделен вклад $2N$ взаимодействий. Напомним, что отправной точкой в [8] было рассмотрение материи как системы не взаимодействующих нерелятивистских нуклонов (с малыми релятивистскими поправками, включенными по теории возмущений). На рис. 1 мы представляем результаты в сравнении с работой [8]. Видно, что включение релятивистского множителя $F(\rho)$, вызванного ферми-движением нуклонов и их взаимодействием, настолько же важно, насколько включение только одного взаимодействия.

На рис. 1 приведены результаты вычислений для $\sigma_N = 45 \text{ МэВ}$. На рис. 2 мы представляем результаты для $\sigma_N = 65 \text{ МэВ}$. Можно видеть, что влияние релятивистского фактора $F(\rho)$ растет с ростом величины σ_N .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы анализируем скалярный кварковый конденсат $\kappa(\rho)$ в ядерной материи с плотностью ρ . Материя рассматривается как система релятивистских взаимодействующих нуклонов. Благодаря взаимодействию каждый нуклон получает векторную Σ_V и скалярную Σ_S собственную энергию. Мы предполагаем, что основной вклад в $\kappa(\rho)$ обусловлен за-

висимостью масс свободных нуклонов от масс кварков. Тогда мы получаем, что скалярный конденсат может быть рассмотрен, как конденсат в ферми-газе той же плотности, но состоящем из нуклонов массы $m^*(\rho)$. Конденсат $\kappa(\rho)$ выражается с помощью модифицированного газового приближения (23). Ферми-движение нуклонов и их взаимодействие меняют κ_N на эффективный нуклонный матричный элемент $\kappa^{eff}(\rho) = \kappa_N F(\rho)$. Релятивистский множитель $F(\rho)$ (21) в свою очередь зависит от $m^*(\rho)$.

Эффективная масса m^* может быть вычислена в адронной модели. Мы используем версию правил сумм КХД в системе с конечной плотностью [9]. Уравнение для скалярного канала связывает $m^*(\rho)$ с $\kappa(\rho, m^*(\rho))$, оно решено в [9]. Это позволяет вычислить $\kappa(\rho)$.

Сравнивая наш результат с расчетами в рамках киральной теории возмущений (рис. 1), мы видим, что влияние нуклонной релятивистской динамики на скалярный конденсат так же важно, как учет пионного облака в подходе с нерелятивистским ферми-газом [8].

На рис. 2 мы сравниваем влияние нуклонной динамики на $\kappa(\rho)$ для $\sigma_N = 45 \text{ МэВ}$ и $\sigma_N = 65 \text{ МэВ}$. Можно видеть, что отклонение от газового приближения увеличивается с ростом σ_N .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drukarev E.G., Levin E.M. // Nucl. Phys. A. 1990. V. 511. P. 679.

2. *Gubler P., Satow D.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2019. V. 106. P. 1.
3. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* // Nucl. Phys. B. 1979. V. 147. P. 385.
4. *Ioffe B.L.* // Nucl. Phys. B. 1981. V. 188. P. 317.
5. *Ioffe B.L., Lipatov L.N., Fadin V.S.* Quantum chromodynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010.
6. *Друкарев Е.Г., Рыскин М.Г., Садовникова В.А.* // ЯФ. 2011. Т. 74. С. 1; *Drukarev E.G., Ryskin M.G., Sadovnikova V.A.* // Phys. Atom. Nucl. 2012. V. 75. P. 34.
7. *Brockmann R., Weise W.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 367. P. 40.
8. *Goda S., Jido D.* // Phys. Rev. C. 2013. V. 88. Art. No. 065204.
9. *Drukarev E.G., Ryskin M.G., Sadovnikova V.A.* // Eur. Phys. J. A. 2019. V. 55. P. 34.
10. *Serot B.D., Walechka J.D.* // Adv. Nucl. Phys. 1986. V. 16. P. 1.

Influence of nucleon dynamics on the scalar quark condensate in nuclear matter

E. G. Drukarev^a, M. G. Ryskin^a, V. A. Sadovnikova^a, *

^a*National Research Center "Kurchatov Institute", Konstantinov Nuclear Physics Institute, Gatchina, 188300 Russia*

**e-mail: sadovnik@thd.pnpi.spb.ru*

We demonstrated that the change of the scalar quark condensate in nuclear matter caused by relativistic nucleon dynamics is at least as important as that provided the pion cloud originated by interacting nucleons.