

УДК 539.142.3

СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ, ОТВЕЧАЮЩИЕ НУЛЬЗВУКОВЫМ ВОЗБУЖДЕНИЯМ

© 2021 г. В. А. Садовникова*

Федеральное государственное бюджетное учреждение
“Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова”
Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”, Гатчина, Россия

*E-mail: sadovnik@thd.npi.spb.ru

Поступила в редакцию 24.05.2021 г.

После доработки 01.06.2021 г.

Принята к публикации 28.06.2021 г.

Рассмотрен отклик симметричной, нейтронной и асимметричной по изоспину ядерной материи на малое изовекторное внешнее поле $V_0(\omega, k)$. Показано, как отклик и структурные функции связаны с построенными ранее решениями дисперсионного нульзвукового уравнения в материи: $\omega_{si}(k)$, $i = n, p, np$.

DOI: 10.31857/S0367676521100239

ВВЕДЕНИЕ

В работе изучается линейный отклик ядерной материи на изовекторное внешнее поле. Сначала, следуя работам [1, 2], рассматриваются ветви нульзвуковых решений. Затем мы изучаем вклад в запаздывающий поляризационный оператор (функцию отклика) и в структурные функции нульзвуковых возбуждений, связанных с этими решениями.

Имеется много публикаций, описывающие разные типы откликов ядерной материи, связанных с возбуждением коллективных состояний. В работе [3] изучается изоспиновая функция отклика в асимметричной ядерной материи в широком диапазоне изменения параметра асимметрии. Показано, что длина свободного пробега нейтрино существенно зависит от асимметрии и присутствия коллективных мод. В [4] исследуется влияние различных вкладов нуклон-нуклонного взаимодействия на функции отклика ядерной материи в изовекторном внешнем поле. В работе [5] исследуются продольный и поперечный спиновый отклик в чисто нейтронной материи в широком диапазоне плотностей.

Параметр асимметрии и импульсы Ферми протонов и нейтронов определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta &= (\rho_n - \rho_p) / (\rho_n + \rho_p), \\ \rho_{Fn} &= (3\pi^2(1 + \beta)\rho/2)^{(1/3)}, \\ \rho_{Fp} &= (3\pi^2(1 - \beta)\rho/2)^{(1/3)}. \end{aligned} \quad (1)$$

В этой работе мы следуем методу, развитому в статье [6], где в рамках теории конечных ферми-

систем исследовано возбуждение гигантских дипольных резонансов в ядрах. В нашей работе рассматривается отклик на внешнее изовекторное монополюсное поле $V_0(\omega, k) = \lambda\tau_3 e^{i\vec{q}\vec{r} - i(\omega + i\eta)t}$. Форма функции отклика $\Pi^R(\omega, k)$ определяется нульзвуковыми возбуждениями. Структурная функция связана с $\Pi^R(\omega, k)$ соотношением [7, 8]

$$S(\omega, k) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\Pi^R(\omega, k)). \quad (2)$$

В работе используется эффективное взаимодействие Ландау–Мигдала между квазичастицами:

$$\begin{aligned} F_{\text{tot}}(\vec{\sigma}_1, \vec{\tau}_1; \vec{\sigma}_2, \vec{\tau}_2) = \\ = C_0(F + F'(\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2) + G(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2) + G'(\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\vec{\sigma}, \vec{\tau}$ – матрицы Паули в спиновом и изоспиновом пространстве. Нормировочный множитель: $C_0 = N^{-1} = \pi^2/p_0 m_0$, N – плотность состояний на поверхности Ферми. В предлагаемых ниже вычислениях p_0 – импульс Ферми: $p_0 = 0.268$ ГэВ, $m_0 = 0.94$ ГэВ. Функция отклика на изовекторное внешнее поле в асимметричной ядерной материи (АЯМ) определяется выражением [4]:

$$\begin{aligned} \Pi^R(\omega, k) = \Pi^{pp}(\omega, k) + \Pi^{nn}(\omega, k) - \\ - \Pi^{pn}(\omega, k) - \Pi^{np}(\omega, k). \end{aligned} \quad (4)$$

В [6] построена матрица для эффективных полей, возбужденных в АЯМ внешним изовекторным дипольным полем. Переписывая эту мат-

рицу для запаздывающих поляризационных операторов $\Pi^{\tau\tau'}(\omega, k)$ во внешнем изовекторном монополюсном поле [9], мы получим для Π^{pp} и Π^{np} следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}\Pi^{pp} &= A^p + A^p F^{pp} \Pi^{pp} + A^p F^{pn} \Pi^{np}, \\ \Pi^{np} &= A^n F^{np} \Pi^{pp} + A^n F^{nn} \Pi^{np}\end{aligned}\quad (5)$$

где вершины взаимодействия частично-дырочных (ph) пар определяются силовыми константами (3):

$$F^{pp} = F^{nn} = F + F', \quad F^{pn} = F^{np} = F - F'. \quad (6)$$

Функции $A^\tau(\omega, k)$ являются функциями Мигдала и имеют вид

$$\begin{aligned}A^p &= A^p(\omega, k) + A^p(-\omega, k), \\ A^n &= A^n(\omega, k) + A^n(-\omega, k), \\ A^\tau(\omega, k) &= -2 \frac{m^3}{4\pi^2 k^3} \left(\frac{a^2 - b_\tau^2}{2} \ln \left(\frac{a + b_\tau}{a - b_\tau} \right) - ab_\tau \right),\end{aligned}\quad (7)$$

где $\tau = p, n$; $a = \omega - \frac{k^2}{2m}$, $b_\tau = \frac{kp_{F\tau}}{m}$. Для дальнейшего важно то, что $A^\tau(\omega, k)$ содержат логарифмические функции с разрезами [1].

Вводя матрицу M , мы переписываем систему (5) для Π^{pp} и Π^{np} в матричном виде.

$$\begin{aligned}M \begin{pmatrix} \Pi^{pp} \\ \Pi^{np} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A^p \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{где} \\ M &= \begin{pmatrix} (1 - A^p F^{pp}) & -A^p F^{pn} \\ -A^n F^{np} & (1 - A^n F^{nn}) \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (8)$$

Решая систему уравнений (8), получим для $\Pi^{\tau\tau'}(\omega, k)$ следующие аналитические выражения:

$$\begin{aligned}\Pi^{pp} &= \frac{A^p(1 - A^n F^{nn})}{\det(M)} \equiv \frac{D^{pp}}{\det(M)}, \\ \Pi^{np} &= \frac{A^n A^p F^{pn}}{\det(M)} \equiv \frac{D^{np}}{\det(M)}.\end{aligned}\quad (9)$$

Заменяя в (9) $p \leftrightarrow n$, получаем выражения для Π^{nn} и Π^{pn} . Знаменатель одинаков во всех $\Pi^{\tau\tau'}(\omega, k)$.

Дальше мы построим $\Pi^{\tau\tau'}(\omega, k)$ как сингулярные функции с полюсами в нулях знаменателя. Запишем выражение для полного изовекторного поляризационного оператора (см. (4)) в виде

$$\Pi^R = \Pi^{pp} + \Pi^{nn} - \Pi^{pn} - \Pi^{np} = \frac{D^{iv}}{E(\omega, k)},$$

где $D^{iv} = D^{pp} + D^{nn} - D^{pn} - D^{np}$ и $E(\omega, k) = \det(M)$. Приравняв знаменатель нулю: $E(\omega, k) = 0$, мы

получим дисперсионное уравнение, которое определяет частоты нульзвуковых возбуждений и максимумы в структурных функциях. Раскрывая $\det(M)$ в выражении (8), получаем дисперсионное уравнение $E(\omega, k) = \det(M) = 0$ в следующем виде:

$$\begin{aligned}E(\omega, k) &= (1 - F^{nn} A^n(\omega, k))(1 - F^{pp} A^p(\omega, k)) - \\ &- (A^p(\omega, k) F^{pn})(A^n(\omega, k) F^{np}) = 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Это выражение можно переписать через константы эффективного квазичастичного взаимодействия (4), (6) как

$$\begin{aligned}1 - C_0(F + F')A^p - C_0(F + F')A^n + \\ + 4FF' C_0^2 A^p A^n = 0.\end{aligned}\quad (11)$$

Для этого уравнения в АЯМ получены три ветви решений $\omega_{st}(k)$, $\tau = p, n, np$. В симметричной ядерной материи (СЯМ) выражение (10) сводится к

$$E(\omega, k) = (1 - C_0 F A(\omega, k))(1 - F' A(\omega, k)) = 0. \quad (12)$$

Здесь $A = A^p + A^n$. Факторизация $E(\omega, k)$ означает, что в симметричной материи есть два независимых уравнения. Одно описывает изоскалярные возбуждения, возникающие за счет ph взаимодействия F , а другое — изовекторные возбуждения, возникающие за счет взаимодействия F' (3). Факторизация (12) говорит о том, что изоскалярные и изовекторные возбуждения не взаимодействуют в симметричной материи. В дальнейших вычислениях мы полагаем $F = 0$.

Мы получили в СЯМ две ветви решений $\omega_s(k)$ и $\omega_{s1}(k)$ [1].

В нейтронной материи протонный импульс Ферми равен нулю $p_{Fp} = 0$ и функция A^p обращается в нуль. Тогда (10) сводится к

$$E(\omega, k) = 1 - C_0 F' A^n = 0. \quad (13)$$

В нейтронной материи получена одна ветвь решений $\omega_{sn}(k)$. Здесь нейтронная материя рассматривается не как β -стабильная ядерная материя, а как материя, состоящая только из нейтронов.

РЕШЕНИЯ ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Решения (10) представлены в [1, 2]. Здесь мы изучаем вклад этих решений в функцию отклика и в структурную функцию. В ядрах мнимые части полученных решений отвечают ширинам полупрямого распада возбужденных состояний. В ядерной материи мнимые части полученных решений обусловлены выходом из коллективизации возбужденного состояния части ph пар за счет смешивания с невзаимодействующими ph парами. Для получения решений мы рассматриваем дисперсионные урав-

нения (10)–(13) на комплексной плотности частот. Функции $A^\tau(\omega, k)$ (7) содержат логарифмические функции. Логарифмические разрезы определяются энергиями невзаимодействующих ph пар (ph -мода). При малых k дисперсионные уравнения имеют вещественные коллективные нульзвуковые решения. С ростом k происходит перекрытие коллективного решения и разреза. В дальнейшем решения уходят под логарифмический разрез на нефизический лист и приобретают мнимую часть. В (10) входят функции $A^p(\omega, k)$, $A^p(-\omega, k)$ и $A^n(\omega, k)$, $A^n(-\omega, k)$ имеющие разрезы, отвечающие протонным и нейтронным свободным ph парам. Мы полагаем, что решение, уходящее под разрез функции $A^p(\omega, k)$ приобретает мнимую часть из-за смешивания со свободными протонными ph парами. Если остальные $A^\tau(\omega, k)$ вычисляются на физическом листе, то мы считаем, что при $\omega > 0$ протонный канал открыт, а нейтронный закрыт. В ядре затухание этих решений соответствует испусканию протонов. Эти решения обозначены $\omega_{sp}(k)$. Рассуждая аналогично, когда открыт нейтронный канал (т.е. мы строим решение на нефизическом листе функции $A^n(\omega, k)$), мы получаем решения $\omega_{sn}(k)$, затухающее за счет испускания нейтронов. В случае, когда открыты как протонный, так и нейтронный каналы, мы получаем ветвь решений $\omega_{snp}(k)$. Мнимая часть этого решения соответствует (в ядре) испусканию нуклона, изоспин которого не определяется в нашей модели.

Заметим, что при тех k , при которых имеются комплексные решения на нефизических листах, не удастся найти решения уравнения (10) в том случае, если все $A^\tau(\omega, k)$ расположены на физическом листе.

ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ

Представим структурную функцию как сумму по трем процессам, отвечающим полученным решениям:

$$S(\omega, k) = \sum_l S_l(\omega, k) \quad (14)$$

$l = n, p, np$. Выразим $\Pi^R(\omega, k)$ (4), (9) в виде суммы по полюсам, которые являются нулями дисперсионного уравнения (10) $E(\omega, k) = 0$:

$$\frac{1}{E(\omega, k)} = \sum_l \frac{R_l(\omega_{sl}, k)}{\omega - \omega_{sl}(k)} + \text{Reg}_l(\omega, k).$$

Здесь $\text{Reg}_l(\omega, k)$ – гладкая функция в районе полюсов. Вычеты $R_l(\omega_{sl}, k)$ в полюсах вычисляются на тех же нефизических листах, где распо-

ложены полюса. Мы обозначили: $E'(\omega_{sl}(k)) = dE(\omega, k)/d\omega|_{\omega = \omega_{sl}}$.

$$R_l(\omega_{sl}, k) = \frac{1}{E'(\omega_{sl}(k))} = \frac{\text{Re}(E') - I \text{Im}(E')}{|E'|^2},$$

Поляризационный оператор (функция отклика в [7, 8]) имеет вид

$$\Pi^R(\omega, k) = \sum_l D^{iv}(\omega, k) \left(\frac{R_l(\omega_{sl}, k)}{\omega - \omega_{sl}(k)} + \text{Reg}_l \right).$$

Структурная функция может быть представлена как сумма полюсного и регулярного вкладов: $S(\omega, k) = S^e(\omega, k) + S^{reg}(\omega, k)$. Функция $S^e(\omega, k)$ обозначает сумму полюсных членов

$$S^e(\omega, k) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} D^{iv}(\omega, k) \sum_l \left(\frac{R_l(\omega_{sl}, k)}{\omega - \omega_{sl}(k)} \right). \quad (15)$$

Функция $S^{reg}(\omega, k)$ не содержит полюсные члены, но в нее входят, например, вклады, которые в ядрах отвечают вкладам от прямых реакций, т.е. внешнее поле выбивает нуклоны без образования коллективной моды. Здесь мы рассматриваем только полюсные вклады.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчеты выполнены при равновесной плотности $\rho_0 = 0.17 \text{ фм}^{-3}$, при величине $F' = 1.0$ и массе квазичастиц $m = 0.8m_0$.

На рис. 1 показаны результаты для симметричной материи. Приведены ветви решений и структурные функции, отвечающие этим решениям при $k/p_0 = 0.2, 0.6$. На рис. 1а представлены ветви решений: $\omega_s(k)$ и $\omega_{s1}(k)$. Нульзвуковые ветви решений $\omega_s(k)$ вещественны при малых k и обозначают обычный нульзвук. С ростом k , при $k = k_l$, возникает перекрытие стабильных решений с ph -модой, $k_l(\beta = 0) = 0.34p_0$. При больших k ветвь $\omega_s(k)$ уходит на нефизический листы как функции $A^p(\omega, k)$, так и функции $A^n(\omega, k)$ и становится комплексной [1, 2]. Второе решение $\omega_{s1}(k)$ находится на нефизическом листе или $A^p(\omega, k)$, или $A^n(\omega, k)$. Оно начинается при $k = k_c$, $k_c = 0.52p_0$.

На рис. 1б имеется один бесконечный пик при $k/p_0 = 0.2$, отвечающий вещественному решению $\omega_s(k = 0.2/p_0)$, решение $\omega_{s1}(k)$ отсутствует. А при $k/p_0 = 0.6$ представлены уже два решения и им соответствуют два максимума на рис. 1б. Ширины максимумов $S^e(\omega, k)$ возникли благодаря мнимым частям $\omega_s(k)$ и $\omega_{s1}(k)$.

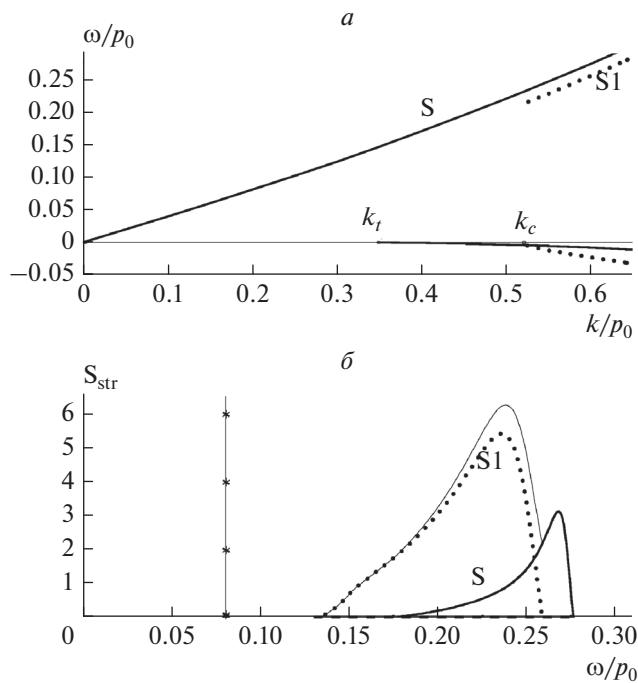


Рис. 1. Симметричная ядерная материя $\beta = 0$. $\omega_s(k)$ (сплошная кривая, значок “S”); $\omega_{s1}(k)$ (точечная кривая, значок “S1”) (a). Показан вклад полюсных членов в структурную функцию $S_l(\omega, k)$ (15), $l = s, s1$. Кривые со звездочками построены для $k/p_0 = 0.2$; остальные для $k/p_0 = 0.6$ (б). При $\omega > 0$ ($\omega < 0$) показаны реальные (мнимые) части решений $\omega_i(k)$. Тонкая сплошная кривая – огибающая полюсных слагаемых $S^e(\omega, k)$ (15). На рисунках обозначено $S_{str} = 10^3 S^e(\omega, k) \text{ МэВ}^{-1} \text{ фм}^{-3}$.

На рис. 2а приведены ветви решений в АЯМ с параметром асимметрии $\beta = 0.2$: $\omega_{sn}(k)$, $\omega_{sp}(k)$ и $\omega_{snp}(k)$. Видно, что решения появляются при разных значениях k . При $k/p_0 = 0.2$ получено два решения $\omega_{sn}(k)$, $\omega_{sp}(k)$. На рис. 2б линия со звездочками имеет два максимума в $S^e(\omega, k = 0.2p_0)$, отвечающие этим решениям. Левый соответствует решению $\omega_{sp}(k = 0.2p_0)$ (его ширина (в ядрах) определяется испусканием протонов), а правый – $\omega_{sn}(k = 0.2p_0)$, ширина определяется испусканием нейтронов.

При $k/p_0 = 0.6$ на рис. 2а видим три решения, а на рис. 2б – три максимума, соответствующие этим решениям. Цифрой 1 обозначен максимум, отвечающий решению $\omega_{sn}(k = 0.6p_0)$, затухающий за счет испускания нейтронов (ширина определяется мнимой частью $\omega_{sn}(k = 0.6p_0)$). Цифрой 2 обозначен максимум, отвечающий $\omega_{sp}(k = 0.6p_0)$.

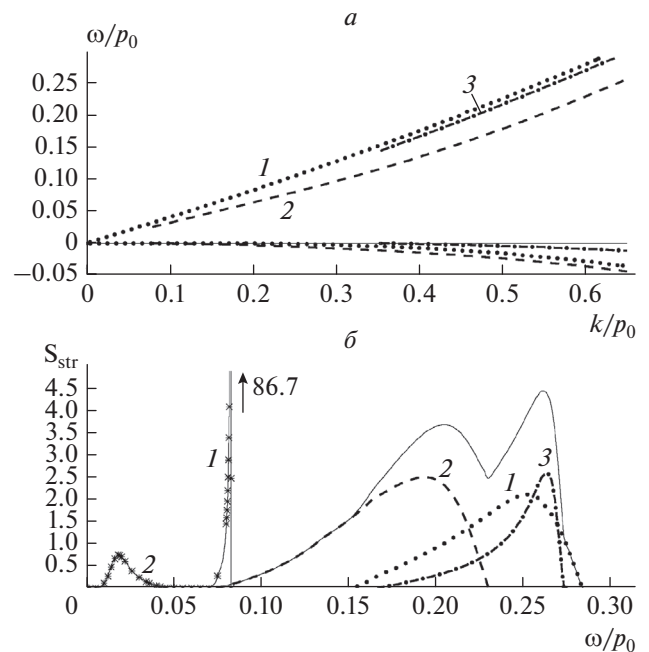


Рис. 2. Асимметричная ядерная материя $\beta = 0.2$. $\omega_{sn}(k)$ (точечная кривая 1), $\omega_{sp}(k)$ (штрихованная кривая 2), $\omega_{snp}(k)$ (штрих-пунктир 3) (a). Вклады полюсов в структурные функции при $k = 0.2p_0$ (звездочки) и $k = 0.6p_0$ (б). Вклады полюсов обозначены такими же кривыми и цифрами 1, 2, 3, как и ветви решений $\omega_{si}(k)$ на а, дающие эти полюса (15).

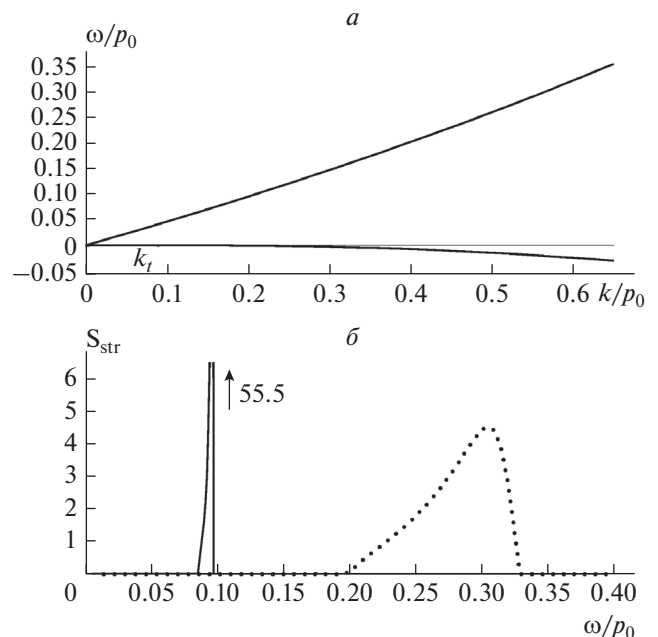


Рис. 3. Нейтронная материя $\beta = 1.0$. Ветвь $\omega_{sn}(k)$ (a). Вклад в структурную функцию (б). Сплошная кривая – вклад полюса $\omega_{sn}(k = 0.2p_0)$, точки – $\omega_{sn}(k = 0.6p_0)$. Остальные обозначения те же, что на рис. 1.

Цифрой 3 обозначен максимум, соответствующий $\omega_{sn}(k = 0.6p_0)$.

В нейтронной материи имеет одно решение $\omega_{sn}(k)$ и структурная функция содержит один максимум, $k_t(\beta = 1) = 0.09p_0$. Результат приведен на рис. 3. При $k/p_0 = 0.2$ $\omega_{sn}(k)$ имеет малую ширину (рис. 3а), что соответствует высокому пику на рис. 3б, а при $k/p_0 = 0.6$ мнимая часть $\omega_{sn}(k)$ увеличилась, и пик изменил форму.

В дальнейшем планируется этот метод применить к конкретным ядрам, однако при этом возникает множество дополнительных вопросов, например, о проникаемости кулоновского барьера и влиянии формы ядра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Садовникова В.А., Соколов М.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 10. С. 1331; Sadovnikova V.A., Sokolov M.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 10. P. 1196.
2. Садовникова В.А., Соколов М.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 8. С. 1069; Sadovnikova V.A., Sokolov M.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 8. P. 981.
3. Lipparini E., Pederiva F. // Phys. Rev. C. 2016. V. 94. Art. No. 024323.
4. Pastore A., Davesne D., Navarro J. // Phys. Rep. 2015. V. 563. P. 1.
5. Riz L., Pederiva F., Gandolfi S. // J. Phys. G. 2020. V. 47. Art. No. 04516.
6. Migdal A.B., Zaretsky D.F., Lushnikov A.A. // Nucl. Phys. A. 1965. V. 66. P. 193.
7. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматлит, 1962.
8. Lipparini E. Modern many-particle physics. World Scientific, 2003.
9. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
10. Sadovnikova V. A. // ArXiv: 2004.04971. 2020.

Structure functions generated by zero sound excitations

V. A. Sadovnikova*

National Research Center "Kurchatov Institute", Konstantinov Nuclear Physics Institute, Gatchina, 188300 Russia

*e-mail: sadovnik@thd.pnpi.spb.ru

The response of the symmetric, asymmetric and neutron nuclear matter to the small isovector external field $V_0(\omega, k)$ is considered. It is shown how the response and structure functions are connected with the found before solutions of the dispersion zero sound equations in nuclear matter: $\omega_{si}(k), i = n, p, np$.