НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 623.46.017

ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ОБРАЗЦА ПО МАЛОЙ ВЫБОРКЕ БЕЗОТКАЗНЫХ ОПЫТОВ

А. В. Смирнов[1], Б. А. Белобрагин[1], Б. А. Авотынь[1], А. С. Левин[1],*

[1]Научно-производственное объединение “СПЛАВ” им. А.Н. Ганичева, Тула, Россия

**e-mail: levin.as@splavtula.ru*

Поступила в редакцию 13.09.2021 г.
После доработки 23.10.2022 г.
Принята к публикации 20.12.2022 г.

Обсуждаются апостериорные оценки параметра надежности, полученные на основе математического ожидания параметра и дисперсии, вычисленных по результатам ограниченного количества опытов, проведенных по схеме Бернулли, с учетом дополнительной информации. Новизна полученных результатов содержится в прогнозах точности оценки показателя надежности в зависимости от метода учета априорной информации в дополнение к ограниченному количеству безотказных опытов. Область применения полученных результатов: оценки показателей надежности неремонтируемого высоконадежного образца однократного действия по малому количеству опытов с привлечением априорной информации.

Ключевые слова: надежность, теорема Байеса, метод моментов, метод максимального правдоподобия

DOI: 10.31857/S0235711923020098, **EDN:** COTZOM

Проведение определительных [1] натурных испытаний для оценки показателей надежности высоконадежных образцов очень затратно ввиду известного парадокса [2], согласно которому, чем выше показатель надежности изделия, тем сложнее его подтвердить. В этом случае, применяют расчетно-экспериментальные методы оценки показателей надежности с использованием априорной информации, позволяющие оценить надежность изделия по малому количеству опытов.

Выбор статистик, с помощью которых оцениваются показатели надежности, обусловлен причинами, лежащими за рамками настоящей статьи. Полагаем их обоснованными и включающими математическое ожидание и дисперсию.

Наполнение понятий “априорная или дополнительная информация”, “малое число наблюдений или малая выборка”, “точность оценки” и др. приведены в ГОСТ 27.201-81 [3].

Известные методы конструирования апостериорной оценки включают метод моментов, метод максимального правдоподобия, Байесовскую оценку и другие. Первые три получили наибольшее распространение. В современном зарубежном учебнике по теории вероятностей и математической статистике [4] специализированная глава 7 посвящена “наиболее распространенным методам оценки: методу моментов, методу максимального правдоподобия и Байесовским оценкам”. В современном отечественном учебном пособии [5] методы моментов, максимального правдоподобия и Байесовские оценки рассматриваются наряду с методом подстановки (с оговоркой о сложностях его использования) и методом выборочных квантилей. То есть современные воззрения на классификацию методов объединения текущей и априорной информации мало изменились по сравнению с [6]: 1) методы, использующие рандомизацию искомого показателя надежности и теорему Байеса; 2) метод линейного объединения несмещенных оценок надежности по критерию минимума дисперсии; 3) метод выделения главной части.

На форуме [7], посвященном проблемам реализации статистических методов на практике, вопросы сравнения точности и эффективности методов моментов и наибольшего правдоподобия на вопрос о научных статьях, содержащих сравнение этих методов, дается ссылка на работы Фишера 1920-х годов. Причина такого положения дел кроется в том, что каждый метод позволяет учитывать информацию вполне определенного типа [6, 8]. Поэтому последние опубликованные научные труды в основном посвящены повышению точности определенного метода для конкретных условий или повышению эффективности самой оценки точности апостериорного прогноза. Например, в работах [9, 10] рассмотрен метод наибольшего правдоподобия и обсуждаются математические выражения, определяющие эффективность оценки параметра этим методом. В [11] предлагается использовать метод моментов для оптимизации функции логарифмического правдоподобия, как заготовку для использования метода наибольшего правдоподобия.

Сравнение точности методов при контроле серийных партий изделий по критериям величин вероятностей пропуска дефектов и вероятности ложной тревоги (когда выводы, сделанные на основе выборочных данных переносятся на всю совокупность) рассматривается в работе [10]. При этом делается вывод, что наименьшую величину среднего риска принятия неправильного решения обеспечивает метод наибольшего правдоподобия.

Вопрос сравнения метода моментов и метода максимального правдоподобия рассматривается в большом количестве литературы [12—17] как через “призму” технических, так и экономических дисциплин. В диссертационной работе [15] сравниваются общепринятый метод моментов и предлагаемый в диссертации метод максимального правдоподобия. Показывается, что оценки параметров по методу максимального правдоподобия в моделях краткосрочных процентных ставок позволяют получить более точные оценки, согласно критерию смещения и меньшей дисперсии, что говорит о том, что метод максимального правдоподобия заслуживает большего внимания в теоретической разработке и имеет перспективу применения в регрессионных моделях по краткосрочной процентной ставке.

Статья [16] исследует оценки, полученные с использованием методов моментов и максимального правдоподобия в регрессионных моделях с гетероскедастичными (обладающими неравномерной дисперсией) данными. Показано, что применение метода моментов позволяет добиться меньшего смещения оценок параметров нежели с использованием метода максимального правдоподобия.

В обзорной работе [17] обсуждаются интервальные статистики. Показывается, что в теории оценок метод максимального правдоподобия обычно лучше (в смысле асимптотической дисперсии), чем метод моментов. Однако, существуют случаи в интервальной статистике, когда метод моментов дает лучшие результаты, например, при оценке параметров гамма-распределения. Правда эти и другие работы не затрагивают оценки показателей по малому числу опытов.

Сравним методы моментов, максимального правдоподобия и Байесовских оценок. За критерий сравнения методов примем точность апостериорной оценки. Мерой точности является разброс значений оценки относительно истинного значения параметра. Для несмещенных оценок обычно пользуются теоремой Рао—Крамера [4], полагая, что лучшая оценка является несмещенной оценкой с равномерно минимальной дисперсией (которая в иностранной литературе обычно обозначается как *UMVUE* [4]).

Однако: 1) для несмещенных оценок U и V случайной величины λ U может обладать меньшей, чем V среднеквадратической ошибкой для некоторых наблюдаемых значений θ случайной величины λ, в то время как V имеет меньшую среднеквадратическую ошибку для других значений θ, так, что никакая оценка не будет однородно лучшей, чем другая; 2) часто мы не можем построить несмещенные оценки (в частности Байесовские или с использованием метода моментов). Иногда оценки являются лишь асимптотически несмещенными и состоятельными. Поэтому в качестве рабочего инструмента решения поставленной задачи в настоящей статье предложено рассматривать суммарную ошибку прогноза, включая в нее и среднеквадратическое отклонение оценки и смещение оценки.

Таким образом, предметом рассмотрения в настоящей статье является вопрос о допустимости и целесообразности использования апостериорных оценок, полученных с помощью рассматриваемых методов, для конкретного случая оценки показателей надежности высоконадежного образца с вероятностью безотказной работы 0.95 и более при его экспериментальной отработке по биномиальной схеме в условиях малого количества в пределах 15 безотказных экспериментов с привлечением дополнительной информации.

В анализируемой, наиболее часто используемой группе методов, описание которых можно найти в [12—14], полагается, что неизвестный показатель надежности P находится в некотором интервале и каждому возможному значению P соответствует определенное значение плотности вероятности $f(P)$. После проведения текущего испытания вероятность гипотез изменяется. Согласно Байесу выражение для условной плотности вероятности показателя P при некотором опытном значении $\hat{P}$ имеет вид

$$f(P/\hat{P}) = \frac{f(P)f(\hat{P}/P)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(P)f(\hat{P}/P)dP},$$

где $f(\hat{P}/P)$ – условная плотность вероятности опытного значения искомого показателя надежности $\hat{P}$ при истинном его значении, равном P.

В функции $f(P/\hat{P})$ сосредоточены статистическая информация, полученная в ходе текущего исследования, и априорная информация, содержащаяся в $f(P)$. Зная условную плотность распределения $f(P/\hat{P})$, можно оценить искомый показатель надежности на основе априорной информации о надежности и информации, полученной в ходе текущего исследования.

Сравним точность использования двух методов использования функции $f(P/\hat{P})$ для оценки показателей надежности высоконадежных неремонтируемых образцов однократного применения: метода моментов и метода максимального правдоподобия. Каждый метод имеет ограниченную область применения и позволяет учитывать априорную информацию вполне определенного вида [6, 18].

1. Метод моментов предложен в 1894 г. Карлом Пирсоном, основывается на том, что первый теоретический момент для оцениваемых параметров приравнивают к эмпирическому [19].

Если оцениваемым параметром является вероятность безотказной работы P, а испытания проводятся по схеме Бернулли, описываемому биноминальным распределением

$$P_{N,m} = \binom{N}{m} P^{N-m}(1-P)^m, \tag{1}$$

где P – вероятность безотказной работы изделия, параметр распределения; $P_{N,\,m}$ – вероятность того, что в N испытаний произошло m отказов; $\binom{N}{m} = \dfrac{N!}{m!(N-m)!}$ – число сочетаний из N по m, то первый теоретический момент ν_1 определится как математическое ожидание величины P [20]

$$\nu_1 = M\{P\} = \int_0^1 f(P\,|\,\hat{P}) \cdot PdP, \tag{2}$$

где $f(P\,|\,\hat{P})$ – условная плотность вероятности случайной величины P при некотором опытном значении $\hat{P}$.

Первый эмпирический момент ν_1^* для случайной величины P будет

$$\nu_1^* = \frac{1}{N}\sum_i^N P_i.$$

Полагая, что P для каждого образца приблизительно одинакова, получаем

$$\nu_1^* = \frac{1}{N}\sum_i^N P_i = \frac{NP}{N} = P. \tag{3}$$

В данном случае математическое ожидание случайной величины $M\{P\}$ одновременно является оценкой случайной величины $\hat{P}_o$ [20].

Согласно методу моментов из (2) и (3) и получим

$$P = \hat{P}_o = \int_0^1 f(P\,|\,\hat{P}) \cdot PdP, \tag{4}$$

Формула Байеса для условной плотности вероятности случайной величины P при некотором опытном значении $\hat{P}$ [6] имеет вид

$$f(P\,|\,\hat{P}) = \frac{f(P)f(\hat{P}\,|\,P)}{\int_0^1 f(P)f(\hat{P}\,|\,P)dP}. \tag{5}$$

Для дискретной случайной величины $f(\hat{P}\,|\,P) = P_{N,m}$ [6]. Подставим в (5) выражение (1)

$$f(P\,|\,\hat{P}) = \frac{f(P)\binom{N}{m}P^{N-m}(1-P)^m}{\int_0^1 f(P)\binom{N}{m}P^{N-m}(1-P)^m dP} = \frac{f(P)P^{N-m}(1-P)^m}{\int_0^1 f(P)P^{N-m}(1-P)^m\,dP}. \tag{6}$$

Воспользуемся гипотезой о том, что плотность вероятности случайной величины P равномерно распределена на интервале от P_b до 1 (метод рандомизации)

$$f(P) = \begin{cases} 0, & 0 < P < P_b, \\ \dfrac{1}{1-P_b}, & P_b \le P \le 1. \end{cases} \tag{7}$$

Подставим (6) в (2) в рамках гипотезы (7), учитывая, что при наличии априорных данных об известном P_b, нижний предел случайной величины P сместится от 0 к P_b.

$$\hat{P}_o = \int_{P_b}^{1} P \frac{f(P)P^{N-m}(1-P)^m}{\int_{P_b}^{1} f(P)P^{N-m}(1-P)^m\,dP} dP = \int_{P_b}^{1} \frac{f(P)P^{N-m+1}(1-P)^m}{\int_{P_b}^{1} f(P)P^{N-m}(1-P)^m\,dP} dP.$$

Выражение в знаменателе дроби – константа, следовательно, выражение для $\hat{P}_o$ можно записать в виде

$$\hat{P}_o = \frac{\int_{P_b}^{1} f(P)P^{N-m+1}(1-P)^m\,dP}{\int_{P_b}^{1} f(P)P^{N-m}(1-P)^m\,dP},$$

или с учетом гипотезы (7)

$$\hat{P}_o = \frac{\int_{P_b}^{1} \frac{1}{1-P_b} P^{N-m+1}(1-P)^m\,dP}{\int_{P_b}^{1} \frac{1}{1-P_b} P^{N-m}(1-P)^m\,dP} = \frac{\int_{P_b}^{1} P^{N-m+1}(1-P)^m\,dP}{\int_{P_b}^{1} P^{N-m}(1-P)^m\,dP}. \tag{8}$$

Запишем выражение для безотказной ($m = 0$) серии N опытов

$$\hat{P}_o = \frac{\int_{P_b}^{1} P^{N-0+1}(1-P)^0\,dP}{\int_{P_b}^{1} P^{N-0}(1-P)^0\,dP} = \frac{1-P_b^{N+2}}{N+2}\frac{N+1}{1-P_b^{N+1}},$$

или в общепринятом виде [3]

$$\hat{P}_o = \frac{N+1}{N+2}\frac{1-P_b^{N+2}}{1-P_b^{N+1}}. \tag{9}$$

Смещение Δ оценки $\hat{P}_o$ при безотказных опытах определяется как

$$\Delta = M\{P\} - P = \frac{N+1}{N+2}\frac{1-P_b^{N+2}}{1-P_b^{N+1}} - P. \tag{10}$$

При этом будем иметь в виду, что при применении других гипотез об априорной плотности распределения случайной величины P, поведение смещения оценки может меняться. Рекомендации иных способов учета априорной информации изложены в статье [18].

Дисперсия апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$

$$D_{\hat{P}_o} = \int_{P_b}^{P_t} P^2 f(P|\hat{P})dP - \hat{P}_o^2,$$

иначе

$$D_{\hat{P}_o} = \frac{N+1}{N+3}\frac{1-P_b^{N+3}}{1-P_b^{N+1}} - \left(\frac{N+1}{N+2}\frac{1-P_b^{N+2}}{1-P_b^{N+1}}\right)^2. \tag{11}$$

2. Метод максимального правдоподобия. Основу метода составляет нахождение корней уравнения (12), которые максимизируют функцию правдоподобия (13)

$$\frac{\partial L}{\partial P} = 0; \tag{12}$$

$$L = f(P|\hat{P}). \tag{13}$$

Согласно методу рандомизации

$$P = F(P') = \frac{P' - P_b}{1 - P_b}, \tag{14}$$

где P' – апостериорная вероятность безотказной работы.

Подставим (7) и (14) в (6) и получим

$$f(P|\hat{P}) = \frac{\left(\frac{P'-P_b}{1-P_b}\right)^{N-m}\left(\frac{1-P'}{1-P_b}\right)^{m}}{\int\limits_{P_н}^{1}\left(\frac{P'-P_b}{1-P_b}\right)^{N-m}\left(\frac{P'-P_b}{1-P_b}\right)^{m} dP'},$$
$$f(P|\hat{P}) = \frac{(P'-P_b)^{N-m}(1-P')^{m}}{\int\limits_{P_b}^{1}(P'-P_b)^{N-m}(1-P')^{m}\, dP'}. \tag{15}$$

При безотказных испытаниях

$$f(P|\hat{P}) = \frac{(P'-P_b)^{N-0}(1-P')^{0}}{\int\limits_{P_b}^{1}(P'-P_b)^{N-0}(1-P')^{0}\, dP'} = \frac{(P'-P_b)^{N}}{\int\limits_{P_b}^{1}(P'-P_b)^{N}\, dP'}.$$

Найдем интеграл в знаменателе

$$\int\limits_{P_b}^{1}(P'-P_b)^{N}\, dP' = \int\limits_{0}^{1-P_b}(P'-P_b)^{N}\, d(P'-P_b) = \frac{(1-P_b)^{N+1}}{N+1},$$
$$f(P|\hat{P}) = \frac{(N+1)(P'-P_b)^{N}}{(1-P_b)^{N+1}}. \tag{16}$$

Найдем решение уравнения (13)

$$\frac{\partial \frac{(N+1)(P'-P_b)^{N}}{(1-P_b)^{N+1}}}{\partial P'} = 0,$$

$$\frac{N(N+1)(P'-P_b)^{N-1}}{(1-P_b)^{N+1}} = 0.$$

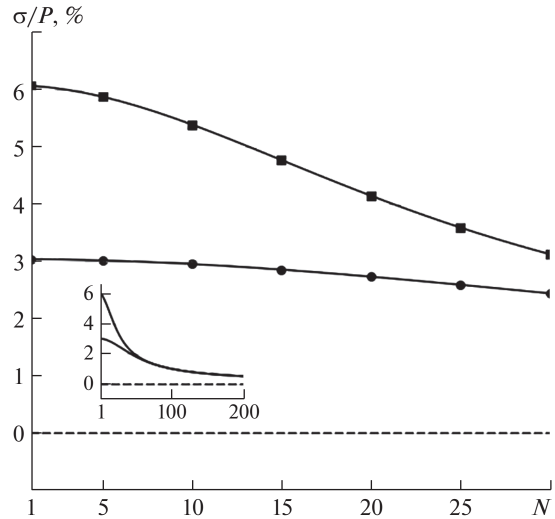

Рис. 1. Среднеквадратические отклонения апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода моментов (сплошная линия) и метода максимального правдоподобия (пунктирная линия для $P_b = 0.8$ и $P_b = 0.9$). Отметки "квадратом" соответствуют $P_b = 0.8$; "точками" – $P_b = 0.9$.

Для первого уравнения при безотказных опытах существует очевидный корень

$$\hat{P}_o = P_b.$$

Таким образом, методу максимального правдоподобия присуще смещение оценки в случае безотказного числа опытов

$$\Delta = M\{P\} - P = P_b - P.$$

Дисперсия апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода максимального правдоподобия [6]

$$D_{\hat{P}_o} = \frac{\left(\hat{P}_o - P_b\right)\left(1 - \hat{P}_o\right)}{N}.$$

Проследим за изменением количественных апостериорных оценок раздельно по критерию минимума интервальной оценки (precision) и критерию смещения оценки.

На рис. 1 представлены среднеквадратические отклонения $\sigma = \sqrt{D_{P_o}}$ апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$ в процентах от теоретически прогнозируемой величины P, полученной с использованием метода моментов и метода максимального правдоподобия, в зависимости от количества опытов при теоретическом прогнозе $P = 0.95$. На основной график (этого и всех последующих рисунков) наложен график в уменьшенном масштабе, позволяющий проследить асимптотичность зависимости.

Сопоставление среднеквадратических отклонений апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$ (рис. 1), полученной с использованием метода моментов и метода максимального правдоподобия, показывает, что отклонение апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода максимального правдоподобия, равно нулю и не зависит от числа опытов и величины

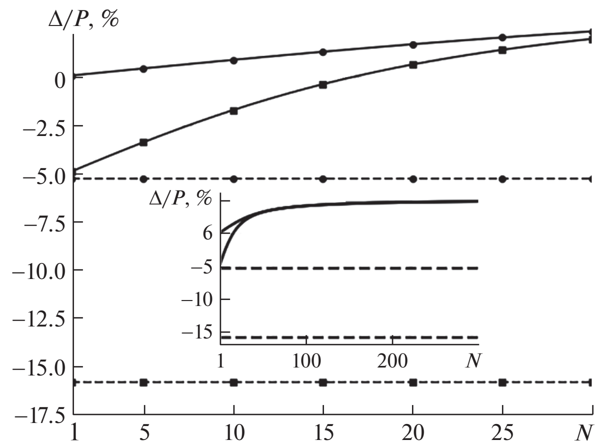

Рис. 2. Смещение апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода моментов (сплошная линия) и метода максимального правдоподобия (пунктирная линия). Отметки "квадратом" соответствуют $P_b = 0.8$; "точками" – $P_b = 0.9$.

априорной вероятности. Методу моментов в рассматриваемом диапазоне ограниченной выборки присущ значительный доверительный интервал апостериорной оценки ($\pm 3\sigma \approx \pm 15\%$ для 15 опытов и неудачно выбранной априорной оценки показателя надежности 0.8 при теоретической оценке 0.95). При увеличении числа опытов среднеквадратические отклонения апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода моментов, стремятся к нулю также как и для метода максимального правдоподобия.

На рис. 2 приведены значения смещения апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$ в процентах к теоретически прогнозируемому значению P, полученной с использованием метода моментов и метода максимального правдоподобия в зависимости от количества опытов при теоретическом прогнозе $P = 0.95$.

Анализ поведения величин смещения апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, показывает, что отрицательное смещение, присущее методу максимального правдоподобия, обусловлено априорной оценкой и не зависит от опытной оценки. При этом, чем больше разница между априорной оценкой и теоретически прогнозируемой для опытного образца, тем больше смещение. Например, при теоретически прогнозируемом значении показателя надежности, равном 0.95, и априорной вероятности безотказной работы 0.8, занижение апостериорной оценки составит 16%. Смещение апостериорной оценки вероятности безотказной работы, полученное с помощью метода моментов – положительное, составляет в пределе примерно 5% вне зависимости от априорной оценки. В рассматриваемом же диапазоне количества экспериментов (до 15 опытов) – смещение практически отсутствует.

Введем комплексный критерий точности апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$

$$\eta = \frac{1}{D_{\hat{P}_o} + \Delta^2}. \tag{17}$$

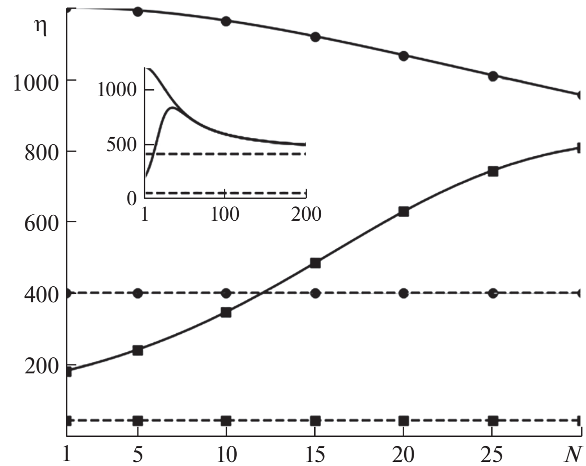

Рис. 3. Точность апостериорной оценки вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученной с использованием метода моментов и метода максимального правдоподобия: сплошная линия – метод моментов; пунктирная линия – метод максимального правдоподобия. Отметки “квадратом” соответствуют $P_b = 0.8$; “точками” – $P_b = 0.9$.

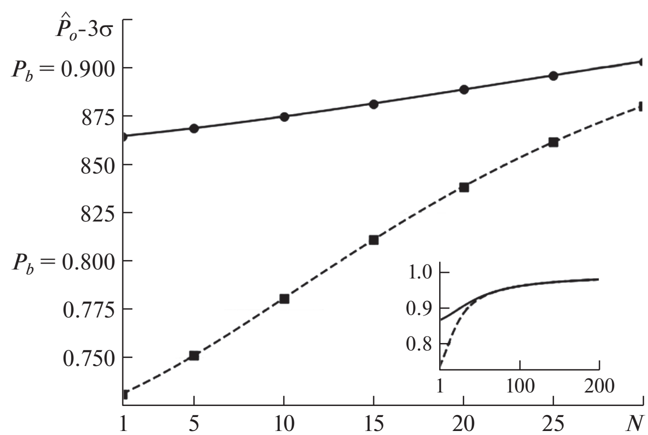

Рис. 4. Оценка нижней границы апостериорного значения вероятности безотказной работы, полученной с использованием метода моментов: сплошная линия – для $P_b = 0.9$; пунктирная линия – для $P_b = 0.8$.

На рис. 3 проиллюстрирован критерий точности для N-го количества опытов. Расчеты выполнены с использованием языка программирования *Python* и библиотек *SciPy* и *Matplotlib*.

Результаты расчетов (рис. 3), демонстрируют точность оценок согласно критерию (17) с использованием методов моментов и максимального правдоподобия. Согласно смыслу критерия, чем больше его значение, тем точнее метод. Замечаем, что метод моментов “выигрывает” по точности у метода наибольшего правдоподобия, особенно в области малого количества опытов.

Для иллюстрации проблемы приведем еще один приближенный график (рис. 4), на котором можно проследить характер изменения нижней границы апостериорной оценки показателя безотказности образца.

Из данных графика (рис. 4) следует, что в интересующем нас диапазоне количества опытов (до 15) нижняя граница апостериорной оценки значения показателя безотказности, полученная с использованием метода моментов, может быть значительно ниже априорной, что в ряде случаев может вызвать вопросы. Например, при использовании в конструкции опытного образца штатных составных частей апостериорная надежность опытного образца не должна сильно отличаться от надежности аналогов. В этом случае метод наибольшего правдоподобия дает более логичный результат.

Наконец, сравним точечные апостериорные оценки показателя надежности, полученные с использованием метода моментов и классического Байесовского распределения.

Расчет апостериорного распределения, согласно методу Байеса, следующий из распределения Пуассона (для малых вероятностей отказа совпадающего с Биноминальным законом распределения) запишем как

$$P_{N,m} = \frac{1}{m!}(Nq)^m e^{-Nq},$$

где q — вероятность одного отрицательного результата $(q = 1 - P)$; m — количество отрицательных результатов.

Тогда согласно формуле Байеса (5), используя гипотезу о равномерном распределении величины q на интервале от a до b, запишем апостериорную плотность вероятности

$$f(q|\hat{q}) = \frac{\frac{1}{b-a}\frac{1}{m!}(Nq)^m e^{-Nq}}{\int\limits_a^b \frac{1}{b-a}\frac{1}{m!}(Nq)^m e^{-Nq} dq} = \frac{(Nq)^m e^{-Nq}}{\int\limits_a^b (Nq)^m e^{-Nq} dq}.$$

Функция распределения для данной плотности вероятности будет определяться выражением

$$F(q) = \int\limits_0^1 f(q|\hat{q})\, dq. \tag{18}$$

Точечная оценка вероятности безотказной работы по методу Байеса для последующего численного интегрирования описывается выражением

$$\hat{P}_o = 1 - \frac{\int\limits_{1-P_b}^{1} q^{m+1} e^{-Nq} dq}{\int\limits_{1-P_b}^{1} q^m e^{-Nq} dq}. \tag{19}$$

Приведем график (рис. 5) для демонстрации разницы точечных оценок, полученных методом моментов и численно по методу Байеса (19).

Из графиков следует небольшое расхождение значений, полученных сравниваемыми методами, в рассматриваемой области.

Итак, в диапазоне малой экспериментальной выборки, к результатам испытаний которой приобщается априорная информация, еще до выбора метода приобщения необходимо предварительное сопоставление априорной информации с теоретически прогнозируемым для опытного образца с помощью представленного в настоящей статье математического аппарата, т.к. от соотношения априорных, опытных и теоретиче-

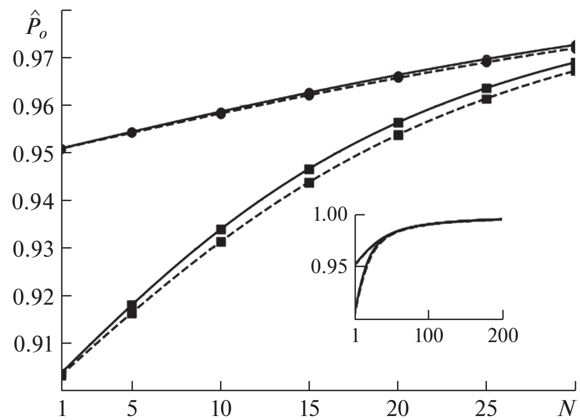

Рис. 5. Сравнение точечных апостериорных оценок вероятности безотказной работы $\hat{P}_o$, полученных с использованием метода моментов и метода Байеса: сплошная линия – метод моментов; пунктирная линия – метод Байеса. Отметки "квадратом" соответствуют $P_b = 0.8$; "точками" – $P_b = 0.9$.

ски прогнозируемых данных и метода их обобщения сильно зависит результат апостериорной оценки.

Заключение. Для высоконадежных неремонтируемых образцов: **1.** При оценках показателя надежности по результатам ограниченного количества безотказных испытаний с учетом априорной информации важно учитывать то, что результат является смещенным. Смещение оказывает влияние на точность апостериорной оценки. **2.** Представленный в статье математический аппарат позволяет аргументированно подойти к выбору метода использования априорной информации в рамках прогнозирования апостериорной величины показателя безотказности. **3.** При условии достаточной уверенности в дополнительной информации (когда дисперсией априорной оценки можно пренебречь) анализу подлежит только дисперсия экспериментально полученного результата. При этом в области малого объема экспериментальной информации целесообразно исходить из большей приемлемости метода моментов.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 27883-88 Средства измерения и управления технологическими процессами. Надежность. Общие требования и методы испытаний. М.: ИПК Изд-во стандартов, 1999. 12 с.
2. *Орлов А.И.* Математические основы выборочного контроля качества. Теория принятия решений. М.: Март, 2004. 17 с.
3. ГОСТ 27.201-81 Надежность в технике. Оценка показателей надежности при малом числе наблюдений с использованием дополнительной информации. Общие положения. М.: Изд-во стандартов, 1982. 27 с.
4. *Siegrist K.* Probability Distributions on Partially Ordered Sets and Positive Semigroups. Alabama: University of Alabama in Huntsville, Department of Mathematical Sciences, 2016. 168 p.
5. *Марков А.* Математическая статистика. Курс лекций МФТИ / Сайт MIPT.ru. 2017. 49 с.
6. *Прохоренко В.А., Голиков В.Ф.* Учет априорной информации при оценке надежности. Мн.: "Наука и техника", 1979. 208 с.

7. Stack Exchange [Электронный ресурс], 2014. URL: https://stats.stackexchange.com/questions/80380/examples-where-method-of-moments-can-beat-maximum-likelihood-in-small-samples
8. *Милехин Ю.М., Берсон А.Ю., Кавицкая В.К., Еренбург Э.И.* Надежность ракетных двигателей на твердом топливе: Монография. М.: МГУП, 2005. 878 с.
9. *Габарук В.В., Фоменко В.Н.* Учет априорной информации о параметре в методе наибольшего правдоподобия // Известия Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. 2016. № 3. С. 403.
10. *Науменко А.П., Кудрявцева И.С., Одинец А.И.* Учебное текстовое электронное издание локального распространения. Вероятностно-статистические методы принятия решений: теория, примеры, задачи. Омск: Изд-во Омского государственного технического университета, 2018. 85 с.
11. *Wicklin R.* The method of moments: A smart way to choose initial parameters for MLE // Analytics platform SAS Machine Leaning 27.11.2017.
12. *Денежкин Г.А., Белобрагин Б.А., Авотынь Б.А.* Оценки показателя надежности неремонтируемого образца однократного действия по малым статистическим выборкам // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 2. С. 76.
13. *Белобрагин Б.А., Авотынь Б.А., Устинкин А.И.* Сравнительная эффективность статистик условных распределений для оценки показателя надежности высоконадежных неремонтируемых изделий однократного действия // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 2. С. 46.
14. *Belobragin B.A., Avotyn' B.A., Ustinkin A.I.* Consideration of A Priori Information under Serial Production of Nonrepairable Single-Action Items for Optimization of Sampling Plan Parameters // J. of Machinery Manufacture and Reliability. 2020. V. 49. № 7. P. 639.
15. *Severin H.* Comparing maximum likelihood and generaliazed method of moments in short term interest rate models. Bergen: University of Bergen, department of mathematics, 2016. 76 p.
16. *Rohimatul A., Anik D., Aji Hamim W.* Comparison of maximum likelihood and generalized method of moments in spatial autoregressive model with Heteroskedasticity // ICSA, Indonesia, 2020. https://doi.org/10.4108/eai.2-8-2019.2290489
17. *Orlov A.I.* Interval statistics: maximum likelihood method and method of moments // J. of Mathematical Sciences. 1998. V. 88. № 6. P. 833.
18. *Судаков Р.С., Чеканов А.Н.* К вопросу об учете предварительной информации в схеме биномиальных испытаний // Надежность и контроль качества. М.: Изд-во стандартов, 1974.
19. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами / Под ред. В.Г. Горского. Пер. с англ. В.Д. Скаражинский. М.: Мир, 1973. 960 с.
20. *Герасимович А.И.* Математическая статистика. Учеб. пособие для инж. техн. и экон. спец. втузов. 2-е изд., перераб. и доп. Мн.: Высш. школа, 1983. 279 с., ил.