

ПРИБОРЫ И ТЕХНИКА ДЕМОСТРАЦИОННОГО И УЧЕБНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

УДК 531.535+372.853

ДЕМОСТРАЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РЕЗОНАНСНЫМ КОЛЕБАНИЯМ МАЯТНИКА ДЛЯ СТУДЕНЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА ПО ФИЗИКЕ

© 2022 г. В. Н. Глазков^{a,b,*}, М. П. Ракитин^{a,**}

^a Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, факультет физики
Россия, 105066, Москва, ул. Старая Басманная, 21/4

^b Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН
Россия, 119334, Москва, ул. Косыгина, 2

*e-mail: glazkov@kapitza.ras.ru; vglazkov@hse.ru

**e-mail: mprakitin@edu.hse.ru

Поступила в редакцию 30.12.2021 г.

После доработки 16.02.2022 г.

Принята к публикации 19.02.2022 г.

Колебания на студенческих практикумах по механике обычно изучаются на примерах свободных колебаний математических и физических маятников. Вынужденные колебания и явление резонанса, как правило, рассматриваются в практикумах по электричеству на примере RLC -контуров. В данной статье предлагается описание простой установки, которая совмещает в себе демонстрационную наглядность маятника и возможность наблюдения явлений вынужденных колебаний, резонанса и биений.

DOI: 10.31857/S0032816222040103

1. ОПИСАНИЕ ДЕМОСТРАЦИОННОЙ УСТАНОВКИ

Тема колебаний постоянно встречается и в университетском, и в школьном курсе физики: периодическое движение маятников, звуковые и электромагнитные волны, колебания напряжений и токов в колебательном контуре. В рамках лабораторных практикумов, как правило, изучаются свободные колебания различных механических маятников, а вынужденные колебания обычно изучаются на примере электрических цепей. Мы предлагаем простую демонстрационную установку, позволяющую наглядно демонстрировать и изучать явления, связанные с вынужденными колебаниями, на примере физического маятника.

Схема демонстрационной установки показана на рис. 1. Каркас, держащий маятник, собран из мебельного щита (основание), а также стоек и крепежных элементов от мебельной системы “Джокер”. Маятником является деревянная доска (с размерами примерно $800 \times 200 \times 18$ мм) массой около 1 кг, подвешенная на двух V-образных параллельных подвесах длиной около 1 м. В параллельном подвесе расстояние между точками крепления нитей к маятнику равно расстоянию между точками крепления нитей к каркасу, в этом случае маятник не поворачивается во время коле-

баний, а использование V-образного подвеса позволяет подавить паразитные поперечные колебания. Доска колеблется в зазоре полюсов магнита, поле магнита $B \approx 0.15$ Тл. В положении равновесия магнит находится по центру доски, диаметр полюсов используемого нами магнита около 10 см. Для возбуждения колебаний на плоскости доски (см. рис. 2) смонтирован контур из двух витков провода сечением 2.5 мм^2 , через который можно пропускать ток от внешнего источника. Вынуждающей силой является сила Ампера в вертикально идущих проводах, которые в равновесии находятся между полюсами магнита. Небольшой перекося оси магнита или несимметричное относительно полюсов магнита расположение возбуждающего контура может приводить к возникновению перпендикулярной к плоскости доски компоненты силы Ампера, однако в ходе опытов существенной раскачки маятника в поперечной плоскости не наблюдалось.

Для измерения параметров колебаний на плоскости доски смонтирована измерительная катушка из 60-ти витков провода диаметром 0.2 мм. Электродвижущая сила (э.д.с.) индукции в измерительной катушке определяется скоростью движения маятника и достигает максимума при прохождении положения равновесия. Возбуждающий

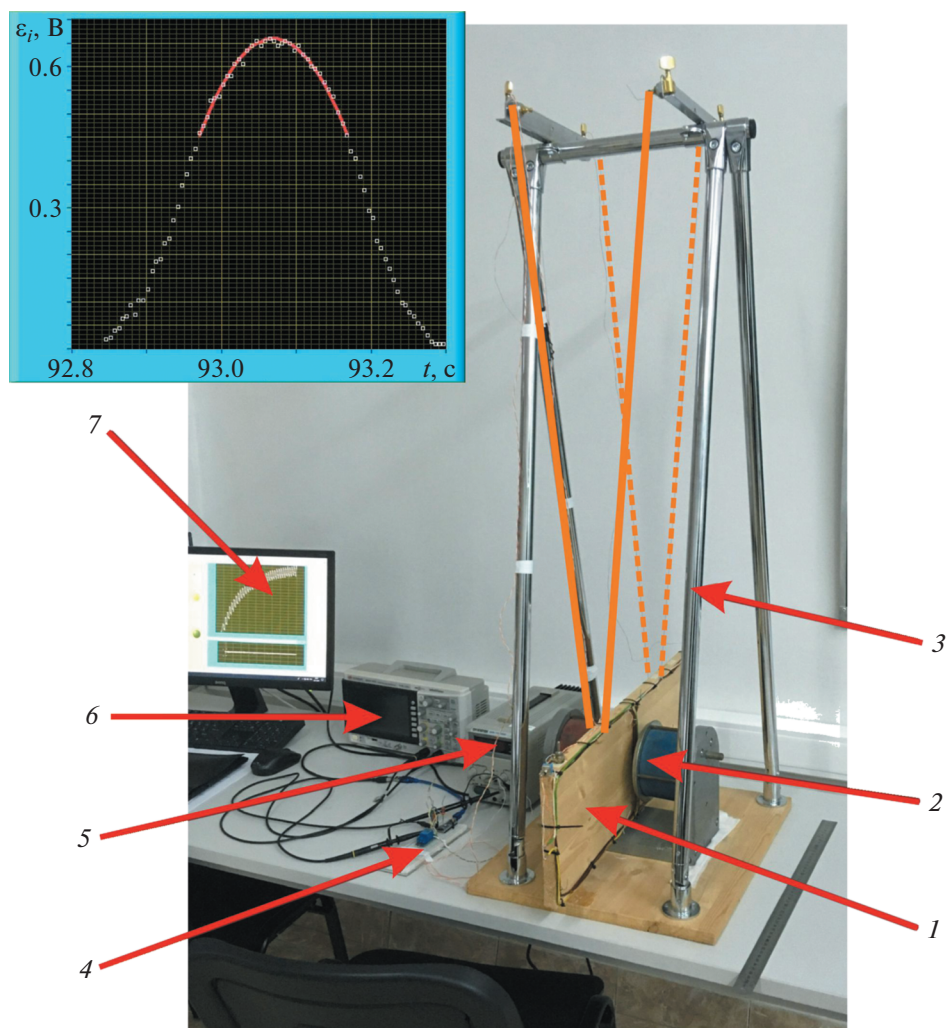


Рис. 1. Схема конструкции демонстрационной установки. 1 – маятник; 2 – постоянный магнит; 3 – каркас; 4 – плата с реле и микроконтроллером Arduino; 5 – источник тока; 6 – осциллограф; 7 – компьютер. Сплошными линиями выделены ближние нити подвеса маятника, штриховыми – дальние нити подвеса. На вставке: точки – записанный импульс э.д.с. индукции при прохождении измерительного контура вблизи магнита, сплошная красная кривая – подгонка параболой данных вблизи максимума.

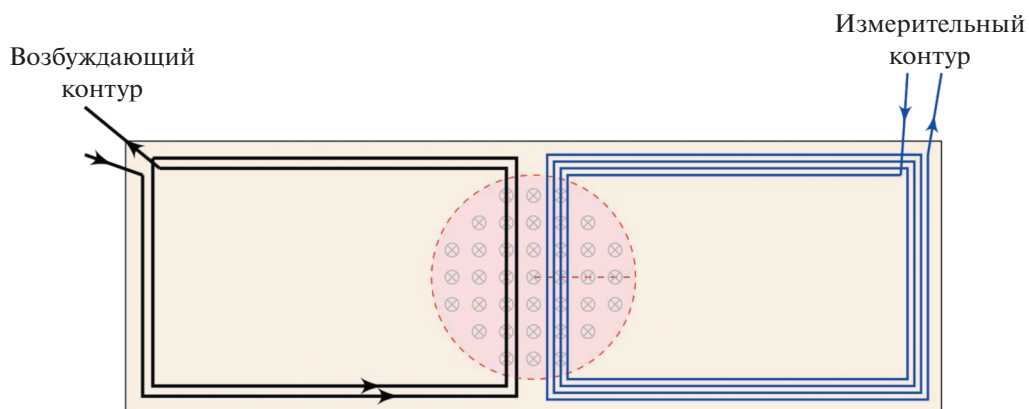


Рис. 2. Схема размещения возбуждающего и измерительного контуров на маятнике. Красной штриховой линией обозначено положение магнита относительно доски в положении равновесия.

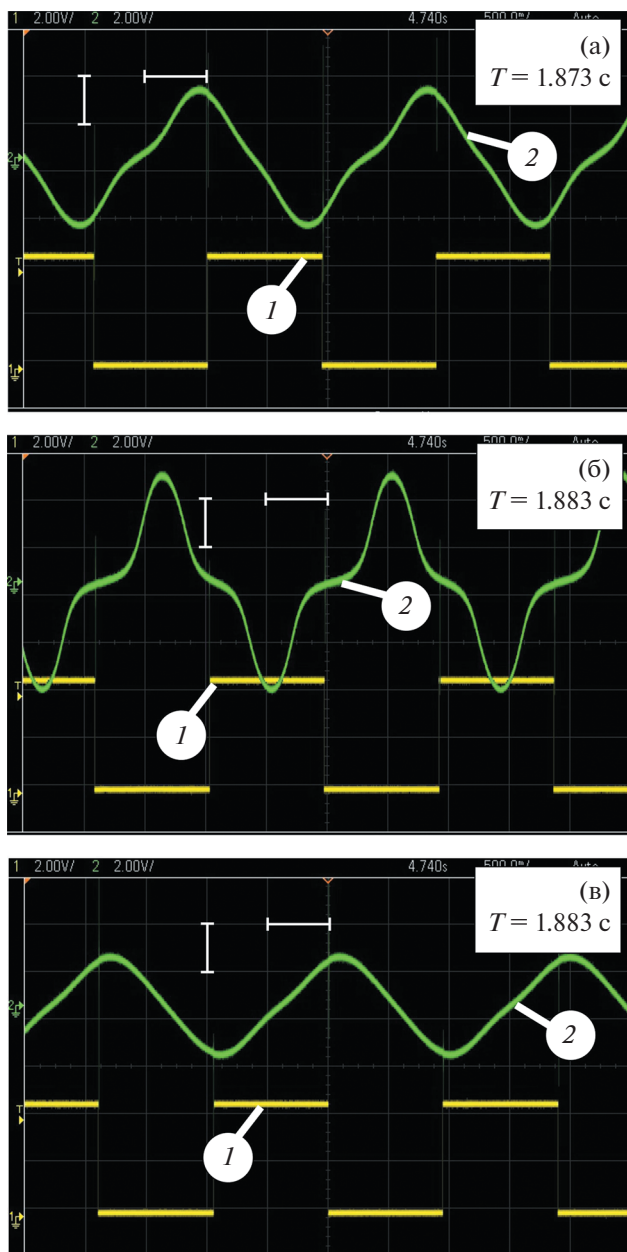


Рис. 3. Осциллограммы напряжений: 1 – на управляющем реле (ток в возбуждающий контур подается при низком уровне сигнала) и 2 – на измерительном контуре – для периодичности T переключения реле: 1.873 с (а), 1.883 с (б), 1.893 с (в). Период свободных малых колебаний $T_0 = 1.883$ с. Масштаб: по горизонтали – 500 мс, по вертикали – 200 мВ.

и измерительный контуры соединены с внешней цепью гибкими проводами вдоль подвесов маятника (проводом диаметром 0.2 мм для измерительного контура и многожильной гибкой витой парой для контура возбуждения).

Для регистрации колебаний и управления возбуждающей силой мы использовали простейший

микроконтроллер Arduino Nano и подключенный к нему одноканальный модуль реле JQC-3FF-S-Z. Электродвижущая сила индукции измерялась встроенным аналого-цифровым преобразователем (а.ц.п.) микроконтроллера Arduino (при отклонении маятника от равновесия на ~ 10 см амплитуда э.д.с. индукции составляла около 0.3 В; измеренный при помощи микроконтроллера Arduino импульс э.д.с. индукции при одном из проходов маятника мимо магнита показан на вставке к рис. 1, осциллограммы сигнала э.д.с. индукции показаны на рис. 3). Взаимодействие компьютера с контроллером Arduino осуществлялось с помощью программы, написанной в среде LabView, однако контроллером Arduino можно управлять и с помощью других языков программирования, в том числе и со свободной лицензией (таких как Python или C++).

Используемая программа обеспечивает переключение реле с заданным периодом (со скважностью 2) и измерение э.д.с. индукции. Встроенный а.ц.п. микроконтроллера Arduino измеряет только напряжения одной полярности, что позволяет фиксировать прохождение рамки измерительного контура мимо магнита только в одном направлении. При использовании среды LabView и библиотеки LINX скорость съема данных составляет около 150 точек в секунду. Измеренные импульсы напряжения в своей верхней трети подгоняются параболой (см. вставку к рис. 1), максимум которой позволяет определить момент прохождения положения равновесия и пропорциональную скорости э.д.с. индукции в момент прохождения положения равновесия. Поскольку для малых колебаний скорость прохождения нижней точки маятника пропорциональна амплитуде, зависимость максимальной э.д.с. индукции в импульсе от времени прохождения положения равновесия позволяет фиксировать зависимость амплитуды колебаний от времени. Также автоматически фиксируется “мгновенный” период колебаний (время между прохождениями положения равновесия в одну сторону).

Для независимого наблюдения сигнала э.д.с. индукции в измерительном контуре и сигнала в возбуждающем контуре использовался двухлучевой осциллограф. В качестве источника тока для контура возбуждения использовался INSTEK GPS-73030D, позволяющий получать ток до 3 А. Во избежание переходных процессов при замыкании/размыкании реле при настройке источника необходимо контролировать, чтобы он оставался в режиме стабилизации напряжения как при разомкнутых контактах реле, так и при замыкании на низкоомную (около 1 Ом в нашем опыте) нагрузку контура возбуждения.

Большими плюсами такой демонстрационной установки являются простота сборки и относи-

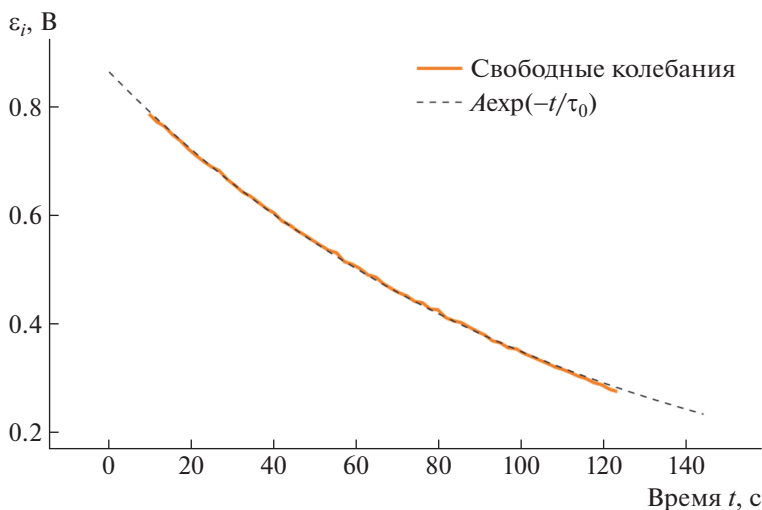


Рис. 4. Временная зависимость э.д.с. индукции при прохождении положения равновесия для свободных колебаний маятника. Характерное время затухания $\tau_0 \approx 110$ с.

тельно невысокая стоимость¹, что делает ее доступной для любой студенческой лаборатории. Сборка, наладка, программирование интерфейса такой установки — это посильные задачи для учебных проектов студентов младших курсов и учащихся старших классов школы. При этом, как будет описано ниже, такой маятник позволяет наблюдать множество нетривиальных колебательных сюжетов, а также оставляет место для различных усовершенствований, дающих выигрыш в точности и разнообразии наблюдаемых явлений.

2. ПРИМЕРЫ ДЕМОНСТРАЦИОННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Мы не будем приводить здесь формулы для описания свободных и вынужденных колебаний. Эти формулы есть во многих учебных пособиях, например в книге [1]. Примеры некоторых опытов показаны в дополнительных демонстрационных видеоматериалах² к данной статье.

2.1. Свободные колебания

Если на возбуждающий контур не подавать ток, то при выведении маятника из положения равновесия в системе будут наблюдаться затухающие колебания. Период малых колебаний может

¹ В ценах 2021 года стоимость материалов для изготовления маятника составляет около 1500 руб., изготовление каркаса при помощи соединителей системы “Джонкер” не требует никаких сложных механических работ. В ценах 2021 года суммарная стоимость микроконтроллера Arduino, модуля реле и монтажной платы составляет около 2000 руб.

² Дополнительные видеоматериалы к статье размещены на сайтах <https://link.springer.com/> (английская версия) и <https://elibrary.ru> (русская версия).

быть измерен как интервал между моментами времени, когда э.д.с. индукции максимальна (см. осциллограммы на рис. 3), как описано выше. Фиксируемая в ходе затухающих колебаний зависимость амплитуды э.д.с. индукции от времени (рис. 4) позволяет определить характерное время затухания $\tau_0 \approx 110$ с и добротность маятника $Q = \pi\tau_0/T_0$. В нашем опыте $T_0 = 1.883$ с, $Q \approx 180$.

2.2. Колебания в резонансе

Для наблюдения явления резонанса ток через возбуждающий контур включается и выключается при помощи реле с периодичностью свободных колебаний T_0 . При этом наблюдается (и визуально, и по зависимости э.д.с. индукции в измерительном контуре от времени, рис. 5) нарастание амплитуды колебаний, асимптотически стремящейся к амплитуде установившихся вынужденных колебаний.

В нашем опыте при амплитуде тока $I = 0.7$ А отклонение маятника в установившихся резонансных колебаниях составило $\delta x_{\text{рез}} \approx 120$ мм. Отклонение маятника от положения равновесия при непрерывном пропускании того же тока составило $\delta x_{\text{стат}} \approx 2$ мм.

Отношение $\delta x_{\text{рез}}/\delta x_{\text{стат}} \approx 60$, что оказывается примерно втрое меньше ожидаемого для гармонической вынуждающей силы значения, равного добротности маятника Q . Это отличие связано с двумя факторами: во-первых, амплитуда резонансной первой гармоники вынуждающей силы составляет долю $2/\pi$ от амплитуды меандра; во-вторых, при колебаниях вынуждающий контур выходит за пределы полюсов магнита, что допол-

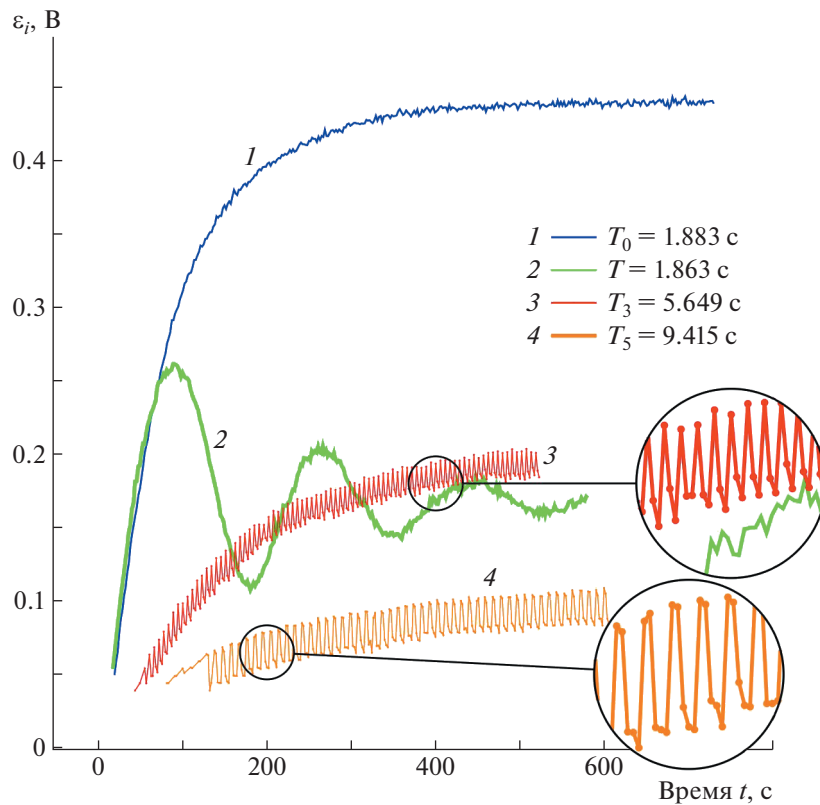


Рис. 5. Временная зависимость э.д.с. индукции в измерительном контуре в момент прохождения положения равновесия в разных опытах. Амплитудное значение тока в вынуждающем контуре одинаково и равно $I = 0.7$ А во всех опытах. 1 — резонансная раскачка маятника (период вынуждающей силы $T_0 = 1.883$ с); 2 — биения при периодичности вынуждающей силы $T = 1.863$ с; 3, 4 — раскачка колебаний на кратных гармониках вынуждающей силы $T_3 = 5.649$ с и $T_5 = 9.415$ с соответственно.

нительно уменьшает эффективность действия вынуждающей силы.

2.3. Возбуждение колебаний на кратных гармониках

Поскольку периодический ток, подаваемый в возбуждающий контур, не синусоидален, а модулирован меандром, удастся наблюдать резонансную раскачку и на кратных частотах (см. рис. 5). В разложении меандра в ряд Фурье присутствуют только нечетные гармоники, поэтому резонансная раскачка наблюдается только при периодичности переключения реле $T_{2n+1} = (2n + 1)T_0$.

Полученные временные зависимости э.д.с. индукции при прохождении положения равновесия очень наглядны: поскольку вынуждающая сила имеет в $(2n + 1)$ раз больший период, она «подталкивает» маятник на каждом $(2n + 1)$ -м колебании. В результате на временных зависимостях э.д.с. индукции в измерительном контуре видно характерное пилообразное чередование подталкивания и затухания колебаний маятника.

Амплитуда установившихся колебаний уменьшается с ростом номера гармоники в качественном соответствии с уменьшением амплитуды нечетных гармоник ряда Фурье меандра $A_{2n+1}/A_1 \propto 1/(2n + 1)$. Количественное различие связано в основном с уменьшением эффективности действия вынуждающей силы при больших амплитудах колебаний, отмеченным в предыдущем разделе.

2.4. Наблюдение биений

Демонстрационная установка позволяет наблюдать и еще одно яркое явление, характерное для вынужденных колебаний, которое редко демонстрируется на практикумах по механике, — биения. Биения возникают во время переходного процесса, когда частота вынуждающей силы близка к резонансной, но слегка отличается от нее [1].

Биения наблюдаются очень четко непосредственно: амплитуда вынужденных колебаний нарастает, а потом убывает (иногда вплоть до остановки) в зависимости от сфазированности или

расфазированности колебаний маятника и вынуждающей силы. Снятая во время биений временная зависимость э.д.с. индукции в измерительном контуре показана на рис. 5. Наблюдаемая в представленном опыте периодичность биений составила $T_{\text{биений}} = 180 \pm 5$ с, что находится в идеальном согласии с теоретическим значением [1]

$$T_{\text{биений}}^{\text{теор}} = T_0 T / |T_0 - T| = 175 \text{ с.}$$

2.5. Фаза установившихся колебаний

Характерной фазовой характеристикой колебательной системы с вынуждающей силой является сдвиг фазы установившихся колебаний относительно фазы вынуждающей силы. На представленной демонстрационной установке этот сдвиг фазы можно непосредственно наблюдать, сравнивая осциллограммы сигнала э.д.с. индукции в измерительном контуре (экстремумы которого соответствуют прохождением через положение равновесия маятника) и управляющего сигнала на реле, включающем ток в возбуждающем контуре (рис. 3).

В резонансе вынуждающая сила и скорость маятника сонаправлены: и действительно, (см. рис. 3б) наибольший сигнал э.д.с. индукции в измерительном контуре наблюдается примерно посередине интервала включения тока в возбуждающем контуре, что соответствует сдвигу фазы колебаний, близкому к $\pi/2$. При увеличении периода вынуждающей силы (уменьшении частоты) максимум сигнала э.д.с. индукции смещается практически к моменту включения тока в возбуждаю-

щем контуре (см. рис. 3в), а при уменьшении периода – к моменту выключения тока в возбуждающем контуре (см. рис. 3а), что соответствует сдвигу фазы колебаний примерно на 0 и на π в соответствии с теорией вынужденных колебаний [1].

3. ВЫВОДЫ

Представлена конструкция простой демонстрационной установки для изучения свободных и вынужденных колебаний маятника. Установка может быть использована в студенческом практикуме по механике, а также в самостоятельной (проектной) работе студентов и старших школьников. Помимо описанных опытов, установка содержит достаточно большой потенциал для улучшений в проведении измерений (например, построение резонансной кривой маятника), в постановке эксперимента (например, использование отдельного чувствительного вольтметра или более чувствительного а.ц.п. для измерения э.д.с. индукции), а также в обработке данных (например, учет конкретной геометрии полюсов магнита).

Авторы выражают благодарность инженеру факультета физики НИУ ВШЭ М.Г. Андрееву за помощь в сборке и отладке демонстрационной установки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1982.