

ТЕХНИКА ЯДЕРНОГО
ЭКСПЕРИМЕНТА

УДК 621.384.6.01 + 621.384.63

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ ПУЧКА
НАКОПИТЕЛЯ-ОХЛАДИТЕЛЯ ИНЖЕКЦИОННОГО
КОМПЛЕКСА ВЭПП-5

© 2022 г. В. В. Балакин^{a,b,*}, Д. Е. Беркаев^a, Ф. А. Еманов^{a,c}

^a Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН
Россия, 630090, Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 11

^b Новосибирский государственный технический университет
Россия, 630073, Новосибирск, просп. Карла Маркса, 20

^c Новосибирский государственный университет
Россия, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 1

*e-mail: balakinvalyiv@gmail.com, vit.v.balakin@inp.nsk.su

Поступила в редакцию 11.03.2022 г.

После доработки 10.06.2022 г.

Принята к публикации 17.06.2022 г.

Представлены результаты исследования коллективных эффектов пучка накопителя-охладителя инжекционного комплекса ВЭПП-5. Созданные пучком заряженных частиц *wake*-поля искажают потенциальную яму ускоряющей высокочастотной системы, что приводит к удлинению пучка и искажению формы его продольного распределения. Приведены результаты измерений продольного профиля пучка диссектором и стрик-камерой и теоретически обоснован процесс искажения потенциальной ямы высокочастотной системы. Построена модель импеданса связи в виде эквивалентной *RLC*-цепи и оценены ее параметры путем сравнения данных моделирования с экспериментальными. Полученная модель импеданса связи была использована для прогнозирования поведения пучка накопителя-охладителя при модификации вакуумной системы ускорителя.

DOI: 10.31857/S0032816222060015

ВВЕДЕНИЕ

Инжекционный комплекс ВЭПП-5 [1, 2] с 2015 года является источником высокоэнергетических электронов и позитронов при проведении фундаментальных экспериментов по физике высоких энергий двумя коллайдерами Института ядерной физики (ИЯФ СО РАН): ВЭПП-2000 [3] и ВЭПП-4М [4]. На данный момент инжекционный комплекс полностью покрывает потребности коллайдеров в пучках электронов и позитронов, однако в дальнейшем планируется его использовать как источник для еще одного, третьего коллайдера, проект которого сейчас разрабатывается в ИЯФ – $\mu^+\mu^-$ -трон (Мюютрон) [5]. Этот комплекс предназначен для исследования димюния – связанного состояния $\mu^+\mu^-$ и потребует $0.5-1 \cdot 10^{10}$ позитронов в секунду. От производительности и стабильности работы инжекционного комплекса напрямую зависит эффективность работы коллайдеров, потому разработки, направленные на повышение этих характеристик, являются приоритетными.

ИСКАЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ
ВЧ-СИСТЕМЫ

В циклических ускорителях пучок большой интенсивности, взаимодействуя с окружением электромагнитно, создает новые электромагнитные поля, известные как *wake*-поля. Они действуют на сам пучок, приводя при неблагоприятных обстоятельствах к увеличению амплитуды *wake*-полей и возникновению коллективных неустойчивостей с последующей потерей частиц.

Wake-поле $W(s)$ определяется как нормированный интеграл силы Лоренца, действующей на пробный заряд, находящийся на расстоянии s за источником этого поля (точечным зарядом q):

$$W(s) = -\frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) ds. \quad (1)$$

Его фурье-образ называется импедансом вакуумной камеры:

$$Z(\omega) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{\infty} W(s) e^{ios/c} ds \quad (2)$$

и является характеристикой только элементов, из которой состоит вакуумная система ускорителя.

Для большинства элементов вакуумной камеры, вносящих вклад в импеданс, таких как пикапы, фланцы, элементы, согласующие вакуумные камеры различного поперечного профиля, сиффоны и т.д., продольный импеданс на низких частотах можно приближенно полагать индуктивным, потому удобнее использовать нормализованный продольный импеданс Z_{\parallel}/n , где n – номер гармоники частоты обращения.

Также импеданс можно рассматривать в виде эквивалента RLC -цепи [6]:

$$Z(\omega) = \frac{R_s}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)}, \quad (3)$$

где R_s – шунтовое сопротивление, Q – добротность, ω_r – резонансная частота.

Такому представлению импеданса соответствует следующая *wake*-функция:

$$W(s) = \begin{cases} 2\alpha R_s e^{\alpha s/c} \left(\cos \frac{\omega_p s}{c} + \frac{\alpha}{\omega_p} \sin \frac{\omega_p s}{c} \right), & s < 0; \\ \alpha R_s, & s = 0; \\ 0, & s > 0, \end{cases} \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{\omega_r}{2Q}$; $\omega_p = \sqrt{\omega_r^2 - \alpha^2}$; $s = z - ct$.

Электрическое поле, возбуждаемое пучком, с характерным распределением индуктивности $L(s)$ вакуумной камеры вдоль кольца будет иметь вид (c – скорость света) [7]:

$$E(s) = \frac{dL}{ds} c \frac{dI}{ds} \approx \frac{dL}{ds} c \frac{I_p}{\sigma_z^2} s. \quad (5)$$

Интегрируя $E(s)$ по всей длине кольца, можно получить выражение, соответствующее добавочному напряжению V_{in} к ускоряющей высокочастотной (ВЧ) системе:

$$V_{in} = -L I_p c \frac{s}{\sigma_z^2} = -\frac{I_p R \omega_0 L s}{\sigma_z^2} = -\frac{\sqrt{2\pi} R^2}{\sigma_z^3} I_b \operatorname{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) s, \quad (6)$$

где $\frac{Z_{\parallel}}{n} = \omega_0 L$ – нормализованный продольный импеданс вакуумной камеры.

Раскладывая до первого порядка малости выражение для напряжения ВЧ-системы, получим $V(\varphi) = V_0(\sin(\varphi_s) + \cos(\varphi_s)\varphi)$, где φ_s – равновесная синхротронная фаза. Учитывая связь продольной координаты s и фазы φ ВЧ-колебаний $\left(s = -\frac{R}{h} \varphi \right)$,

получаем полное значение напряжения, действующего на пучок:

$$V(\varphi) = V_0 \sin \varphi_s + V_0 \cos \varphi_s \times \left[1 + \frac{\sqrt{2\pi} I_b}{h V_0 \cos \varphi_s} \operatorname{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) \left(\frac{R}{\sigma_z} \right)^3 \right] \varphi. \quad (7)$$

Вышеописанный эффект ведет к уменьшению глубины ВЧ-ямы, в которой находится пучок, что впоследствии приводит также к *некогерентному* сдвигу синхротронной частоты и росту продольного размера пучка. Учитывая тот факт, что синхротронная частота $\omega_s^2 \propto \left| \frac{dV}{d\varphi} \right|$, получаем:

$$\left(\frac{\omega_s}{\omega_{s0}} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} \right)^2 = 1 + \frac{\sqrt{2\pi} I_b}{h V_0 \cos \varphi_s} \operatorname{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) \left(\frac{R}{\sigma_z} \right)^3 = 1 - \frac{e}{\sqrt{2\pi}} \frac{\eta I_b}{E Q_{s0}^2} \operatorname{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) \left(\frac{R}{\sigma_z} \right)^3. \quad (8)$$

Отсюда получаем кубическое уравнение, описывающее удлинение пучка:

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} \right)^3 - \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} \right) - \frac{e}{\sqrt{2\pi}} \frac{\eta I_b}{E Q_{s0}^2} \operatorname{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) \left(\frac{R}{\sigma_{z0}} \right)^3 = 0. \quad (9)$$

При этом происходит также смещение синхронной фазы пучка на величину [8]

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi I_b}{V_0 \cos(\varphi_s) \omega_0 \sigma} \operatorname{Re} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right). \quad (10)$$

Следует отметить, что данное рассмотрение эффекта искажения потенциальной ямы неприменимо в случае очень коротких сгустков ($\sigma_z \ll b$, где b – поперечный размер вакуумной камеры), когда вклад высокочастотных резонансных составляющих импеданса становится преобладающим.

Уравнение Власова описывает коллективное поведение системы, состоящей из множества заряженных частиц, под действием электромагнитных полей. Пусть уравнение движения частицы задается обобщенными координатой q и импульсом p :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{dq}{dt} \frac{\partial \psi}{\partial q} + \frac{dp}{dt} \frac{\partial \psi}{\partial p} = 0. \quad (11)$$

Стационарное решение задается выражением $\psi = F(H(q, p, t))$. Здесь H – гамильтониан системы:

$$H = \frac{\eta^2 c^2 \delta^2}{2\omega_s} + \frac{\omega_s z^2}{2} - \frac{\eta c^2 r_0}{\omega_s \gamma C} \int_0^z dz'' \int_{z'}^{\infty} dz' \rho(z') W(z'' - z'), \quad (12)$$

где δ – отклонение энергии частицы от равновесной; $\eta = \alpha_p - 1/\gamma^2$, α_p – так называемый коэффициент пространственного уплотнения орбит; z – продольная координата частицы; C – периметр синхротрона; γ – гамма-фактор; r_0 – классический радиус электрона; $\rho(z)$ – продольное распределение частиц пучка; W' – продольная wake-функция.

В случае резистивного импеданса (который определяется в основном ВЧ-резонатором и другими большими полостями) $W'(z) = S\delta(z)$, и тогда решение уравнение Власова дает следующее выражение для продольного распределения частиц пучка:

$$\rho(z) = \frac{\sqrt{2/\pi} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}}{\theta\sigma_z \left[\coth\left(\frac{\theta N}{2}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right]}, \quad (13)$$

где $\theta = r_0 S / (\eta c \sigma_\delta^2 \gamma C)$; $\sigma_z = \frac{\eta c \sigma_\delta}{\omega_s}$; σ_δ – среднеквадратичное отклонение разброса энергии; $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА НАКОПИТЕЛЯ-ОХЛАДИТЕЛЯ

С использованием установленного на накопителе-охладителе диссектора (рис. 1) был проведен ряд измерений длины пучка в зависимости от его тока и напряжения ВЧ-резонатора. Для выявления мнимой части импеданса была проанализирована зависимость длины пучка от его тока (рис. 2). Параметры диссектора приведены ниже:

– Напряжение фотокатода, кВ	12
– Напряжение сетки, кВ	10
– Напряжение фокусирующего электрода, кВ	9
– Напряжение вторичного электронного умножителя, кВ	2
– Частота ВЧ-развертки, МГц	78.6
– Разрешение диссектора, пс	~20

Используя измеренные данные и проведя их аппроксимацию выражением (9), можно получить значение мнимой части импеданса связи накопителя, равное $\operatorname{Im}\left(\frac{Z_{||}}{n}\right) = 5.71 \pm 0.5$ Ом.

По проекту накопителя-охладителя начальная оценка этого импеданса должна была составлять не более 1 Ом [9]. Однако этот расчет был проведен со старым медным резонатором 64-й гармоники. В новых же реалиях комплекс работает с ферритовым резонатором 1-й гармоники (с фи-

зическими габаритами, сопоставимыми со старым резонатором) [2], что, по-видимому, и дает значительно большую величину импеданса.

Была также измерена зависимость сдвига синхронной фазы пучка от его тока (рис. 3), из которой, исходя из формулы (10), было получено значение действительной части импеданса связи

$$\operatorname{Re}\left(\frac{Z_{||}}{n}\right) = 15.68 \pm 0.47 \text{ Ом.}$$

При относительно низких токах продольное распределение частиц хорошо описывается нормальным распределением (рис. 4а), среднеквадратичное отклонение которого задает характерный размер сгустка. При токе порядка 50 мА начинает происходить искажение формы пучка, и его аппроксимация функцией Гаусса становится некорректной (рис. 4б, 4в). Для аппроксимации данных при искажении профиля пучка необходимо использовать выражение (13). Программное обеспечение диссектора позволяет это реализовать (рис. 4г).

Аналогичные измерения были проведены стрик-камерой PS-1/S1, ее параметры приведены ниже:

– Ширина аппаратной функции стрик-камеры, пс	10
– Спектральный диапазон фотокатода, нм	350–1300
– Диапазоны длительности развертки (на экран 25 мм), нс	0.25, 1, 5, 20, 100, 200
– Динамическое пространственное разрешение (вдоль щели), пар линий/мм	10
– Временное разрешение для трубки с фотокатодом, пс	<1
– Максимальный динамический диапазон регистрации	100
– Временная нелинейность разверток, %	≤10
– Задержка срабатывания, нс	≤15
– Нестабильность срабатывания, нс	0.12 (развертка 10 нс)
– Запускающий импульс (положительный), В	1–5
– Частота запуска, кГц	1
– Питание от сети	100–240 В; 50–60 Гц

Результаты измерений профиля пучка в точках, соответствующих току в диапазоне 2.2–45 мА, приведены на рис. 5. Как было сказано выше, с учетом искажения потенциальной ямы это распределение должно аппроксимироваться моделью (9). По результатам аппроксимации значение мнимой части импеданса составило $\operatorname{Im}\left(\frac{Z_{||}}{n}\right) = 6.15 \pm 0.18$ Ом.

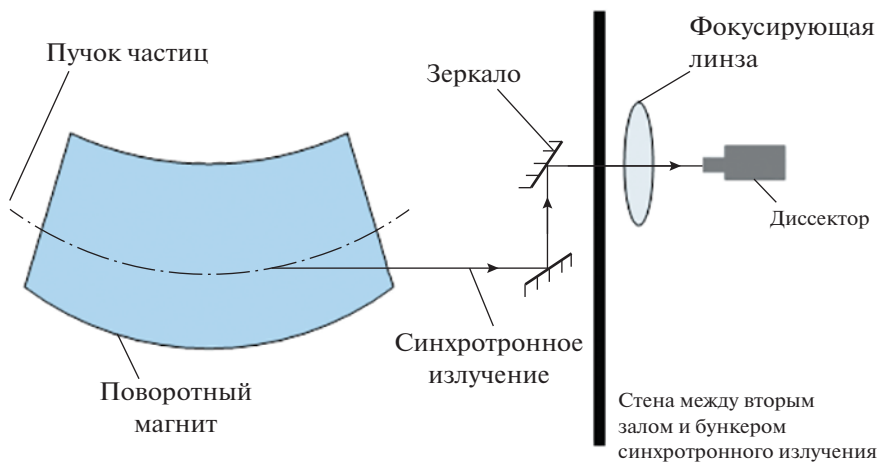


Рис. 1. Схема вывода синхротронного излучения для диссектора.

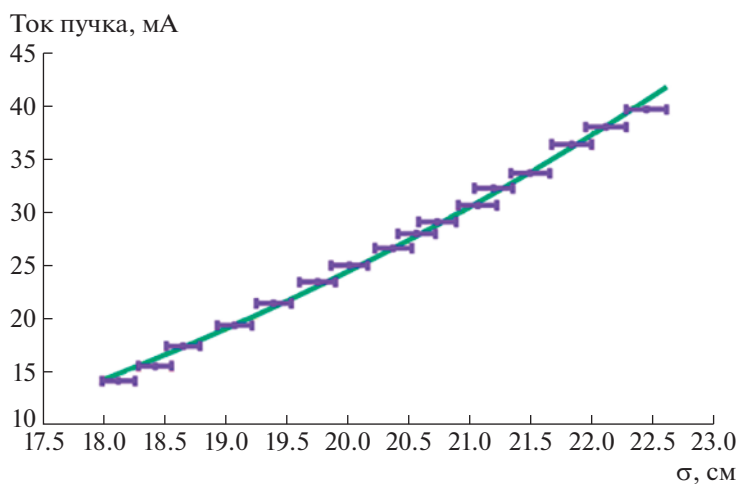


Рис. 2. Зависимость размера пучка от его тока, измеренная диссектором: точки – результаты измерений, линия – аппроксимация данных.

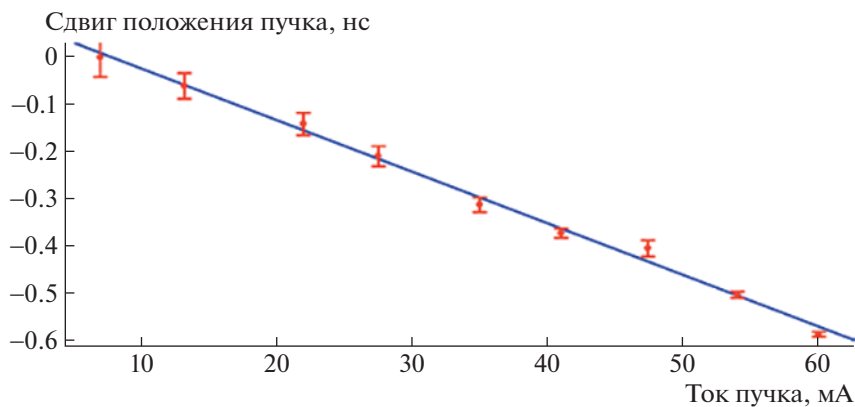


Рис. 3. Сдвиг по фазе пучка относительно тока: точки – результаты измерений, линия – аппроксимация данных.

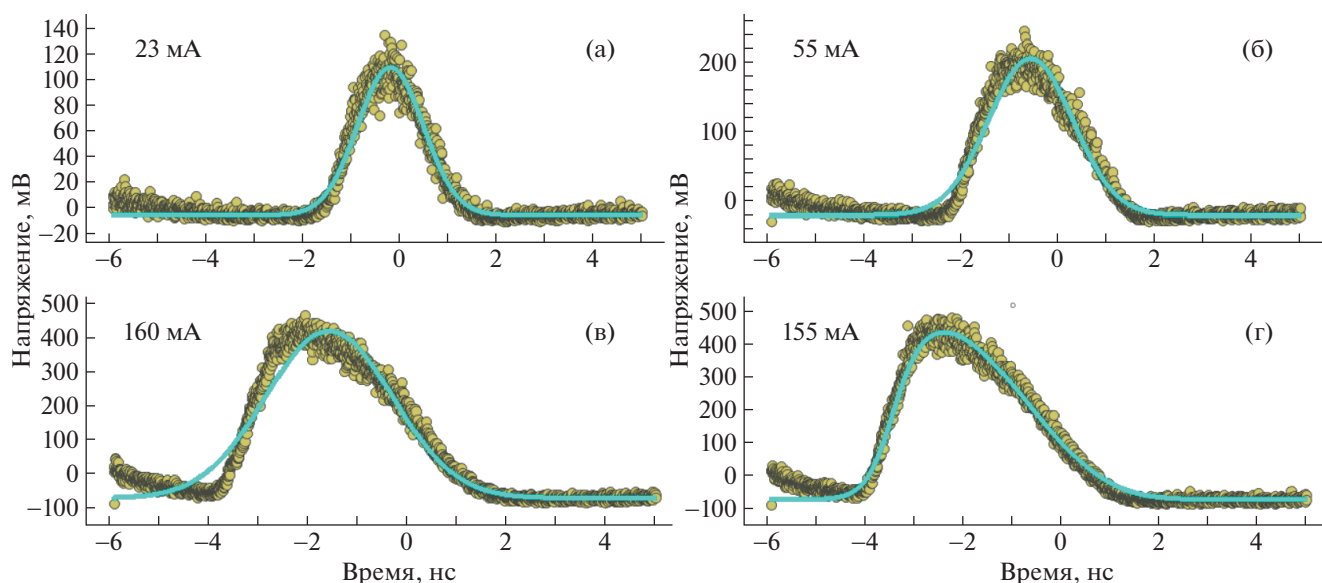


Рис. 4. Аппроксимация формы продольного распределения частиц в пучке при разных значениях тока пучка: а, б, в – нормальным распределением Гаусса; г – модельной функцией (13).

Результаты измерений с помощью стрик-камеры также отчетливо демонстрируют изменение продольного профиля пучка, вызванное искажением потенциальной ямы, наведенным пучком *wake*-полей. Измерения также находятся в согласии с ранее предложенной моделью (13). Демонстрация этого эффекта показана на рис. 6.

Чтобы исследовать процесс захвата сгустков частиц, вышедших из линейного ускорителя инжекционного комплекса в ВЧ-систему накопителя-охладителя, был проведен ряд измерений стрик-камерой продольного профиля пучка на впуске. Инжектируемый из линейного ускорителя пучок содержит 16 сгустков (рис. 7), сформировавшихся во время ускорения. Попадая в потенциальную яму, образованную ускоряющим ВЧ-резонатором первой гармоники частоты обращения, пучок начинает перегруппировываться, образуя один сгусток. Как показал эксперимент, характерное время перегруппировки составляет около 270 мкс (≈ 3000 оборотов), что значительно меньше времени радиационного затухания пучка, равного 18 мс.

Для изучения влияния импеданса связи на продольную перегруппировку пучка в течение первой тысячи оборотов после инжекции было выполнено моделирование данного процесса. Программный код был реализован на языке программирования Python 3. В данной модели продольный импеданс связи накопителя-охладителя задавался как эквивалентная *RLC*-цепь, согласно (3), с соответствующей импедансу *wake*-функцией (4). Для оценки параметров эквивалентной це-

пи проводилась минимизация целевой функции Φ , задаваемой как:

$$\Phi = \sum_{N=1}^N (I_{model}(N, R_s, Q, \omega_r) - I_{mes}(N))^2, \quad (14)$$

где $I_{model}(N, R_s, Q, \omega_r)$ – смоделированное распределение тока пучка, зависящее от номера оборота и параметров эквивалентного импеданса связи; $I_{mes}(N)$ – измеренный стрик-камерой продольный профиль пучка на N -м обороте. Составив функционал (14) и найдя его минимум, были оценены эквивалентные параметры *RLC*-цепи: $R_s = 39$ кОм, $Q = 4.2$ и $\omega_r = 2.6$ ГГц.

Рис. 8 иллюстрирует соответствие измеренного стрик-камерой профиля пучка результату моделирования при наличии импеданса связи. Очевидно, что импеданс кольца и связанные с ним коллективные эффекты оказывают заметное влияние на продольную динамику пучка в кольце. Причина такого быстрого процесса перегруппировки пучка заключается в возникновении микроволновой неустойчивости, которая в фазовом пространстве смешивает между собой отдельные сгустки. Проявление микроволновой неустойчивости особенно четко демонстрирует рис. 9. Ее характерной особенностью является появление на профиле пучка модуляции плотности, которая уже никак не связана с начальным продольным распределением частиц, полученным при инжекции из линейного ускорителя.

Оцененный по параметрам накопителя-охладителя порог микроволновой неустойчивости составляет 1.62 А (средний ток пучка 20 мА при дли-

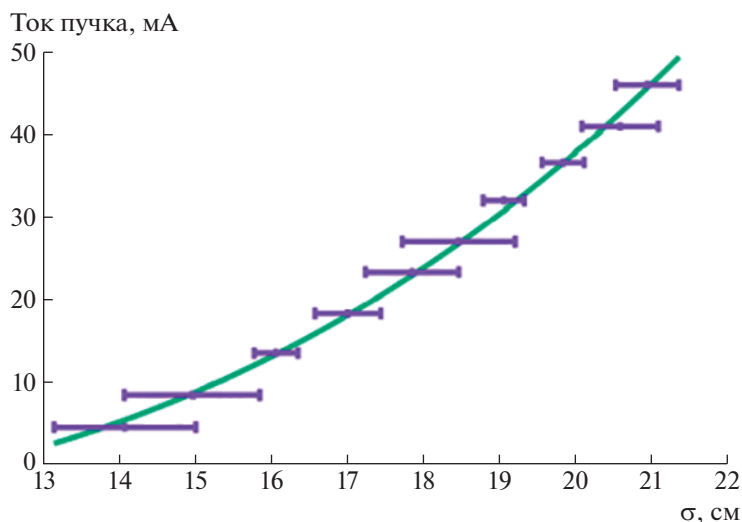


Рис. 5. Зависимость длины сгустка пучка от его тока, измеренная стрик-камерой: точки — результаты измерений, линия — их аппроксимация.

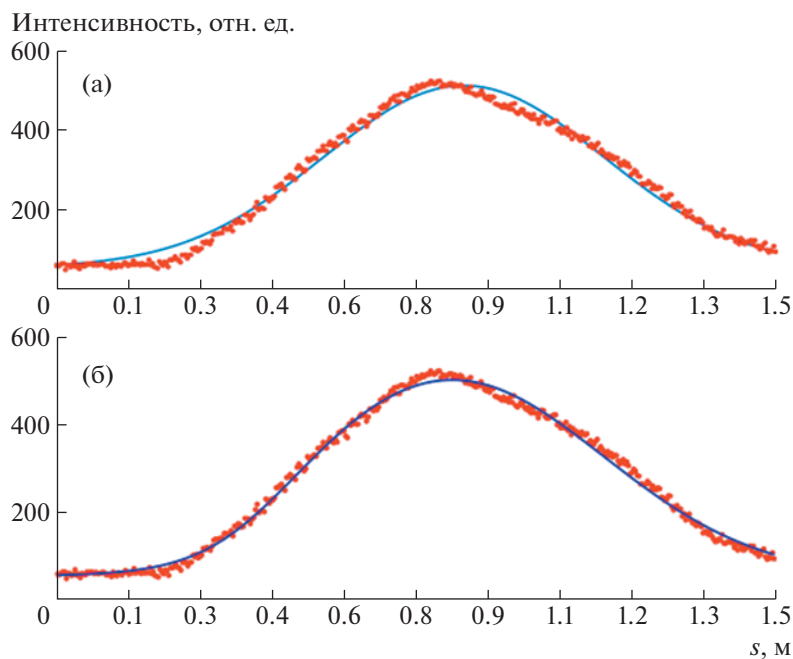


Рис. 6. Продольный профиль пучка, измеренный стрик-камерой: **а** — распределение аппроксимировано нормальным распределением, **б** — моделью (13).

не пучка при нулевом токе 13.5 см). Физически в накопителе пиковый ток охлажденного пучка составляет 1.15 А при среднем значении тока пучка 20 мА (ввиду того что длина пучка 19 см при заданном токе). При этом порог не достигается, и микроволновая неустойчивость себя не проявляет. Пиковый ток сгустков пучка линейного ускорителя превышает значение пикового тока порога микроволновой неустойчивости (уже при среднем токе одного сгустка 0.44 мА и длине пучка 10 пс),

поэтому динамика продольного профиля пучка после инжекции определяется этой неустойчивостью.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ИМПЕДАНСА СВЯЗИ НАКОПИТЕЛЯ- ОХЛАДИТЕЛЯ

Для исследования димюония (связанного состояния $\mu^+\mu^-$) [5] в Институте ядерной физики

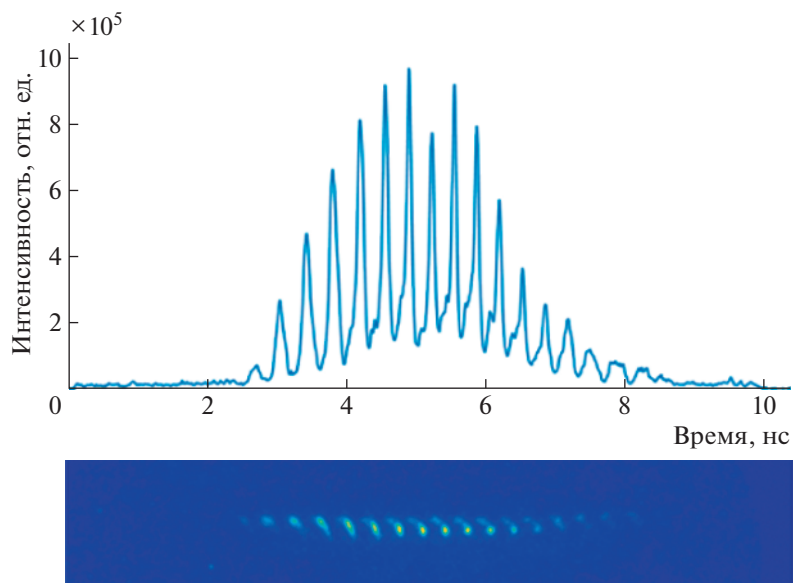


Рис. 7. Продольный профиль пучка, полученный на выходе линейного ускорителя.

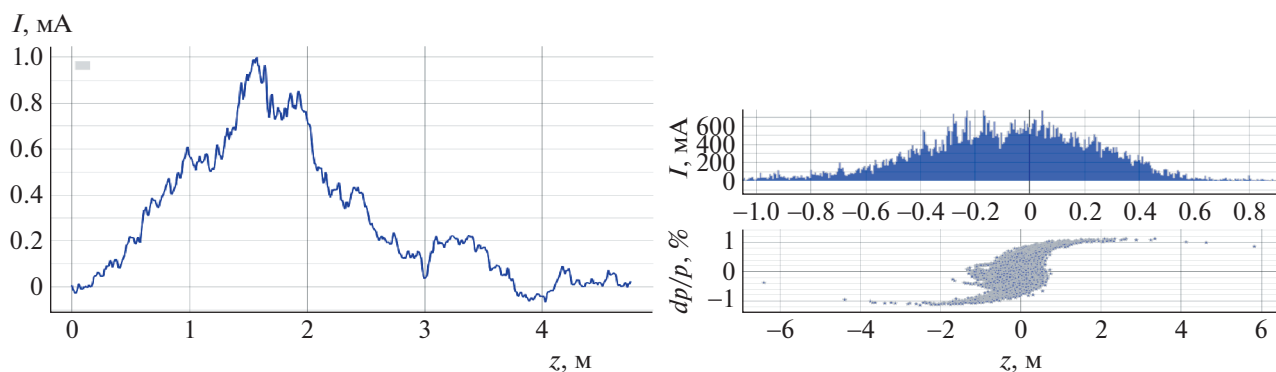


Рис. 8. Продольный профиль пучка через 3200 оборотов: слева – измеренный стрик-камерой; справа – результаты моделирования (вверху – продольный профиль пучка, внизу – отклонение частиц пучка по импульсам).

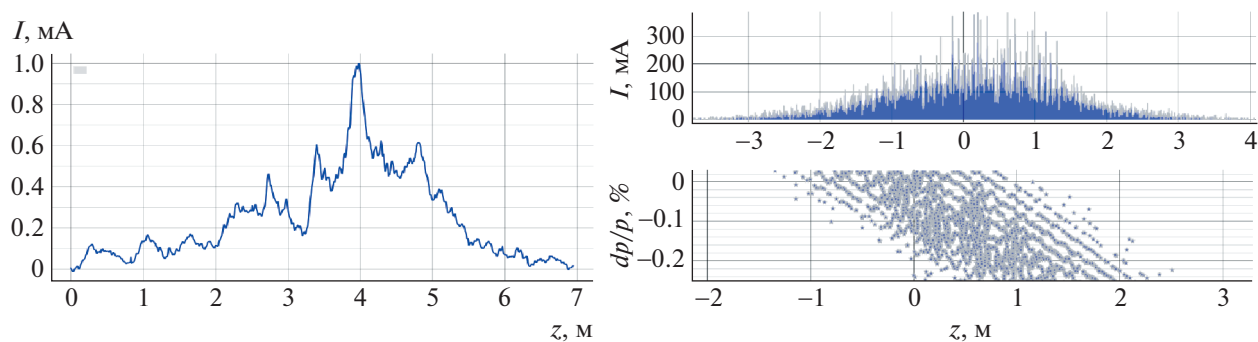


Рис. 9. Продольный профиль пучка через 800 оборотов: слева – измеренный стрик-камерой, справа – результаты моделирования (вверху – продольный профиль пучка, внизу – отклонение частиц пучка по импульсам).

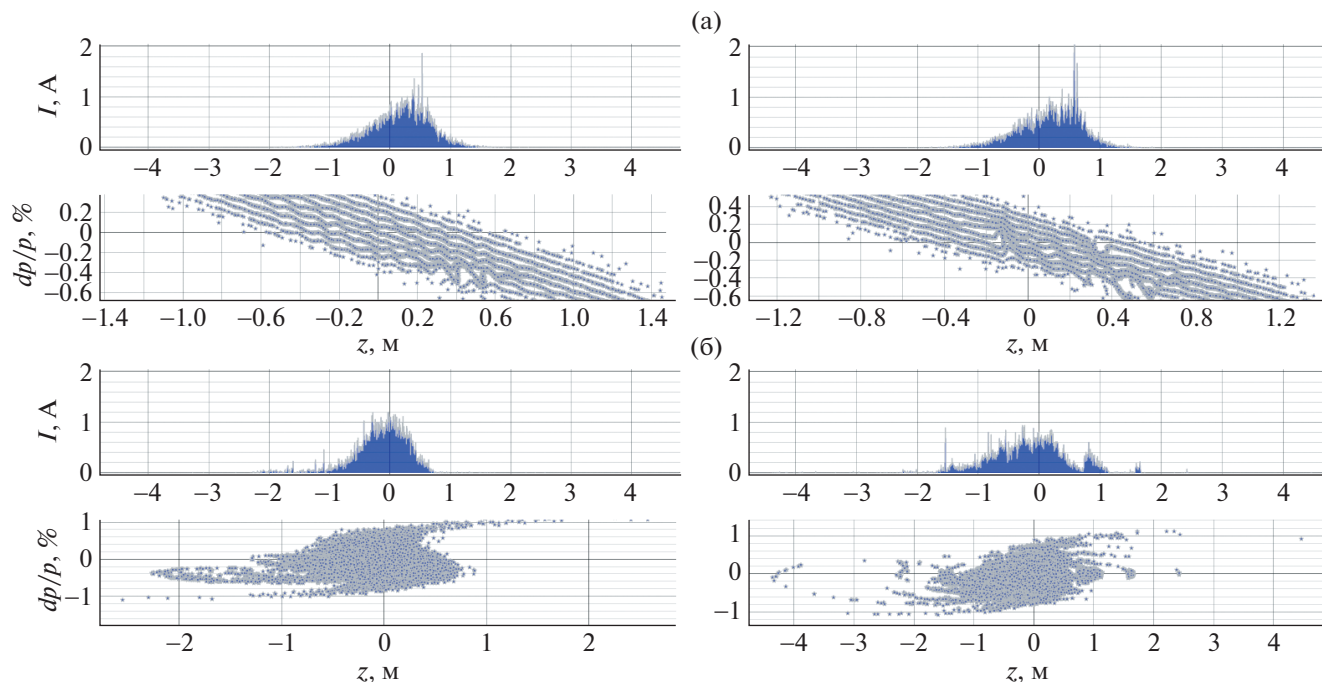


Рис. 10. Продольный профиль пучка на 200-м (а) и 3400-м (б) оборотах для случая без импеданса дополнительного резонатора (слева) и с импедансом (справа).

разрабатывается проект коллайдера $\mu^+\mu^-$ -трон (Мюютрон). Источником частиц для него станет инжекционный комплекс.

Однако накопитель-охладитель работает с резонатором 1-й гармоники (10.94 МГц) и значительно более длинным пучком, чем предполагается использовать в $\mu^+\mu^-$ -троне. Как итог, перепуск такого пучка в коллайдер с высокой частотой 338.98 МГц [4] будет приводить к значительным потерям частиц в момент захвата пучка коллайдером.

Один из вариантов решения данной проблемы — установка второго резонатора в накопитель для предварительного сжатия (перегруппировки) пучка в самом накопителе-охладителе перед его транспортировкой в коллайдер.

Подходящим для установки в накопитель является резонатор, аналогичный тому, что разрабатывается для проекта сибирского кольцевого источника фотонов (СКИФ), и имеющий следующие характеристики: частота 357 МГц, добротность 17000, шунтовое сопротивление 2.55 МОм, ускоряющее напряжение 400 кВ. Для исследования влияния на динамику пучка при инжекции дополнительного резонатора его параметры были добавлены в уже построенную модель импеданса связи.

Согласно приведенным ниже результатам, вставка дополнительного резонатора практически не меняет динамику пучка при инжекции — все так же возникает микроволновая неустойчивость на ранних оборотах, которая перегруппировывает пучок из 16-ти сгустков в один длинный.

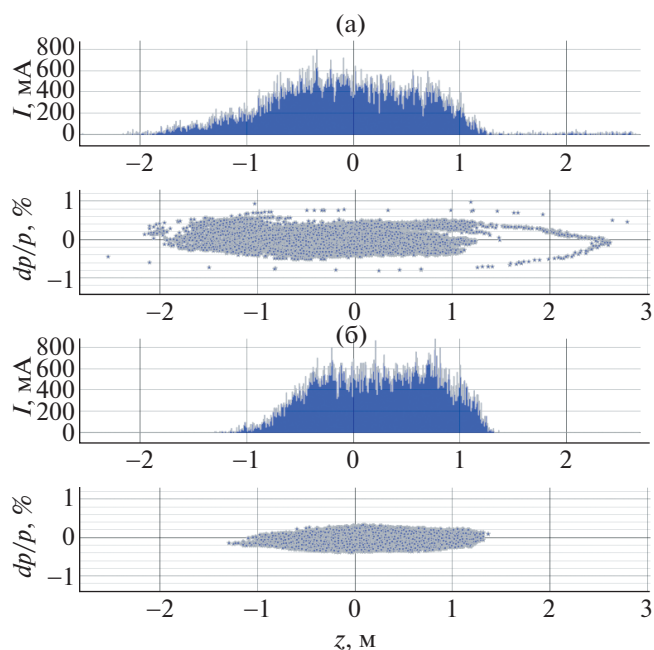


Рис. 11. Продольный профиль пучка на 40000-м (а) и 200000-м (б) оборотах.

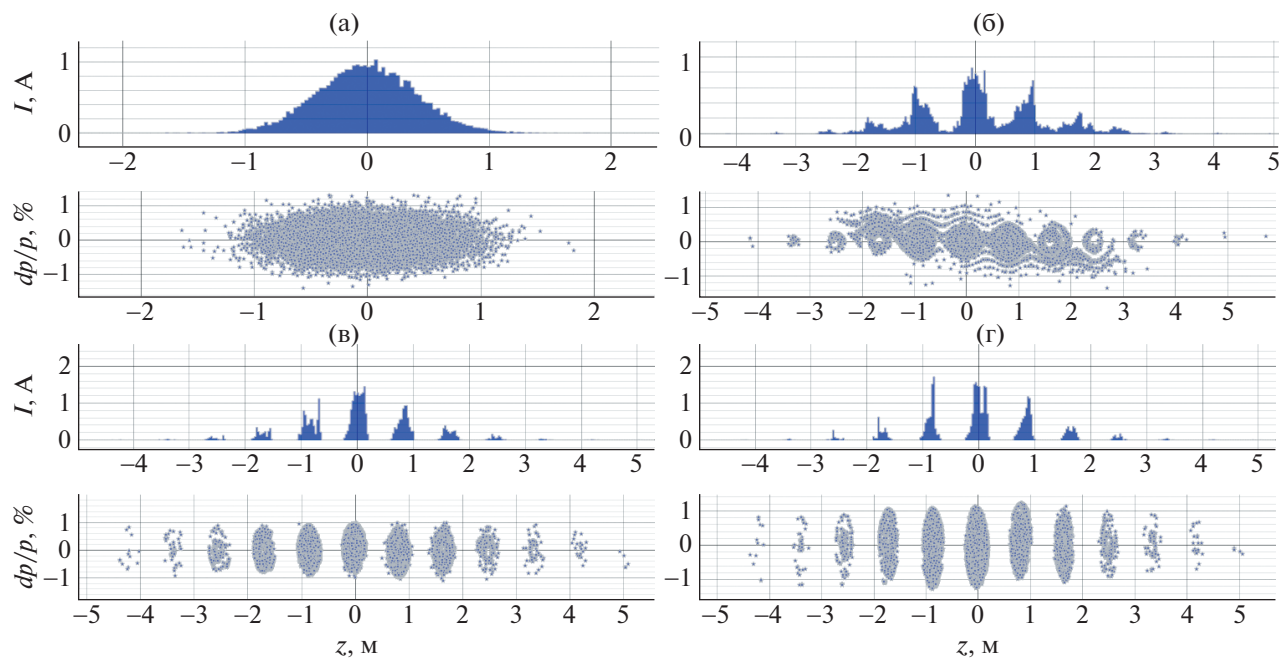


Рис. 12. Продольный профиль пучка на 1-м (а), 2000-м (б), 13500-м (в) и 20000-м (г) оборотах при постепенном включении резонатора 357 МГц и последующем отключении резонатора 10.94 МГц.

На рис. 10 представлены характерные профили тока пучка и его распределения в фазовом пространстве для случая без импеданса дополнительного резонатора и с ним на 200-м и 3400-м оборотах.

Рис. 11 демонстрирует дальнейшее затухание пучка с дополнительным резонатором на 40 000-м и 200 000-м оборотах. Из этих распределений видно, что за время, соответствующее характерному времени радиационного затухания пучка, происходит его группировка в имеющейся сепаратрисе.

Далее, затухший пучок необходимо перегруппировать путем отключения резонатора 10.94 МГц, в который он инжектировался, и включением нового резонатора 357 МГц. Если резко выключить первую ВЧ-станцию и тут же запустить вторую, то перегруппировка пучка будет сопровождаться потерями. Чтобы избежать этого, было предложено постепенно увеличивать ускоряющее напряжение в резонаторе 357 МГц до 400 кВ и после достижения этой величины начать уменьшать поле в резонаторе 10.94 МГц до нуля. Таким способом удастся осуществить медленную перегруппировку пучка без возникновения каких-либо существенных потерь, связанных с резким исчезновением потенциальной ямы, удерживающей накопленный пучок, и появлением новой от резонатора 357 МГц. Процесс такой перегруппировки пучка иллюстрирует рис. 12.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы был изучен феномен удлинения пучка накопителя-охладителя и искажения его формы. Показано, что причиной этого является искажение потенциальной ямы ВЧ-системы накопителя-охладителя. По результатам обработки измерений продольного профиля пучка стрик-камерой и диссектором была определена мнимая часть импеданса связи накопителя-охладителя, а с помощью измерений сдвига синхронной фазы пучка диссектором — действительная его часть.

При проведении измерения продольного профиля пучка при его инжекции из линейного ускорителя в накопитель было обнаружено, что слияние 16-ти сгустков, созданных ВЧ-системой линейного ускорителя, происходит значительно быстрее характерного времени радиационного затухания пучка. Моделирование захвата пучка позволило не только определить, что причиной тому является возникновение микроволновой неустойчивости, но и оценить параметры эквивалентной RLC -цепи для представления импеданса накопителя-охладителя.

В дальнейшем построенная модель была использована для исследования поведения пучка во время инжекции при модификации вакуумной камеры накопителя путем вставки дополнительного резонатора. Было показано, что дополнительный элемент вакуумной системы не приводит к возникновению неустойчивостей при инжекции и

охлаждении пучка. Также моделирование подтвердило гипотезу сохранения частиц пучка при его перегруппировке из основного резонатора в дополнительный путем медленного отключения первой ВЧ-станции и включения второй.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90082.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Astrelina K.V., Blinov M.F., Vsevolozhskaya T.A., Dikanskii N.S., Emanov F.A., Lapik R.M., Logachev P.V., Martyshkin P.V., Petrenko A.V., Rybitskaya T.V., Skrinskii A.N., Shiyankov S.V., Yaskina T.A.* // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2008. V. 106. № 1. P. 77.
<https://doi.org/10.1134/S1063776108010068>
2. *Maltseva Yu., Andrianov A., Astrelina K., Balakin V., Batrakov A., Belikov O., Berkaev D., Blinov M., Bolkhovityanov D., Butakov A., Bykov E., Dikansky N., Emanov F., Frolov A., Gambaryan V. et al.* // Proc. IPAC'2018. Vancouver, Canada, 2018. Paper MOPMK011.
<https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2018-MOPMK011>
3. *Shatunov P., Belikov O., Berkaev D., Gorchakov K., Kasaev A., Kirpotin A., Koop I., Krasnov A., Lysenko A., Motygin S., Prosvetov V., Rabusov D., Semenov A., Shatunov Yu., Timoshenko M. et al.* // Proc. IPAC'17, Copenhagen, Denmark, 2017. Paper WEPIK02.
<https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2017-WEPIK029>
4. *Журавлев А.Н., Карнаев С.Е., Левичев Е.Б., Мешков О.И., Никитин С.А., Николаев И.Б., Пиминов П.А.* // Письма в ЭЧАЯ. 2020. Т. 17. № 7. С. 876.
5. *Bogomyagkov A., Druzhinin V., Levichev E., Milstein A., Sinyatkin S.* // EPJ Web of Conferences. 2018. V. 181. P. 01032.
<https://doi.org/10.1051/epjconf/201818101032>
6. *Chao A.* Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators. Dallas: Wiley-Interscience Publication "John Wiley & Sons, INC", 1993.
7. *Hofmann A., Maidment J.* Current dependent phenomena in LEP. LEP note 168. (28.6.79)
8. *Chao A.* Handbook of Accelerator Physics and Engineering. New Jersey: World Scientific Publishing Co. Pre. Ltd., 2013.
9. *Анашин В.* Препринт ИЯФ 92-44. Новосибирск, 1992.