УДК 532.49

К ТЕОРИИ МЕТОДА "ЭХОСКОПИИ" ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ СКВАЖИНЫ В НИЗКОПРОНИЦАЕМОМ ПЛАСТЕ, ПОДВЕРЖЕННЫМ ГРП

© 2023 г. Р. А. Башмаков^{1,2,*}, Э. В. Галиакбарова^{1,3,**}, З. Р. Хакимова^{1,3,***}, В. Ш. Шагапов^{1,****}

¹Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа, Россия

²Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия ³Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия *e-mail: Bashmakov_Rustem@mail.ru **e-mail: Emi.galiakbar@yandex.ru **e-mail: Zulfya.hakimoya@yandex.ru

****e-mail: Shagapov@rambler.ru

Поступила в редакцию 05.12.2022 г. После доработки 01.03.2023 г. Принята к публикации 01.03.2023 г.

Строится математическая модель, описывающая эволюцию импульсного сигнала в скважине при наличии продольной или поперечной трещины ГРП в призабойном участке. Полагается, что из устья скважины сигнал посылается с длиной волны большей диаметра скважины и длины открытого участка скважины. По динамике "эха" импульсного сигнала, возвратившегося к устью скважины, можно судить о качестве гидроразрыва пласта. Приведены результаты численных расчетов для импульса колоколообразной формы. Показано, что при диагностике трещин в качестве флюида, по которому распространяется сигнал, более предпочтительна вода, чем нефть.

Ключевые слова: импульсный сигнал, гидроразрыв пласта, нефтяная скважина, фаза волны, коэффициент отражения, гармонические волны

DOI: 10.31857/S0032823523020042, EDN: TZACKT

1. Введение. Для исследования призабойной зоны скважин могут быть использованы различные методы: гидродинамические, акустические, сейсмические, термодинамические. Наиболее активно применяются исследования скважин при установившихся отборах (снятие индикаторных диаграмм); исследование скважин при неустановившихся режимах (снятие кривых восстановления давления, кривых восстановления уровня), исследование скважин на взаимодействие (гидропрослушивание) (см., напр., [1]). Гидроразрыв пласта (ГРП) зарекомендовал себя, как один из наиболее эффективных методов интенсификации добычи высоковязкой нефти или нефти из низкопроницаемых пластов [2].

Существующие способы оценки высоты трещины ГРП после ее образования (акустический, температурный, импульсный нейтрон-нейтронный каротаж с использованием нейтроно-поглощающего проппанта) имеют высокую погрешность. Применение новых способов добычи нефти и необходимость более точного прогнозирования процесса эксплуатации скважин, совершенствование приборов и способов наблюдения за режимами работы требуют новых подходов для определения состояния призабойной зоны скважин.

В работах [3, 4] изучаются собственные колебания жидкости в скважине с трещиной ГРП. При этом период колебаний, а также, особенно, интенсивность затухания колебаний определяются не только протяженностью столба жидкости в скважине, ее диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами образованных трещин ГРП).

В работе [5] предложен метод гидравлического импедансного тестирования, идея которого заключается в интерпретации фактического изменения гидравлического сопротивления между стволом скважины и открытой трещиной ГРП. Для этого искусственно создается импульс давления в скважину и анализируется отраженный сигнал.

В работе [6] приведены результаты полевых измерений изменения давления в различных точках скважины при резком изменении скорости потока жидкости. Скважинные датчики фиксировали изменение давления в зависимости от времени со скоростью 100 проб в секунду.

В статье [7] исследована динамика импульсного сигнала, распространяющегося в кольцевом зазоре между диагностирующим зондом и открытой скважиной, окруженной низкопроницаемым пластом, подвергаемым гидроразрыву. В [8] изучено влияние на дисперсию сигнала влияния фильтрационных характеристик призабойной зоны скважины.

В данной работе рассматривается метод эхоскопии призабойной зоны скважины: из устья скважины посылается сигнал распространяющийся по жидкости с длиной волны большей диаметра скважины и большей, чем длина открытого участка скважины.

Термин "эхоскопия" используется в основном в медицинской литературе и означает исследование органов и тканей с помощью ультразвуковых волн. Особенностью ультразвуковых волн является способность отражаться от границ сред, отличающихся друг от друга по плотности. Использование этого термина применительно к диагностике трещин ГРП оправдывается использованием идеи анализа изменения волнового сигнала при изменении параметров трещины. Для решения поставленной задачи строится математическая модель, описывающая распространение импульсного сигнала в скважине и для описания распространения волн в трещине используются интегро-дифференциальное уравнение фильтрации жидкости в вертикальной трещине ГРП (плоской трещине, идущей параллельно стволу скважины) [9] и радиальной трещине, перпендикулярной стволу скважины в виде, представленном в работе [10]. Изменение импульсного сигнала в скважине изучается с применением преобразования Фурье, для численной реализации используется быстрое преобразование Фурье [11].

2. Основные уравнения. Рассмотрим систему "вертикальная скважина—пласт—трещина ГРП" (рис. 1). Предполагается, что скважина через открытый участок длины l_p сообщается с пластом, а также трещинами, имеющими симметричное продольное или радиальное расположение относительно вскрытого участка скважины. Кроме того, длина открытого участка скважины значительно меньше длины его закрытого участка *l* $(l_p \ll l)$. Примем, что в исходном состоянии жидкость, находящаяся в системе "сква-

 $(r_p < r)$: примем, но в неходном состоянии жидкость, находищался в системе сква жина—пласт" покоится, т.е. течение в вертикальной скважине и горизонтальном пласте отсутствует.

Пусть на устье скважины (точка D_1 на рис. 1) создается импульсный сигнал давления, который будет распространяться по жидкости в скважине. Принимается приближение акустически сжимаемой жидкости. Ось Oz направим вертикально вниз, начало координат поместим на забое скважины.

Рассмотрим распространение волн давления малой амплитуды в скважине при следующих допущениях: длина сканирующей волны λ больше радиуса скважины a_c и



Рис. 1. Схема скважины, сообщающейся с пластом (а) и призабойной зоны с продольными (б) и радиальными (в) трещинами ГРП.

Обозначения: $a_{\rm c}$ — радиус скважины, a — радиус обсадной колонны скважины, l — протяженность скважины, l_p — протяженность призабойной зоны пласта.

длины открытого участка скважины, но значительно меньше длины скважины $(\lambda > a_c, \lambda > l_p, \lambda \ll l)$; при распространении акустической волны по каналу вязкость проявляется в тонком пограничном слое, и означает, что для частоты возмущения выполняется условие: $a_c \gg 2\sqrt{\nu/\omega}$, где ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; ω – круговая частота.

Система основных уравнений, описывающая распространение импульсного сигнала в скважине, представляющая собой законы сохранения масс и импульса, в линеаризованном приближении имеет вид [8]:

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c}, \quad \sigma = \rho_0 \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_{-\infty}^{t} \frac{(\partial w/\partial \tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau \quad (\nu = \mu/\rho_0)$$
(2.1)

Здесь *P* и *w* – возмущения давления и скорости; ρ_0 – плотность жидкости в невозмущенном состоянии; *C* – скорость звука в жидкости; μ – динамическая вязкость жидкости; σ – касательное напряжение на стенках канала [12].

Поскольку длина l_p открытого участка $0 < z < l_p$ значительно меньше длины закрытого участка -l < z < 0, то можем принять, что возмущение давления в открытом участке однородное. Поэтому в качестве граничного условия для системы (2.1) при z = 0 примем

$$P(0,t) = P_{(l)}(t) \tag{2.2}$$

Второе граничное условие получим из закона сохранения массы жидкости на открытом участке, которое с учетом однородности возмущений давления в призабойной зоне скважины для продольной и радиальной трещин, соответственно, запишется в виде:

$$\pi a_c^2 l_p \frac{1}{C^2} \frac{\partial P_{(l)}}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w_{(l)} - 2\pi a l_p \rho_0 u_p - 2d_f l_p \rho_0 u_f$$
(2.3)

$$\pi a_c^2 l_p \frac{1}{C^2} \frac{\partial P_{(l)}}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w_{(l)} - 2\pi a l_p \rho_0 u_p - 2\pi a d_f \rho_0 u_f, \qquad (2.4)$$

где $w_{(l)}$ — скорость жидкости в скважине при z = 0; u_p и u_f — скорости фильтрации жидкости в пласт через стенку открытого участка скважины и в трещину шириной d_f ; a_c и a — радиусы скважины и обсадной трубы.

Для определения значений u_p и u_f , в свою очередь, необходимо рассмотреть внешнюю, от открытого участка скважины, фильтрационную задачу в пласте и трещине. Уравнения упругой фильтрации жидкости из открытого участка скважины в пласт в процессе отражения импульса давления от забойного участка запишем в виде:

$$u_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_p}{\partial r}, \quad \frac{\partial P_p}{\partial t} = \frac{\alpha_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) \quad (0 < z < l_p, a < r < \infty)$$
(2.5)

Для фильтрации в продольную трещину примем уравнения [9]:

$$u_{f} = -\frac{k_{f}}{\mu} \frac{\partial P_{f}}{\partial x}, \quad \frac{\partial P_{f}}{\partial t} = \mathfrak{w}_{f} \frac{\partial^{2} P_{f}}{\partial x^{2}} - 2 \frac{m_{p}}{m_{f}} \sqrt{\mathfrak{w}_{p}} \int_{-\infty}^{t} \frac{\partial P_{f}(\tau, x)/\partial \tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} d\tau \qquad (2.6)$$
$$(0 < z < l_{p}, 0 < x < \infty),$$

а для радиальной трещины используем [10]:

$$u_{f} = -\frac{k_{f}}{\mu} \frac{\partial P_{f}}{\partial r}, \quad \frac{\partial P_{f}}{\partial t} = \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{f}}{\partial r} \right) - 2 \frac{m_{p}}{m_{f}} \frac{\sqrt{x_{p}}}{d_{f}} \int_{-\infty}^{t} \frac{\partial P_{f}(\tau, r) / \partial \tau}{\sqrt{\pi (t - \tau)}} d\tau$$

$$(0 < z < l_{p}, a < r < \infty), \qquad (2.7)$$

где *r* – расстояние от оси скважины, *P_p* и *P_f* – возмущения давления в пласте и трещине; *m_s*, *k_s* и æ_s = $\frac{k_s \rho_0 C^2}{m_s \mu}$ (*s* = *f*, *p*) – пористость, коэффициенты проницаемости и пьезопроводности. Начальные и граничные условия запишутся как:

$$P\big|_{t \to -\infty} = 0, \quad w\big|_{t \to -\infty} = 0 \tag{2.8}$$

$$P\big|_{z=-l} = f(t) \tag{2.9}$$

$$P_p(r \to +\infty) = 0, \quad P_p(r = a) = P_{(l)}(t)$$
 (2.10)

$$P_f(x \to +\infty) = 0, \quad P_f(x = 0) = P_{(l)}(t)$$
 для продольной трещины (2.11)

$$P_f(r \to +\infty) = 0, \quad P_f(r = a) = P_{(l)}(t)$$
 для радиальной трещины (2.12)

Условие (2.9) задает форму импульса давления характерной длительности Δt и амплитуды ΔP_0 , создаваемого в устье (z = -l) скважины.

3. Дисперсионные выражения для гармонических волн в скважине. Решения системы уравнений (2.1) ищем в виде затухающих гармонических волн:

$$P, w = A^{(p)}(z), A^{(w)}(z) [\exp[i(Kz - \omega t)]], \qquad (3.1)$$

где ω – круговая частота, $K = k + i\delta$ – волновой вектор, $C_p = \omega/k$ и δ – фазовая скорость и коэффициент затухания, $A^{(p)}$ – амплитуда параметра p, $A^{(w)}$ – амплитуда параметра w.

Подставляя (3.1) в систему (2.1), получим

$$-\frac{i\omega}{C^{2}}A^{(p)} + iK\rho_{0}A^{(w)} = 0$$

$$-\rho_{0}\omega A^{(w)} + KA^{(p)} = \left(\frac{2}{a_{c}}\sqrt{\rho_{0}\mu}\sqrt{\frac{\omega}{2}}(1+i)\right)A^{(w)}$$
(3.2)

Из этой системы уравнений (3.2), при условии существования нетривиального решения вида (3.1), получим дисперсионное уравнение:

$$K = \pm \frac{\omega}{C} \left(1 + \frac{1}{a_c} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} (1+i) \right)^{1/2}$$
(3.3)

Учитывая, что длина сканирующей волны λ больше длины открытого участка скважины l_p ($\lambda > l_p$), открытый участок скважины принимается отражающей поверхностью с координатой z = 0.

Для гармонической волны вида (3.1), падающей на отражающую поверхность (z = 0) положим, что на участке -l < z < 0 формируется отраженная волна для которой соответствующее волновое число из (3.3) берется со знаком "—". Причем, в забое скважины (на отражающей поверхности z = 0) давление определяется как сумма давлений, соответствующих падающей и отраженной волнам

$$P_{(o)} + P_{(r)} = P_{(l)} \tag{3.4}$$

Здесь нижние индексы (*o*) и (*r*) указывают значениям давления для падающей и отраженной волнам при z = 0.

Тогда для решения вида (3.1) условие (3.4) можно записать как

$$A_{(o)}^{(p)} + A_{(r)}^{(p)} = A_{(l)}^{(p)}$$
(3.5)

Скорость жидкости $w_{(l)}$ на границе колонны скважины (z = 0) складывается из $w_{(o)}$ и $w_{(r)}$, соответствующим падающей и отраженным волнам ($w_{(l)} = w_{(o)} + w_{(r)}$). Причем для гармонической волны следует

$$w_{(o)} = A_{(o)}^{(w)} e^{-i\omega t}, \quad w_{(r)} = A_{(r)}^{(w)} e^{-i\omega t}$$
 (3.6)

Для амплитуд скорости $A_{(o)}^{(w)}$ и $A_{(r)}^{(w)}$, соответствующих падающей и отраженной волнам, на основе первого уравнения из (3.2) с учетом (3.3) можно записать

$$A_{(o)}^{(w)} = \frac{A_{(o)}^{(p)}}{\rho_0 C} \left(1 + \frac{1}{a_c} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} (1+i)\right)^{-1/2}, \quad A_{(r)}^{(w)} = -\frac{A_{(r)}^{(p)}}{\rho_0 C} \left(1 + \frac{1}{a_c} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} (1+i)\right)^{-1/2}$$
(3.7)

Граничные условия при z = 0, следующие из (2.3) и (2.4) для продольной трещины и радиальной трещины с учетом уравнений фильтрации в пласт (2.4) и трещины ((2.6) — продольная и (2.7) — радиальная), можно привести к виду:

$$\frac{1}{\rho_0 C^2} \frac{\partial P_{(l)}}{\partial t} = \frac{w_{(l)}}{l_p} + \frac{2a}{a_c^2} \frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r}\right)_{\substack{r=a\\z=0}} + \frac{2d_f}{\pi a_c^2} \frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x}\right)_{\substack{x=0\\z=0}}$$
(3.8)

$$\frac{1}{\rho_0 C^2} \frac{\partial P_{(l)}}{\partial t} = \frac{w_{(l)}}{l_p} + \frac{2a}{a_c^2} \frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right) \Big|_{\substack{r=a\\z=0}} + \frac{2ad_f}{a_c^2 l_p} \frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right) \Big|_{\substack{r=a\\z=0}}$$
(3.9)

Решения для распределения давления и скорости в призабойной зоне для гармонического закона изменения давления в забое скважины будем искать в виде:

$$P_{p} = A_{p}^{(p)}(r) \exp[-i\omega t], \quad u_{p} = A_{p}^{(u)}(r) \exp[-i\omega t], \quad (3.10)$$

где $A^{(u)}$ – амплитуда параметра u.

Тогда из уравнений (2.5) для закона распределения давления и скорости фильтрации получим следующие уравнения

$$A_{p}^{(u)}(r) = -\frac{k_{p}}{\mu} \frac{dA_{p}^{(p)}}{dr} \quad \text{w} \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_{p}^{(p)}}{dr} \right) = q_{p}^{2} A_{p}^{(p)}, \tag{3.11}$$

где $q_p^2 = -i\omega/a_p$.

Из граничного условия (2.10) следует

$$A_p^{(p)}(a) = A_{(l)}^{(p)}$$
 и $A_p^{(p)}(r) \to 0|_{r \to \infty}$

Тогда для решения уравнений (3.11) можно записать

$$A_{p}^{(p)}(r) = A_{(l)}^{(p)} \frac{K_{0}(q_{p}r)}{K_{0}(q_{p}a)}, \quad A_{p}^{(u)}(r) = \frac{k_{p}}{\mu} q_{p} A_{(l)}^{(p)} \frac{K_{1}(q_{p}r)}{K_{0}(q_{p}a)}, \quad (3.12)$$

где $K_0(S) = \int_0^\infty e^{-S \operatorname{ch} \xi} d\xi$ и $K_1(S) = -\frac{d K_0(S)}{d S} - функции Макдональда нулевого и перво-$

го порядков

Для распределения давления и скорости фильтрации в продольной трещине решение будем искать в виде:

$$P_f = A_f^{(p)}(x) \exp\left[-i\omega t\right], \quad u_f = A_f^{(u)}(x) \exp\left[-i\omega t\right],$$

из уравнения (2.6) получим:

$$A_f^{(u)}(x) = -\frac{k_f}{\mu} \frac{dA_f^{(p)}}{dx} \quad \mathbf{H} \quad \frac{d^2 A_f^{(p)}}{dx^2} = q_f^2 A_f^{(p)}, \tag{3.13}$$

FILE $q_f^2 = -i \left(\frac{\omega}{\alpha_f} + 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f} \frac{\sqrt{i\omega}}{d_f} \right).$

С учетом граничных условий (2.11) решения уравнений (3.13) имеют вид:

$$A_f^{(p)}(x) = A_{(l)}^{(p)} \exp\left[-q_f x\right], \quad A_f^{(u)}(x) = \frac{k_f}{\mu} q_f A_{(l)}^{(p)} \exp\left[-q_f x\right]$$
(3.14)

Аналогично предыдущему (3.10) решения уравнений (2.7) для радиальной трещины при условии (2.12) запишем как

$$A_{f}^{(p)}(r) = A_{(l)}^{(p)} \frac{K_{0}(q_{f}r)}{K_{0}(q_{f}a)}, \quad A_{f}^{(u)}(r) = \frac{k_{f}}{\mu} q_{f} A_{(l)}^{(p)} \frac{K_{1}(q_{f}r)}{K_{0}(q_{f}a)}$$
(3.15)

Тогда, подставляя (3.12) и (3.14) в уравнение (3.8) и принимая во внимание (3.5), получим

$$\frac{-i\omega}{\rho_0 C^2} \left(A_{(p)}^{(p)} + A_{(p)}^{(p)} \right) = \frac{A_{(l)}^{(w)}}{l_p} - \frac{2a}{a_c^2} \frac{k_p}{\mu} q_p \frac{K_1(q_p a)}{K_0(q_p a)} A_{(l)}^{(p)} - \frac{2d_f}{\pi a_c^2} \frac{k_f}{\mu} q_f A_{(l)}^{(p)}$$
(3.16)

Из (3.16) с учетом (3.7) можем записать

$$A_{(o)}^{(p)} - A_{(r)}^{(p)} = A_{(l)}^{(p)} \Delta_{\parallel}$$

$$\Delta_{\parallel} = \rho_0 C l_p \left(1 + \frac{1}{a_c} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} (1+i) \right)^{1/2} \left(\frac{-i\omega}{\rho_0 C^2} + \frac{2k_p}{\mu} q_p \frac{a}{a_c^2} \frac{K_1(q_p a)}{K_0(q_p a)} + \frac{2d_f}{\pi a_c^2} \frac{k_f}{\mu} q_f \right)$$
(3.17)

Из совместного решения (3.5) и (3.17) получим выражение для коэффициента отражения $N\left(N = A_{(r)}^{(p)} / A_{(o)}^{(p)}\right)$ от забоя скважины в случае продольной трещины

$$N = 1 - \frac{2\Delta_{\parallel}}{1 + \Delta_{\parallel}} \tag{3.18}$$

После аналогичных преобразований из (3.9) с учетом (3.12) и (3.15) найдем коэффициент отражения в случае радиальной трещины:

$$N = 1 - \frac{2\Delta_r}{1 + \Delta_r}$$

$$\Delta_r = \rho_0 C l_p \left(1 + \frac{1}{a_c} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} (1+i) \right)^{1/2} \left(\frac{-i\omega}{\rho_0 C^2} + \frac{2k_p}{\mu} q_p \frac{a}{a_c^2} \frac{K_1(q_p a)}{K_0(q_p a)} + \frac{2d_f a}{l_p a_c^2} \frac{k_f}{\mu} q_f \frac{K_1(q_f a)}{K_0(q_f a)} \right)$$
(3.19)

4. Численные анализ. Динамика импульсного сигнала в скважине изучается с применением преобразования Фурье и программы быстрого преобразования, для численной реализации [11, 13], а в качестве импульсного сигнала в момент времени t_0 возьмем давление колоколообразной формы длительности Δt с амплитудой ΔP_0 :

$$\tilde{P}^{(0)} = \Delta P_0 \exp\left(-\left(6\frac{t-t_0}{\Delta t}\right)^2\right)$$
(4.1)

Для сигнала, дошедшего и отраженного от сечения z = 0 канала имеем:

$$P_{(o)}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}^{(0)}(\tau) \exp(iK(\omega)l) \exp[i\omega(t-\tau)] d\omega d\tau$$
(4.2)

$$P_{(r)}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{(l)}(\tau) N(\omega) \exp\left[i\omega(t-\tau)\right] d\omega d\tau$$
(4.3)



Рис. 2. Зависимости фазовой скорости (сплошные) и коэффициента затухания (пунктирные) от частоты. Линии *1* и *2* соответствуют обсаженной и не обсаженной ($a_c = a$) скважине. Скважина и пласт заполнены водой – а, нефтью – б.

Согласно выражениям (4.2) с учетом (3.3) и (4.3) с учетом (3.18) и (3.19) следует, что наличие гидроразрывных трещин, продольных и радиальных вскрытому участку скважины, приводит к дисперсии в динамике импульсного сигнала по скважине.

На рис. 2 представлено влияние вида жидкости в скважине на зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты. Для параметров скважины и жидко-



Рис. 3. Зависимости модуля коэффициента отражения (сплошные и штрихпунктирные линии) и аргумента (пунктирные и точечные линии) от частоты. Штрихпунктирные и точечные линии – при отсутствии трещины. Линии *1, 2* и *3* соответствуют продольной трещине проводимости $C_f = 5 \times 10^{-13}$; 5×10^{-12} ; 5×10^{-11} м³.

сти (воды или нефти) приняты следующие величины: $l = 2.6 \times 10^3$ м; $a_c = 3.5 \times 10^{-2}$ м; $a = 7.75 \times 10^{-2}$ м; $\rho_0 = 10^3$, 890 кг/м³; $C = 1.5 \times 10^3$, 1.23×10^3 м/с; $\mu = 10^{-3}$, 2×10^{-2} Па с. Заметно снижение фазовой скорости, которое для воды составляет менее 10 м/с, а для нефти в обсаженной скважине может уменьшаться на 15 м/с при круговой частоте $\omega = 10^2$ с⁻¹ и на 40 м/с при круговой частоте $\omega = 10$ с⁻¹. Коэффициенты затухания в обсаженной скважине для воды и нефти отличаются более, чем в 6 раз. Например, при круговой частоте $\omega = 10^2$ с⁻¹ коэффициент затухания примерно равен $\delta = 1.5 \times 10^{-4}$ м⁻¹ в воде и $\delta = 10^{-3}$ м⁻¹ в нефти, а характерное расстояние затухания примерно равно $z_{\delta} = 6.6 \times 10^3$ м для воды и $z_{\delta} = 10^3$ м для нефти.

На рис. 3, 4 показано влияние трещины проводимости $C_f = d_f k_f$ пористостью $m_f = 0.2$ на модуль и аргумент коэффициента отражения сигнала, рассчитанных для продольной и радиальной трещины по выражению (3.18) и (3.19) соответственно. Принято, что обсаженная скважина и пласт $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$, $m_p = 0.1$, $l_p = 20$ м заполнены водой. Из рисунков следует, что при отсутствии трещины значение модуля коэффициента отражения примерно равно 0.9, аргумент близок к углу $\pi/2$ для круговой частоты $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$. Наличие трещины проводимости $C_f = 5 \times 10^{-12} \text{ м}^3$ изменяет фазу сигнала, поскольку аргумент коэффициента отражения становится близкий к углу π для круговой частоты $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$. Для радиальной трещины проводимости $C_f = 5 \times 10^{-13} \text{ м}^3$ несмотря на некоторое снижение модуля коэффициента отражения, его аргумент близок к углу $\pi/2$, также как и при отсутствии трещины. Это позволяет



Рис. 4. Зависимости модуля коэффициента отражения (сплошные и штрихпунктирные линии) и аргумента (пунктирные и точечные линии) от частоты. Штрихпунктирные и точечные линии – при отсутствии трещины. Линии *1* и *2* соответствуют радиальной трещине проводимости $C_f = 5 \times 10^{-13}$ и 5×10^{-12} м³.



Рис. 5. Динамика сигнала длительности $\Delta t = 5 \times 10^{-2}$ с в обсаженной скважине. Сплошная линия соответствует наличию продольной трещины проводимости $C_f = 5 \times 10^{-13}$ м³, точечная линия – при отсутствии трещины.



Рис. 6. Расчетные осциллограммы импульсного сигнала длительности $\Delta t = 5 \times 10^{-2} \text{ c} - \text{a u} \Delta t = 8 \times 10^{-3} \text{ c} - 6$ в обсаженной скважине с радиальной трещиной (сплошные линии) проводимости $C_f = 5 \times 10^{-13} \text{ m}^3$ и без трещины (точечные линии) на вскрытом участке.

предположить, что "эхоскопия" будет менее чувствительна к трещинам, перпендикулярным вскрытому участку скважины.

На рис. 5 представлена динамика импульсного сигнала длительности $\Delta t = 5 \times 10^{-2}$ с в обсаженной скважине с водой. Расчетные параметры совпадают с параметрами рис. 2–4. Алгоритмические датчики D_1 , D_2 и D_3 расположены на устье, забое и дне скважины. Видно, наличие трещины приводит к качественному изменению эволю-

ции импульсного сигнала в скважине. Образуется импульс сжатия от забоя без трещины или импульс разгрузки при наличии трещины в забое. Для обнаружения радиальной трещины малой проводимости можно использовать более короткие сигналы (рис. 6,б). Заметим, что на дне вскрытой скважины при отсутствии трещины в забое происходит усиление сигнала, т.к. из-за низкой проницаемости пласта призабойная зона ведет себя как жесткая стенка.

Заключение. Предложен метод "эхоскопии" для обнаружения трещин гидроразрыва в низкопроницаемых пластах, проницаемостью порядка миллидарси. По динамике импульсного сигнала в обсаженной скважине с открытым участком, заполненным водой можно судить качественно о наличии ГРП трещин. Для более детального определения фильтрационных характеристик гидроразрывных трещин следует запускать еще более короткие импульсные сигналы конкретно на вскрытом участке скважины, соответствующая теория акустического "телевизора" предложена в работах [7, 8]. Эволюция импульсного сигнала более четко прослеживается, если в роли фильтрующейся жидкости используется вода. Наблюдается импульс сжатия от забоя без трещины или импульс разгрузки при наличии трещины в забое. Для обнаружения радиальной трещины малой проводимости целесообразно использовать более короткие сигналы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, https://rscf.ru/project/21-11-00207/

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Кременецкий М.И., Ипатов А.И. Гидродинамические и промыслово-технологические исследования скважин. М.: МАКС Пресс, 2008. 475 с.
- 2. Экономидес М. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. М.; Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. 237 с.
- 3. Байков В.А., Булгакова Г.Т., Ильясов А.М., Кашапов Д.В. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 5. С. 64–75.
- Башмаков Р.А., Насырова Д.А., Шагапов В.Ш. Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом, при наличии трещины ГРП // ПММ. 2022. Т. 86. № 1. С. 88– 104.
- Holzhausen G.R., Gooch R.P. Impedance of Hydraulic Fractures: Its Measurement and Use for Estimating Fracture Closure Pressure and Dimensions // Paper presented at the SPE/DOE Low Permeability Gas Reservoirs Symp., Denver / Colorado, May 1985. Paper Number: SPE- SPE-13892-MS.
- Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity // SPE Int. Symp. Exhib. on Formation Damage Control, 2008, SPE-112282-MS. https://doi.org/10.2118/112282-MS
- 7. Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р. К теории локального зондирования трещин, образовавшихся при гидроразрыве пласта, с использованием импульсных волн давления // ПМТФ. 2021. Т. 62. № 4. С. 46–56.
- 8. *Галиакбарова Э.В.* Влияние проводимости гидроразрывной трещины на возможность диагностирования с помощью акустического "телевизора"// Вестн. Башкирск. ун-та. 2021. Т. 26. № 4. С. 866–870.
- 9. Шагапов В.Ш., Нагаева З.М., Аносова Е.П. Упругий режим фильтрации жидкости к скважине через перпендикулярную ей трещину, образовавшуюся при гидроразрыве пласта // ПМТФ. 2022. Т. 63. № 4 (374). С. 105–115.
- 10. *Нагаева З.М., Шагапов В.Ш*. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // ПММ. 2017. Т. 81. № 3. С. 319–329.
- 11. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. М.: ООО "Бином-Пресс", 2006. 656 с.
- 12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- 13. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: Издат. дом "Вильямс", 2004. 992 с.

On the Theory of the Method of "Echoscopy" of the Bottomhole Zon e of a Well in a Low-Permeability Formation Subject to Hydraulic Fracturing

R. A. Bashmakov^{*a,b,#*}, E. V. Galiakbarova^{*a,c,##*}, Z. R. Khakimova^{*a,c,###*}, and V. Sh. Shagapov^{*a,####*}

^aMavlutov Institute of Mechanics, Ufa, Russia ^bUfa University of Science and Technology, Ufa, Russia ^cUfa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia [#]e-mail: Bashmakov_Rustem@mail.ru ^{##}e-mail: Emi.galiakbar@yandex.ru ^{####}e-mail: Zulfya.hakimova@yandex.ru ^{####}e-mail: Shagapov@rambler.ru

We build a mathematical model describing the evolution of the pulse signal in the well in the presence of a longitudinal or transverse fracture in the bottomhole section. It is assumed that the signal is sent from the wellhead with a wavelength greater than the diameter of the well and the length of the open section of the well. According to the dynamics of the "echo" of the pulse signal returning to the wellhead, it is possible to judge the quality of hydraulic fracturing. The results of numerical calculations for a bell-shaped pulse are presented. It is shown that when diagnosing fractures, water is more preferable than oil as a fluid through which the signal propagates.

Keywords: pulse signal, hydraulic fracturing, oil well, wave phase, reflection coefficient, harmonic waves

REFERENCES

- 1. *Kremenetskiy M.I., Ipatov A.I.* Hydrodynamic and Field-Technological Studies of Wells. Moscow: MAKS Press, 2008.
- 2. *Economides M.J., Ronald E.O., Valko P.* Unified Fracture Design Bridging the Gap between Theory and Practice. Alvin, TX: Orsa Press, 2002. 200 p.
- 3. Baikov V.A., Bulgakova G.T., Il'yasov A.M., Kashapov D.V. Estimation of the geometric parameters of a reservoir hydraulic fracture // Fluid Dyn., 2018, vol. 53, pp. 642–653. http://ras.jes.su/mzg/s207987840000962-7-2-en.
- Bashmakov R.A., Nasyrova D.A., Shagapov V.Sh. Natural vibrations of a fluid in a well connected with formation in the presence of a hydraulic fracture // Fluid Dyn., 2021, vol. 56, pp. 1049–1061. https://doi.org/10.1134/S0015462821080024
- 5. *Holzhausen G.R., Gooch R.P.* Impedance of hydraulic fractures: its measurement and use for estimating fracture closure pressure and dimensions // SPE/DOE Low Permeability Gas Reservoirs Symp., Denver / Colorado, May 1985. Paper No: SPE- SPE-13892-MS.
- Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer effects on water injection well performance and longevity // SPE Int. Symp. & Exhib. on Formation Damage Control, 2008, SPE-112282-MS. doi: https://doi.org/10.2118/112282-MS
- Shagapov V.S., Galiakbarova E.V., Khakimova Z.R. On the theory of local sounding of hydraulic fractures using pulsed pressure waves // J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2021, vol. 62, pp. 563–572. https://doi.org/10.1134/S0021894421040052
- 8. *Galiakbarova E.V.* The influence of the conductivity of a hydraulic fracturing crack on the possibility of diagnosing using an acoustic "TV" // Bull. Bashk. Univ., 2021, vol. 26, no. 4, pp. 866–870. doi: https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.4.2
- Shagapov V.S., Nagaeva Z.M., Anosova E.P. Elastic filtration of fluid to a wellbore through a fracture perpendicular to it and formed during hydraulic fracturing // J Appl. Mech. Tech. Phys., 2022, vol. 63, pp. 643–651. https://doi.org/10.1134/S0021894422040113
- 10. *Nagaeva Z.M., Shagapov V.Sh.* Elastic seepage in a fracture located in an oil or gas reservoir // JAMM, 2017, vol. 81, iss. 3, pp. 214–222.
- 11. *Lyons R.G.* Understanding Digital Signal Processing. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 2001. xvii+517 p.
- 12. Landau L.D., Lifshits E.M. Theoretical Physics. Vol. 6: Hydrodynamics. Moscow: Nauka, 1986.
- 13. Ifeachor E.C., Jervis B.W. Digital Signal Processing. Addison-Wesley Publ. Company, 1993. xxiii+760p.