

УДК 532.5

**СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОЙ ПРИСТЕННОЙ  
ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУЕ**© 2023 г. А. М. Гайфуллин<sup>1,\*</sup>, А. С. Щеглов<sup>1,\*\*</sup><sup>1</sup>Центральный аэродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия

\*e-mail: gaifullin@tsagi.ru

\*\*e-mail: shcheglov@phystech.edu

Поступила в редакцию 29.12.2022 г.

После доработки 01.03.2023 г.

Принята к публикации 01.03.2023 г.

С помощью численного моделирования исследуется задача об истечении трехмерной пристенной струи несжимаемой жидкости. Целью исследования является определение структуры течения в струе, сравнение механизмов распространения турбулентной и ламинарной пристенных струй. Численное решение уравнений движения в турбулентном случае получено с помощью метода крупных вихрей с пристенным разрешением. Результаты моделирования сравниваются с данными экспериментальных исследований.

*Ключевые слова:* пристенная струя, автомодельность, метод крупных вихрей

DOI: 10.31857/S0032823523020078, EDN: TZESTU

**1. Введение.** Пристенные струи изучены намного хуже свободных. Единственное известное аналитическое решение построено только для плоских, бьющих из удлиненной щели ламинарных пристенных струй в рамках уравнений пограничного слоя [1, 2]. Оказалось, что в этом случае в любом поперечном сечении струи сохраняется величина – инвариант Акатнова, которая имеет смысл произведения импульса на расход. Таким образом, в отличие от свободных плоской и осесимметричной струй [3, 4], которые можно создать за счет привнесения в поток импульса, для пристенных струй важны при их создании как начальный (через выходное сечение струи) импульс, так и начальный расход. Наличие инварианта в плоской пристенной ламинарной струе позволило построить автомодельное решение и определить, что толщина струи при увеличении продольной координаты  $x$  растет как  $x^{3/4}$ .

Если струя выдувается в затопленное пространство параллельно бесконечной плоскости из не удлиненного выходного сечения, то такая струя называется трехмерной пристенной струей. Течение в дальнем поле трехмерной ламинарной пристенной струи выходит на автомодельный режим, но, поскольку инвариантный интеграл еще не найден, параметр автомодельности, определяющий изменение размера струи, в работе [5] был найден численно. Оказалось, что характерные размеры струи растут пропорционально  $x^{4/3}$ . В [5, 6] также определена структура линий тока автомодельного течения (рис. 1), которая указывает на то, что всю область течения можно условно разбить на две подобласти: внутреннего и внешнего течения. Разделяет эти две подобласти овальная предельная линия тока. Во внутренней области с ростом координаты  $x$  продольная скорость уменьшается, что приводит к вытесняющему действию: линии

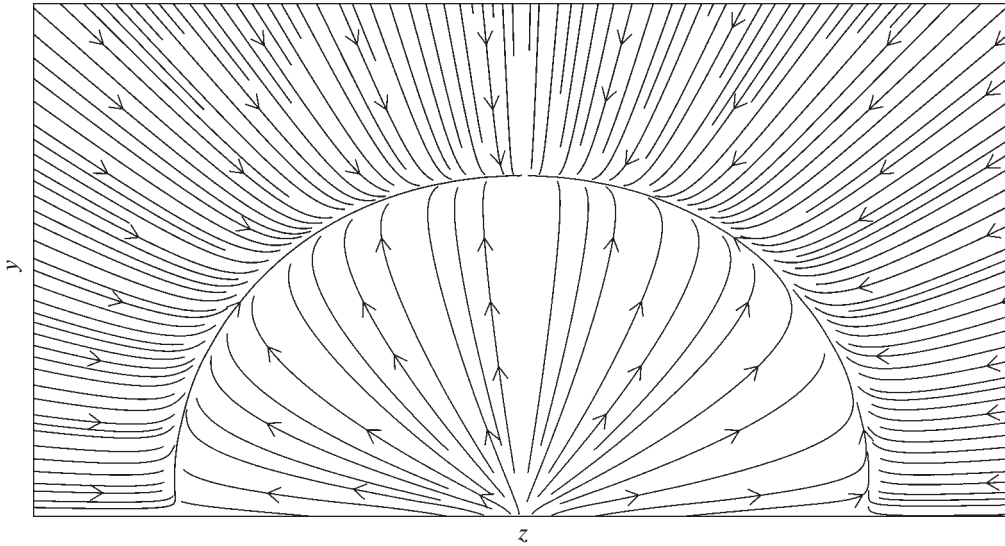


Рис. 1. Линии тока в плоскости  $x = \text{const}$ .

тока направлены от центра струи. Во внешней области линии тока направлены к центру — струя, подсасывая, разгоняет внешнее течение. Практически во всей области течения, за исключением окрестности разделительной линии тока, азимутальная скорость намного меньше радиальной.

Исследования трехмерных турбулентных пристенных струй велись в двух направлениях: экспериментальное [7–17] и немногочисленное расчетное [18–20].

Экспериментально было обнаружено, что в поперечном сечении турбулентной пристенной струи ее толщина существенно различна в перпендикулярном и параллельном к твердой поверхности направлениях. Этот факт в [7] подтвержден визуализацией течения в струе. В [8] в ближнем поле струи такое anomальное поведение было объяснено образованием в потоке подковообразных вихрей. В [7, 9–17] изучается автомодельное изменение характеристик струи. В этих работах было показано, что, несмотря на различие формы выходных сечений, из которых вытекает пристенная струя, и расположения этих сечений, течение в струе выходит на автомодельный режим. Вместе с тем, выход на автомодельный режим, по-видимому, зависит от многих факторов, например, геометрии и расположения выходного сечения, уровня турбулентных пульсаций на экспериментальной установке, числа Рейнольдса и др. В разных экспериментальных исследованиях координата выхода на автомодельный режим колеблется от 15 до 60 диаметров. Следует заметить, что выход на автомодельный режим различных величин происходит в разных сечениях струи: сначала выходит осредненная скорость, затем турбулентные напряжения и т.д.

В одной из первых работ по численному расчету характеристик трехмерной турбулентной пристенной струи результаты были получены с помощью решения осредненных уравнений Рейнольдса [18]. Хотя, как отмечают сами авторы, сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными оказалось не очень хорошим, им все же удалось численно подтвердить, что различие в толщинах струи в параллельном и перпендикулярном к твердой поверхности направлениях вызвано продольными вихрями. Примерно такое же соответствие численных и эксперимен-

тальных данных продемонстрировано в работе [19], в которой также производилось численное интегрирование уравнений Рейнольдса.

Лучшее совпадение получено в работе [20], в которой численное решение получено с помощью метода крупных вихрей (LES). В качестве подсеточной модели использовалась модель Смагоринского, поправленная вблизи твердой поверхности эмпирическим демпфирующим множителем. В работе [20] была еще раз продемонстрирована определяющая роль продольных вихрей в эволюционном развитии пристенной струи.

В данной работе проведен расчет характеристик трехмерной пристенной струи с помощью метода LES. В отличие от метода RANS, для которого необходима полуэмпирическая модель турбулентной вязкости для всего течения, в LES необходимо задание модели турбулентности лишь на масштабах, не превышающих размера ячеек сетки. При этом крупные масштабы, несущие значительную долю энергии, разрешаются достаточно точно. При измельчении сетки LES, в отличие от RANS, переходит в прямое численное моделирование уравнений Навье–Стокса. Кроме того, в настоящей работе предпринята попытка получения наиболее достоверных с позиций сегодняшнего дня результатов с различных точек зрения: подсеточной модели турбулентности, численной схемы, мелкости разбиения расчетной области.

**2. Постановка задачи.** Линию пересечения двух полубесконечных плоскостей определим как  $x = 0$ ,  $y = 0$ . В вертикальной плоскости имеется квадратное отверстие (рис. 2, длина стороны квадрата  $d$ ), из которого выдувается струя со скоростью  $u_0$  в пространство, заполненное покоящейся жидкостью. Отверстие своим основанием примыкает к горизонтальной плоскости. Введем систему координат. Струя распространяется вдоль оси  $x$ . Ось  $y$  направлена перпендикулярно горизонтальной плоскости, третья ось – ось  $z$ . Компоненты скорости  $u, v, w$  направлены вдоль осей  $x, y, z$ . Жидкость будем считать несжимаемой. Основной характеристикой струи является число Рейнольдса, образованное по скорости  $u_0$ , размеру  $d$  и кинематическому коэффициенту вязкости  $\nu$ .

$$\text{Re} = \frac{u_0 d}{\nu}$$

Будем описывать характеристики течения в рамках метода LES. Уравнения неразрывности и движения запишем в тензорном виде:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

Здесь  $\bar{f}$  – осредненная (отфильтрованная) по ячейке величина

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta V} \int f dx_1 dx_2 dx_3,$$

интегрирование проводится по объему ячейки  $\Delta V$ ,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $\bar{u}_1 = \bar{u}$ ,  $\bar{u}_2 = \bar{v}$ ,  $\bar{u}_3 = \bar{w}$ ,  $\bar{p}$  – осредненное по ячейке давление,  $\rho$  – плотность. Вследствие процедуры осреднения по ячейке появляются дополнительные подсеточные напряжения  $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ .

Тензор подсеточных напряжений можно переписать в следующем виде:

$$\tau_{ij} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} + \left( \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \right) = \frac{2}{3} \delta_{ij} k_{sgs} + \text{dev}(\tau),$$

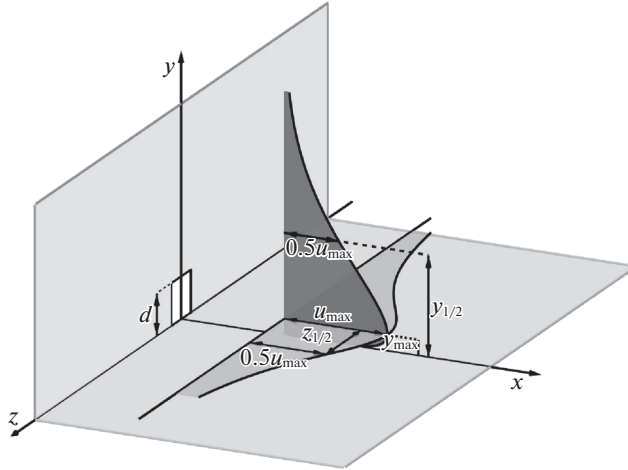


Рис. 2. Профили продольной компоненты скорости  $\langle u(y) \rangle$  и  $\langle u(z) \rangle$  в трехмерной пристенной струе, система координат и некоторые обозначения.

где  $\text{dev}(\tau) = \tau_{ij} - \delta_{ij}\tau_{kk}/3$  – девиаторная часть этого тензора. Выражения для  $k_{sgs}$ ,  $\text{dev}(\tau)$  представляют собой подсеточную модель. В настоящей работе используется адаптированная к моделированию пристенных течений модель WALE [21], основанная на гипотезе Буссинеска о турбулентной подсеточной вязкости  $\nu_{sgs}$ :

$$\text{dev}(\tau) = 2\nu_{sgs} \text{dev}(\bar{S})$$

В этой формуле  $\bar{S}$  – тензор скоростей деформации с элементами

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Величина  $k_{sgs}$ , необходимая для подсеточной модели, связана с турбулентной вязкостью соотношением

$$\nu_{sgs} = C_k \Delta \sqrt{k_{sgs}}, \quad (2.3)$$

где  $\Delta = \sqrt[3]{\Delta V}$  – линейный масштаб ячейки.

Кроме того, турбулентную подсеточную вязкость, задают соотношением, которое, в отличие от модели Смагоринского, дает “правильное” асимптотическое ее поведение в окрестности стенки без использования эмпирических демпфирующих множителей:

$$\nu_{sgs} = (C_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}}, \quad (2.4)$$

где

$$S_{ij}^d = \frac{\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2}{2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{g}_{kk}^2,$$

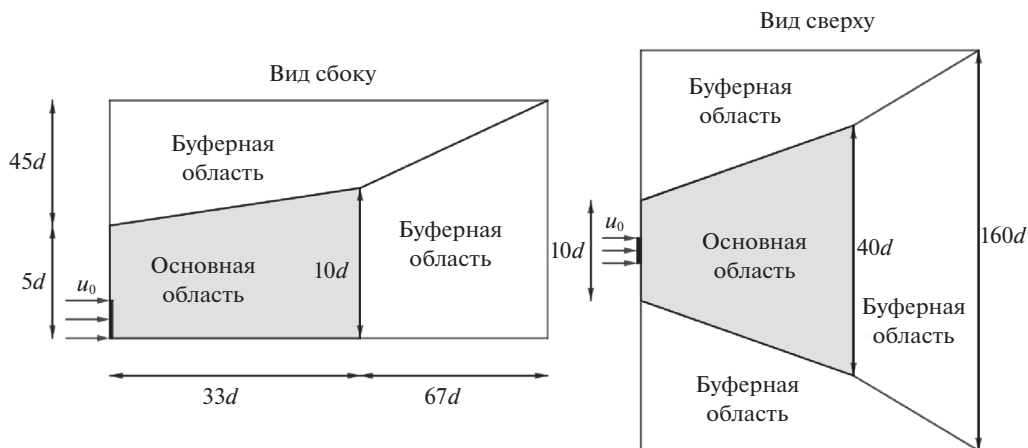


Рис. 3. Сечения расчетной области.

$\bar{g}_{ij}^2 = \bar{g}_{ik}\bar{g}_{kj}$ ,  $\bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$  – компоненты тензора градиента скорости. При заданных константах  $C_k$  и  $C_w$  формулы (2.3) и (2.4) определяют  $v_{sgs}$  и  $k_{sgs}$ . В проведенных в данной работе вычислениях принято:

$$C_k = 0.094, \quad C_w = 0.325$$

Зададим граничные условия для уравнений (2.1), (2.2). На твердых поверхностях ставится условие прилипания. На квадратном отверстии –  $u = u_0$ ,  $v = 0$ ,  $w = 0$ . На большом расстоянии от источника струи должно обеспечиваться затухание компонент вектора скорости.

Численное интегрирование уравнений (2.1), (2.2) проводится в расширяющейся с ростом  $x$  области. Продольный размер расчетной области выбран равным  $33d$ , что позволяет провести расчет в обозримое время. Во избежание проблем, вызванных отражением возмущений от границ расчетной области, к основной расчетной области была пристроена вспомогательная буферная область, размер ячеек которой намного больше размера ячеек основной области. Назначение буферной области – диссипация вихрей до достижения ими границ расчетной области. Продольные сечения расчетной области представлены на рис. 3.

На верхней, задней и боковых границах расчетной области ставятся “мягкие” условия – равенство нулю нормальной производной вектора скорости.

**3. Особенности численной схемы и достоверность результатов.** Задача, поставленная в предыдущем разделе, решается методом конечного объема. Для интегрирования по времени используется неявная схема второго порядка точности с разностями назад. Интерполяция конвективных членов на гранях расчетных ячеек проводится с помощью схемы центральных разностей второго порядка, интерполяция давления – с помощью взвешенной противопоточной схемы первого и второго порядков точности. Градиенты вычисляются по схеме, основанной на теореме Гаусса. Для решения системы (2.1), (2.2) используется алгоритм SIMPLEX [22], сводящий ее к последовательному итерационному решению уравнений импульса и уравнения Пуассона для давления.

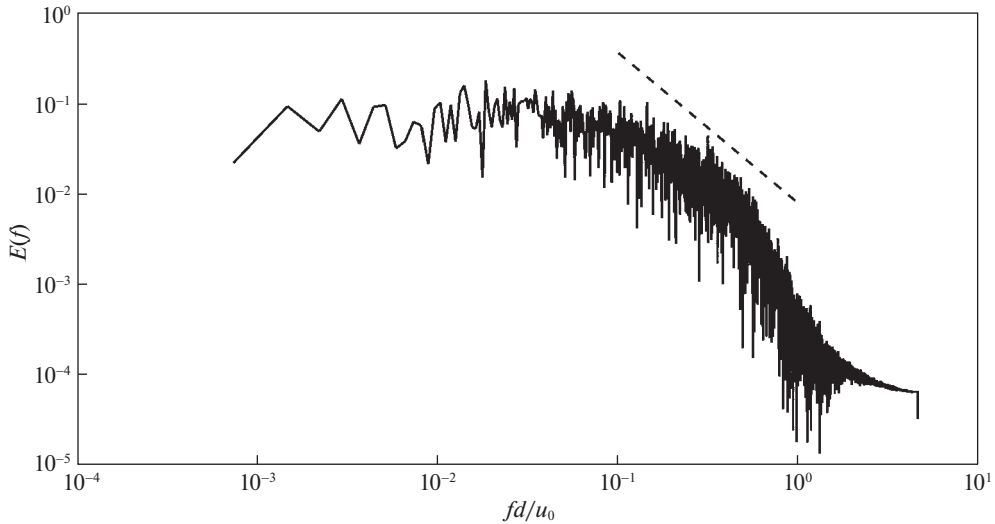


Рис. 4. Временной спектр турбулентных пульсаций.

Моделирование истечения струи было проведено для  $Re = 7500$  на сетке, содержащей 14.6 млн ячеек, построенной в соответствии с требованиями к LES-моделированию пристенных течений [23]:  $\Delta x^+ < 40$ ,  $\Delta z^+ < 20$ , размер пристенных ячеек удовлетворяет требованию  $\Delta y^+ < 1$ .

После установления статистически стационарного режима на протяжении достаточно большого промежутка времени было проведено осреднение характеристик течения. Такое осреднение величины  $a$  по времени обозначается далее треугольными скобками  $\langle a \rangle$ .

Качественный расчет методом LES должен разрешать значительную долю турбулентной энергии. На рис. 4 приведен временной спектр разрешаемой части кинетической энергии турбулентных пульсаций  $k = 0.5(u'^2 + v'^2 + w'^2)$  в точке  $x = 20d$ ,  $y = 2d$ , находящейся в плоскости симметрии. Наличие инерционного интервала на рис. 4 дает основание полагать, что разрешение достаточно высокое. Пунктиром изображена линия, соответствующая закону инерционного интервала  $E \sim f^{-5/3}$ .

**4. Результаты.** В пристенной струе продольная компонента скорости в сечении  $x = \text{const}$  плоскости симметрии имеет максимум  $\langle u \rangle_{\text{max}}(x)$  на некотором расстоянии  $y_{\text{max}}(x)$  от поверхности (рис. 2). Координату точки, в которой скорость в два раза меньше  $\langle u \rangle_{\text{max}}(x)$  в плоскости симметрии принято обозначать  $y_{1/2}(x)$ , а в выделенной на рис. 2 горизонтальной плоскости, проходящей через точку  $y_{\text{max}}(x)$ , обозначают  $z_{1/2}(x)$  (ввиду симметрии таких точек две).

Как было отмечено во введении, профили осредненной скорости становятся автомодельными на некотором удалении от источника струи. На рис. 5 приведены профили продольной компоненты скорости в различных поперечных сечениях  $x = \text{const}$  плоскости симметрии и выделенной горизонтальной плоскости (для определенности здесь и в дальнейшем нарисована часть профиля, соответствующая положительным значениям  $z$ ). Профили продольной компоненты скорости начинают подчиняться ав-

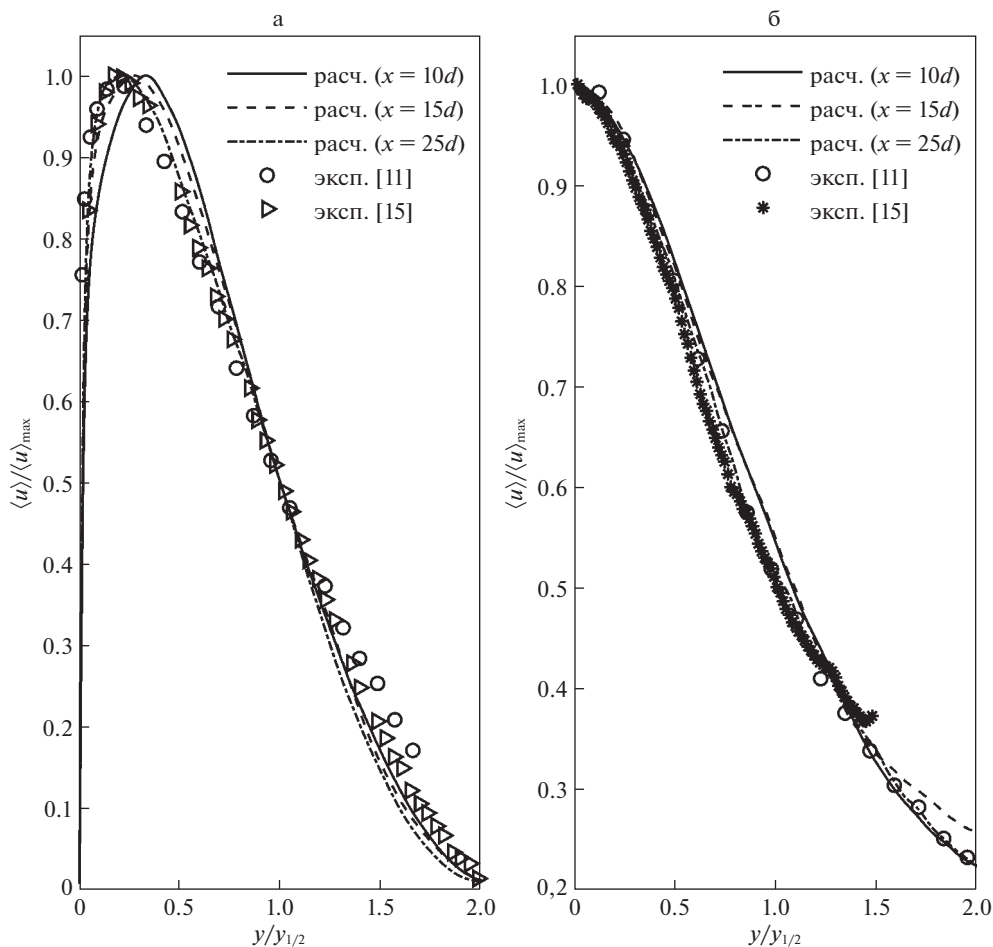


Рис. 5. Автомодельность профилей продольной компоненты скорости.

томодельному изменению при  $x \approx 15d$ , начиная с которого они довольно точно совпадают с экспериментальными данными. Возможно, такой быстрый выход на автомодельный режим достигается из-за того, что выходное отверстие струи располагается непосредственно над твердой поверхностью, а не на некотором расстоянии от нее.

Согласно экспериментальным и расчетным данным [8, 9, 11–15, 17, 20] характерные размеры струи  $y_{1/2}(x)$ ,  $z_{1/2}(x)$  в перпендикулярном и параллельном к твердой поверхности направлениях при выходе на автомодельный режим растут линейно по координате  $x$ , но с разной скоростью (рис. 6).

На рис. 7 представлено изменение максимума продольной компоненты скорости  $\langle u \rangle_{\max}(x)$ , полученное в расчете при  $x \gg d$ . Видно, что  $\langle u \rangle_{\max} \sim x^{-1}$ , что также совпадает с выводами [16].

Выход на автомодельный режим профиля осредненной скорости, еще не означает, что такой же выход наблюдается и в других величинах. На рис. 8 представлено изменение  $\langle u'^2 \rangle$ , которое выходит на автомодельный режим при  $x > 20d$ .

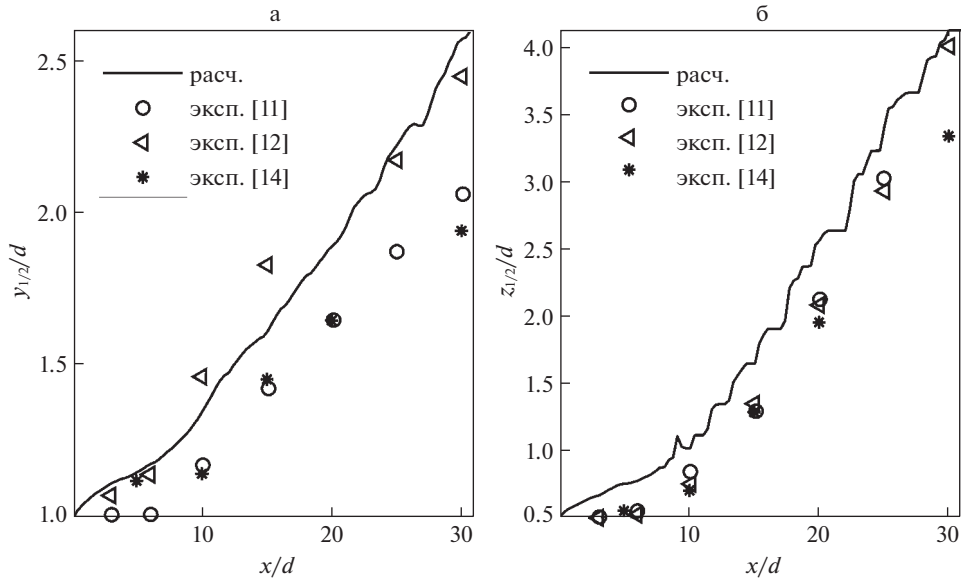


Рис. 6. Рост ширины струи в вертикальном и поперечном направлениях.

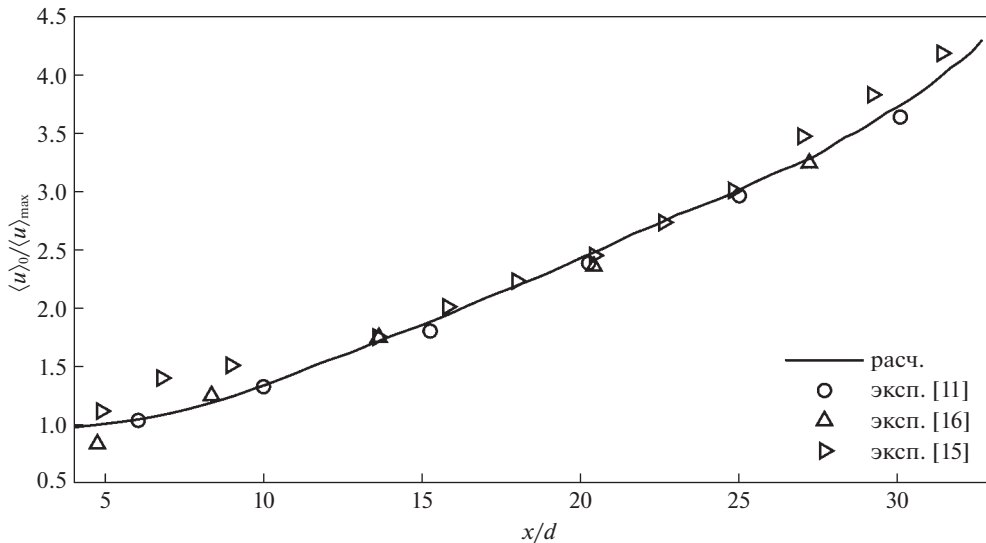
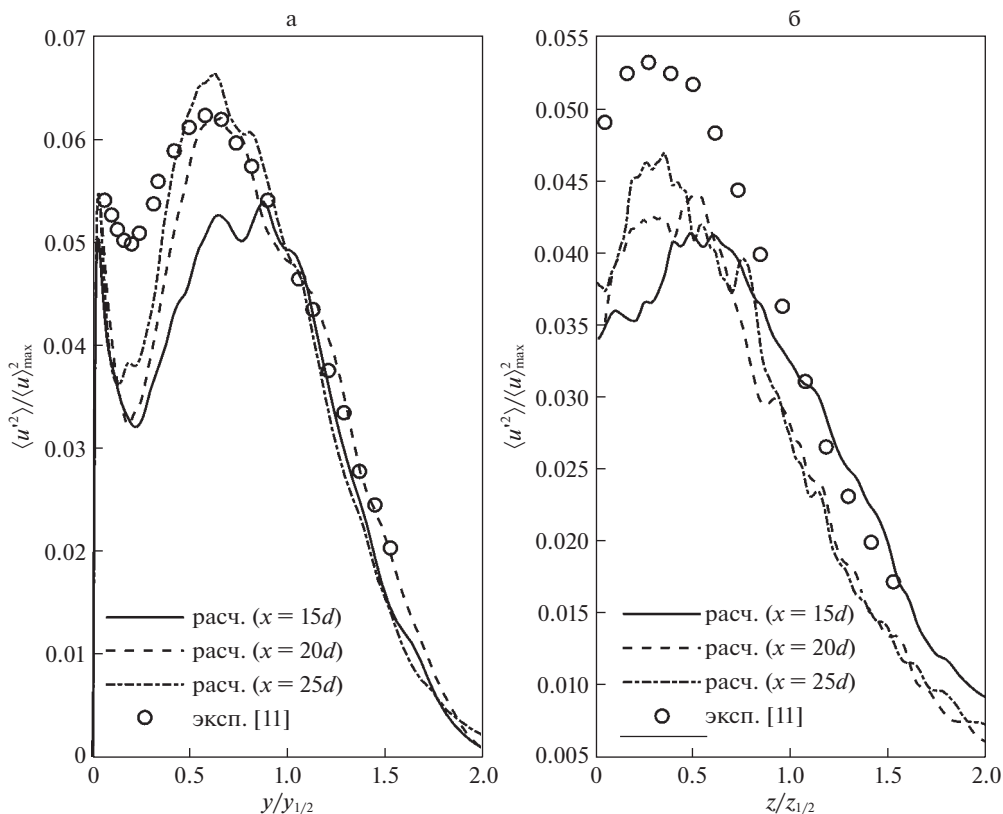


Рис. 7. Затухание продольной компоненты скорости по продольной координате.

Трехмерная пристенная струя представляет собой пример существенного различия структуры в случаях ламинарного и турбулентного течений. Дело тут не столько в неустойчивости течения, сколько в отношении диффузионных членов к инерционным. Запишем уравнение Гельмгольца для изменения завихренности  $\omega = \text{rot } V$  в несжимаемой жидкости:

$$\frac{d\omega}{dt} = (\omega \nabla) u + \nu \Delta \omega$$



Рис. 8. Профили  $\langle u'^2 \rangle$ .

Если компоненты завихренности  $\omega$  обозначить  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ , то

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{\partial(u\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u\omega_z)}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right) \quad (4.1)$$

В начальном выходном сечении струи компонента скорости  $u$  терпит разрыв, а  $\omega_x = 0$ . Внутри струи  $u = u_0$ , вне  $u = 0$ . Это означает, что в начальном сечении внешний контур струи представляет собой поверхность разрыва тангенциальной компоненты скорости. На вертикальных ребрах струи возникает ненулевая величина  $\omega_y$ , а на горизонтальных —  $\omega_z$ . Далее включаются механизмы образования завихренности  $\omega_x$  в основном из-за разворота остальных компонент завихренности (первые три слагаемых в правой части уравнения (4.1)), и диффузии завихренности. В случае малых чисел  $Re$  (ламинарные струи) диффузия превалирует над образованием завихренности, сколь-либо существенные продольные вихри не образуются, и схема течения соответствует приведенной на рис. 1.

Для турбулентных течений в начальном сечении ненулевая завихренность присутствует только на ребрах квадрата. Именно вдоль ребер появляются продольные вихри различного знака, которые с ростом координаты  $x$  усиливаются благодаря слабой диффузии. Особое значение имеют вихревые пары, которые образуются в углах квад-

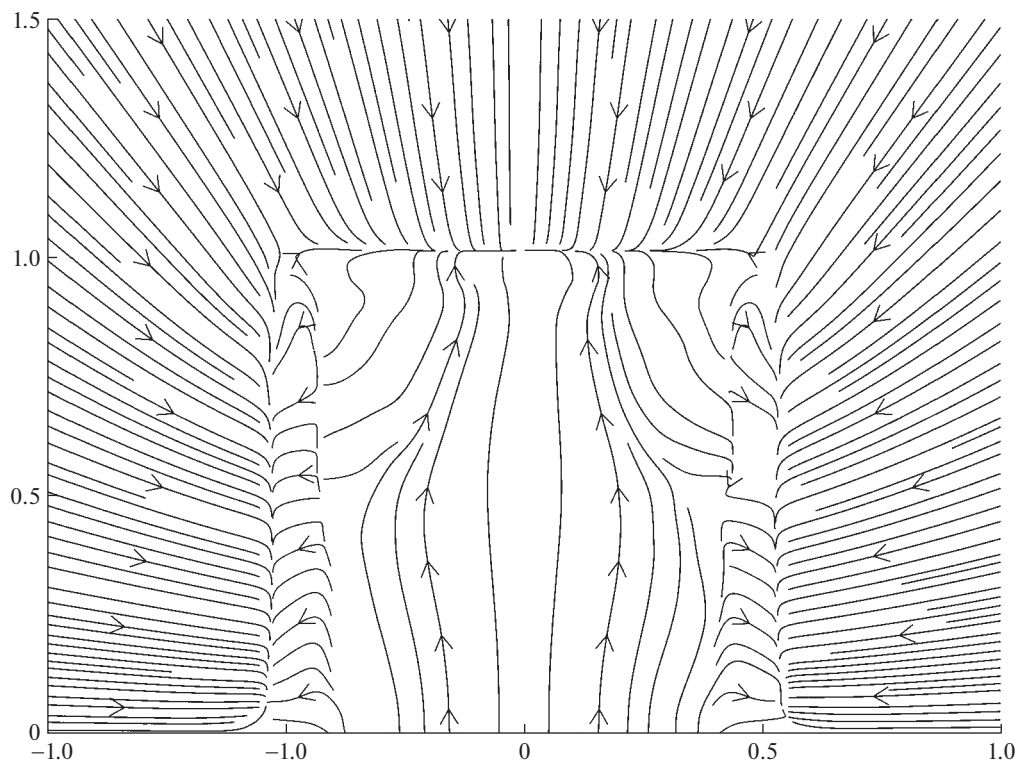


Рис. 9. Линии тока в плоскости  $x = 0.2d$ .

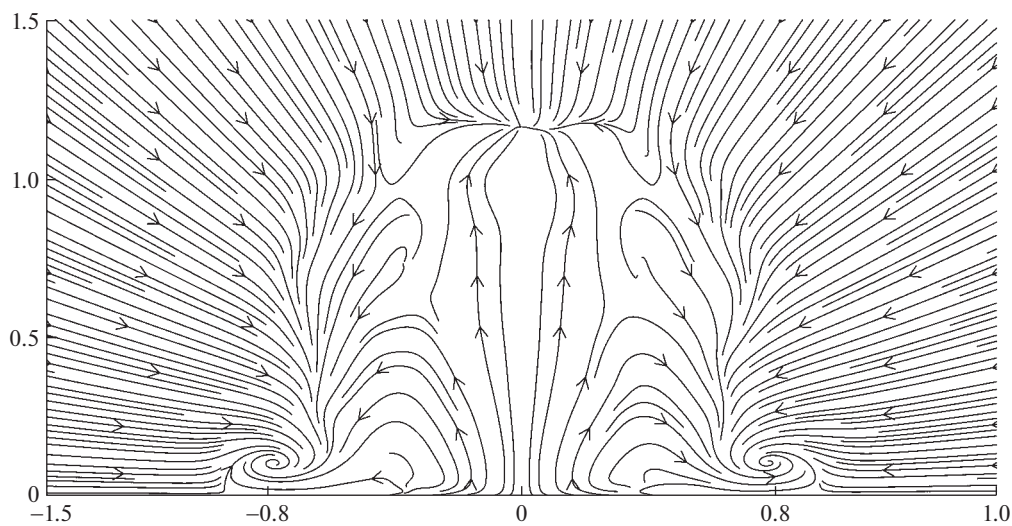


Рис. 10. Линии тока в плоскости  $x = d$ .

рата вблизи твердой поверхности (рис. 9,  $x = 0.2d$ ). Далее эти вихревые пары усиливаются, индуцируют скорость в местах их расположения, направленную от линии симметрии, и таким образом “растаскивают” струю (рис. 10–14,  $x = d, 5d, 10d, 15d, 25d$ ).

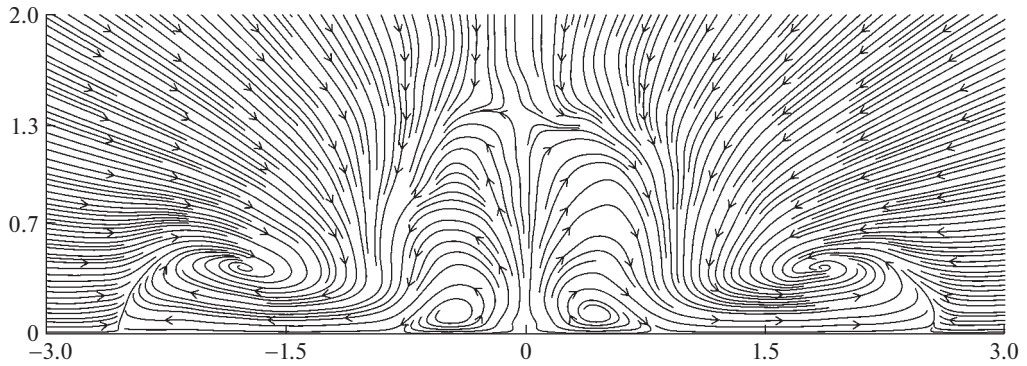


Рис. 11. Картина течения в плоскости  $x = 5d$ .

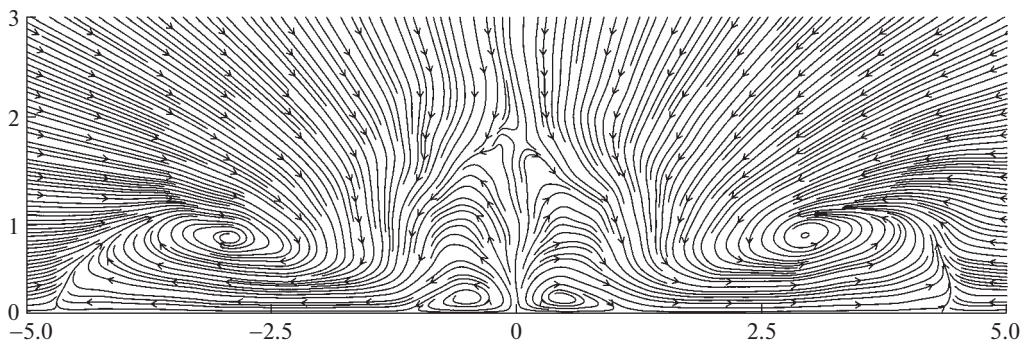


Рис. 12. Картина течения в плоскости  $x = 10d$ .

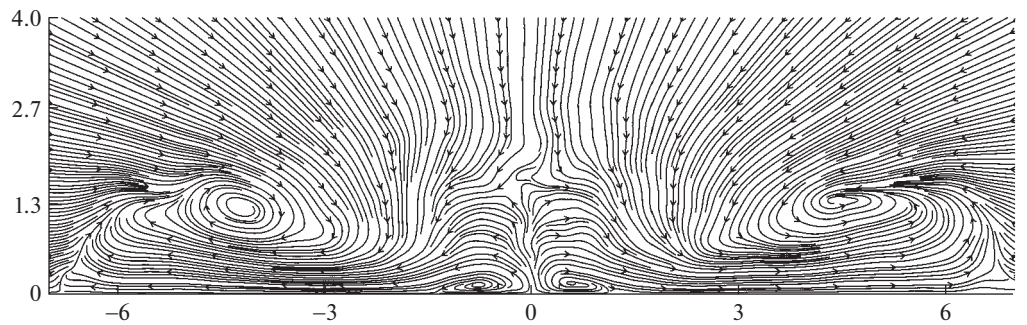


Рис. 13. Картина течения в плоскости  $x = 15d$ .

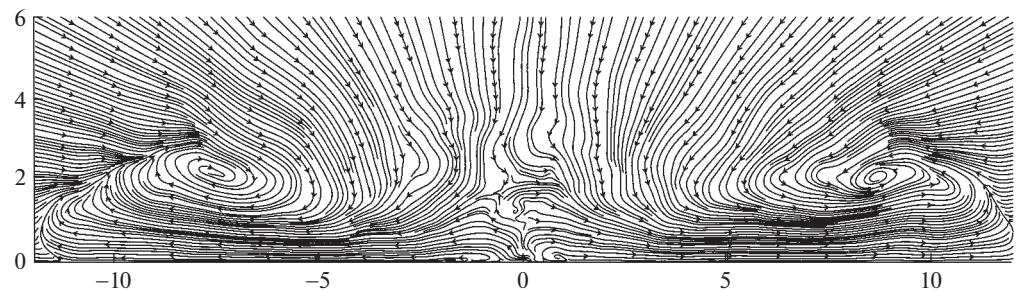


Рис. 14. Картина течения в плоскости  $x = 25d$ .

**Заключение.** Современные вычислительные комплексы позволяют при сравнительно небольших числах  $Re$  моделировать течения в турбулентных структурах. Хотя, по-прежнему, турбулентную вязкость необходимо учитывать для адекватного получения результатов, ее значение уже становится сравнимым с молекулярной вязкостью. Модель для подсеточной вязкости, которая применялась в данной работе, позволяет проводить расчеты без введения демпфирующих около твердой поверхности множителей.

Проведен расчет трехмерной пристенной турбулентной струи. Результаты расчетов согласуются и с экспериментальными, и с расчетными данными других исследователей. Показан выход течения на автомодельный режим.

Выявлены члены уравнения, которые приводят к образованию продольной завихренности, благодаря влиянию которой структура течения в трехмерных ламинарной и турбулентной пристенных струях кардинально различна. Если в ламинарном случае струя имеет предельную разделительную линию тока, отделяющую внутреннюю и внешнюю области течения, а толщина струи в поперечных направлениях не сильно различается, то в турбулентном случае образуются продольные вихри, “растаскивающие” течение в струе; размер струи вдоль твердой поверхности превалирует над размером в перпендикулярном направлении.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акатнов Н.И.* Распространение плоской ламинарной струи вязкой жидкости вдоль твердой стенки // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. 1953. № 5. С. 24–31.
2. *Glauert M.B.* The wall jet // J. Fluid Mech. 1956. V. 1. P. 625–643
3. *Schlichting H.* Laminare Strahlausbreitung // Z. Angew. Math. Mech. 1933. Bd. 13. H. 4. S. 260–263.
4. *Ландау Л.Д.* Об одном точном решении уравнений Навье–Стокса // Докл. АН СССР. 1944. Т. 43. № 7. С. 299–301.
5. *Бут И.И., Гайфуллин А.М., Жвик В.В.* Дальнее поле трехмерной пристенной ламинарной струи // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 6. С. 51–61.
6. *Gaifullin A.M., Shcheglov A.S.* Self-similarity of a wall jet with swirl // Lobachevskii J. Math. 2022. V. 43. № 5. P. 1098–1103.
7. *Newman B., Patel R., Savage S., Tjio H.* Three-dimensional wall jet originating from a circular orifice // Aeron. Quart. 1972. V. 23. № 3. P. 188–200.
8. *Matsuda H., Iida S., Hayakawa M.* Coherent structures in a three-dimensional wall jet // ASME. J. Fluids Eng. 1990. V. 112. № 4. P. 462–467.
9. *Padmanabham G., Lakshmana Gowda B.H.* Mean and turbulence characteristics of a class of three-dimensional wall jets. Pt. 1: Mean flow characteristics // ASME. J. Fluids Eng. 1991. V. 113. № 4. P. 620–628.
10. *Law A.W.-K., Herlina.* An experimental study on turbulent circular wall jets // J. Hydraul. Eng. 2002. V. 128. № 2. P. 161–174.
11. *Sun H., Ewing D.* Effect of initial and boundary conditions on development of three-dimensional wall jets // 40th AIAA Aerospace Sci. Meeting&Exhibit. 2002. P. 733.
12. *Hall J.W., Ewing D.* Three-dimensional turbulent wall jets issuing from moderate-aspect-ratio rectangular channels // AIAA J. 2007. V. 45. P. 1177–1186.
13. *Inoue Y., Yano H., Yamashita S.* Experimental study on a three-dimensional wall jet // J. Fluid Sci.&Technol. 2007. V. 2. № 3. P. 655–664.
14. *Namgyal L., Hall J.* Reynolds stress distribution and turbulence generated secondary flow in the turbulent three-dimensional wall jet // J. Fluid Mech. 2016. V. 800. P. 613–644.
15. *Agelin-Chaab M., Tachie M.F.* Characteristics of turbulent three-dimensional wall jets // ASME. J. Fluids Eng. 2011. V. 133. № 2.
16. *Pani B.S., Rajaratnam N.* Swirling circular turbulent wall jets // J. Hydraul. Res. 1976. V. 14. № 2. P. 145–154.
17. *Kumar S., Kumar A.* Effect of initial conditions on mean flow characteristics of a three dimensional turbulent wall jet // Proc. Inst. Mech. Engineers, Pt. C: J. Mech. Engng. Sci. 2021. V. 235. № 22. P. 6177–6190.

18. *Craft T., Launder B.* On the spreading mechanism of the three-dimensional turbulent wall jet // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 435. P. 305–326.
19. *Khosronejad A., Rennie C.D.* Three-dimensional numerical modeling of unconfined and confined wall-jet flow with two different turbulence models // *Canadian J. Civil Engng.* 2010. V. 37. № 4. P. 576–587.
20. *Kakka P., Anupindi K.* Flow and thermal characteristics of three-dimensional turbulent wall jet // *Phys. Fluids.* 2021. V. 33. № 2.
21. *Nicoud F., Ducros F.* Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor // *Flow, Turbul. & Combust.* 1999. V. 62. № 3. P. 183–200.
22. *Van Doormaal J.P., Raithby G.D.* Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // *Numer. Heat Transfer.* 1984. V. 7. № 2. P. 147–163.
23. *Menter F.R.* Best Practice: Scale-Resolving Simulations in Ansys CFD. <https://www.ansys.com/content/dam/product/fluids/cfd/tb-best-practices-scale-resolving-models.pdf>.

### Flow Structure of a Three-Dimensional Turbulent Wall Jet

A. M. Gaifullin<sup>a,#</sup> and A. S. Shcheglov<sup>a,##</sup>

<sup>a</sup>*Zhukovskiy Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia*

<sup>#</sup>*e-mail: gaifullin@tsagi.ru*

<sup>##</sup>*e-mail: shcheglov@phystech.edu*

A numerical simulation is conducted to study the flow of a three-dimensional incompressible wall jet. The study is aimed to determine the flow structure and to compare the propagation mechanisms of turbulent and laminar wall jets. The numerical solution of the Navier–Stokes equations in the turbulent case is obtained using the wall-resolved large eddy simulation. The simulation results are compared with experimental data.

*Keywords:* wall jet, self-similarity, large eddy simulation

### REFERENCES

1. *Akatnov N.I.* Propagation of a plane laminar jet of incompressible liquid along a solid wall // *Tr. Leningr. Politekh. In-ta, Energomash., Tekh. Gidromekh.*, 1953, no. 5, pp. 24–31. (in Russian)
2. *Glauert M.B.* The wall jet // *J. Fluid Mech.*, 1956, vol. 1, pp. 625–643.
3. *Schlichting H.* Laminare Strahlausbreitung // *Z. Angew. Math. Mech.*, 1933, Bd. 13, H. 4, pp. 260–263.
4. *Landau L.D.* A new exact solution of the Navier–Stokes equations // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1944, T. 43, no. 7, pp. 299–301. (in Russian)
5. *But I.I., Gaifullin A.M., Zhvick V.V.* Far field of a three-dimensional laminar wall jet // *Fluid Dyn.*, 2021, no. 6, pp. 51–61.
6. *Gaifullin A.M., Shcheglov A.S.* Self-similarity of a wall jet with swirl // *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 5, pp. 1098–1103.
7. *Newman B., Patel R., Savage S., Tjio H.* Three-dimensional wall jet originating from a circular orifice // *Aeron. Quart.*, 1972, vol. 23, no. 3, pp. 188–200.
8. *Matsuda H., Iida S., Hayakawa M.* Coherent structures in a three-dimensional wall jet // *ASME. J. Fluids Eng.*, 1990, vol. 112, no. 4, pp. 462–467.
9. *Padmanabham G., Lakshmana Gowda B.H.* Mean and turbulence characteristics of a class of three-dimensional wall jets. Pt. 1: Mean flow characteristics // *ASME. J. Fluids Eng.*, 1991, vol. 113, no. 4, pp. 620–628.
10. *Law A.W.-K., Herlina.* An experimental study on turbulent circular wall jets // *J. Hydraul. Eng.*, 2002, vol. 128, no. 2, pp. 161–174.
11. *Sun H., Ewing D.* Effect of initial and boundary conditions on development of three-dimensional wall jets // *40th AIAA Aerosp. Sci. Meeting & Exhibit.*, 2002, pp. 733.
12. *Hall J.W., Ewing D.* Three-dimensional turbulent wall jets issuing from moderate-aspect-ratio rectangular channels // *AIAA J.*, 2007, vol. 45, pp. 1177–1186.

13. *Inoue Y., Yano H., Yamashita S.* Experimental study on a three-dimensional wall jet // J. Fluid Sci.&Technol., 2007, vol. 2, no. 3, pp. 655–664.
14. *Namgyal L., Hall J.* Reynolds stress distribution and turbulence generated secondary flow in the turbulent three-dimensional wall jet // J. Fluid Mech., 2016, vol. 800, pp. 613–644.
15. *Agelin-Chaab M., Tachie M.F.* Characteristics of turbulent three-dimensional wall jets // ASME. J. Fluids Eng., 2011, vol. 133, no. 2.
16. *Pani B.S., Rajaratnam N.* Swirling circular turbulent wall jets // J. Hydraul. Res., 1976, vol. 14, no. 2, pp. 145–154.
17. *Kumar S., Kumar A.* Effect of initial conditions on mean flow characteristics of a three dimensional turbulent wall jet // Proc. Inst. Mech. Engineers, Pt. C: J. Mech. Engng. Sci., 2021, vol. 235, no. 22, pp. 6177–6190.
18. *Craft T., Launder B.* On the spreading mechanism of the three-dimensional turbulent wall jet // J. Fluid Mech., 2001, vol. 435, pp. 305–326.
19. *Khosronejad A., Rennie C.D.* Three-dimensional numerical modeling of unconfined and confined wall-jet flow with two different turbulence models // Canadian J. Civil Engng., 2010, vol. 37, no. 4, pp. 576–587.
20. *Kakka P., Anupindi K.* Flow and thermal characteristics of three-dimensional turbulent wall jet // Phys. Fluids, 2021, vol. 33, no. 2.
21. *Nicoud F., Ducros F.* Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor // Flow, Turbul.&Combust., 1999, vol. 62, no. 3, pp. 183–200.
22. *Van Doormaal J.P., Raithby G.D.* Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // Numer. Heat Transfer, 1984, vol. 7, no. 2, pp. 147–163.
23. *Menter F.R.* Best Practice: Scale-Resolving Simulations in Ansys CFD. <https://www.ansys.com/content/dam/product/fluids/cfd/tb-best-practices-scale-resolving-models.pdf>