

УДК 66.011

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ СУШКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА В НЕПРЕРЫВНО ДЕЙСТВУЮЩЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ВЫСОКОЙ И СВЕРХВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ

© 2022 г. С. П. Рудобашта^а, *, Э. М. Карташов^б, Г. А. Зуева^с

^аРоссийский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, Москва, Россия

^бРоссийский технологический университет – МИРЭА (Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова) Россия, Москва, Россия

^сИвановский государственный химико-технологический университет, Иваново, Россия

*e-mail: srudobashta@rgau-msha.ru

Поступила в редакцию 11.04.2021 г.

После доработки 10.06.2022 г.

Принята к публикации 16.06.2022 г.

Рассмотрен тепломассоперенос в теле цилиндрической формы при его сушке в электромагнитном поле высокой и сверхвысокой частоты. Сформулирована и аналитически решена линейная (постоянство параметров процесса) задача нагрева цилиндрического тела при этих видах энергоподвода в условиях его конвективной сушки и с учетом его конвективного тепло- и массообмена с внешней газовой средой – как в общем случае, так и при сушке в первом периоде. В первом случае интенсивность сушки описана на основе аналитического решения задачи массопроводности (диффузии влаги) при условии, что фазовые превращения происходят у поверхности тела. Во втором случае принято, что вся подводимая к телу теплота расходуется на испарение влаги и поэтому нагрев тела не происходит и что парциальное давление пара у поверхности цилиндра равно давлению насыщенного пара при температуре поверхности цилиндра. При этом зависимость давления насыщенного пара от температуры описана уравнением Антуана. Решения задач нагрева получены применительно к локальной и средней по объему цилиндра температуре. На их основе проведено численное моделирование процесса нагрева тела и его влияния на кинетику сушки гранул цилиндрической формы (прутков из полиамида PA-6), показывающее методика расчета кинетики сушки зональным методом с использованием полученных уравнений. Применительно ко второй задаче выполнен численный расчет процесса испарения пленочной влаги с поверхности прутка из полиамида PA-6.

Ключевые слова: сушка, электромагнитный нагрев, токи высокой и сверхвысокой частоты, конвективный тепломассообмен, аналитическое решение

DOI: 10.31857/S0040357122050190

ВВЕДЕНИЕ

Сушке материалов в электромагнитном поле высокой и сверхвысокой частоты в последние годы уделяется большое внимание [1–3]. Это объясняется тем, что при этих видах энергоподвода имеет место объемное поглощение теплоты телом, что приводит к существенной интенсификации сушки вследствие того, что среднеобъемная температура тела в ходе процесса оказывается более высокой, чем при чисто конвективной сушке, при которой теплота к телу подводится через его поверхность. Кроме того, при электромагнитном теплоподводе токами высокой и сверхвысокой частоты температурный градиент направлен по внутренней нормали к поверхности тела, а не по внешней, как при конвективной сушке, что также способствует увеличению скорости сушки, т.к.

перенос влаги по механизму термовлагопроводности происходит по потоку тепла [4], который при конвективной сушке направлен против потока влаги и, следовательно, тормозит процесс сушки, а при сушке токами высокой и сверхвысокой частоты оба потока по направлению совпадают. Сушка токами высокой и сверхвысокой частоты уже достаточно широко применяется в промышленности – как самостоятельный процесс, так и в комбинации с конвективной сушкой [1–3].

Для термолабильных материалов для сохранения их качества электромагнитный энергоподвод осуществляется, как правило, в прерывистом режиме [5–15], который позволяет не перегревать материал. Математические модели, описывающие прерывистый процесс конвективной, электромагнитной и комбинированной сушки, приведены в [6, 7, 11, 15–21].

Осциллирующий подвод электромагнитной энергии, как отмечено выше, необходим при сушке термолабильных материалов. Однако, на практике высушивается достаточно большое количество материалов, которые таковыми не являются. Кроме того, как показано в [22], при надлежащем выборе мощности электромагнитного источника теплоты при непрерывном электромагнитном энергоподводе можно также создавать режимы, не приводящие к перегреву материала при его сушке – и-за стока теплоты на испарение влаги. Для расчета и анализа тепломассопереноса при непрерывной ТВЧ- и СВЧ- сушке материала необходимы математические модели, описывающие их непрерывный электромагнитный нагрев с учетом стока теплоты на испарение влаги. В [23] приведены математические модели для “чистого” (без массообмена) нагрева тела в форме пластины – при постоянном внутреннем источнике теплоты. В [22] представлена математическая модель, описывающая тепломассоперенос при сушке тел пластинчатой формы в непрерывно действующем электромагнитном поле высокой и сверхвысокой частоты.

Целью данной работы является разработка аналитических математических моделей, описывающих тепломассоперенос при сушке цилиндрических тел в непрерывно действующем электромагнитном поле высокой и сверхвысокой частоты с учетом стока теплоты на испарение влаги и конвективный теплообмен поверхности тел с внешней газовой средой, в процессе которого может происходить либо дополнительный нагрев тела (при температуре внешней среды выше температуры поверхности тела), либо его охлаждение, когда температура поверхности тела ниже температуры внешней среды. В сочетании с представленным в работе математическим описанием массообмена эти модели позволят рассчитывать кинетику сушки.

Постановка задачи нагрева цилиндрического тела при испарении из него влаги

При сушке дисперсных материалов в аппарате, в котором происходит облучение материала по всей поверхности частиц, можно принять, что при ТВЧ- и СВЧ сушке в силу большой глубины проникновения электромагнитного поля (ЭМП) во все частицы (тела) внутренний объемный источник теплоты q_v (Вт/м³) в каждой частице (теле) постоянен. Величину внутреннего объемного источника теплоты q_v можно определить из теплового баланса аппарата, содержащего этот источник

$$N_{em}\eta_t = q_v V = q_v V_{rab} (1 - \varepsilon), \quad (1)$$

откуда получаем

$$q_v = N_{em}\eta_t / (V_{rab} (1 - \varepsilon)), \quad (2)$$

где N_{em} – действующий внутри аппарата источник электромагнитной энергии, Вт; η_t – термический КПД источника; V , V_{rab} – внутренний и рабочий объем аппарата соответственно, м³; $(1 - \varepsilon)$ – доля рабочего объема, занятого материалом, м³/м³. При известных размерах цилиндрического тела количество цилиндрических тел одинакового размера, загруженных в аппарат, составляет:

$$n = V_{rab} (1 - \varepsilon) / V_T,$$

где V_T – объем одного тела, а.

Примем, что все цилиндрические тела, загруженные в аппарат, имеют одинаковые размеры и что длина цилиндрического тела намного больше его диаметра. С учетом вышеизложенного сформулируем задачу нагрева влажного бесконечного цилиндра при его сушке в поле токов высокой и сверхвысокой частоты, приняв следующие условия и допущения:

- объемный источник теплоты в теле постоянен: $q_v = \text{const}$;
- у поверхности цилиндра имеет место его конвективный тепло- и массообмен с внешней газовой средой в соответствии с граничными условиями теплообмена [23] и массообмена [24] 3-го рода;
- температура внешней среды постоянна;
- в момент начала процесса температура в цилиндре распределена равномерно;
- все теплофизические характеристики процесса постоянны;
- цилиндр равномерно облучается по поверхности;
- испарение влаги происходит у поверхности цилиндра (внутренние фазовые стоки теплоты отсутствуют);
- термовлагопроводность пренебрежимо мала;
- усадка цилиндра отсутствует.

С учетом изложенного сформулируем линейную одномерную (температура и влагосодержание тела изменяются только по радиальной координате) задачу электромагнитного нагрева цилиндра, поместив начало координат на его центральной оси, в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + q_v^*, \quad 0 < r < R, \quad \tau > 0; \quad (3)$$

$$t(r, \tau)|_{\tau=0} = t_n, \quad 0 \leq r \leq R; \quad (4)$$

$$-\lambda \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha [t(r, \tau)|_{r=R} - t_s] + r^* i, \quad \tau > 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \tau \geq 0. \quad (6)$$

Когда температура цилиндра больше температуры внешней среды (за счет электромагнитного

энергоподвода), то левая часть уравнения (5) положительна и, поскольку $t(x, \tau)|_{r=R} - t_s > 0$, то имеет место теплоотдача с поверхности цилиндра во внешнюю более холодную среду, кроме того, отводимая от цилиндра теплота расходуется на испарение влаги: $r^*i(\tau)$. При $t(r, \tau)|_{r=R} - t_s < 0$ (температура внешней среды больше температуры цилиндра) теплота из этой среды подводится к цилиндру, часть ее расходуется на испарение влаги у поверхности, а оставшаяся часть идет на нагрев цилиндра. Таким образом, уравнение (5) учитывает как теплопотери в окружающую холодную среду, так и комбинированный нагрев цилиндра за счет электромагнитного энергоподвода и подвода теплоты конвекцией от внешней горячей среды. В обоих случаях учитывается сток теплоты на испарение влаги.

Интенсивность сушки i изменяется в ходе процесса, ее можно представить в зависимости от скорости сушки $\left|\frac{d\bar{u}}{d\tau}\right|$ в виде [24]: $i = \left|\frac{d\bar{u}}{d\tau}\right| R_V \rho_0$, где R_V – отношение объема тела к его поверхности (для цилиндра $R_V = R/2$). Воспользуемся аналитическим решением линейной задачи массопроводности для среднеобъемного влагосодержания в цилиндре при граничном условии массообмена 3-го рода [24]

$$\bar{E} = \frac{\bar{u} - u_r^*}{u_n - u_r^*} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\text{Bi}_m^2}{\mu_k^2 (\text{Bi}_m^2 + \mu_k^2 + \text{Bi}_m)} \exp(-\mu_k^2 \text{Fo}_m), \quad (7)$$

из которого найдем $\left|\frac{d\bar{u}}{d\tau}\right|$ и далее, имея ввиду, что $\text{Fo}_m = \text{Lu Fo}$, запишем $i(\text{Fo})$ в виде

$$i(\text{Fo}) = \left[\frac{\rho_0 a}{2R} \text{Lu} \sum_{k=1}^{\infty} B_k \mu_k^2 \exp(-\mu_k^2 \text{Lu Fo}) \right] (\bar{u}_n - u_r^*), \quad (8)$$

где

$$B_k = \frac{2\text{Bi}_m^2}{\mu_k^2 (\text{Bi}_m^2 + \mu_k^2 + \text{Bi}_m)}, \quad (9)$$

μ_k – корни характеристического уравнения

$$\frac{J_0(\mu_k)}{J_1(\mu_k)} = \frac{\mu_k}{\text{Bi}_m}. \quad (10)$$

Здесь J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно. Задача (3)–(6) представляет собой параболическую модель нестационарной теплопроводности. Отметим, что наряду с параболическими моделями нестационарной теплопроводности в последнее время развиваются гиперболические модели –

для быстро протекающих процессов теплообмена [24].

Найдем решение задачи (3)–(6), считая $a, q_v^* = \frac{q_v}{\rho}, \lambda, r^*, \alpha, R, t_n, k, t_s, u_r^* = \text{const}$. В случае линейной равновесной зависимости: $u_r^* = u_r$, а в случае нелинейной величина u_r^* находится через равновесное влагосодержание u_r по методике, описанной в [25].

Решение.

Введем безразмерные переменные:

$$\rho = r/R; \quad \text{Fo} = a\tau/R^2; \quad W(\rho, \text{Fo}) = \frac{t(r, \tau) - t_n}{t_s - t_n};$$

$$\text{Bi} = \alpha R/\lambda; \quad Q_v = \frac{q_v^* R^2}{a(t_s - t_n)}; \quad R_0 = \frac{r^* i R}{\lambda(t_s - t_n)}.$$

Тогда задача (3)–(6) будет иметь вид:

$$\frac{\partial W}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho} + Q_v, \quad 0 < \rho < 1, \quad \text{Fo} > 0; \quad (11)$$

$$W(\rho, \text{Fo})|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad 0 \leq \rho \leq 1; \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial W(\rho, \text{Fo})}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = -\text{Bi} \left[W(\rho, \text{Fo})|_{\rho=1} - 1 \right] - R_0, \quad \text{Fo} > 0; \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial W(\rho, \text{Fo})}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad \text{Fo} > 0. \quad (14)$$

Задачу (11)–(14) решаем методом интегральных преобразований по таблицам Карташова [26, 27]. Запишем три формулы:

интегральное преобразование:

$$\bar{W}(\mu_n, \text{Fo}) = \int_0^1 \rho J_0(\mu_n \rho) W(\rho, \text{Fo}) d\rho; \quad (15)$$

изображение оператора $\Delta W(\rho, \text{Fo}) = \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho}$:

$$\int_0^1 \rho J_0(\mu_n \rho) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho} \right) d\rho = J_0(\mu_n \rho) \left(\frac{\partial W}{\partial \rho} + \text{Bi} W \right)_{\rho=0} - \mu_n^2 \bar{W}(\mu_n, \text{Fo}); \quad (16)$$

формулу обращения:

$$W(\rho, \text{Fo}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2 J_0(\mu_n \rho) \bar{W}(\mu_n, \text{Fo})}{(\mu_n^2 + \text{Bi}^2) J_0^2(\mu_n)}. \quad (17)$$

Здесь $\mu_n > 0$ – корни уравнения $\mu J_1(\mu) = \text{Bi} J_0(\mu)$, $J_0(\mu), J_1(\mu)$ – функции Бесселя

1-го рода, нулевого и первого порядка соответственно.

Далее учтем также, что

$$\int_0^1 \rho J_0(\mu_n \rho) d\rho = \frac{1}{\mu_n} J_1(\mu_n). \quad (18)$$

Решение для локальной температуры в безразмерных переменных имеет вид:

$$W(\rho, Fo) = 2(Bi - R_0) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \rho)(1 - \exp(-\mu_n^2 Fo))}{(\mu_n^2 + Bi^2)J_0(\mu_n)} + 2Q_v \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\mu_n)J_0(\mu_n \rho)(1 - \exp(-\mu_n^2 Fo))}{\mu_n(\mu_n^2 + Bi^2)J_0^2(\mu_n)}. \quad (19)$$

Среднее значение решения $W(\rho, Fo)$ вычислим по формуле:

$$\bar{W}(Fo) = 2 \int_0^1 \rho W(\rho, Fo) d\rho. \quad (20)$$

Получим:

$$\bar{W}(Fo) = 4(Bi - R_0) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\mu_n)(1 - \exp(-\mu_n^2 Fo))}{\mu_n(\mu_n^2 + Bi^2)J_0(\mu_n)} + 4Q_v \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\mu_n)(1 - \exp(-\mu_n^2 Fo))}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi^2)J_0^2(\mu_n)}. \quad (21)$$

Решение при $i = \text{const}$.

При $i = \text{const}$ имеет место первый период сушки. Найдем для него отдельное решение задачи электромагнитного нагрева цилиндра в процессе сушки, приняв, что в периоде постоянной скорости сушки вся подводимая теплота расходуется на испарение влаги и поэтому температура пластины во времени не изменяется. Сформулируем для этого случая задачу в виде

$$a \left(\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} \right) + q_v^* = 0, \quad 0 < r < R; \quad (22)$$

$$-\lambda \left. \frac{dt(r)}{dr} \right|_{r=R} = \alpha [t(r)|_{r=R} - t_s] + r^* i_1, \quad t > 0; \quad (23)$$

$$\left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad r = 0, \quad (24)$$

где $a, q_v^*, r^* \lambda, \alpha, i_1, R, t_s = \text{const}$.

Получим решение задачи (22)–(24). Введем безразмерные переменные:

$$\rho = r/R; \quad Bi = \alpha R/\lambda; \quad W(\rho) = \frac{t(r)}{t_s};$$

$$Q_v = \frac{q_v^* R^2}{\alpha t_s}; \quad R_0 = \frac{r^* i_1 R}{\lambda t_s}.$$

Задача (22)–(24) будет иметь вид:

$$\frac{d^2 W}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dW}{d\rho} + Q_v = 0, \quad 0 < \rho < 1; \quad (25)$$

$$\left. \frac{dW(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=1} = -Bi [W(\rho)|_{\rho=1} - 1] - R_0, \quad Fo > 0; \quad (26)$$

$$\left. \frac{dW(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=0} = 0. \quad (27)$$

Уравнение (25) – это обыкновенное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, его можно записать в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dW}{d\rho} \right) = -Q_v, \quad 0 < \rho < 1.$$

Интегрируя последовательно и используя граничные условия (26), (27), находим

$$W(\rho) = -(Q_v/4)\rho^2 + \frac{(Bi + 2)Q_v}{4Bi} - \frac{R_0 - Bi}{Bi}, \quad (28)$$

среднее значение:

$$\bar{W} = \frac{Q_v - 2(R_0 - Bi)}{4Bi}. \quad (29)$$

Численный анализ полученных решений.

Пример 1.

Для иллюстрации развитых математических моделей рассмотрим процесс сушки прутка из полиамида марки ПА-6, равномерно облучаемого по поверхности электромагнитным полем. Примем, что длина прутка намного больше его диаметра, поэтому будем его рассматривать как цилиндр бесконечной длины. При переработке полиамида в изделия начальное влагосодержание, ввиду гигроскопичности этого материала, может составлять 4.5%, а высушить его, согласно технологическому регламенту, необходимо до остаточного влагосодержания ~0.05%. Из-за окисляемости полиамида для исключения его контакта с кислородом применяют две технологии сушки [28]: сушку в токе азота при температуре азота до 140°C и сушку в вакууме. Примем в данном примере, что сушка осуществляется в токе азота. Пусть диаметр прутка равен $d = 3$ мм и $l/d = 5$, его начальное влагосодержание $\bar{u}_H = 0.045$ кг/(кг сух. м-ла), конечное $\bar{u}_K = 0.05 \times 10^{-2}$ кг/(кг сух. м-ла), начальная температура прутка $t_H = 18^\circ\text{C}$, температура сушильного агента (азота), обдувающего прутки, в разных вариантах расчета различна. Теплофизические характеристики полиамида ПА-6 [29]: $\lambda =$

$= 0.28$ Вт/(м К); $c = 2100$ Дж/(кг К); $\rho = 1120$ кг/м³ (следовательно, $a = 0.12 \times 10^{-6}$ м²/с); максимально допустимая температура нагрева прутка $t_{\max} = 140^\circ\text{C}$, т.к. в противном случае начинается размягчение материала, которое может приводить к слипанию гранул в аппарате. Проанализируем влияние мощности электромагнитного источника и температуры сушильного агента на кинетику нагрева прутка и кинетику его сушки.

Для обеспечения глубокой сушки полиамида необходимо использовать осушенный азот, прием в этом расчете для его упрощения влагосодержание азота равным нулю. Интенсивность сушки рассчитывали по уравнению (8). Установлено [25, 30], что при глубокой сушке гранулированных полимеров, в том числе полиамида ПА-6, кинетика сушки контролируется внутренней диффузией. Поэтому в уравнении (7) значения B_k и β_k находили как для внутренней задачи, соответствующей условию $Bi_m \rightarrow \infty$. Для этого случая уравнения (9) и (10) трансформируются соответственно к виду [25]

а именно:

$$B_k = \frac{4}{\mu_k^2}, \quad (32)$$

$$J_0(\mu_k) = 0. \quad (33)$$

Примем далее в расчете $N_{em} = 75 \times 10^3$ Вт; $\eta_t = 0.9$; $\varepsilon = 0.8$ (такая порозность может иметь место при сушке гранул полиамидного прутка в виброожиженном слое); $r^* = 2400 \times 10^3$ Дж/кг; $V = 1.0 \times 0.5 \times 0.4 = 0.2$ м³. Коэффициент теплоотдачи будем считать равным $\alpha = 10$ Вт/(м² К) – с ориентацией на данные [28], расчет числа Bi при этом дает значение: $Bi = 0.054$ – чисто внешняя задача теплообмена.

Полиамид РА-6 относится к числу непористых полимеров, перенос влаги в которых происходит путем молекулярной диффузии [25, 30, 31]. Поэтому коэффициент массопроводности k в данном случае является эффективным коэффициентом молекулярной диффузии влаги: $k \equiv D_e$. Он существенно зависит от влагосодержания и температуры материала, причем температурная зависимость подчиняется уравнению Аррениуса [27, 30]

$$D_e = D_{\infty,u} \exp\left[-\frac{E_{D,u}}{R^*T}\right], \quad (34)$$

где $D_{\infty,u} = D_0 e^{-b'u}$ – формальное значение коэффициента диффузии при $T \rightarrow \infty$ и любом u . В [27] для полиамида РА-6 было найдено: $D_0 = 94.0 \times 10^{-4}$ м²/с; $b' = 31.7$; $E_{D,u} = 65.0 \times 10^3 (1 - 2.87u)$ кДж/кмоль.

Кинетику сушки в примере рассчитывали зональным методом [25], разбивая весь диапазон удаляемой из полимера влаги на три концентрационные зоны: $(\bar{u}_{n,i} - \bar{u}_{k,i}) \times 10^{-2}$: (4.5–2.5), (2.5–1.0), (1.0–0.05) кг/(кг сух. м-ла) и используя в каждой из них средние значения коэффициента диффузии D_e на интервалах $\bar{u}_i \in (\bar{u}_{k,i}, \bar{u}_{n,i})$, т.е. при $\bar{u}_{sr,i} = (\bar{u}_{n,i} + \bar{u}_{k,i})/2$. Влияние температуры материала на величину коэффициента диффузии учитывали по средней температуре материала в зоне: $\bar{t}_{sr,i} \in (\bar{t}_{n,i}, \bar{t}_{k,i})$.

Расчет проводили методом приближений в следующей последовательности: 1) задавали продолжительность сушки прутка в рассматриваемой концентрационной зоне τ_i , 2) используя полученное аналитическое решение (21), рассчитывали соответствующую этому времени конечную среднюю температуру прутка, 3) рассчитывали для рассматриваемого промежутка времени среднее значение среднеобъемной температуры прутка $\bar{t}_{sr,i}$, 4) по этой температуре и среднему значению влагосодержания материала на рассматриваемом концентрационном интервале $\bar{u}_{sr,i}$ определяли значение коэффициента диффузии $D_{e,i}$, 5) по уравнению (35) рассчитывали продолжительность сушки прутка в i -той зоне τ_i , 6) сопоставляли рассчитанное значение τ_i с предварительно принятым и при значительной разнице повторяли расчет с найденным значением τ_i .

Формула для расчета времени сушки в i -той концентрационной зоне для ограниченного цилиндра имеет вид [25]

$$\tau_i = \frac{1}{D_{e,i} \left(\frac{\mu_{ts,i}^2}{R_{ts}^2} + \frac{\mu_{pl,i}^2}{R_{pl}^2} \right)} \ln \frac{B_{ts,i} B_{pl,i}}{\bar{E}_i}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (35)$$

где коэффициенты $B_{ts,i}$ и $B_{pl,i}$ согласно рекомендациям [25] приняли равными единице. Первые положительные корни характеристических уравнений $\mu_{ts,i}$ и $\mu_{pl,i}$ для внутренней задачи массообмена равны [25]: для цилиндрической поверхности $\mu_{ts,i} = \mu_{ts,1} = 2.4048$; для плоской поверхности (торцы цилиндра) $\mu_{pl,i} = \mu_{pl,1} = \pi/2$; $R_{ts} \equiv R$; $R_{pl} = l/2$; $\bar{E}_i = \frac{\bar{u}_{k,i} - u_{r,i}}{\bar{u}_{n,i} - u_{r,i}}$ (в этом расчете $u_{r,i} = 0$).

Средняя по времени τ_i среднеобъемная температура прутка $\bar{t}_{sr,i}$ определяется выражением

$$\bar{t}_{sr,i} = \frac{1}{\tau_i} \int_0^{\tau_i} \bar{t}_i d\tau, \quad (36)$$

где функция \bar{t}_i находится из уравнения (21).

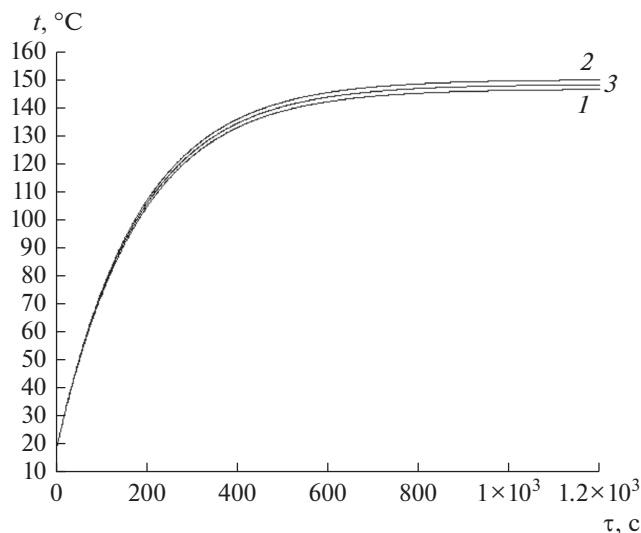


Рис. 1. Изменение температуры прутка во времени: 1 – на его поверхности, 2 – в центре, 3 – среднеобъемной температуры ($N_{em} = 75 \times 10^3$ Вт; $t_n = 18^\circ\text{C}$; $t_s = 20^\circ\text{C}$).

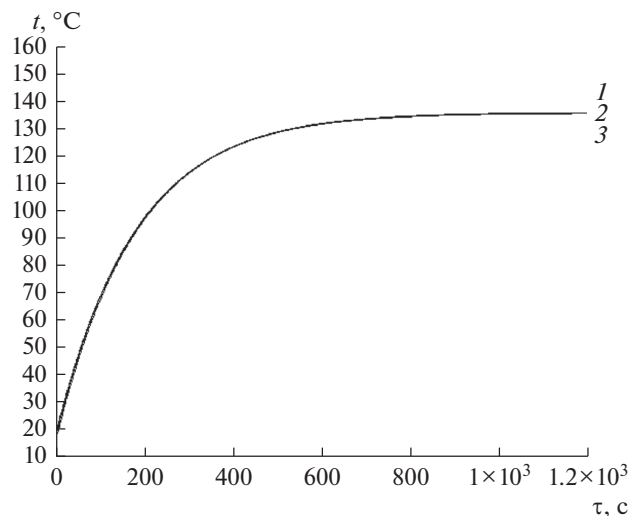


Рис. 2. Изменение температуры прутка во времени: 1 – на его поверхности, 2 – в центре, 3 – среднеобъемной температуры ($N_{em} = 5 \times 10^3$ Вт; $t_n = 18^\circ\text{C}$; $t_s = 127^\circ\text{C}$).

Результаты расчетов приведены на рис. 1, 2 и в табл. 1. На рис. 1 показано изменение температуры на поверхности прутка (линия 1), на оси прутка (линия 2) и его среднеобъемной температуры (линия 3). Как видно из рисунка, все три температуры плавно возрастают во времени от начального значения $t_n = 18^\circ\text{C}$ до некоторого стабилизированного значения, которое максимально на оси прутка и минимально у его поверхности. Это объясняется тем, что температура сушильного агента, с которым контактирует прутки в этом примере низка ($t_s = 20^\circ\text{C}$), поэтому вскоре после подъема температуры прутка начинается его охлаждение сушильным агентом, что в конечном счете стабилизирует температуру. Этот пример показывает нецелесообразность в данном случае чисто электромагнитного энергоподвода.

Рассмотрим далее комбинированный конвективно-электромагнитный энергоподвод, при котором теплота к прутку подводится как конвективно – с помощью предварительно нагретого до температуры $t_s = 127^\circ\text{C}$ сушильного агента, так и от электромагнитного источника мощностью $N_{em} = 5 \times 10^3$ Вт. Остальные параметры – те же.

Результаты этих расчетов приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, при указанных параметрах процесса температурные кривые для оси прутка, его поверхности и для среднеобъемной температуры практически сливаются. Это является следствием того, что при выбранных условиях проведения процесса режим теплообмена является внешним (число $Bi = 0.054$), а электромагнитный источник мал, чтобы вносить в распределение температуры по радиусу большие коррективы. Отметим, что при таком комбинированном энергоподводе, энергия, подводимая от электромагнитного источника, не теряется на нагрев сушильного агента.

В табл. 1 приведены результаты расчета кинетики сушки прутка из полиамида PA-6 при $t_s = 127^\circ\text{C}$, $N_{em} = 5 \times 10^3$ Вт и указанных выше остальных условиях. Как видно из таблицы, средняя на каждом временном интервале температура прутка $\bar{t}_{sr,i}$ от первой к третьей концентрационной зоне возрастает (так как уменьшается интенсивность сушки), но остается меньше 140°C , что важно для предотвращения слипаемости гранул.

Проиллюстрируем далее применение решения (28), полученного при $i = \text{const}$.

Таблица 1. Расчеты кинетики сушки прутка из полиамида PA-6

№ зоны	$(\bar{u}_{n,i} - \bar{u}_{k,i}) \times 10^2$	$\bar{u}_{sr,i} = (\bar{u}_{n,i} + \bar{u}_{k,i})/2$	$\bar{t}_{sr,i}, ^\circ\text{C}$	$D_{\infty,u} \times 10^2$	$E_{D,u} \times 10^{-4}$	$D_{e,i} \times 10^{10}, \text{ м}^2/\text{с}$	$\tau_i \times 10^{-3}, \text{ с}$	$\tau_c = \sum_1^3 \tau_i$
$i = 1$	(4.5–2.5)	3.5×10^{-2}	128	0.31	5.84	0.7581	2.965	$2.960 \times 10^4 \text{ с}$ = 8.22 ч
$i = 2$	(2.5–1.0)	1.75×10^{-2}	132	0.54	6.17	0.5844	5.998	
$i = 3$	(1.0–0.05)	1.0525×10^{-2}	134.5	0.67	6.30	0.5552	20.640	

Пример 2.

При глубокой сушке прутков из полиамида РА-6 на сушку могут поступать прутки после их промывки водой от внешних загрязнений (например, при вторичной переработке гранулята). В этом случае процесс сушки состоит из двух стадий: 1) испарение пленки воды с внешней поверхности прутка, 2) его глубокая сушка от \bar{u}_n до \bar{u}_k . Расчет продолжительности первой стадии при электромагнитном энергоподводе можно рассчитать по уравнению (28). Примем те же исходные данные, что и в предыдущем примере, а именно: $d = 3$ мм; $l/d = 5$; $N_{em} = 5 \times 10^3$ Вт; $\eta_r = 0.9$; $\varepsilon = 0.8$; $r^* = 2400 \times 10^3$ Дж/кг; $V_{rab} = 1.0 \times 0.5 \times 0.4 = 0.2$ м³; $\alpha = 10$ Вт/(м² К). Пусть толщина пленки на поверхности прутка равна $\delta = 0.1$ мм, тогда ее масса составляет $M_w = \pi d(l + d/2)\delta\rho_w = 1.48 \times 10^{-5}$ кг, где $\rho_w = 1000$ кг/м³ – плотность воды.

Продолжительность испарения пленки воды найдем из соотношения $\tau_1 = M_w/(i_1 F)$, где i_1 – интенсивность испарения влаги, кг/(м²с); F – поверхность прутка, равная: $F = \pi d(l + d/2) = 1.55 \times 10^{-4}$ м². Интенсивность испарения определяется уравнением массоотдачи

$$i_1 = \beta_c(C_{s,p} - C_s) = \beta_p(p_{par,p} - p_{par,s}), \quad (37)$$

где β_c, β_p – коэффициенты массоотдачи, отнесенные соответственно к разности концентраций пара в сушильном агенте (кг/(м²с (кг/м³))) и к разности парциальных давлений пара (кг/(м²с Па)); $C_{s,p}, C_s$ – концентрация пара соответственно у поверхности тела и в ядре потока внешней фазы (в среде), кг/м³; $p_{par,p}, p_{par,s}$ – давление пара соответственно у поверхности испарения и в ядре потока внешней фазы (в среде), Па. В соответствии с принятым в расчете условием, что сушильный агент является абсолютно сухим, имеем: $C_s = p_{par,s} = 0$.

Коэффициент массоотдачи β_c пересчитаем из коэффициента теплоотдачи, используя соотношение [32]:

$$\frac{\alpha}{\beta_c} = \rho c_p \frac{P - p_{par, sr}}{P}, \quad (38)$$

где $p_{par, sr}$ – среднее парциальное давление пара в пограничном слое, Па, которое принимаем равным: $p_{par, sr} = (p_{par,p} + p_{par,s})/2 = p_{par,p}/2$; ρc_p – объемная изобарная теплоемкость азота (Дж/(м³ К)). Для сухого азота в расчетном температурном интервале приняли $\rho c_p = 1300$ Дж/(м³ К) [33].

Коэффициент массоотдачи β_c , пересчитываем из коэффициента массоотдачи β_p по соотношению [32, 34]:

$$\beta_p = \beta_c / (R_{par}^* T_{sr}), \quad (39)$$

где $T_{sr} = \frac{T_p + T_s}{2}$ – средняя температура пограничного слоя, К [34].

Парциальное давление пара у поверхности испарения будем находить по уравнению Антуана [35], считая пар насыщенным ($p_{par,p} = p_{nas}$):

$$p_{nas} = 10^5 \exp(A - B/(T - C))/760, \quad (40)$$

где p_{nas} – давление насыщенного пара при температуре t_p , Па; А, В, С – константы, для воды равные: А = 18.3036; В = 3816.44; С = 46,13; $T = t + 273$, К.

Расчет интенсивности испарения по уравнению (37) будем проводить методом последовательных приближений в следующей последовательности: 1) задаем произвольно температуру поверхности тела t_p ; 2) по этой температуре по уравнению Антуана рассчитываем давление насыщенного пара p_{nas} ; 3) по уравнению (38) пересчитываем коэффициент теплоотдачи α в коэффициент массоотдачи β_c , который затем пересчитываем в коэффициент β_p по уравнению (39); 4) по уравнению (37) рассчитываем интенсивность испарения i_1 ; 5) по уравнению (28) определяем температуру поверхности тела t_p и сопоставляем ее с предварительно заданной; 6) при несовпадении рассчитанной температуры t_p с предварительно принятой по рассчитанной температуре t_p по уравнению Антуана определяем новое значение p_{nas} и повторяем расчет (вторая итерация). Итерации повторяем до нужного совпадения предыдущего и последующего значений t_p ; 7) получив необходимое совпадение значений t_p , по уравнению (37) находим окончательно интенсивность испарения i_1 .

По данной методике была рассчитана интенсивность испарения пленки воды толщиной $\delta = 0.1$ мм с поверхности прутка полиамида РА-6 и продолжительность этого процесса для двух случаев проведения этого процесса (при температурах $t_s = 20^\circ\text{C}$ и $t_s = 127^\circ\text{C}$), результаты расчетов приведены в табл. 2.

Приведенные в табл. 2 результаты расчетов показывают, что наложение электромагнитного поля в рассматриваемом примере приводит к интенсификации испарения как при низкой, так и при высокой температуре сушильного агента – за счет повышения температуры поверхности материала. Сравнительно небольшая мощность N_{em} (5 кВт) существенно повышает интенсивность испарения и, соответственно, сокращает продолжительность процесса. Это показывает целесообразность применения комбинированного (конвективно-электромагнитного) подвода для удаления поверхностной влаги.

Таблица 2. Влияние электромагнитного энергоподвода на интенсивность сушки в первом периоде

$t_s, ^\circ\text{C}$	$N_{em} = 0 \text{ кВт}$			$N_{em} = 5 \text{ кВт}$		
	$t_{m,t}, ^\circ\text{C}$	$i_1, \text{ г}/(\text{м}^2 \text{ ч})$	$\tau_1, \text{ с}$	$t_p, ^\circ\text{C}$	$i_{1,em}, \text{ г}/(\text{м}^2 \text{ ч})$	$\tau_{1,em}, \text{ с}$
20	6.8	199	1731	10.9	262	1313
127	37	1067	322	42.0	1402	245

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Развита аналитическая математическая модель, описывающая нагрев цилиндра в условиях его сушки (для общего случая и для периода постоянной скорости сушки) при действующем внутри тела непрерывном постоянном электромагнитном источнике энергии и при конвективном тепло- и массообмене поверхности цилиндра с внешней газовой средой.

2. На основе полученных решений выполнен численный анализ процесса тепло- и массообмена применительно к глубокой сушке прутков полиамида РА-6, показывающий работоспособность полученных зависимостей как в условиях “чисто” электромагнитного, так и комбинированного “электромагнитно-конвективного” энергоподвода.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A_r = u_r/C_s$ коэффициент распределения функции концентрационного равновесия, (кг/(кг сух. м-ла))/(кг/м³)

a коэффициент температуропроводности цилиндра, м²/с

C_s концентрация пара в ядре потока внешней фазы (в среде), кг/м³

c массовая теплоемкость цилиндра, Дж/(кг К)

c_p изобарная массовая теплоемкость азота, Дж/(кг К)

D_e эффективный коэффициент диффузии влаги в непористых полимерах, м²/с

$d = 2R$ диаметр прутка, м

F поверхность прутка, м²

i интенсивность сушки, кг/(м² с)

k коэффициент массопроводности, м²/с

l длина прутка, м

M масса, кг

N_{em} мощность электромагнитного источника, Вт

$q_v = \frac{N_{em}\eta}{V(1-\varepsilon)}$ внутренний объемный источник теплоты в цилиндре, Вт/м³

$q_v^* = \frac{q_v}{c\rho}$

$P = 0.98 \times 10^5$

R

R_v

$R^* = 8.31$

$R_{par}^* = 462$

V

r^*

t

\bar{t}

T

u, \bar{u}

u_r^*

r

α

β_c

β_p

ε

δ

λ

ρ

ρ_0

w

τ

внутренний объемный источник теплоты в цилиндре, отнесенный к его объемной теплоемкости, $^\circ\text{C}/\text{с}$

общее давление сушильного агента, Па
радиус цилиндра, м

отношение объема цилиндра к его поверхности, м

кДж/(кмоль К) универсальная газовая постоянная

газовая постоянная водяного пара, Дж/(кг К)

внутренний объем аппарата, м³

теплота парообразования, включая теплоту десорбции влаги, Дж/кг

локальная температура в цилиндре, $^\circ\text{C}$

среднеобъемная температура цилиндра, $^\circ\text{C}$

температура, К

локальное и среднее по объему цилиндра влагосодержание соответственно, кг/(кг сух. м-ла)

приведенное равновесное влагосодержание, кг/(кг сух. м-ла)

радиальная координата, м

коэффициент теплоотдачи, Вт/(м² К)

коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности концентраций пара в сушильном агенте, (кг/(м² с (кг/м³)))

коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности парциальных давлений пара, (кг/(м² с Па))

доля свободного объема аппарата, м³/м³

толщина пленки воды на поверхности прутка, м

коэффициент теплопроводности цилиндра, Вт/(м К)

плотность материала цилиндра, кг/м³

плотность абсолютно сухого материала, кг/м³

вода

время, с

$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}$	число Био тепловое, безразмерное
$Bi_m = \frac{\beta_c R}{k_{\rho_0} A_r}$	число Био массообменное, модифицированное, безразмерное
$\bar{E} = \frac{\bar{u}(\tau) - u_r}{u_n - u_r}$	среднеобъемное относительное влаго-содержание цилиндра, безразмерное
$Fo = \alpha \tau / R^2$	число Фурье тепловое, безразмерное
$Fo_m = k \tau / R^2$	число Фурье массообменное, безразмерное
$Lu = k/a$	число Лыкова, безразмерное
R_v	отношение объема тела к его поверхности, м

ИНДЕКСЫ

<i>em</i>	электромагнитный
<i>k</i>	конечный
<i>m</i>	массообменный
<i>m.t</i>	мокрый термометр
<i>n</i>	начальный
<i>nas</i>	состояние насыщения
<i>p</i>	поверхность цилиндра
<i>par</i>	пар
<i>pl</i>	пластина
<i>r</i>	равновесный
<i>rab</i>	рабочий
<i>s</i>	сушильный агент
<i>sr</i>	среднее значение
<i>ts</i>	цилиндр
<i>v</i>	отнесен к объему
<i>w</i>	вода
<i>1</i>	первый период сушки

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Kudra T., Strumillo Cz.* Thermal Processing of Bio-materials. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1998.
- Акулич П.В., Драгун В.Л., Куц П.С.* Технологии и техника сушки и термообработки материалов. Минск: Белорусская наука, 2006.
- Ratti C., Mujumdar A. S.* Handbook of Industrial Drying. 3rd edition. A.S. Mujumdar (Ed). Boca Raton, FL.: CRC Press, 2007.
- Лыков А.В.* Теория сушки. М.: Энергия, 1968.
- Gunasekaran S.* Pulsed microwave-vacuum drying of food materials // *Drying Technology*. 1999. V. 17. Is. 3. P. 395.
- Bon J., Kudra T.* Enthalpy-Driven Optimization of Intermittent Drying // *Drying Technology*. 2007. V. 25. Is. 4. P. 523.
- Vaquiro H. A., Clemente G., Garcia-Perez J. V., Mulet A., Bonb J.* Enthalpy-driven optimization of intermittent drying of *Mangifera indica* L. // *Chemical engineering research and design*. 2009. V. 87. P. 885.
- Soysal Y., Arslan M., Keskin M.* Intermittent microwave-convective air drying of Oregano // *Food Science and Technology International*. 2009. V. 15. Is. 4. P. 397.
- Рудобашта С.П., Григорьев И.В.* Импульсная инфракрасная сушка семян // *Пром. теплотехника*. 2011. Т. 33. № 8. С. 85.
- Рудобашта С.П., Карташов Э.М., Зуев Н.А.* Тепло-массоперенос при сушке в осциллирующем электромагнитном поле // *Теорет. основы хим. технологии*. 2011. Т. 45. № 6. С. 641.
- Esturk O.* Intermittent and continuous microwave-convective air-drying characteristics of sage (*Salvia officinalis*) leaves // *Food and Bioprocess Technology*. 2012. V. 5. Is. 5. P. 1664.
- Zhao D., An K., Ding S., Liu L., Xu Z., Wang Z.* Two-stage intermittent microwave coupled with hot-air drying of carrot slices: Drying kinetics and physical quality // *Food and Bioprocess Technology*. 2014. V. 7. Is. 8. P. 2308.
- Kumar C., Karim M.A., Joardder M.U.H.* Intermittent drying of food products: A critical review // *Journal of Food Engineering*. 2014. V. 121. P. 48.
- Kumar C., Joardder M.U.H., Farrell T.W., Millar G.J., Karim M.A.* Mathematical model for intermittent microwave convective drying of food materials // *Drying technology*. 2016. V. 34. № 8. P. 962.
- Гринчик Н.Н., Акулич П.В., Адамович А.Л., Куц П.С., Кундас С.П.* Моделирование неизотермического тепло- и влагопереноса в капиллярнопористых средах при периодическом микроволновом нагреве // *Инж.- физ. журнал*. 2007. Т. 80. № 1. С.
- Акулич П.В.* Тепло-массообмен капли раствора при комбинированном энергетическом воздействии и углублении зоны испарения // *Инж.- физ. журн*. 2016. Т. 89. № 3. С. 527.
- Акулич П.В., Темрук А.В., Акулич А.В.* Моделирование и экспериментальное исследование тепло- и влагопереноса при СВЧ-конвективной сушке растительных материалов. *Инж.-физ. журн*. 2012. Т. 85. № 5. С. 951.
- Rudobashta S.P., Zueva G.A.* Heat and mass transfer when drying a spherical particle in an oscillating electromagnetic field // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2016. V. 50. Is. 5. P. 718.
- Rudobashta S.P., Zueva G.A., Kartashov E.M.* Heat and mass transfer in the drying of a cylindrical body in an oscillating electromagnetic field // *J. Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. V. 91. № 1. January. P. 227.
- Rudobashta S., Zueva G., Zuev N.* Mathematical Modeling and Numerical Simulation of Oscillating Infrared Seeds Drying Process // *Drying Technology*. 2014. V. 32. № 11. P. 1352.
- Rudobashta S., Zueva G.* Drying of seeds through oscillating infrared heating // *Drying Technology*. 2016. V. 34. № 5. P. 505.
- Rudobashta S.P., Kartashov E.M., Zueva G.A.* Heat and Mass Transfer in Drying of a Plate in a Continuous

- High- and Superhigh-Frequency Electromagnetic Field // Theoret. Found. of Chem. Eng. 2021. V. 55. № 2. P. 261.
23. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. Москва: Высшая школа. 1968.
24. *Карташов Э.М.* Аналитические решения гиперболических моделей нестационарной теплопроводности // Тонкие химические технологии. 2018. Т. 13. № 2. С. 81.
25. *Рудобашта С.П.* Массоперенос в системах с твердой фазой. М.: Химия, 1980.
26. *Рудобашта С.П., Карташов Э.М.* Химическая технология: диффузионные процессы. Часть 1. М: Юрайт, 2015.
27. *Рудобашта С.П., Карташов Э.М.* Химическая технология: диффузионные процессы. Часть 2. М: Юрайт, 2015.
28. *Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Зайцев В.А.* Моделирование процесса глубокой сушки гранулированного полиамида при конвективно-инфра-красном энергоподводе // Изв. вузов. Химия и хим. технология. 2019. Т. 62. Вып. 12. С. 94.
29. Справочник по пластическим массам. Под ред. М.И. Гарбара, М.С. Акутина, Н.М. Егорова. М.: Химия. 1967.
30. *Rudobashta S.P., Dmitriev V.M.* Kinetics and apparatus-technological arrangement of convective drying of disperse polymer materials // J. Eng. Phys. Thermophys. 2005. V. 78. № 3. P. 463.
31. *Рудобашта С.П., Плановский А.Н.* Исследование кинетики сушки при переносе влаги в материале по закону молекулярной диффузии // Теорет. основы хим. технологии. 1976. Т. X. № 2. С. 197.
32. *Krischer O.* Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknung Technick. Heidelberg: Springer-Verlag, 1957.
33. *Рабинович О.М.* Сборник задач по технической термодинамике. М.: Машиностроение, 1969.
34. *Лыков А.В.* Теория сушки. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1950.
35. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982.