

УДК 537.611.3

ГЕНЕРИРОВАНИЕ СОЛИТОНОВ В ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ФЕРРОМАГНЕТИКА¹⁾

© 2019 г. С. В. Баталов^{1,2,*}, В. В. Киселев^{1,2}, А. А. Расковалов^{1,2}

¹⁾ 620108 Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, 18, Ин-т физики металлов УрО РАН, Россия;

²⁾ 620002 Екатеринбург, ул. Мира, 19, Физико-технологический ин-т, Россия)

*e-mail: svbatalov@imp.uran.ru

Поступила в редакцию 10.10.2018 г.
Переработанный вариант 18.03.2019 г.
Принята к публикации 10.04.2019 г.

Исследуется генерация солитонов в полосовой доменной структуре ферромагнетика с анизотропией типа “легкая ось” из начального локализованного импульса намагниченности. Результаты численного эксперимента подкреплены аналитическим расчетом. Найдены условия и проанализированы сценарии генерирования солитонов как в доменной структуре, так и на фоне однородного основного состояния ферромагнетика. На основе формализма обратной задачи рассеяния установлена связь физических характеристик солитонов с параметрами начального возмущения, что позволяет генерировать неподвижные солитоны с требуемыми свойствами. Библ. 26. Фиг. 3.

Ключевые слова: уединенные домены, доменные границы, солитоны, уравнение Ландау–Лифшица, задача Римана.

DOI: 10.1134/S0044466919080039

1. ВВЕДЕНИЕ

Коллективные возбуждения магнитных материалов существенно зависят от наличия в образцах пространственно неоднородных доменных структур. В массивных ферромагнетиках с большой постоянной анизотропией типа “легкая ось” структура полосовых доменов энергетически выгоднее структуры с замкнутыми доменами [1]. Однако даже в этом (наиболее простом) случае равновесное состояние среды представляет собой существенно нелинейное образование – одномерную решетку доменных границ, в каждой из которых отклонения намагниченности от альтернативных однородных состояний в соседних доменах не малы (порядка намагниченности насыщения) и локализованы в узкой области пространства. Базовой моделью теоретического описания равновесных доменных структур и их коллективных возбуждений является нелинейное уравнение Ландау–Лифшица. В рамках статической модели Ландау–Лифшица изучены основные типы доменных структур в массивных ферромагнитных образцах и пленках (см. [2], [3]). В массивных образцах найдены явные решения линейризованных динамических уравнений Ландау–Лифшица, которые описывают спиновые волны в полосовой доменной структуре легкоосного ферромагнетика [4]–[6]. В спиновых волнах намагниченность среды совершает лишь малые колебания около равновесных положений доменной структуры и не сопровождается смещениями центров доменных стенок. В пластинах (пленках) легкоосного ферромагнетика для анализа колебаний доменных границ полосовой структуры полные уравнения Ландау–Лифшица обычно заменяют упрощенными. Предполагается, что доменные стенки являются бесконечно тонкими и плоскими, а их смещения из равновесных положений малы по сравнению с размерами доменов. Взаимодействие дискретных доменных стенок описывается эффективным потенциалом, который получается редукцией полной феноменологической энергии ферромагнитной пленки [1], [7], [8]. В рамках такого подхода в гармоническом приближении исследованы малые колебания одномерной цепочки взаимодействующих доменных стенок [1], [9]. Численными методами найдены собственные частоты продольных нелинейных колебаний доменных границ [10], исследо-

¹⁾ Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России (тема “Квант”, номер г. р. АААА-А18-118020190095-4) при финансовой поддержке гранта РФФИ для молодых ученых “Мой первый грант” 18-32-00143.

ван дрейф полосовых доменов в осциллирующем внешнем магнитном поле [11]. В работе [12] при учете нелинейного взаимодействия ближайших доменных границ исследованы самолокализованные волны продольной деформации полосовой структуры. Найденные солитоны могут быть только движущимися: их скорость превышает скорость линейных продольных волн в цепочке доменных границ и более чем на порядок выше укеровской предельной скорости отдельной доменной стенки. Можно сказать, что система стремится избавиться от таких модуляций доменной структуры.

При теоретическом описании квазиодномерных солитонов в полосовой структуре массивного ферромагнетика с большой постоянной анизотропии типа “легкая ось” в первом приближении можно пренебречь магнитоэстатическими силами в уравнении Ландау–Лифшица, т.к. их основной вклад учитывается заданием периода доменной структуры. Это приближение лучше описывает полосовые структуры с блоховскими доменными границами, которые не создают магнитоэстатических полей. В таком приближении основные уравнения имеют $U-V$ -пару, а значит, относятся к классу точно интегрируемых. Благодаря этому обстоятельству в настоящее время методом обратной задачи рассеяния подробно изучены нелинейные волны и солитоны на фоне однородного основного состояния легкоосного ферромагнетика [13]–[15]. В то же время анализ солитонов в полосовых доменных структурах сталкивается с большими трудностями из-за значительной нелинейности и неоднородности фонового состояния среды. Техника конечно-зонного интегрирования [16]–[18] мало пригодна для анализа требуемого класса задач, т.к. приводит к малоизученным многомерным тэта-функциям и сложным трансцендентным уравнениям на параметры магнитных солитонов.

В работе [19] предложен вариант метода обратной задачи рассеяния для исследования солитонов в полосовой доменной структуре легкоосного ферромагнетика с помощью задачи Римана на торе. Возможные типы солитонов полосовой доменной структуры легкоосного ферромагнетика изучены в работах [20], [21]. Показано, что солитоны могут быть как движущимися, так и неподвижными. В ядре каждого из них происходит локальный макроскопический сдвиг доменной структуры на расстояние, не превышающее периода полосовой структуры. Сдвиг связан с перемагничиванием среды в ядре солитона в результате смещений доменных границ и вращений намагниченности в небольшой группе соседних доменов. Такие солитоны, как и дислокации в кристалле, служат элементарными переносчиками макроскопических сдвигов доменной структуры. Однако в отличие от случая дислокации в кристалле элементарный сдвиг доменной структуры, сопровождающий образование и движение солитона, не зависит от периода полосовой структуры, а определяется исключительно строением ядра солитона. Пульсации ядра солитона (из-за неоднородной прецессии намагниченности в ядре) вызывают возвратно поступательные колебания доменных стенок в сдвинутой ядром полосовой структуре. Протяженность индуцированных колебаний может меняться в широких пределах: от толщины одной доменной стенки до протяженности нескольких доменов.

В моделях скалярного поля, описывающих солитоны в средах с однородным основным состоянием, для возбуждения солитона обычно задают начальное распределение поля, которое по форме напоминает солитон [22]. Начальное возмущение сбрасывает часть энергии в виде излучения и по истечении некоторого времени превращается в стабильный частицеподобный солитон. В работе [12] отмечалось, что солитоны в доменной структуре, в принципе, можно возбудить с помощью пространственно неоднородного или высокочастотного магнитного поля. Однако из-за сложности ядра солитона и векторного характера поля намагниченности условия генерирования солитонов в доменной структуре весьма непросты. Между тем в рассматриваемой модели их удается сформулировать точно. Дело в том, что в контексте метода обратной задачи рассеяния солитоны зарождаются только тогда, когда начальное возмущение доменной структуры приводит к появлению нулей у одного из элементов матрицы перехода.

В настоящей работе получено явное выражение для соответствующего элемента при начальном перемагничивании среды ступенчатым импульсом внешнего поля. Нахождение его нулей сводится к численному решению трансцендентного уравнения. Мы провели сравнительный анализ условий зарождения солитонов в образцах с однородным основным состоянием и полосовой доменной структурой. Численным моделированием подтвердили возможность генерирования в доменной структуре и на фоне однородного состояния среды магнитных солитонов с заданными свойствами.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 приведены формулировка модели легкоосного ферромагнетика и основные соотношения метода обратной задачи рассеяния, необходимые для получения критериев генерирования солитонов в полосовой доменной структуре и на фоне од-

нородного распределения намагниченности в условиях перемагничивания среды внешним полем. Обсуждается связь физических свойств солитонов с нулями элемента матрицы перехода. В разд. 3 анализируются результаты численных экспериментов по генерированию солитонов с требуемыми свойствами.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим квазиодномерный ферромагнетик с анизотропией типа “легкая ось” $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$. Нелинейная динамика намагниченности $\mathbf{S}(x, t)$ в нем в безразмерных переменных описывается уравнением Ландау–Лифшица [14]:

$$\partial_t \mathbf{S} = [\mathbf{S} \times \partial_x^2 \mathbf{S}] + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{S})[\mathbf{S} \times \mathbf{n}], \quad \mathbf{S}^2 = 1, \quad (1)$$

где x, t – пространственная координата и время. Нас интересуют солитонные решения модели (1) в полосовой доменной структуре, заданной граничными условиями:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(x, t) &\rightarrow \mathbf{S}_2^{(0)} = (\sin \theta_2 \cos \varphi_0, \sin \theta_2 \sin \varphi_0, \cos \theta_2), & \chi &\rightarrow +\infty, \\ \mathbf{S}(x, t) &\rightarrow \mathbf{S}_1^{(0)} = (\sin \theta_1 \cos \varphi_0, \sin \theta_1 \sin \varphi_0, \cos \theta_1), & \chi &\rightarrow -\infty, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\theta_j = \pi/2 - \text{am}(\chi + \Delta_j, k)$; $j = 1, 2$; $\chi = x/k$; $\Delta_1 = \Delta$, $\Delta_2 = 0$; $\text{am}(\chi, k)$ – эллиптическая амплитуда Якоби с модулем $0 \leq k \leq 1$ (см. [23]–[25]). Сдвиг структуры Δ связан с параметрами солитонов. Угол φ_0 определяет геометрию разворота намагниченности (для блоховских доменных границ $\varphi_0 = \pm\pi/2$). Величина k задает период $4Kk$ доменной структуры; $K = K(k)$ – полный эллиптический интеграл I рода.

Доменная структура (2) представляет набор доменов шириной $L_0 = 2Kk$, разделенных переходными слоями – доменными границами толщиной $l_0 = 2K'k/\pi$, где $K' = K(k')$, $k' = \sqrt{1 - k^2}$. В массивных образцах $L_0/l_0 = \pi K(k)/K' \gg 1$ (см. [4], [5]), что возможно только при $k' \ll 1$. При таких k' справедливо приближение $L_0/l_0 \approx 2 \ln(4/k')$. В данной работе все численные расчеты выполнены при условии $L_0/l_0 \approx 9.5$ ($k = 0.9994$, $K \approx 4.75$, $K' \approx \pi/2$).

Заметим, что в пределе $k' \rightarrow 0$ период полосовой структуры неограниченно растет и решение модели для солитона в доменной структуре переходит в таковое для солитона на фоне однородного состояния среды. Хотя солитоны, встроенные в доменную структуру, по своим свойствам сложнее и разнообразнее солитонов на фоне однородного состояния среды, некоторые их ключевые особенности совпадают. Мы устанавливаем связь наблюдаемых свойств солитонов с условиями их генерирования в образцах с разным основным состоянием.

В контексте метода обратной задачи рассеяния простейший солитон в полосовой структуре (2) параметризуется комплексным нулем $u = \mu \equiv -\rho + i\theta$ ($0 < \rho < K$, $-K' \leq \theta \leq K'$; $\rho = \Delta/4$) коэффициента $\bar{a}(u)$ матрицы перехода

$$T(u, t) \equiv \begin{pmatrix} a(u) & -\bar{b}(u, t) \\ b(u, t) & \bar{a}(u) \end{pmatrix} = \lim_{\chi \rightarrow +\infty} [\Psi_2(u, \chi, t)]^{-1} \Psi_1(u, \chi, t),$$

связывающей фундаментальные решения $\Psi_{1,2}$ вспомогательной линейной системы

$$\begin{aligned} \partial_x \Psi &= -\frac{i}{2} [w_1(S_1 \sigma_1 + S_2 \sigma_2) + w_3 S_3 \sigma_3] \Psi \equiv U \Psi, \\ \partial_t \Psi &= -\frac{i}{2} [w_1([\mathbf{S} \times \partial_x \mathbf{S}]_1 \sigma_1 + [\mathbf{S} \times \partial_x \mathbf{S}]_2 \sigma_2) + w_3 [\mathbf{S} \times \partial_x \mathbf{S}]_3 \sigma_3 - \\ &\quad - w_1^2 S_3 \sigma_3 - w_1 w_3 (S_1 \sigma_1 + S_2 \sigma_2)] \Psi \equiv V \Psi, \end{aligned}$$

на множестве непрерывного спектра [19]–[21]:

$$\Psi_1(u) = \Psi_2(u) T(u), \quad u \in \Gamma = \{\text{Re } u = 0, K; |\text{Im } u| \leq 2K'\}.$$

Здесь σ_i – матрицы Паули ($i = 1, 2, 3$), $w_1 = \text{cn}(u, k)$, $w_3 = i \text{sn}(u, k)$; $\text{sn } u$, $\text{cn } u$, $\text{dn } u$ – эллиптические функции Якоби с модулем k .

Скорость V солитона в доменной структуре, частота ω прецессии намагниченности вокруг оси Oz анизотропии в ядре солитона и локальный макроскопический сдвиг Δ доменной структуры (по переменной χ), сопровождающий образование и движение солитона, выражаются через μ :

$$V = [\operatorname{Re} Z(\mu)]^{-1} \operatorname{Im}(\operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu), \quad \omega = k^{-1} \operatorname{Re}(\operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu), \quad \Delta = -4 \operatorname{Re} \mu = 4\rho, \quad (3)$$

где $Z(u, k)$ – дзета-функция Якоби [24]. Сдвиг структуры происходит из-за перемагничивания доменов в конечной области пространства, которую далее мы называем *ядром* солитона. Размер ядра оценивается как $k\Delta$ [21].

Наиболее просты и удобны для наблюдения неподвижные солитоны без скачка начальной фазы в ядре солитона [20], [21]. Они соответствуют условию $\mu = -\rho$ и имеют вид [20], [21]:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_1 &= -\frac{2g_0 \cos(\omega \bar{t})}{f_0^2 + g_0^2 + 1 + 2h_0 f_0 \sin(\omega \bar{t}) + (h_0^2 - 1) \sin^2(\omega \bar{t})}, \\ \tilde{S}_2 &= \tilde{c} + \frac{2g_0[f_0 \tilde{s} - g_0 \tilde{c} + h_0 \tilde{s} \sin(\omega \bar{t})]}{f_0^2 + g_0^2 + 1 + 2h_0 f_0 \sin(\omega \bar{t}) + (h_0^2 - 1) \sin^2(\omega \bar{t})}, \\ \tilde{S}_3 &= -\tilde{s} + \frac{2g_0[f_0 \tilde{c} + g_0 \tilde{s} + h_0 \tilde{c} \sin(\omega \bar{t})]}{f_0^2 + g_0^2 + 1 + 2h_0 f_0 \sin(\omega \bar{t}) + (h_0^2 - 1) \sin^2(\omega \bar{t})}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega(\rho) = k^{-1} c_\rho d_\rho$, $\bar{t} = t - t_0$, $t_0 = \operatorname{const}$; $h_0 = kc_\rho/d_\rho$, $c_\rho = \operatorname{cn} \rho$, $d_\rho = \operatorname{dn} \rho$; $\rho = \Delta/4$; $\tilde{s} = \operatorname{sn} \tilde{\chi}$, $\tilde{c} = \operatorname{cn} \tilde{\chi}$, $\tilde{\chi} = \chi + 2\rho$,

$$\begin{aligned} (S_1 - iS_2) \exp\left(i\left[\varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right]\right) &\equiv \tilde{S}_1 - i\tilde{S}_2; \\ g_0 &= \frac{d_\rho}{s_\rho} \left[\frac{s_3 a_-^2 e^{-2y}}{1 + ks_3} + \frac{s_1 a_+^2 e^{-2y}}{1 + ks_1} \right], \quad f_0 = \frac{1}{s_\rho} \left[\frac{c_3 a_-^2 e^{-2y}}{1 + ks_3} + \frac{c_1 a_+^2 e^{-2y}}{1 + ks_1} \right]; \\ 2y &= Z(\rho, k)(\chi - \chi_0), \quad \chi_0 = \operatorname{const}; \\ a_\pm &= m(\tilde{\chi}) \frac{\sigma(\tilde{\chi} + K + iK' \mp \rho)}{\sigma(K + iK' \mp \rho)} \exp\left[\pm \frac{\eta_1 \rho \tilde{\chi}}{2K}\right], \\ m(\chi) &= \left[\frac{\sigma(iK')\sigma(iK' + 2K)}{2\sigma(\chi + iK')\sigma(\chi + iK' + 2K)} \right]^{-1/2}, \end{aligned}$$

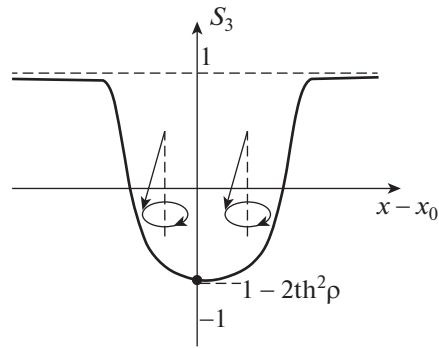
где $s_\rho = \operatorname{sn} \rho$, $s_1 = \operatorname{sn}(\chi + \rho)$, $s_3 = \operatorname{sn}(\chi + 3\rho)$, $c_1 = \operatorname{cn}(\chi + \rho)$, $c_3 = \operatorname{cn}(\chi + 3\rho)$; $\sigma(\chi)$ – сигма-функция Вейерштрасса с периодами $[4K, 2iK']$; параметр η_1 характеризует трансформационные свойства функций Вейерштрасса [23]–[25]. В пределе широких доменов (при $k \rightarrow 1$): $\omega(\rho) \approx \operatorname{ch}^{-2} \rho$.

Неподвижный солитон на однородном фоне получается из выражения (4) предельным переходом $k \rightarrow 1$:

$$S_3 = 1 - \frac{2 \operatorname{sh}^2 \rho}{\operatorname{sh}^2 \rho + \operatorname{ch}^2 y}, \quad S_1 - iS_2 = -\frac{2i \operatorname{sh} \rho \operatorname{ch} y}{\operatorname{sh}^2 \rho + \operatorname{ch}^2 y} e^{i\varphi}, \quad (5)$$

где $y = -(x - x_0) \operatorname{th} \rho$, $\varphi = -\varphi_0 + (t - t_0)/\operatorname{ch}^2 \rho$, $x_0 = \operatorname{const}$, $t_0 = \operatorname{const}$. Компонента намагниченности S_3 в центре солитона не достигает предельных значений ± 1 : $S_3(y = 0) = 1 - 2 \operatorname{th}^2 \rho$ (см. фиг. 1).

Начальное возмущение будет генерировать солитоны в доменной структуре, если уравнение $\bar{a}(u) = 0$ имеет корни. Эти корни совпадают с параметрами $u = \mu$, определяющими наблюдаемые свойства солитонов (3) [20]. Ядро каждого солитона отодвигает от себя соседние доменные границы полосовой структуры. Для возбуждения солитона нужно удлинить и возмутить один или несколько доменов структуры так, чтобы образовался “резонатор” для ядра солитона. Это можно сделать, прилагая локальное магнитное поле вдоль направления $\mathbf{n} = (\sin \gamma \cos \varphi_0, \sin \gamma \sin \varphi_0, \cos \gamma)$, где параметр $\gamma = \operatorname{const}$ задает компоненту S_3 намагниченности, а угол φ_0 – ориентацию проекции вектора \mathbf{S} в плоскости Oxy .



Фиг. 1. Прецессия солитона (5) на фоне однородного основного состояния.

Пусть начальное перемагничивание структуры имеет форму ступенчатого импульса длиной d по переменной χ :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(x, t = 0) &= \mathbf{S}_2^{(0)}(x + kd) \equiv \mathbf{S}_1^{(0)}(x) && \text{при } \chi < \chi_0; \\ \mathbf{S}(x, t = 0) &= \mathbf{n} && \text{при } \chi_0 < \chi < \chi_1; \\ \mathbf{S}(x, t = 0) &= \mathbf{S}_2^{(0)}(x) && \text{при } \chi > \chi_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\chi_1 - \chi_0 = d$, $d = \Delta$. Положим для определенности $\chi_1 = K$, $\chi_0 = K - d$, тогда имеем

$$\mathbf{S}_1^{(0)}(\chi = \chi_0) = \mathbf{S}_2^{(0)}(\chi = \chi_1) = (0, 0, 1).$$

Условие обращения в нуль функции $\bar{a}(u)$ сводится к уравнению [20]:

$$\xi \operatorname{cth} \left(\frac{\xi}{2} kd \right) - \frac{k \operatorname{sn}(2u, k)}{1 + \operatorname{dn}(2u, k)} \cos \gamma = 0, \quad \xi = \sqrt{\cos^2 \gamma - \operatorname{cn}^2(u, k)}. \quad (7)$$

Для генерирования солитонов на фоне однородного состояния среды также осуществляем локальное перемагничивание материала:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(x, t = 0) &= (0, 0, 1) && \text{при } x < x_0; \\ \mathbf{S}(x, t = 0) &= (\sin \gamma \cos \varphi_0, \sin \gamma \sin \varphi_0, \cos \gamma) && \text{при } x_0 < x < x_1; \\ \mathbf{S}(x, t = 0) &= (0, 0, 1) && \text{при } x > x_1, \end{aligned} \quad (8)$$

$x_1 - x_0 = d$. Условия формирования солитона из начального импульса (8) описываются более простым уравнением:

$$\xi \operatorname{cth} \left(\frac{\xi}{2} d \right) - \operatorname{th} u \cos \gamma = 0, \quad \xi = \sqrt{\cos^2 \gamma - \operatorname{ch}^{-2} u}. \quad (9)$$

Оно получается из (7) переходом к пределу $k \rightarrow 1$.

В данной работе аналитическим условиям (7), (9) сопоставлены результаты численного счета. Проведен сравнительный анализ особенностей возбуждения солитонов в полосовой структуре и на однородном фоне. В численном счете ступенчатые импульсы (6), (8) аппроксимируются гладкими выражениями. Для интегрирования уравнения Ландау–Лифшица используется разностная схема, подробно описанная в работе [26]. В ее основе лежит метод Ньютона–Рафсона. Поскольку в модели (1) магнитостатика явно не учитывается, якобиан численной схемы оказывается разреженной матрицей, что позволяет эффективно использовать итерационные методы подпространств Крылова для решения вспомогательных систем линейных уравнений. Мы применили метод GMRES (generalized minimal residual), пригодный для систем с несимметричной матрицей. Преимущества выбранной разностной схемы состоят в том, что она точно сохраняет длину вектора намагниченности, является безусловно устойчивой и точно сохраняет энергию системы в отсутствие диссипации.

3. ВОЗБУЖДЕНИЕ СОЛИТОНОВ

Обсудим связь свойств солитонов с шириной и глубиной начального распределения намагниченности. Под глубиной h начальных импульсов (6) (или (8)) будем понимать отклонение компоненты $S_3 = \cos \gamma$ от равновесного значения +1: $0 < h = 1 - \cos \gamma \leq 2$.

Движущиеся солитоны формируются при условии, что уравнение (7) (или (9)) имеет комплексно-сопряженные корни вида $\mu = -\rho \pm i\theta$, где $|\theta| < K'$ (либо $|\theta| < \pi/2$). Такие солитоны рождаются парами и движутся в противоположных направлениях. Направление их движения задается параметром θ : $\text{sign } V = -\text{sign } \theta$. Условиям формирования неподвижных солитонов (4) (или (5)) соответствуют значения параметров d, h , при которых уравнение (7) (или (9)) имеет вещественные корни $u = -\rho$. Иными словами, свойства одиночного солитона (4) в полосовой структуре с периодом $4Kk$ упорядочивает единственный параметр $0 < \rho < K$. Численное моделирование показывает, что солитоны со значениями $0 < \rho < 0.1K$ слабо локализованы и вызывают лишь незначительный сдвиг $4k\rho$ полосовой структуры. По существу, они представляют собой протяженные цуги малоамплитудных стоячих активационных волн [21]. Поэтому солитоны с малыми ρ мы далее не рассматриваем. При значениях $0.1K < \rho < 0.5K$ длина ядра солитона меньше размеров отдельного домена. Когда ядро находится внутри одного из доменов структуры, то по своей форме оно напоминает солитон на фоне однородного состояния среды (5). Такое ядро становится зародышем перемагничивания домена. Зародыш отодвигает от себя соседние стенки материнского домена, что порождает макроскопический сдвиг всей полосовой структуры на расстояние, не превышавшее длину домена.

Солитоны с внутридоменными ядрами легче всего генерировать. Обсудим условия их формирования. Заметим, что при $h = 1$ уравнения (7), (9) решаются явно. Из уравнения (7) получим

$$\text{cn } \rho_n = \pi/[kd(1 + 2n)], \quad n = 1, 2, 3, \dots, \tag{10}$$

а из уравнения (9) имеем

$$\text{ch } \rho_n = d(1 + 2n)/\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{11}$$

Каждый корень ρ_n уравнения (10) параметризует неподвижный солитон (4) в доменной структуре с частотой прецессии

$$\omega(\rho_n) = k^{-1} \text{cn } \rho_n \text{dn } \rho_n = \pi[k^2 d(1 + 2n)]^{-1} \sqrt{k^2 + \pi^2 d^{-2}(1 + 2n)^{-2}},$$

в то время, как корень (11) отвечает солитону (5) в однородно намагниченной среде, прецессирующему с частотой

$$\omega(\rho_n) = \text{ch}^{-2} \rho_n = \pi^2 d^{-2}(1 + 2n)^{-2}.$$

Зависимости $\rho_n(h = 1, d)$ (10), (11) монотонно растут с ростом ширины ступеньки d (см. фиг. 2). При $k = 0.9994$ они практически совпадают. Уравнения (10), (11) не имеют корней при

$$ad < \pi \approx 0.67K \tag{12}$$

и имеют n вещественных корней, когда d лежит в интервале

$$\pi < ad < \pi(2n + 1), \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{13}$$

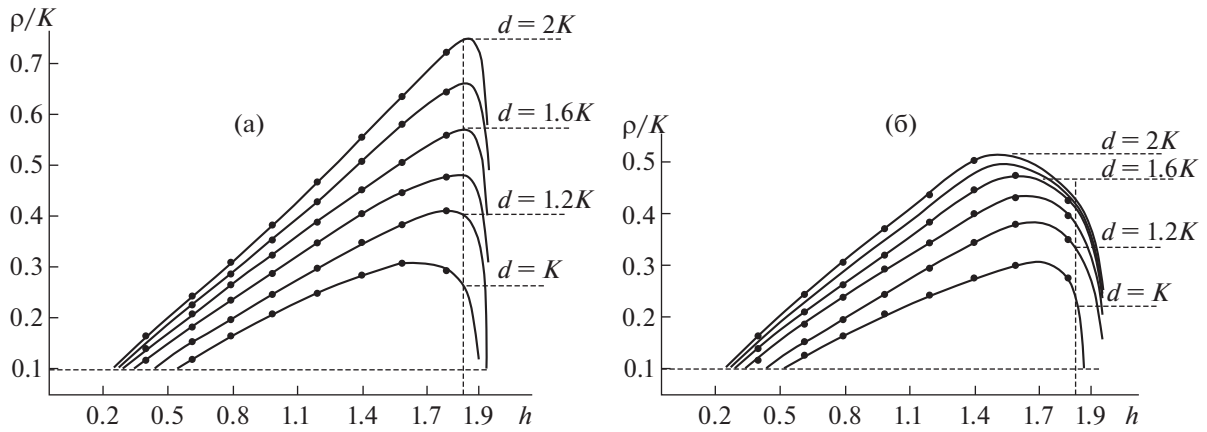
Здесь $a = k$ и $a = 1$ в случаях (10), (11) соответственно.

Аналитические оценки (12), (13) получены для $h = 1$, однако в широком интервале значений $0.4 \leq h \leq 1.6$, $d < 2K$ они выполняются с хорошей точностью.

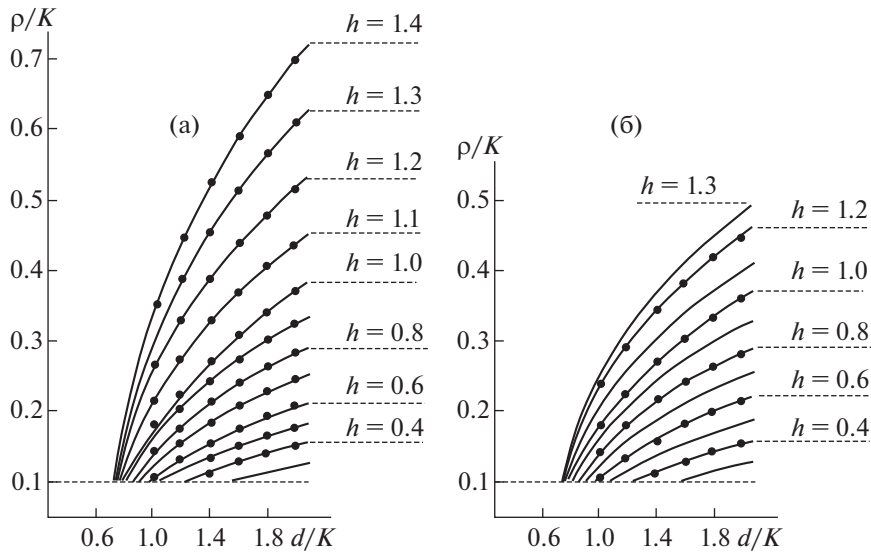
В численных экспериментах параметры ρ неподвижных солитонов восстанавливались по частотам их прецессии. Заметим, что при $k = 0.9994$ частоты прецессии для солитонов в полосовой структуре и в однородно намагниченной среде почти совпадают: $\omega(\rho) = k^{-1} \text{cn}(\rho, k) \text{dn}(\rho, k) \approx \text{ch}^{-2} \rho$. Отсюда находим простую формулу для численного определения ρ :

$$\rho = \text{Arcch}[1/\sqrt{\omega}]. \tag{14}$$

На фиг. 2а, 3а (фиг. 2б, 3б) сплошные линии, соответствующие солитону (5) на однородном фоне (солитону (4) в полосовой структуре), получены из аналитических условий (7), (9), а жирные точки найдены по формуле (14) в результате численных экспериментов. Результаты численного счета говорят о том, что локализованное возмущение (6) (или (8)) малой ширины



Фиг. 2. Зависимость $\rho(h, d = \text{const})$ и данные численного счета для неподвижного солитона при разных значениях d на фоне однородного основного состояния (а) и в доменной структуре (б).



Фиг. 3. Зависимость $\rho(d, h = \text{const})$ и данные численного счета для неподвижного солитона при разных значениях h на фоне однородного основного состояния (а) и в доменной структуре (б).

$d \leq 0.7K \approx \pi$ (см. (12)) не порождает неподвижного солитона: если глубина начального возмущения невелика ($0 < h \leq 1$), оно расплывается на диспергирующие спиновые волны, а в случае, когда его глубина значительна ($1 < h \leq 2$), из него формируются два или более попарно одинаковых малоамплитудных солитона со значениями $\rho \leq 0.2K$, $0 < \theta < 0.2K'$, движущиеся в противоположных направлениях.

Хорошо локализованный внутримононный солитон (4) (или неподвижный солитон (5)) формируется соответственно из начального импульса (6) или (8) шириной

$$K \leq d \leq 2K \approx 3\pi \tag{15}$$

(см. (13)) и глубиной $h \geq 0.3$ (фиг. 2, 3). При $0 < h < 1$ линии $\rho_1(h, d = \text{const})$ (фиг. 2) – почти прямые. Угол их наклона $\alpha(d)$ слабо зависит от h . С учетом этого, из (7) находим

$$\text{tg}[\alpha(d)] = \frac{d\rho_1}{dh} = \left. \frac{d\rho_1}{dh} \right|_{\xi(\rho_1, h)=0} \approx \frac{d(r-1)}{2(r+1)},$$

где $r \equiv 3d^{-1}\sqrt{d^2 - 16}$. Это приближение оказывается верным для значений $0.1K \leq d \leq 2K$ как для солитона на однородном фоне, так и для солитона в структуре. Соответствующие части фиг. 2а и фиг. 2б накладываются друг на друга. Тем самым наличие полосовой структуры слабо сказывается на формировании солитонов, если порождающий их импульс (6) (или (8)) имеет небольшую глубину $h < 1$, и его протяженность d меньше ширины $L_0 = 2Kk$ домена структуры.

Отличие в характере возбуждения внутридоменного солитона в полосовой структуре от такового на однородном фоне состоит в том, что максимум кривой $\rho_1(h, d = \text{const})$ понижается примерно на 25% и смещается в область меньших значений $h = h_0(d)$ (тем значительнее, чем больше d) на величину $0 < \Delta h < 1$. Правее своего максимума кривая $\rho_1(h, d = \text{const})$ для полосовой структуры убывает менее круто, чем для образцов с однородным распределением намагниченности. Поэтому в полосовой структуре из двух ступенек равной ширины d , но разных высот $0 < h_1 < 1$ и $h_2 > h_0(d) > 1$ может формироваться неподвижный солитон (4) с одним и тем же значением $\rho = \rho(h, d)$.

Неравенство (15) налагает достаточно жесткое ограничение на ширину начального импульса, требуемую для формирования неподвижного солитона (4) (или (5)). Согласно фиг. 2, 3, при значениях d из области (15) величина ρ_1 меняется в интервале $0.1K \leq \rho_1 \leq 0.7K$ (или $0.1K \leq \rho_1 \leq 0.6K$) для солитона на однородном фоне (или для солитона в полосовой структуре). На первый взгляд может показаться, что для получения больших значений ρ_1 , а именно, $\rho_1 > 0.7K$ в однородно намагниченном образце (или $0.6K < \rho_1 < 0.9K$ в полосовой структуре) достаточно задать более широкую начальную ступеньку. Однако численный счет показывает, что с ростом ширины возмущения – при значениях $2K \leq d \leq 3.3K \approx 5\pi$ – распределение (6) (или (8)) порождает набор малоамплитудных движущихся солитонов, а также два неподвижных солитона, расположенных на расстоянии порядка d друг от друга. Им соответствуют достаточно малые значения $\rho = \rho_2 \leq 0.3K$. Во избежание загромождения, на рисунках мы их не приводим. При $d > 3.3K$ начальное возмущение порождает комплекс многосолитонных возбуждений.

Солитоны со значениями $\rho_1 \geq 0.7K$ не удается возбудить в численных экспериментах даже при $h = 2$, т.е. при полном перемагничивании части структуры. Результаты численного моделирования показывают, что аналитические условия (7), (9) верно передают зависимость параметров генерируемых солитонов от глубины и ширины начальных импульсов. В то же время для начальных импульсов большой глубины $h \sim 1.9$ крутизна кривых $\rho(h, d = \text{const})$ резко возрастает, и сопоставление решений уравнения (7) с результатами численного счета становится затруднительным. Численный счет показывает, что в этом случае начальное возмущение вместо одного неподвижного солитона порождает набор движущихся солитонов и диспергирующих волн как на однородном фоне, так и в полосовой структуре.

В интервале значений $0.7K < \rho < 0.9K$ размер ядра солитона в полосовой доменной структуре существенно больше длины одного домена, но не превышает периода структуры. Пульсации протяженного ядра вызывают заметные колебания намагниченности в сдвинутой ядром полосовой структуре. При больших ρ индуцированные колебания захватывают несколько соседних с ядром доменов и локализуют около ядра добавочную энергию солитона. Возможно, этим объясняется то, что солитоны с ядрами, превышающими длину домена, не удается возбуждать и диагностировать в численных экспериментах.

В интервале $0.9K < \rho < K$ происходит дальнейшая деградация солитонов, – они превращаются в сильно нелинейные длиннопериодические модуляции полосовой структуры. При всех значениях θ , за исключением малых окрестностей точек $\theta = 0$, $\theta = \pm K'$, модуляции движутся с большими скоростями и являются аналогами самолокализованных волн сдвига [12] в ангармонической цепочке доменных стенок. Солитоны с параметрами, близкими к значениям $\mu = -0$ и $\mu = -0 \pm iK'$, описывают периодические и аperiodические по времени всплески сильных деформаций полосовой структуры, которые затрагивают много доменов, но не распространяются вдоль структуры. Характер перемагничивания доменов, сопровождающий такие коллективные возбуждения, проанализирован в [20].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование выявило условия и особенности генерирования солитонов в доменной структуре и на фоне однородного основного состояния среды при ее локальном перемагничивании внешним полем. В численных экспериментах ступенчатые импульсы внешнего поля (разной протяженности и глубины), как правило, порождают стабильный солитон или

группу солитонов с компактными ядрами, размеры которых не превосходят длину домена полосовой структуры. Условия возбуждения внутридоменных солитонов в полосовой структуре качественно близко к таковым в однородно намагниченных образцах. Отличия частицеподобных возбуждений в материалах с разным основным состоянием носят количественный характер и выражаются в изменениях параметров солитонных ядер.

При формировании прецессирующих солитонов энергия начальных возмущений (6), (8) перераспределяется между компонентами намагниченности. Поэтому ни ширина d , ни проекция S_3 начального возмущения в области $\chi_0 < \chi < \chi_1$ ($x_0 < x < x_1$) не совпадают с характерной шириной и проекцией S_3 результирующего солитона. Между тем полученные уравнения (7), (9), определяющие зависимость параметра ρ солитона (4), (5) от высоты и ширины начального импульса, дают хорошее согласие с численным экспериментом и могут быть использованы для генерации внутридоменных солитонов с требуемыми характеристиками (см. формулы (3)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич Л.Е., Ливерц Е.В. Квазиакустические и квазиоптические осцилляции доменной структуры одноосного ферромагнетика // Ж. эксперим. и теор. физ. 1982. Т. 1. № 1. С. 220–223.
2. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир, 1977.
3. Браун У.Ф. Микромагнетизм. М.: Наука, 1979.
4. Филиппов Б.Н., Танкеев А.П. Динамические эффекты в ферромагнетиках с доменной структурой. М.: Наука, 1987.
5. Фартздинов М.М. Спиновые волны в ферро- и антиферромагнетиках с доменной структурой. М.: Наука, 1988.
6. Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А. О высокочастотных свойствах ферромагнетика с доменной структурой // Физ. металлов и металловедение. 1973. Т. 36. № 4. С. 690–697.
7. Горобец Ю.И. Колебания доменных границ в ферромагнетике // Укр. физ. журнал. 1974. Т. 19. № 6. С. 1027–1029.
8. Барьяхтар В.Г., Горобец Ю.И., Денисов С.И. Устойчивость и спектр собственных колебаний плоскопараллельной доменной структуры // Укр. физ. журнал. 1983. Т. 28. № 3. С. 436–440.
9. Денисова Е.С. Эффективная температура, термодинамические функции и равновесные свойства возбужденной доменной структуры // Физ. твердого тела. 2000. Т. 42. № 3. С. 503–510.
10. Филиппов Б.Н., Соловьев М.М. Нелинейная динамика взаимодействующих доменных границ в тонкой ферромагнитной пленке во внешнем периодическом магнитном поле. I. Частоты собственных колебаний доменной границы // Физ. металлов и металловедение. 1995. Т. 80. № 2. С. 20–23.
11. Remyatnykh L.A., Shmatov G.A., Remyatnykh S.E., Lysov M.S., Mekhonoshin D.S., Druzhinin A.V. Experimental and theoretical study of stripe magnetic domain structure drift in iron garnet crystals // Acta Physica Polonica A. 2014. V. 127. № 2. P. 388–390.
12. Шамсутдинов М.А., Рахимов С.Э., Харисов А.Т. Нелинейные волны в цепочке плоскопараллельных доменных границ в ферромагнетике // Физ. металлов и металловедение. 2001. Т. 43. № 4. С. 690–692.
13. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983.
14. Борисов А.Б., Киселев В.В. Квазиодномерные магнитные солитоны. М.: Физматлит, 2014.
15. Шамсутдинов М.А., Ломакина И.Ю., Назаров В.Н., Харисов А.Т., Шамсутдинов Д.М. Ферро- и антиферромагнитодинамика. Нелинейные колебания, волны и солитоны. М.: Наука, 2009.
16. Бикбаев Р.Ф., Бобенко А.И., Итс Р.А. Уравнение Ландау–Лифшица. Теория точных решений II. Препринт Дон ФТИ-84-7 (82). Донецк, 1984.
17. Бикбаев Р.Ф., Бобенко А.И., Итс Р.А. О конечнозонном интегрировании уравнения Ландау–Лифшица // Докл. АН СССР. 1983. Т. 272. № 6. С. 1293–1298.
18. Митропольский Ю.Ф., Боголюбов Н.Н. (мл.), Прикарпатский А.К., Самойленко В.Г. Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты. Киев: Наук. думка, 1987.
19. Киселев В.В., Расковалов А.А. Солитоны в доменной структуре ферромагнетика // Теор. и матем. физ. 2018. Т. 197. № 1. С. 89–107.
20. Киселев В.В., Расковалов А.А., Баталов С.В. Локализованные нелинейные возбуждения доменной структуры ферромагнетика // Физ. металлов и металловедение. 2019. Т. 120. № 2. С. 115–129.
21. Борисов А.Б., Киселев В.В., Расковалов А.А. Прецессионные солитоны в полосовой доменной структуре // Физ. низких температур. 2018. Т. 44. № 8. С. 977–989.
22. Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983.
23. Бейтмен Г., Эрдейи А. Эллиптические и автоморфные функции, функции Ламе и Матье. М.: Наука, 1967.
24. Byrd P.F., Friedman M.D. Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists. Berlin: Springer, 1971.
25. Ахуезер А.И. Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.
26. D'Aquino M., Serpico C., Miano G. Geometrical integration of Landau–Lifshitz–Gilbert equation based on the mid-point rule // J. of Computational Physics. 2005. V. 209. P. 730–753.