

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА

УДК 517.95

Светлой памяти Юрия Дмитриевича Шмыглевского посвящается

ОРГАНИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ
НА МОДЕЛИ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ
И ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ОКЕАНА

© 2021 г. В. П. Пархоменко^{1,2,*}

¹ 1119991 Москва, ул. Вавилова, 40, ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Россия

² 105005 Москва, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Россия

*e-mail: parhom@ccas.ru

Поступила в редакцию 08.02.2021 г.
Переработанный вариант 21.02.2021 г.
Принята к публикации 09.06.2021 г.

Исследование основано на трехмерной гидродинамической модели глобального климата, включающей модель общей циркуляции атмосферы, модель океана в геострофическом приближении с фрикционным членом в уравнениях горизонтального импульса с реальной конфигурацией глубин и континентов, модель эволюции морского льда. Представлены расчеты прогнозирования климата до 2100 г. с использованием сценариев роста CO₂. Установлено существенное уменьшение меридионального потока воды в Атлантике при реализации жесткого сценария. Библ. 17. Фиг. 12.

Ключевые слова: глобальная климатическая модель, термохалинная циркуляция, численные эксперименты, изменение климата.

DOI: 10.31857/S0044466921100148

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по газовой динамике, инициированные и поддерживаемые Ю.Д. Шмыглевским, были ценны не только сами по себе, но и как тематика для подготовки научных кадров, в частности, учеником Юрия Дмитриевича был В.В. Александров, которому полученные компетенции позволили применить их в области моделирования глобальных процессов в атмосфере и климата. Развитие этих исследований представлено и в настоящей работе.

При исследовании долгосрочных изменений климата требуется рассматривать всю атмосферу, глобальный океан (с морским льдом) и верхний слой суши (почва и растительность) как взаимодействующие части единой системы, называемой климатической системой (см. [1]). Она имеет глобальный характер со значительно отличающимися временными и пространственными масштабами. Математическое моделирование является мощным инструментом для исследования климатической системы и прогнозирования (см. [2]).

В настоящей работе представлена глобальная трехмерная гидродинамическая модель климата, объединяющая модель общей циркуляции атмосферы (ОЦА), модель термохалинной циркуляции океана и модель эволюции морского льда. До этого модель океана использовалась с достаточно сильно агрегированной энерго-влажно-балансовой моделью атмосферы, описывающей характеристики приземного слоя (см. [3]). Модель ОЦА значительно более сложная и позволяет более точно описывать процессы в атмосфере. Функционирование совместной климатической модели рассматривается в режиме сезонного хода солнечного излучения.

Рассмотрена процедура проведения совместных расчетов модели океана и модели ОЦА. Для этого требуется обеспечить синхронизацию ряда параметров и процедур в обеих моделях. В связи с этим применяется процедура двумерной интерполяции данных, заданных на сетке модели океана и данных модели атмосферы и обратно. Особенностью этой процедуры является несоответствие конфигураций материков в моделях. В работе приведены результаты численных экспе-

риментов с климатической моделью по воспроизведению климата и его чувствительности к увеличению концентрации углекислого газа для двух сценариев.

2. МОДЕЛЬ ТЕРМОХАЛИННОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА

Базовые уравнения крупномасштабных течений в океане обычно приводятся в приближении Буссинеска (постоянства плотности в горизонтальных уравнениях импульса и неразрывности, учета силы Кориолиса, вертикальной и горизонтальной турбулентной вязкости) (см. [4]). При этом по вертикали принимается гидростатическое приближение. Уравнения дополняются уравнениями переноса и турбулентной диффузии тепла и солей, а также уравнением состояния для плотности, зависящей от температуры и солёности. На границе с атмосферой предполагаются воздействие ветра, обмен теплом и влагой в воздухе.

Для стационарной ситуации при наличии придонного трения (фрикционного члена), пропорционального среднему по глубине потоку и постоянного воздействия ветра осредненные по глубине базовые уравнения объясняют эффект западного усиления течений в океане, влияния переменной глубины океана и воздействия ветра (см. [4]). Это позволяет предположить, что некоторое их обобщение и рассмотрение далее в качестве горизонтальных уравнений импульса могут быть использованы для описания термохалинной циркуляции глобального океана (см. [5], [6]).

Учитывая эти замечания, система уравнений модели океана записывается в геострофическом приближении с фрикционным членом в уравнениях импульса по горизонтали (см. [3], [7], [8]). Значения температуры T и солёности S подчиняются адвекционно-диффузионным уравнениям, что дает возможность описать крупномасштабную термохалинную циркуляцию океана. Приближенным образом учитываются также конвективные процессы (см. [7]).

Таким образом, система основных уравнений, для наглядности записанных в локальных декартовых координатах (x, y, z) , где x, y – горизонтальные координаты и z – высота, направленная вверх, имеет следующий вид:

уравнения импульса по горизонтали

$$-lv + \lambda u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \quad lu + \lambda v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z},$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

уравнение гидростатики

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g,$$

уравнение состояния морской воды

$$\rho = \rho(S, T),$$

уравнение переноса и диффузии субстанции X (температуры и солёности)

$$\frac{d}{dt} X = k_n \nabla^2 X + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial X}{\partial z} \right) + C,$$

где u, v, w – компоненты вектора скорости течений, λ – переменный в пространстве фрикционный член, увеличивающийся к материкам и экватору; T, S, p – температура, солёность, давление соответственно; τ_x, τ_y – компоненты напряжения трения ветра; ρ – плотность воды; l – параметр Кориолиса, g – ускорение свободного падения, κ_v, k_n – коэффициенты турбулентной диффузии температуры и солёности по вертикали и горизонтали соответственно, C – источники субстанции X . Уравнение состояния для плотности морской воды имеет вид

$$\rho = 1000 + 0.7968S - 0.0559T - 0.0063T^2 + 3.7315 \times 10^{-5} T^3.$$

Условие отсутствия нормального потока принимается на всех границах. На границах с сушей также полагаются равными нулю нормальные компоненты потоков тепла и солей. Океан подвергается воздействию напряжения трения ветра на поверхности. Потоки T и S у дна принимаются нулевыми, а на поверхности определяются взаимодействием с воздухом.

Уравнения дискретизируются на горизонтальной сетке Аракавы (см. [3], [7]) с применением простых центральных разностей по пространству для диффузионных членов и схемой с весами вверх по потоку для адвективных. Явные конечные разности по времени для соответствующих уравнений дают требуемую точность, и хотя шаг по времени численно ограничен, являются более эффективными, чем центральные разности по времени с большим шагом по времени. Возможно также использование в программе неявного алгоритма (см. [5]). На всех шагах по времени поле скоростей вычисляется диагностически из поля плотностей с использованием уравнений импульса по горизонтали.

Вертикальные уровни модели в логарифмических координатах равномерно распределены так, что верхние слои тоньше, чем нижние. По горизонтали используются равномерная в координатах долгота и синус широты конечно-разностной сетки, определяя при этом ячейки одинаковой площади в пространстве.

В настоящей реализации модели используется восемь вертикальных слоев для плотности в растянутой логарифмической шкале. Поверхность океана соответствует уровню с номером восемь. Максимальная глубина океана принимается равной 5000 м.

В термодинамической модели (см. [3], [7]) морского льда уравнения, описывающие его эволюцию, решаются для сплоченности льда и для средней толщины льда. Нарастание и таяние льда в модели определяются разностью между атмосферным потоком тепла в морской лед и тепловым потоком изо льда в океан. Температура поверхности льда в каждый момент времени определяется из уравнения для распределения температуры по толщине льда.

Таким образом, скорость изменения средней толщины льда H , которая подвергается также влиянию адвекции поверхностными течениями океана и турбулентной диффузии, определяется уравнением

$$\frac{dH}{dt} + \kappa_{hi} \nabla_h^2 H = AG_i + (1 - A)G_0 = G,$$

где K_{hi} — эффективный коэффициент горизонтальной диффузии. Скорость роста G_i толщины морского льда в части океана, уже покрытой льдом, вычисляется из разности тепловых потоков в морской лед и обратно, с учетом латентных тепловых потерь из-за сублимации. Образование снега в модели явно не учитывается, все осадки над океаном или морским льдом попадают непосредственно в верхний слой океана. В области расчетной ячейки океана, свободной ото льда, определенный дефицит тепла приводит к росту льда в открытой области ячейки и скорость роста льда в открытой области ячейки задается G_0 .

Скорость изменения сплоченности льда A , т.е. доли площади ячейки океана, занятой льдом, равна

$$\frac{dA}{dt} + \kappa_{hi} \nabla_h^2 A = \max\left(0, (1 - A)\frac{G_0}{H_0}\right) + \min\left(0, AG_i\frac{A}{2H}\right).$$

Первый член в правой части уравнения определяет потенциальный рост льда на свободных поверхностях океана. Значение этого члена заключается в том, что если G_0 положительно, то доля поверхности без льда убывает экспоненциально со скоростью G_0/H_0 , где H_0 — минимально допустимая толщина льда. Второе слагаемое в правой части уравнения определяет потенциальное таяние льда и соответствует скорости, с которой площадь A будет уменьшаться, если весь лед будет однородный по толщине от 0 до $2H/A$ в части ячейки A , занятой льдом.

Все блоки модели связаны условиями непрерывности потоков импульса, тепла и влаги. Применяются реальная конфигурация материков и структура глубин мирового океана (см. [3], [8]). Уравнения в сферической системе координат решаются численным конечно-разностным методом. Глубина океана представляется в виде восьмиуровневой логарифмической шкалы до 5000 м.

Упрощенные диагностические уравнения импульса по горизонтали позволяют вести расчеты с большими шагами по времени и на длительные промежутки (до нескольких тысячелетий).

При расчете современного состояния климата начальные условия системы задаются постоянными температурами мирового океана, атмосферы и нулевыми скоростями течений океана. Численные эксперименты показывают, что модель достигает равновесия за период около 2000 лет (см. [8]).

3. МОДЕЛЬ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

Модель ОЦА описывает тропосферу, расположенную ниже предполагаемого уровня изобарической тропопаузы (см. [9], [10]). Как указано ниже, гидростатическое приближение по вертикали позволяет использовать вертикальные координаты, связанные с давлением атмосферы. В данном случае используется безразмерная σ -система координат (см. [11]):

$$\sigma = \frac{p - p_T}{p_s - p_T},$$

где p – давление, p_T – постоянное давление на уровне тропопаузы, p_s – переменное давление у поверхности Земли. По определению, на тропопаузе (верхняя граница тропосферы) $\sigma = 0$ и у поверхности земли $\sigma = 1$.

Уравнения горизонтального движения (в σ -системе координат) могут быть записаны в векторной форме следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi V) + (\nabla \cdot \pi V) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\pi V \dot{\sigma} \right) + f \mathbf{k} \times \pi V + \pi \nabla \Phi + \sigma \pi \alpha \nabla \pi = \pi F,$$

где

$$\nabla \cdot A = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial A}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_\varphi \cos \varphi) \right]$$

для вектора $A = (A_\lambda, A_\varphi)$, λ – долгота и φ – широта точки. Здесь V – вектор горизонтальных компонент скорости, $\pi = p_s - p_T$, $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$, f – параметр Кориолиса, \mathbf{k} – единичный вектор в вертикальном направлении, α – удельный объем, F – горизонтальная сила трения, Φ – геопотенциал.

Термодинамическое уравнение энергии имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (\pi c_p T) + \nabla \cdot (\pi c_p T V) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\pi c_p T \dot{\sigma}) - \pi \alpha \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + V \cdot \nabla \pi \right) = \pi \dot{H},$$

где c_p – удельная теплоемкость сухого воздуха, T – температура воздуха, \dot{H} – скорость выделения тепла в единице массы воздуха.

Уравнения неразрывности и переноса влаги, соответственно,

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \nabla \cdot (\pi V) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\pi \dot{\sigma}) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\pi q) + \nabla \cdot (\pi q V) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\pi q \dot{\sigma}) = \pi \dot{Q},$$

где q – отношение смеси водяного пара, равное отношению массы водяного пара (в граммах) к массе сухого воздуха (в килограммах) в единице объема, \dot{Q} – скорость генерации влаги в единице массы воздуха.

Приведенные выше уравнения являются прогностическими (т.е. эволюционными). К ним добавляются уравнение состояния воздуха $\alpha = RT/p$, где R – газовая постоянная для влажного воздуха, и диагностическое уравнение гидростатики, в которое вырождается вертикальная проекция уравнения движения:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} + \pi \alpha = 0.$$

Уравнения дополняются соответствующими граничными условиями, и таким образом получается замкнутая динамическая система в σ -координатах.

Для численного решения задачи атмосфера разбивается на слои в вертикальном направлении пропорционально массе воздуха (давлению) (см. [9], [12]). Количество слоев варьировалось от двух до 18 в разных экспериментах.

В центре каждого из слоев расположены отсчетные уровни, для которых вычисляются значения основных переменных. На поверхности раздела между слоями, так же как и на тропопаузе и поверхности Земли, определяются дополнительные переменные и граничные условия.

Для определения источников водяного пара \dot{Q} и тепла \dot{H} применяются точечные модели, описывающие гидрологический цикл и процессы распространения теплового и солнечного излучения (см. [13]). Явная численная схема, используемая в модели, накладывает ограничение сверху на шаг интегрирования по времени, который при данном пространственном разрешении модели не превышает 1 ч (см. [14]).

Источником влаги в атмосфере является испарение с поверхности, а стоком влаги – осадки в виде дождя или снега. Вся влага, сконденсированная в модельной атмосфере, выпадает (по предположению) на поверхность в виде осадков. Таким образом, сток влаги в атмосфере определяется крупномасштабной конвективной и поверхностной конденсацией.

Испарение, конденсация и конвективные процессы зависят от термического состояния атмосферы, которое, в свою очередь, является функцией обмена теплом, имеющим место в этих процессах. Вместо получения одновременного решения для влаги и термического состояния, в модели рассчитываются испарение и компоненты конденсации последовательно. На каждом шаге определяется термическое состояние атмосферы, новые значения температуры используются на следующем шаге. При этом для описания конвективных процессов применяется так называемая процедура конвективного приспособления (см. [10]). Она состоит в следующем. Во-первых, температурный градиент между слоями приводится к сухоадиабатическому градиенту, если обнаруживается сухоадиабатическая неустойчивость. Во-вторых, если воздух в верхних слоях перенасыщен, здесь происходят крупномасштабная конденсация и приведение температуры и отношения смеси к устойчивому состоянию. В-третьих, градиенты температуры между уровнями и влажность проверяются на существование влажноконвективной неустойчивости. Если обнаруживается неустойчивость, происходит конденсация, а температуры и отношения смеси адаптируются в результате конвективных процессов. После конвективного приспособления в модели предусматривается переход к расчету влаги в слоях и конденсации.

Система обработки и представления результатов позволяет получить основные характеристики атмосферы. Как указывалось выше, все параметры относятся к узлам используемой равномерной пространственной сетки.

4. ОРГАНИЗАЦИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В модели океана используется по горизонтали расчетная сетка 72×72 ячеек, неравномерная по широте, в то время как модель ОЦА рассчитывается на сетке 72×46 ячеек, равномерной по широте (46 ячеек) и долготе (72 ячейки).

Расчетная сетка модели океана – равномерная по долготе с тем же шагом 5° , что и для модели атмосферы. Сетка модели океана имеет переменный шаг по широте (сгущается от полюсов к экватору). Для определения значений климатических характеристик в этих точках развита и применяется процедура кусочно-линейной интерполяции функции двух переменных (см. [15], [16]).

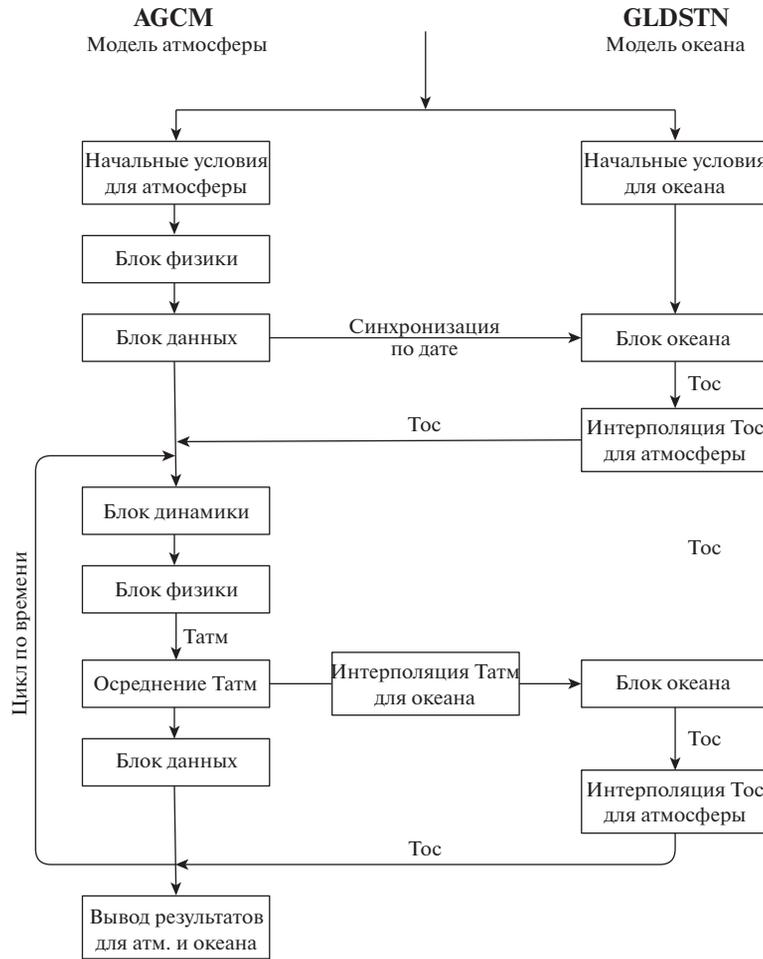
В случае интерполяции массива 72×72 из модели океана на сетку 72×46 атмосферы необходима дополнительная корректировка массива 72×46 , связанная с тем, что в модели атмосферы используется более точная карта суши, определяющая тип поверхности в данной точке (океан, суша, лед и т.п.).

Для совместных расчетов необходимо организовать порядок выполнения основных блоков программ и обеспечить обмен параметрами между моделями (фиг. 1). На начальном этапе проводится синхронизация начальных данных модели океана и модели атмосферы по времени до совпадения дня года. На следующем этапе в модели атмосферы организуется цикл по времени общей протяженностью в одни сутки. После завершения этого этапа осуществляются осреднение за сутки и передача вычисленных параметров в модель океана. Далее, в модели океана совершается шаг по времени (одни сутки) и передаются вычисленные параметры в модель атмосферы для возобновления счета в цикле.

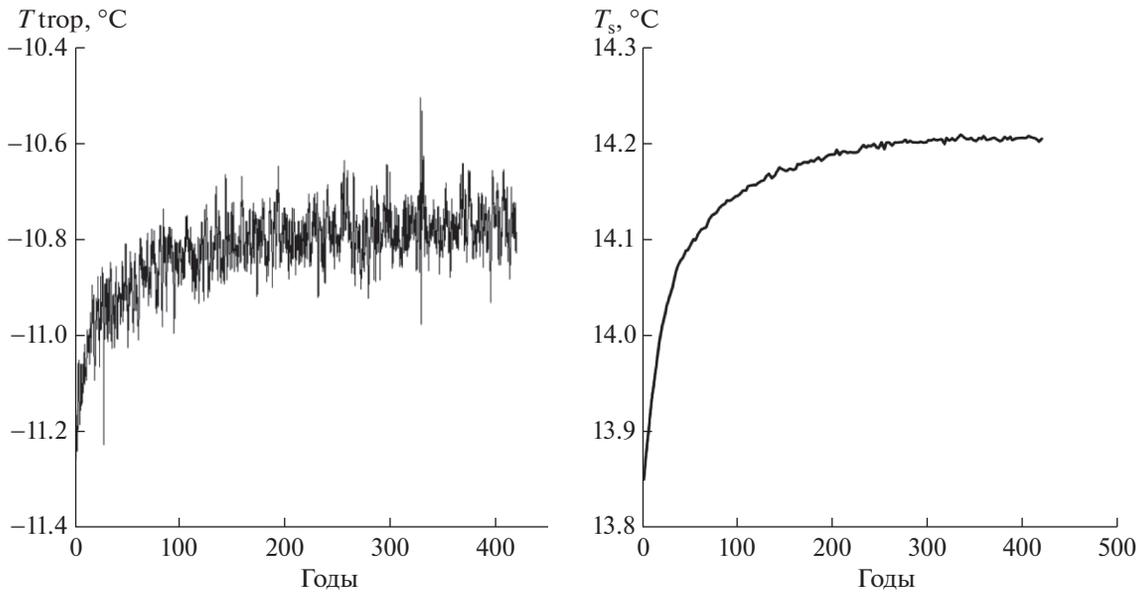
Некоторые результаты совместных расчетов по модели общей циркуляции атмосферы и модели термохалинной циркуляции океана показаны на фиг. 2–8. На фиг. 2 приведены графики средней глобальной и приземной температуры атмосферы в зависимости от времени. Эти кривые демонстрируют выход на установившийся режим и наличие межгодовой изменчивости температуры атмосферы в установившемся состоянии климатической системы.

На фиг. 3 представлено географическое распределение температуры поверхности океана для января месяца из модели термохалинной циркуляции океана при совместном расчете с моделью ОЦА. Наблюдается в целом зонально однородная структура изолиний с заметными отклонениями от зональности вблизи материков, что согласуется с данными наблюдений.

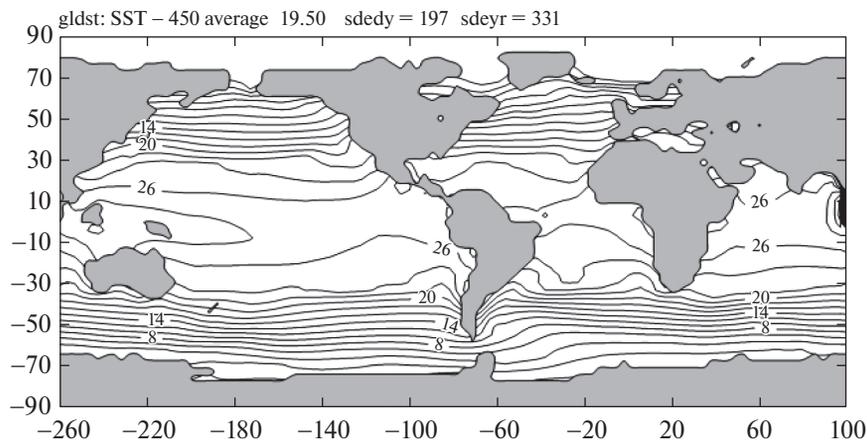
Поля температуры атмосферы вблизи подстилающей поверхности и давления на уровне моря (мбар) для января из модели ОЦА при совместном расчете с моделью термохалинной циркуляции океана обладают сильной изменчивостью над материками, что видно на фиг. 4, 5.



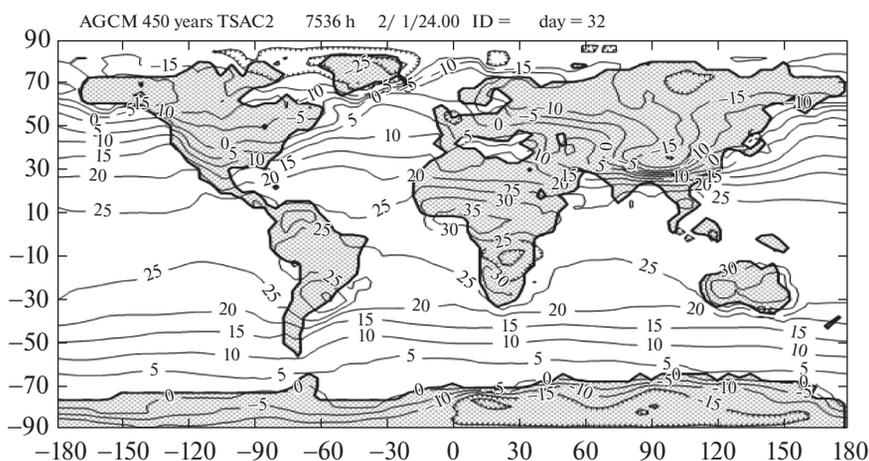
Фиг. 1. Блок-схема взаимодействия моделей.



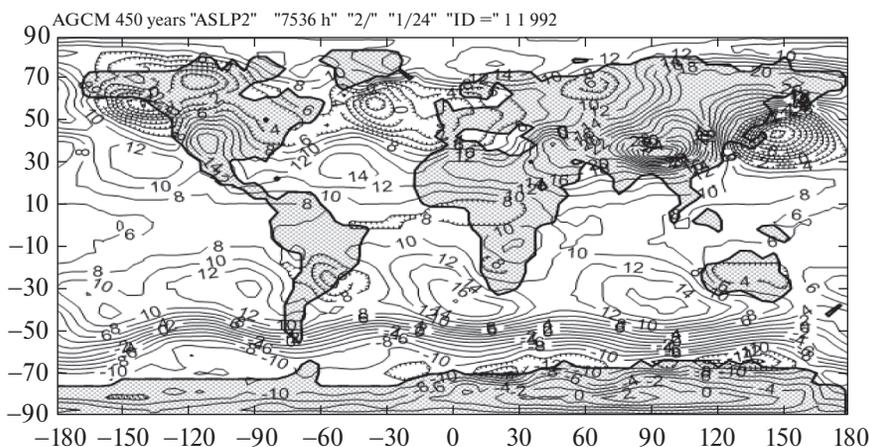
Фиг. 2. Среднеглобальная (а) и приземная (б) температура атмосферы. Совместные расчеты по модели общей циркуляции атмосферы и модели термохалинной циркуляции океана.



Фиг. 3. Температура поверхности океана (январь).

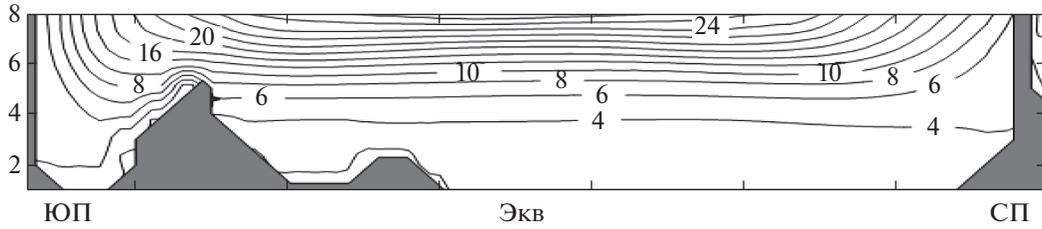


Фиг. 4. Температура атмосферы вблизи подстилающей поверхности (январь) из модели ОЦА при совместном расчете с моделью термохалинной циркуляции океана.

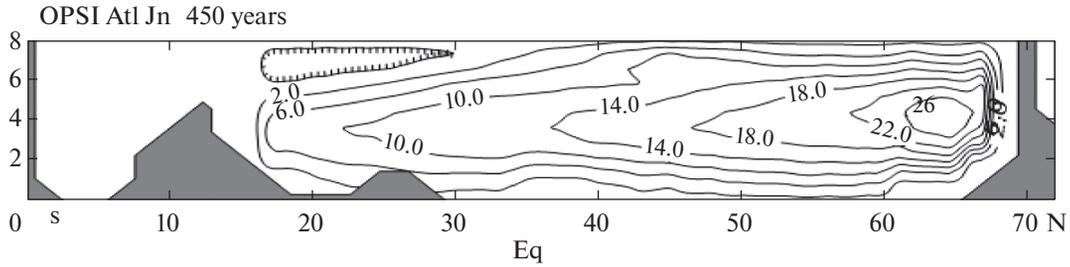


Фиг. 5. Давление на уровне моря (мбар), январь.

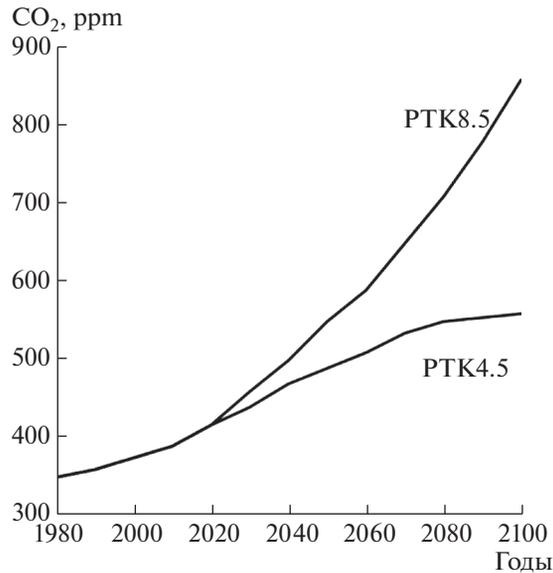
На фиг. 6 и 7 представлено распределение температур океана и меридиональной функции тока, соответственно, в вертикальном сечении до глубины 5000 м в среднем для Атлантического океана. По глубине использована логарифмическая расчетная шкала, сгущающаяся к поверхности. Распределение температуры демонстрирует большие вертикальные градиенты в термоклине



Фиг. 6. Распределение температуры по глубине в Атлантическом океане.



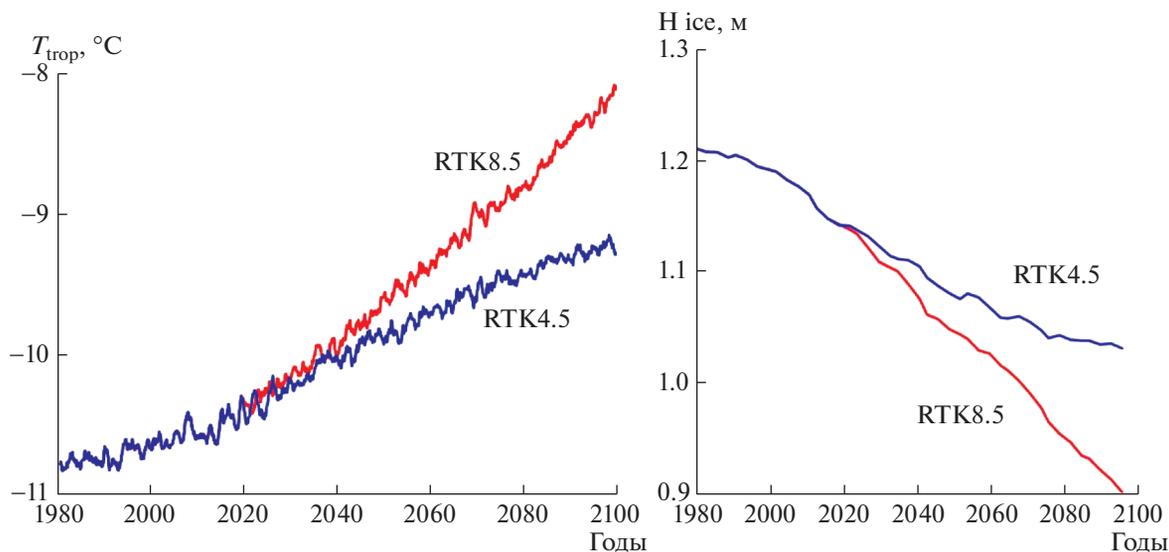
Фиг. 7. Меридиональная функция тока (Св). Атлантический океан, июль.



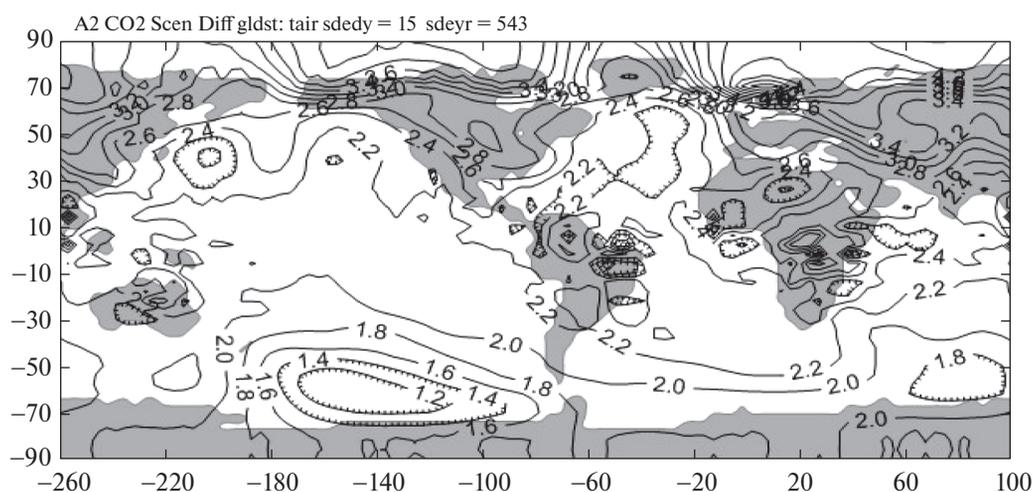
Фиг. 8. Сценарии роста концентрации CO_2 до 2100 г. Сценарии РТК8.5 и РТК4.5.

вблизи поверхности океана в слое толщиной около 1000 м и более однородное поле в глубоких слоях. На фиг. 7 изолинии определяют направление и величину меридионального потока в Свдрупах ($1 \text{ Св} = 10^6 \text{ м}^3/\text{с}$). В верхних слоях океана он направлен от экватора к северному полюсу, где холодные тяжелые массы воды опускаются вниз и более медленно смещаются в обратном направлении, постепенно замещая верхние слои в экваториальной области.

По комплексу моделей на первом этапе проведены расчеты прогнозирования климата до 2100 г. с использованием сценариев роста CO_2 (фиг. 8) под названием РТК8.5 (концентрация 860 ppm в 2100 г.) и РТК4.5 (концентрация 560 ppm в 2100 г.), предложенных Межправительственной группой экспертов по изменению климата (МГЭИК) (см. [17]) и отличающихся прогнозами развития мировой энергетики.



Фиг. 9. Изменение температуры тропосферы (а) и толщины морского льда (б).

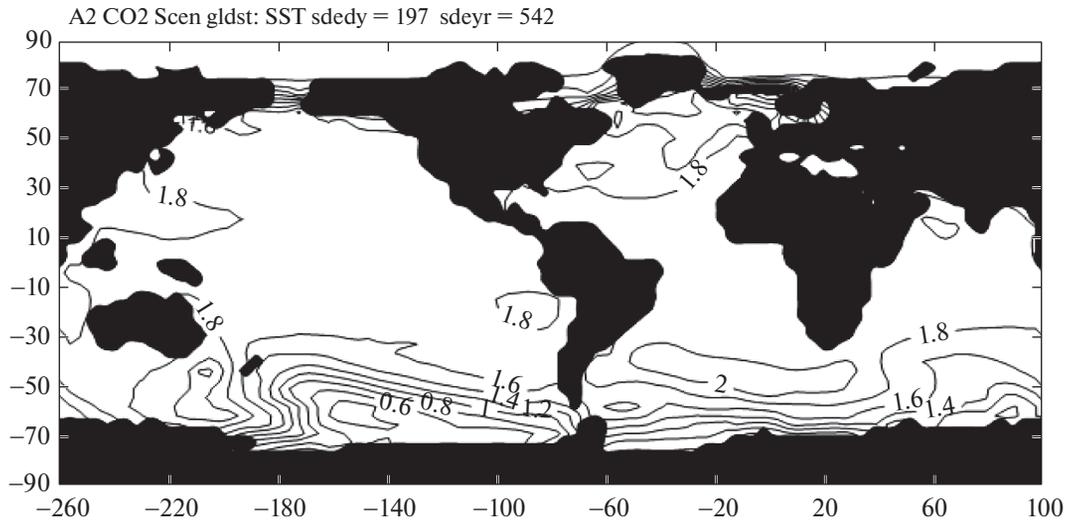


Фиг. 10. Изменение приземной температуры воздуха. Сценарий РТК8.5, январь.

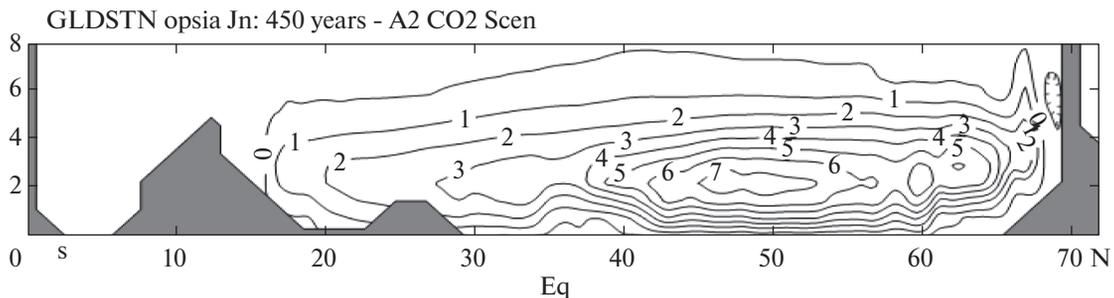
Для первого из них среднеповерхностная глобальная температура атмосферы к 2100 г. выросла на 2.7°C , влажность атмосферы – на 11.5% , уменьшение толщины морского льда – на 25% (фиг. 9). Арктический морской лед летом практически полностью растаял. Площадь вечной мерзлоты на территории России сократилась на 22% . Повышение приземной температуры атмосферы больше над материками, в средних и высоких широтах, достигая величины 5.2°C в северных областях Евразии (фиг. 10). В южном полушарии потепление не превышает 2°C . При реализации второго сценария среднеповерхностная глобальная температура атмосферы к 2100 г. выросла на 1.4°C , влажность атмосферы – на 8.0% , уменьшение толщины морского льда составило 15% .

Изменение температуры верхнего слоя океана для сценария РТК8.5 ожидаемо составляет меньшие значения (фиг. 11), чем для атмосферы, не превышая 2°C . В низких и средних широтах океан прогреет достаточно равномерно на величину около 1.8°C .

К концу века согласно проведенным расчетам прогнозируется существенное уменьшение мощности меридионального потока воды в Атлантическом океане при реализации сценария РТК8.5. На фиг. 12 показан прогноз изменения среднего меридионального потока в Атлантическом океане для 2100 г. при реализации сценария РТК8.5 роста CO_2 по сравнению с его значени-



Фиг. 11. Изменение температуры верхнего слоя океана, 2100 г.



Фиг. 12. Ослабление максимума меридиональной циркуляции в Атлантическом океане на 27% к 2100 г.

ем при современном климате (фиг. 7). Наблюдается значительное уменьшение потока максимально на 27%, что означает уменьшение потока теплых масс воды из зоны экватора в северные области Атлантики.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе описана организация взаимодействия модели ОЦА и модели термохалинной циркуляции океана и рассматривается функционирование полученной глобальной климатической модели в режиме сезонного хода солнечной радиации. Предложена схема их взаимодействия через граничные условия на поверхности океана. Реализована процедура интерполяции данных на расчетных сетках моделей с учетом конфигурации материков и океанов. Проведены долговременные расчеты на период более 400 лет по совместной модели, которые показали ее устойчивую работу. По комплексу моделей проведены расчеты прогнозирования климата до 2100 г. с использованием различных сценариев роста CO_2 , предложенных Межправительственной группой экспертов по изменению климата и отличающихся прогнозами развития мировой энергетики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Climate Change 2013. The Physical Science Basis. http://www.climatechange2013.org/images/report/WG1AR5_ALL_FINAL.pdf
2. Толстых М.А., Ибраев Р.А. и др. Модели глобальной атмосферы и мирового океана: алгоритмы и суперкомпьютерные технологии. М.: Изд-во МГУ, 2013. 144 с.

3. *Пархоменко В.П.* Модель климата с учетом глубинной циркуляции Мирового океана // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естеств. науки. Спец. вып. № 2. Матем. моделирование. 2011. С. 186–200.
4. *Кочергин В.П.* Теория и методы расчета океанических течений. М.: Наука, 1978, 128 с.
5. *Samelson R.M., Vallis G.K.* A simple friction and diffusion scheme for planetary geostrophic basin models. // J. Phys. Oceanog. 1997. V. 27. P. 186–194.
6. *Hogg A. McC., Dewar W.K., Killworth P.D., Blundell J.R.* A quasi-geostrophic coupled model: Q-GCM // Monthly Weather Review. 2003. V. 131. P. 2261–2278.
7. *Marsh R., Edwards N.R., Shepherd J.G.* Development of a fast climate model (C-GOLDSTEIN) for Earth System Science // SOC. 2002. № 83. 54 p.
8. *Пархоменко В.П.* Численные эксперименты на глобальной гидродинамической модели по оценке чувствительности и устойчивости климата // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естеств. науки. Спец. вып. № 3. Матем. моделирование. 2012. С. 134–145.
9. *Parkhomenko V.P., Tran Van Lang* Improved computing performance and load balancing of atmospheric general circulation model // J. Comput. Sci. and Cybernet. 2013. V. 29. № 2. P. 138–148.
10. *Arakawa A., Lamb V.* Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model // Meth. in Comput. Phys. Acad. Press. 1977. V. 17. P. 174–207.
11. *Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д.* Численные методы прогноза погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 375 с.
12. *Гейтс В.Л., Баттен Е.С., Кейл А.Б., Нельсон А.Б.* Двухуровневая модель общей циркуляции атмосферы Минца-Аракавы. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 239 с.
13. *Thompson S.L., Warren S.G.* Parameterization of outgoing infrared radiation derived from detailed radiative calculations // J. Atmos. Sci. 1982. V. 39. P. 2667–2680.
14. *Shepherd J.G.* Overcoming the CFL time-step limitation: a stable iterative implicit numerical scheme for slowly evolving advection-diffusion systems // Ocean Modelling. 2002. V. 4. P. 17–28.
15. *Рябенский В.С.* Введение в вычислительную математику. М: Физматлит, 2000. 296 с.
16. *Пархоменко В.П.* Организация совместных расчетов по модели общей циркуляции атмосферы и модели океана // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 4. С. 41–57. <https://doi.org/10.7463/0415.0763783>
17. AR5 Synthesis Report: Climate Change 2014. <https://www.ipcc.ch/report/ar5/syr/>