

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ФИЗИКА

УДК 519.635

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СВОЙСТВ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ  
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С МОНОХРОМАТИЧЕСКИМ  
КОНТРОЛЕМ ПРОЦЕССОВ НАПЫЛЕНИЯ  
ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ<sup>1)</sup>

© 2021 г. И. В. Кочиков<sup>1,\*</sup>, Ю. С. Лагутин<sup>2,3</sup>, А. А. Лагутина<sup>2,3</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>2,3</sup>,  
А. В. Тихонравов<sup>1,2</sup>, С. А. Шаропова<sup>1,2</sup>, А. Г. Ягола<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 119234 Москва, Ленинские горы, 1, стр. 4, НИВЦ МГУ, Россия

<sup>2</sup> 119234 Москва, Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Россия

<sup>3</sup> 119991 Москва, Ленинские горы, 1, стр. 2, МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Россия

\*e-mail: igor@kochikov.ru

\*\*e-mail: lagutin.math@gmail.com

\*\*\*e-mail: lagutina.math@gmail.com

\*\*\*\*e-mail: lukyanenko@physics.msu.ru

\*\*\*\*\*e-mail: tikh@srcc.msu.ru

\*\*\*\*\*e-mail: svet.sharopova@gmail.com

\*\*\*\*\*e-mail: yagola@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 05.11.2020 г.

Переработанный вариант 05.11.2020 г.

Принята к публикации 11.02.2021 г.

Проводится сравнительный анализ трех принципиально различных алгоритмов решения обратных задач контроля толщин слоев оптических покрытий на основе данных монохроматических измерений коэффициентов отражения/пропускания покрытий в процессе их напыления. Развитый ранее геометрический подход к исследованию корреляции ошибок в толщинах слоев напыляемых покрытий распространен на случай монохроматических измерений. Для оценки наличия эффекта самокомпенсации ошибок введен новый параметр, названный фактором самокомпенсации. Показана его роль при оценке перспектив использования различных алгоритмов для контроля напыления оптических покрытий. Библ. 16. Фиг. 3. Табл. 2.

**Ключевые слова:** обратные задачи, алгоритмы, оптические покрытия, монохроматический контроль, корреляция ошибок, самокомпенсация ошибок.

**DOI:** 10.31857/S004446692109012X

ВВЕДЕНИЕ

Повышение точности решения обратных задач, связанных с контролем процессов напыления оптических покрытий, играет ключевую роль в совершенствовании технологий создания новых типов покрытий для современной оптики и оптоэлектроники (см. [1]). Основным способом создания многослойных оптических покрытий является их напыление в вакууме. При этом наиболее перспективными методами контроля процессов напыления являются различные методы оптического контроля, основанные на измерении коэффициентов отражения/пропускания напыляемых покрытий (см. [2]). Основной целью контроля является максимально точная практическая реализация толщин слоев теоретически рассчитанных конструкций многослойных покрытий. Для ее достижения необходимо с максимальной точностью решать обратные задачи определения толщин напыляемых слоев по данным оптических измерений (см. [2]).

Разнообразие применяемых в настоящее время методов оптического контроля чрезвычайно велико (см. [2]). В данной работе мы рассматриваем алгоритмы, связанные с методами монохроматического контроля. При использовании этих методов в процессе напыления покрытия изме-

<sup>1)</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10219).

ряются его коэффициенты отражения/пропускания на одной длине волны, которая, вообще говоря, может меняться от слоя к слою. Измеряемые данные получаются через равные промежутки времени, за которые толщина напыляемого слоя изменяется на доли нанометра. На основе этих данных и решаются обсуждаемые обратные задачи.

Использование любого метода оптического контроля приводит к корреляции ошибок в толщинах напыляемых слоев (см. [3]). С корреляцией ошибок связан негативный кумулятивный эффект роста ошибок при увеличении номера напыляемого слоя (см. [3], [4]). Но эта корреляция может вызывать и позитивный эффект самокомпенсации ошибок, впервые обнаруженный около 50 лет назад при напылении узкополосных оптических фильтров (см. [5], [6]). Исследование данного эффекта имеет большое значение как для выбора метода оптического контроля, так и для определения наиболее перспективного алгоритма решения обратных задач определения толщин напыляемых слоев.

В последние годы корреляция ошибок и связанный с ней эффект самокомпенсации ошибок были детально исследованы для методов широкополосного оптического контроля (см. [7]–[11]). Предложенный в [11] подход к исследованию корреляции ошибок основывается на статистическом анализе результатов большого числа вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления покрытий. На основе вычислительных экспериментов может быть исследовано и наличие эффекта самокомпенсации ошибок (см. [10]). В настоящей работе предложенный в [11] подход распространяется на методы монохроматического контроля процессов напыления и с его помощью анализируются свойства трех принципиально различных алгоритмов решения обратных задач определения толщин слоев покрытий в процессе их напыления. В разд. 1 дается краткая характеристика рассматриваемых алгоритмов, описываются условия проведения вычислительных экспериментов и оценивается степень корреляции ошибок. В разд. 2 проводится сравнительный анализ свойств обсуждаемых алгоритмов.

## 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО НАПЫЛЕНИЮ ПОКРЫТИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

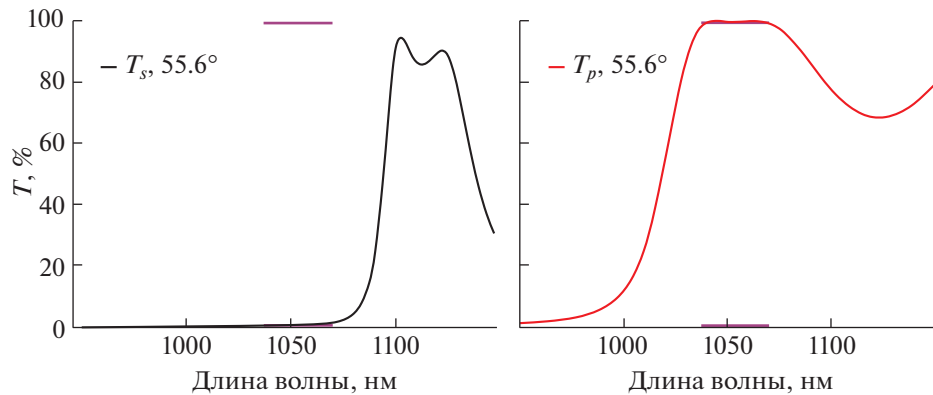
В данном разделе мы рассматриваем три принципиально различающихся алгоритма. Их базовое различие состоит в способе определения времени прерывания напыления очередного слоя покрытия. Подробное описание рассматриваемых алгоритмов дано в [12]. Здесь же мы приводим только краткое описание их особенностей. В дальнейшем для краткости будем именовать рассматриваемые алгоритмы классическим, квазисвинговым и независимым.

Пусть  $d_1^t, \dots, d_m^t$  – теоретически рассчитанные толщины слоев напыляемого покрытия, здесь  $m$  – общее число слоев покрытия. Обозначим через  $d_1^a, \dots, d_j^a$  реально получаемые толщины слоев, которые вследствие различных ошибок процессов напыления и измерения, а также ошибок, допущенных при решении обратных задач, отличаются от расчетных значений. В данной работе мы рассматриваем монохроматический контроль процесса напыления по коэффициенту отражения  $R$ , измеряемому во время напыления всех слоев покрытия на одной длине волны  $\lambda$ .

В случае классического алгоритма, который часто называется алгоритмом контроля по уровню измеряемого сигнала (см. [13]), на основании теоретических значений толщин слоев покрытия для каждого слоя рассчитывается ожидаемый коэффициент отражения  $R_j^{\text{theor,term}}$  в конце напыления этого слоя. Алгоритм определяет время остановки напыления очередного  $j$ -го слоя покрытия из условия совпадения измеряемого коэффициента отражения с теоретически рассчитанным коэффициентом отражения. Основным недостатком этого алгоритма является кумулятивный рост уровня ошибок в толщинах последующих слоев вследствие влияния на измеряемый коэффициент отражения ошибок в толщинах ранее напыленных слоев (см. [3]).

Квазисвинговым мы называем алгоритм, при котором время остановки напыления очередного слоя определяется из условия совпадения измеряемого коэффициента отражения со скорректированным уровнем остановки, определяемым по формуле

$$R_{j,i}^{\text{act,term}} = R_{j,i}^{\text{act,extr.last}} - \left( R_j^{\text{theor,extr.last}} - R_j^{\text{theor,term}} \right) \frac{A_{j,i}^{\text{act}}}{A_j^{\text{theor}}}.$$



**Фиг. 1.** Спектральные коэффициенты пропускания поляризатора при угле падения 55.6 градусов для: (а) –  $s$ -поляризованного излучения, (б) –  $p$ -поляризованного излучения.

Здесь  $R_j^{\text{theor,extr.last}}$  – теоретически рассчитанное экстремальное значение коэффициента отражения перед окончанием напыления слоя,  $R_{j,i}^{\text{act,extr.last}}$  – фактически определяемое по ходу напыления экстремальное значение,  $A_j^{\text{theor}}$  и  $A_{j,i}^{\text{act}}$  – теоретическая и фактическая амплитуды изменения коэффициента отражения в  $j$ -м слое соответственно (более детальное описание см. в [12]).

Независимый алгоритм определения времени прерывания напыления очередного слоя покрытия был разработан и подробно описан в [12]. Он основан не на сравнении измеренного сигнала с теоретическим или скорректированным уровнем остановки, а на оценке времени окончания напыления слоя. Такая оценка проводится постоянно во время напыления и для нее используются все данные, полученные к текущему моменту времени (нелокальный характер алгоритма, см. [14]).

Для исследования корреляции ошибок в толщинах слоев при использовании обсуждаемых алгоритмов мы рассматриваем результаты вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления 28-слойного поляризатора лазерного излучения для узкой спектральной области в окрестности длины волны 1054 нм. Данное покрытие интересно тем, что для него был обнаружен очень сильный эффект самокомпенсации ошибок при использовании широкополосного оптического контроля (см. [7]).

Спектральные коэффициенты пропускания рассматриваемого покрытия для  $s$ - и  $p$ -поляризованного излучения при угле падения 55.6 градусов (это угол Брюстера для подложки, на которую нанесен поляризатор) представлены на фиг. 1. Такие покрытия (поляризаторы для угла падения Брюстера) являются одними из основных элементов в лазерных системах установок термоядерного синтеза. Вектор теоретических толщин слоев поляризатора, записанных в нанометрах, имеет вид  $d^{\text{theor}} = \{128.330, 195.813, 119.487, 183.328, 115.574, 183.111, 118.132, 189.457, 122.690, 196.483, 126.669, 201.566, 128.960, 203.485, 129.034, 201.793, 126.873, 196.878, 122.968, 189.891, 118.363, 183.304, 115.509, 182.830, 118.919, 194.655, 129.795, 530.535\}$ . Все нечетные слои поляризатора имеют показатели преломления 2.05, а четные – 1.46. Поляризатор напыляется на подложку с показателем преломления 1.52. Выделенные отрезки на фиг. 1 указывают целевые значения спектральных коэффициентов в диапазоне длин волн от 1039 до 1069 нм. Близость спектральных коэффициентов поляризатора к целевым значениям оценивается с помощью целевого функционала

$$MF = \sqrt{\sum_{\lambda} \{[T_s(\lambda)]^2 + [T_p(\lambda) - 1]^2\}}. \quad (1)$$

Суммирование в (1) ведется по сетке длин волн от 1039 до 1069 нм с шагом 1 нм,  $T_s$  и  $T_p$  – спектральные коэффициенты пропускания поляризатора при угле падения 55.6 градусов для  $s$ - и  $p$ -поляризованного излучения. Для указанного выше решения  $d^{\text{theor}}$  функционал  $MF$  достигает минимума, равного 0.29946.

**Таблица 1.** Параметры, характеризующие корреляцию ошибок в толщинах слоев покрытия и их распределение в  $m$ -мерном пространстве

Параметры	Классический	Квазисвинговый	Независимый	Аддитивный	Относительный
$\beta$	4.22	1.59	1.04	1.00	1.17
$\sigma_{av}$	5.01	1.66	1.85	1.00	1.87
$\sigma_{min}$	0.11	0.09	1.50	0.95	1.14
$\sigma_{max}$	18.83	3.03	3.32	1.05	5.29

Предложенный в [11] подход к исследованию корреляции ошибок основывается на статистическом анализе векторов ошибок в толщинах слоев покрытий, полученных в ходе вычислительных экспериментов по симуляции процесса их напыления. В данной работе для каждого из рассматриваемых алгоритмов мы проводили по 10000 таких вычислительных экспериментов с помощью симулятора, описанного в [15]. Средние скорости напыления материалов с высокими и низкими показателями преломления были равны 1 нм/с. Моделировались флуктуации этих скоростей со среднеквадратичными отклонениями 0.1 нм/с. Монохроматический контроль проводился по коэффициенту отражения от покрытия на длине волны 790 нм. Интервал времени между измерениями составлял 2 с. На рассчитываемый коэффициент отражения накладывался случайный шум со среднеквадратичным значением 0.2%.

Обозначим через  $\Delta = \{\delta d_1, \dots, \delta d_m\}$  полученные в результате вычислительных экспериментов векторы ошибок в толщинах слоев. В соответствии с [11] вероятностная плотность распределения этих векторов в  $m$ -мерном пространстве может быть представлена многомерным Гауссовым распределением вида

$$f(\Delta) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sqrt{\det \mu}} \exp \left[ -\sum_{i=1}^m \frac{(\delta d_i)^2}{2\sigma_i^2} \right], \tag{2}$$

где  $\mu$  – квадратная матрица с элементами, определяемыми полученным набором из  $M$  векторов ошибок:

$$\mu_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \delta d_i^{(k)} \delta d_j^{(k)}, \tag{3}$$

а стандартные отклонения  $\sigma_i$  в знаменателях (2) – квадратные корни из собственных значений матрицы  $\mu$ .

Поверхности уровня вероятностной плотности распределения (2) в  $m$ -мерном пространстве представляют собой многомерные эллипсоиды, при этом стандартные отклонения  $\sigma_i$  характеризуют геометрию этих эллипсоидов.

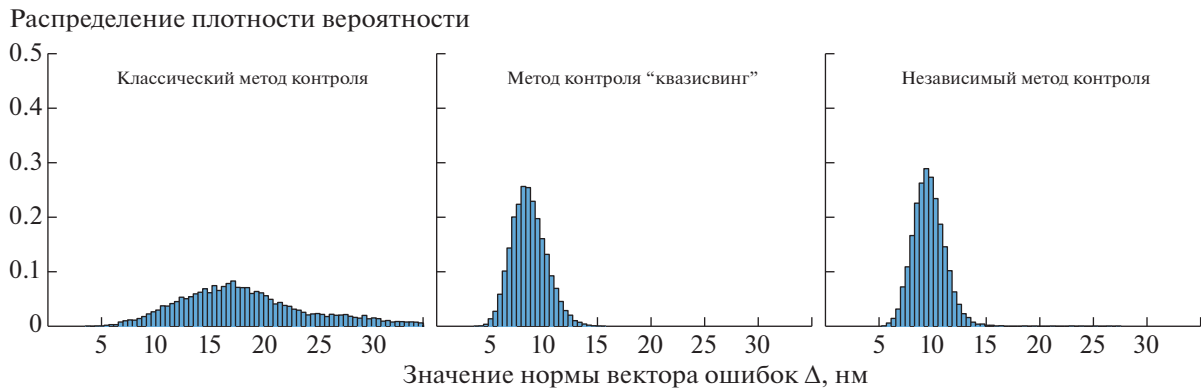
Пусть  $\sigma_{av}$  – среднеквадратичное значение стандартных отклонений. В [11] была введена следующая оценка степени корреляции ошибок в толщинах слоев покрытий:

$$\beta = \sigma_{av} \left[ \prod_{i=1}^m \sigma_i \right]^{-1/m}. \tag{4}$$

Для процессов напыления с широкополосным оптическим контролем было показано, что корреляция ошибок тем сильнее, чем больше значение коэффициента  $\beta$ . Было также отмечено, что при отсутствии корреляции ошибок в толщинах слоев покрытий значение коэффициента  $\beta$  должно быть близко к единице.

В табл. 1 (в первых трех столбцах) показаны значения коэффициента  $\beta$  для векторов ошибок в толщинах слоев покрытия, полученных при использовании трех рассматриваемых алгоритмов определения времени прерывания напыления слоя. В табл. 1 приведены также минимальные и максимальные значения стандартных отклонений, характеризующие вытянутость эллипсоидов, определяющих геометрию распределения векторов ошибок в  $m$ -мерном пространстве.

Понятно, что наборы из 10000 векторов ошибок представляют собой весьма разреженные множества в 28-мерном пространстве ошибок. Поэтому для проверки состоятельности полученных в табл. 1 значений были проведены дополнительные эксперименты со случайными вектора-



**Фиг. 2.** Плотность распределения вероятностей для норм векторов ошибок при использовании различных алгоритмов определения времени прерывания напыления слоев покрытия.

ми ошибок. При этом были рассмотрены два типа таких ошибок: аддитивные ошибки и относительные ошибки. В первом случае ошибки в толщинах всех слоев задавались как независимые случайные величины с гауссовскими распределениями, нулевыми математическими ожиданиями и среднеквадратичными отклонениями, равными 1 нм. Во втором случае ошибки во всех толщинах слоев также имели гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием, но их среднеквадратичные отклонения составляли 1% от толщин соответствующих слоев. Естественно, эксперименты с такого рода ошибками проводятся значительно быстрее, чем симуляции процесса напыления покрытий. Поэтому имеется возможность оценить обсуждаемые параметры при существенно большем числе векторов ошибок.

В двух последних столбцах табл. 1 приведены значения параметров, вычисленные при использовании 10000 векторов аддитивных и относительных ошибок. Очевидно, что при увеличении числа тестов векторы аддитивных ошибок должны все более равномерно распределяться в 28-мерном пространстве и поверхности уровня их вероятностной плотности распределения должны принимать все более близкую к сферической форму. Как следует из таблицы, даже при рассматриваемом числе тестов величины  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  близки к единице, т.е. поверхности уровня имеют форму, близкую к сферической. При увеличении числа векторов аддитивных ошибок до 1 млн значения  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  становятся равными 1.00 и 1.01 соответственно. При увеличении числа векторов относительных ошибок с 10 000 до 1 млн значения  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  изменяются лишь на величины порядка 0.02, а значения  $\sigma_{\text{av}}$  и  $\beta$  не изменяются во втором знаке после десятичной точки. Приведенные результаты свидетельствуют о достаточной точности оценки параметров  $\sigma_{\min}$ ,  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\text{av}}$ ,  $\beta$  при использовании 10000 вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления покрытий.

## 2. СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИН НАПЫЛЯЕМЫХ СЛОЕВ

Данные табл. 1 подтверждают выводы работы [11] о возможности использования коэффициента  $\beta$  для оценки степени корреляции ошибок в толщинах слоев покрытий. Предложенный в [12] независимый алгоритм определения времени прерывания напыления очередного слоя покрытия исключает корреляцию ошибок в толщинах слоев. Указанное в табл. 1 значение коэффициента  $\beta$  для этого алгоритма соответствует данному утверждению.

При использовании классического алгоритма корреляция ошибок существенно сильнее, чем в случае квазисвингового алгоритма. Как было отмечено в разд. 1, при использовании классического алгоритма часто имеет место кумулятивный эффект роста ошибок в толщинах последующих слоев вследствие влияния на измеряемые данные ошибок в ранее напыленных слоях. В силу этого эффекта нормы векторов ошибок при использовании классического алгоритма, как правило, заметно выше, чем при использовании двух других алгоритмов. Это наглядно демонстрирует фиг. 2, на которой представлены плотности распределения вероятностей для норм векторов ошибок, рассчитанные на основе 10000 вычислительных экспериментов для каждого из трех рассматриваемых алгоритмов.

**Таблица 2.** Математические ожидания нормы векторов ошибок и фактора самокомпенсации ошибок при использовании различных алгоритмов определения времени прерывания напыления слоев покрытия

Параметры	Классический	Квазисвинговый	Независимый
$E \ \Delta\ $	18.8	8.62	9.66
$E c$	2.77	1.51	1.28

Как следует из фиг. 2, в случае классического алгоритма средние значения норм векторов ошибок примерно вдвое больше соответствующих средних значений для двух других алгоритмов. Более точные сравнительные оценки приведены в табл. 2.

Проявление значительного кумулятивного эффекта накопления ошибок еще не является основанием для отказа от использования рассматриваемого алгоритма. Так, при использовании алгоритма, основанного на обработке данных прямого широкополосного оптического контроля процесса напыления поляризатора, возникает очень сильный кумулятивный эффект роста ошибок (см. [16]). Однако использование данного алгоритма является оправданным в силу наличия сильного эффекта самокомпенсации ошибок, компенсирующего негативный кумулятивный эффект.

Таким образом, для полноценного сравнения эффективности алгоритмов решения обратных задач определения толщин напыляемых слоев на основе данных монохроматического контроля необходимо провести еще и оценки наличия эффекта самокомпенсации ошибок. Предложенные в [10], [11] оценки этого эффекта основываются на сравнении вариаций целевого функционала (1), возникающих при использовании рассматриваемого алгоритма, с усредненной величиной вариаций этого функционала, полученной при рассмотрении большого числа случайных векторов ошибок. В качестве таковых использовались случайные относительные ошибки со среднеквадратичными отклонениями, равными 1% от толщин соответствующих слоев (см. выше). В настоящей работе мы используем данный подход в несколько измененной форме.

Пусть сгенерирован набор векторов случайных относительных ошибок с уровнем 1%. В дальнейших расчетах это – набор из 10000 векторов. Среднеквадратичное значение нормы этих векторов равно 1% от нормы вектора теоретических толщин слоев покрытия. В нашем случае – это 9.88 нм. Естественно, нормы сгенерированных векторов имеют разброс относительно этой величины. Пронормируем все векторы так, чтобы их норма была в точности равна этой величине и найдем математическое ожидание вариаций целевого функционала для полученных векторов ошибок. Обозначим его  $\langle \delta MF \rangle$ . Пусть теперь  $\Delta$  – вектор ошибок, полученный при использовании рассматриваемого алгоритма. Нормируем его так, чтобы его норма также составляла 9.88 нм. Обозначим через  $\delta MF(\Delta)$  вариацию целевого функционала для нормированного таким образом вектора ошибок. Для оценки наличия эффекта самокомпенсации введем параметр

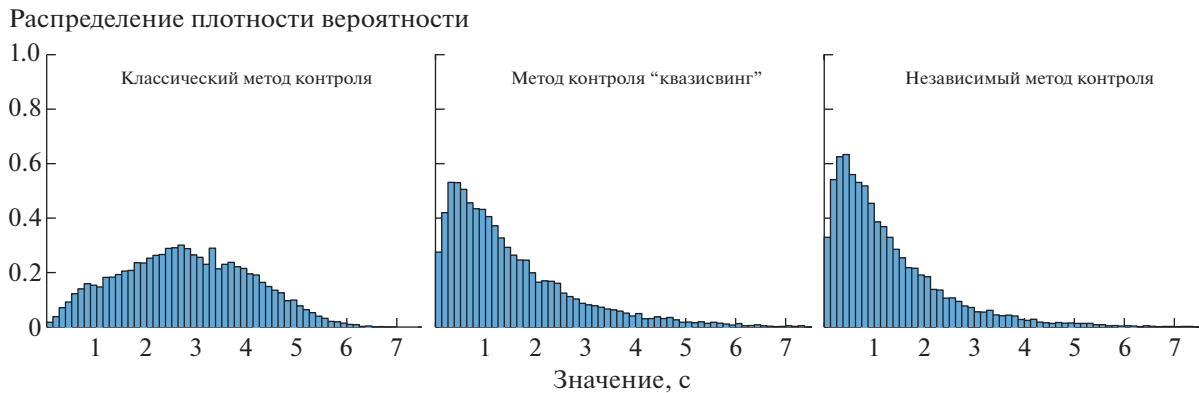
$$c = \frac{\delta MF(\Delta)}{\langle \delta MF \rangle}, \quad (5)$$

который назовем фактором компенсации ошибок. По сути дела это – обратная величина к силе эффекта самокомпенсации ошибок, использовавшейся в [10] при рассмотрении широкополосных методов оптического контроля. Мы будем говорить о наличии эффекта самокомпенсации ошибок, если  $c < 1$ , и о его отсутствии, если  $c > 1$ .

На фиг. 3 представлены плотности распределения вероятностей для фактора компенсации ошибок, рассчитанные на основе серий из 10000 вычислительных экспериментов для трех рассматриваемых алгоритмов определения времени прерывания напыления слоя на основе данных монохроматического оптического контроля.

Математические ожидания для показанных на фиг. 3 распределений фактора самокомпенсации ошибок приведены в табл. 2. В ней же представлены и математические ожидания нормы векторов ошибок при использовании рассматриваемых алгоритмов.

Полученные результаты показывают, что в среднем эффект самокомпенсации ошибок при использовании монохроматического контроля процесса напыления поляризатора отсутствует. Однако это не означает, что данный метод контроля существенно уступает широкополосному оптическому контролю. При напылении поляризаторов нормы векторов ошибок в случае широкополосного контроля в несколько раз выше средних значений, представленных в табл. 2 (см. [16]), и успешное производство поляризаторов оказывается возможным только благодаря



**Фиг. 3.** Плотность распределения вероятностей для фактора самокомпенсации ошибок при использовании различных алгоритмов определения времени прерывания напыления слоев покрытий.

наличию сильного эффекта самокомпенсации ошибок. Вполне возможно, что в случае монохроматического оптического контроля эффект самокомпенсации будет проявляться для других типов покрытий.

В целом результаты проведенного исследования открывают возможность сравнительного анализа различных алгоритмов обработки данных измерений без использования дорогостоящих натуральных экспериментов. Они также однозначно свидетельствуют о существенном преимуществе независимого и квазисвингового алгоритмов по сравнению с классическим алгоритмом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены три алгоритма решения обратных задач определения толщин слоев покрытий в процессе их напыления. Эти алгоритмы принципиально различаются способом определения времени прерывания напыления очередного слоя покрытия. Сравнительный анализ алгоритмов проводится на основе данных вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления покрытий. Для каждого из алгоритмов используются результаты 10000 экспериментов. Показано, что данное число экспериментов достаточно для получения адекватных оценок свойств алгоритмов. Предложенный ранее геометрический подход к исследованию корреляции ошибок в толщинах слоев покрытий при широкополосном оптическом контроле процессов их напыления распространен на случай монохроматических измерений. Получены оценки степени корреляции ошибок при использовании различных алгоритмов обработки данных измерений.

Для оценки наличия эффекта самокомпенсации ошибок введен параметр, названный фактором компенсации ошибок. Исследованы вероятностные плотности распределения фактора компенсации ошибок для рассматриваемых алгоритмов. Показано, что для анализа перспектив использования различных алгоритмов определения времени прерывания напыления слоев покрытия могут быть использованы оценки математических ожиданий нормы векторов ошибок и фактора самокомпенсации ошибок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Optical thin films and coatings // ed. A. Piegari and F. Flory, 2nd Ed., Woodhead Publ., UK, 2018.
2. *Tikhonravov A., Trubetskov M., Amotchkina T.* Production strategies for high precision optical coatings // Optical thin films and coatings, ed. *Piegari A. and Flory F.*, 2nd Ed., Woodhead Publ., Cambridge, UK, 2018. P. 65–101.
3. *Macleod H.A.* Thin-Film Optical Filters. 4th ed. // Taylor & Francis, 2010.
4. *Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K., Amotchkina T.V.* Investigation of the effect of accumulation of thickness errors in optical coatings production using broadband optical monitoring // *Appl. Opt.* 2006. V. 45. P. 7026–7034.
5. *Macleod H.A.* Turning value monitoring of narrow-band all-dielectric thin-film optical filters // *Optica Acta.* 1972. V. 19. P. 1–28.
6. *Bousque P., Fournier A., Kowalczyk R., Pelletier E., Roche P.* Optical filters: monitoring process allowing the auto-correction of thickness errors // *Thin Solid Films.* 1972. V. 13. P. 285–290.

7. *Tikhonravov A., Kochikov I., Yagola A.* Mathematical investigation of the error self-compensation mechanism in optical coating technology // *Inverse Probl. Sci. Eng.* 2018. V. 26. P. 1214.
8. *Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиенко И.А., Шаранова С.А., Ягола А.Г.* Оценки, связанные с механизмом самокомпенсации ошибок в процессе напыления оптических покрытий // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика, Астрономия.* 2018. № 6. С. 50–54.
9. *Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиенко И.А., Исаев Т.Ф., Лукьяненко Д.В., Шаранова С.А., Ягола А.Г.* Корреляция ошибок при напылении оптических покрытий с широкополосным оптическим контролем // *Вычисл. методы и программирование: Нов. вычисл. технологии.* 2018. Т. 19. С. 439–448.
10. *Tikhonravov A., Kochikov I., Matvienko I., Isaev T., Yagola A.* Strategies of broadband monitoring aimed at minimizing deposition errors // *COATINGS.* 2019. V. 9. № 12. P. 1–10.
11. *Kochikov I.V., Sharapova S.A., Yagola A.G., Tikhonravov A.V.* Correlation of errors in inverse problems of optical coatings monitoring // *J. Inverse and Ill-Posed Probl.* 2020.
12. *Кочиков И.В., Лагутин Ю.С., Лагутина А.А., Лукьяненко Д.В., Тихонравов А.В., Ягола А.Г.* Устойчивый метод оптического контроля процесса напыления многослойных оптических покрытий // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2020. V. 60. № 12. С. 181–189.
13. *Macleod A.* Monitoring of optical coatings // *Appl. Opt.* 1981. V. 20. P. 82–89.
14. *Кочиков И.В., Лагутин Ю.С., Лагутина А.А., Лукьяненко Д.В., Тихонравов А.В., Ягола А.Г.* Нелокальный алгоритм анализа данных монохроматического контроля процесса напыления многослойных покрытий // *Вычисл. методы и программирование: Нов. вычисл. технологии.* 2019. V. 20. С. 471–480.
15. *Кочиков И.В., Лагутин Ю.С., Лагутина А.А., Лукьяненко Д.В., Тихонравов А.В., Ягола А.Г.* Повышение точности контроля напыления оптических покрытий за счет использования нелокального алгоритма анализа данных // *Сиб. журн. индустр. матем.* 2020. V. 24. № 2. С. 93–105.
16. *Zhupanov V., Kozlov I., Fedoseev V., Konotopov P., Trubetskov M., Tikhonravov A.* Production of Brewster angle thin film polarizers using a  $ZrO_2/SiO_2$  pair of materials // *Appl. Opt.* 2017. V. 56. P. 30–34.