———— ФОТОНИКА ———

УДК 544.774.4:535.341

## ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭКСТИНКЦИИ НАНОЧАСТИЦ InP, ZnS И InP/ZnS ИЗ КОМПЛЕКСНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ СООТВЕТСТВУЮЩИХ ОБЪЕМНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

© 2023 г. С. А. Товстун<sup>а, b, \*</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр проблем химической физики и медицинской химии Российской академии наук, проспект академика Семенова, д. 1, Черноголовка, Московская обл., 142432 Россия

<sup>b</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)", Институтский пер., д. 9, Долгопрудный, Московская обл., 141701 Россия

\**E-mail: tovstun@icp.ac.ru* Поступила в редакцию 29.10.2022 г. После доработки 06.11.2022 г. Принята к публикации 10.11.2022 г.

Рассчитаны коэффициенты экстинкции сферических наночастиц InP, ZnS и InP(ядро)/ZnS(оболочка) из комплексных диэлектрических проницаемостей соответствующих массивных полупроводников. Результаты справедливы в коротковолновой области спектра поглощения, где несущественен квантоворазмерный эффект. Для мнимой части поляризуемости наночастиц типа ядро/оболочка получена формула, удобная для вычислений в действительных числах.

*Ключевые слова:* наночастицы, коэффициент экстинкции, сечение поглощения, комплексная диэлектрическая проницаемость, фосфид индия **DOI:** 10.31857/S0023119323020158, **EDN:** NHRIUB

### введение

Разрешенные уровни энергии электронов в массивном полупроводнике образуют квазинепрерывные интервалы: валентную зону и зону проводимости. Количество этих уровней огромно – порядка числа атомов. При переходе к наноразмерным частицам полупроводника падает количество атомов и соответственно количество разрешенных уровней энергии. Другими словами, с уменьшением размера частицы полупроводника происходит прореживание энергетического спектра электронов, возникающее из-за пространственного ограничения их волновых функций. Такое прореживание приводит к изменению набора возможных переходов между уровнями и соответственно к изменению спектра поглощения. Наиболее ярко это изменение проявляется в длинноволновой области: с уменьшением размера частицы происходит сдвиг края спектра поглощения в область больших энергий, а на самом этом краю возникает выраженный пик, обычно называемый экситонным. Это обусловлено тем, что вблизи краев запрещенной зоны плотность электронных уровней невелика, из-за чего их прореживание при уменьшении размера частицы ведет к тому, что остается лишь небольшое их количество. Коротковолновая же область спектра поглощения формируется за счет переходов электронов между теми областями валентной зоны и зоны проводимости, где плотность уровней большая. Поэтому прореживание уровней при уменьшении размера частиц не приводит к качественным изменениям спектра поглощения, а лишь масштабирует его пропорционально количеству разрешенных переходов. Этот факт имеет важное практическое значение: оптическую плотность раствора наночастиц в коротковолновой области можно использовать для оценки их концентрации без учета квантово-размерного эффекта. Необходимый для этого коэффициент экстинкции частиц можно вычислять на основе комплексной диэлектрической проницаемости массивного полупроводника, которая обычно бывает известна с хорошей точностью. Такой подход ранее применялся к обычным коллоидным квантовым точкам (ZnS [1], CdS [1], CdSe [2, 3], PbS [4, 5], PbSe [5–7], CdTe [5, 8]), а также к коллоидным квантовым точкам типа ядро/оболочка (PbSe/CdSe [5, 7], PbS/CdS [9], InP/ZnSe [10]).

В данной статье изложены основы обсуждаемого подхода к вычислению коэффициента экстинкции сферических наночастиц, продемонстрировано его применение для InP, ZnS и InP/ZnS, а также предложена формула для мнимой части поляризуемости частиц типа ядро/оболочка, удобная для вычислений в действительных числах.

#### Поглощение в среде с комплексной проницаемостью

Из уравнений Максвелла следует, что напряженность электрического поля в однородной изотропной линейной среде удовлетворяет волновому уравнению  $\Delta \mathbf{E} = \mu\mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2$ , где  $\Delta$  – оператор Лапласа по пространственным переменным,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\mu$  – относительная магнитная восприимчивость (для оптических частот близкая к единице),  $\varepsilon$  – относительная проницаемость среды, t – время. Решение этого уравнения в виде волны, распространяющейся вдоль оси x и имеющей при x = 0 вектор амплитуды  $\mathbf{E}_0$ , можно записать так:

$$\mathbf{E}(x,t) = \mathbf{E}_0 \exp(ik_x x - i\omega t), \tag{1}$$

где  $k_x$  – проекция волнового вектора на ось x,  $\omega$  – круговая частота, i – мнимая единица. Подстановка (1) в волновое уравнение дает:

$$k_x^2 = \mu \varepsilon \left( \omega / c_0 \right)^2, \qquad (2)$$

где  $c_0 = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2} -$ скорость света в вакууме.

Будем рассматривать поглощение световой волны в среде с комплексным показателем преломления N и комплексной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = N^2$ . Пусть  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  и N = n + ik, где  $\varepsilon'$ ,  $\varepsilon''$ , n и k – действительные числа, связанные соотношениями  $\varepsilon' = n^2 - k^2$  и  $\varepsilon'' = 2nk$ . Если поглощение в среде невелико, то есть если величина  $\varepsilon''$  мала, то квадратный корень из  $\varepsilon'$  примерно равен n, то есть действительной части показателя преломления.

Интенсивность I(x) световой волны в точке x пропорциональна квадрату модуля амплитуды напряженности электрического поля в этой точке. Отсюда из (1) получаем

$$I(x) \propto \exp(-2x \operatorname{Im} k_x). \tag{3}$$

Будем считать, что затухание волны происходит на гораздо большем масштабе расстояний, чем длина волны, то есть, что  $|\text{Im } k_x| \ll |\text{Re } k_x|$ . Тогда из (2) с учетом того, что круговая частота  $\omega$ связана с длиной волны в вакууме,  $\lambda = 2\pi c_0/\omega$ , после простых вычислений получаем, что Re  $k_x = 2\pi n/\lambda$  и Im  $k_x = \pi \epsilon''/(\lambda n)$ . Подставляя последнее равенство в (3), находим, что

$$I(x) \propto e^{-ax}, \tag{4}$$

ХИМИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ том 57 № 2 2023

где величина *а* есть так называемый натуральный показатель поглощения:

$$a = \frac{2\pi\varepsilon''}{\lambda n}.$$
 (5)

#### Диэлектрическая проницаемость раствора наночастиц с известной поляризуемостью

Из уравнения (5) видно, что мнимая часть относительной проницаемости среды определят ее поглощательную способность. Перейдем к вычислению относительной проницаемости среды, представляющий собой раствор наночастиц в некотором растворителе. При этом вычисления будем проводить для стационарных полей в действительных числах. Полученные результаты будут полностью применимы при рассмотрении монохроматических волн электромагнитного поля с помощью формализма комплексных чисел (см. §51 в [11]).

Вектор электрической индукции **D** определяется равенством

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{E} + \mathbf{P},\tag{6}$$

где E — вектор напряженности электрического поля, P — объемная плотность вектора электрического дипольного момента. Связь вектора электрической индукции с напряженностью электрического поля в линейных изотропных диэлектриках дается уравнением:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}. \tag{7}$$

При помещении в однородную изотропную среду с напряженностью электрического поля **E** некоторого тела с нулевым зарядом и электрическим дипольным моментом, но отличающейся диэлектрической проницаемостью, происходит изменение электрического поля вокруг области помещения этого тела. На достаточном удалении от тела это изменение электрического поля выглядит как поле точечного диполя с некоторым дипольным моментом **d**. При не слишком сильных полях связь между **E** и **d** является линейной и имеет вид

$$\mathbf{d} = \alpha \mathbf{E},\tag{8}$$

где α — поляризуемость тела, которая в случае сферически симметричного теля является скаляром.

Рассмотрим в однородной изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_e$  некоторую макроскопическую область объемом  $V_0$ . Пусть в среде имеется однородное электрическое поле с напряженностью *E*. В соответствии с формулами (6) и (7) дипольный момент этой области равен ( $\varepsilon_e - 1$ ) $\varepsilon_0 EV_0$ . Поместим в эту область *M* сферически симметричных наночастиц с поляризуемостями  $\alpha$ , выбрасывая замещаемый ими исходный диэлектрик. В пределе малой объемной

доли частиц в соответствии с формулой (8) они увеличат дипольный момент рассматриваемой области на величину  $\alpha ME$ , в результате чего он станет равным ( $\varepsilon_e - 1$ ) $\varepsilon_0 EV_0 + \alpha ME$ . В соответствии с формулами (6) и (7) отсюда следует, что относительная проницаемость полученного композита из исходного диэлектрика с внедренными в него частицами равна

$$\varepsilon_{\rm eff} = \varepsilon_{\rm e} + \alpha \varepsilon_0^{-1} c, \qquad (9)$$

где  $c = M/V_0$  — концентрация частиц в композите (в штуках на единицу объема). Этот результат также можно получить из формул Клаузиуса—Моссотти или Лорентц—Лоренца в пределе  $c \to 0$ .

# Показатель поглощения, сечение поглощения и коэффициент экстинкции

Если среда без частиц не поглощает, то есть если Im  $\epsilon_{\rm e}=0$  и

$$\varepsilon_{\rm e} = n^2, \tag{10}$$

то в соответствии с формулой (9) Im  $\varepsilon_{eff} = c Im \alpha/\varepsilon_0$ . Подставляя этот результат в уравнение (5), получаем, что

$$a = \frac{2\pi c \operatorname{Im} \alpha}{\lambda n \varepsilon_0}.$$
 (11)

Соотношение, аналогичное соотношению (4), можно записать через сечение поглощения:  $I(x) \propto \propto e^{-c\sigma x}$ . Сопоставляя эти соотношения, видим, что

$$\sigma = a/c. \tag{12}$$

Из сечения поглощения σ можно вычислить коэффициент экстинкции на длине волны λ:

$$\varepsilon_{\lambda} = \sigma N_{\rm A} / \ln 10, \qquad (13)$$

где N<sub>A</sub> – число Авогадро.

#### Поляризуемость сферических наночастиц

Для вычисления комплексной проницаемости раствора наночастиц по формуле (9) необходимо знать комплексную восприимчивость частиц. Поскольку наночастицы имеют размер много меньший длины волны в среде, то формулы для их поляризуемости можно вычислять для стационарных полей, а затем использовать их как комплексные (см. §10.1 в [12]). Нас интересует два практически важных частных случая: однородные сферические частицы и сферические частицы типа ядро/оболочка. В случае однородной сферической частицы имеем

$$\alpha = 3V \varepsilon_0 \varepsilon_e \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_e}, \qquad (14)$$

где V — объем частицы, а  $\varepsilon_i$  и  $\varepsilon_e$  — относительные проницаемости частицы и среды соответственно (см. уравнение 3.10 в [12]). Поляризуемость сферической частицы типа ядро/оболочка равна

$$\alpha = 3V \varepsilon_0 \varepsilon_e \frac{(\varepsilon_{\text{shell}} - \varepsilon_e)(\varepsilon_{\text{core}} + 2\varepsilon_{\text{shell}}) + \left(\frac{r_{\text{core}}}{r_{\text{total}}}\right)^3 (2\varepsilon_{\text{shell}} + \varepsilon_e)(\varepsilon_{\text{core}} - \varepsilon_{\text{shell}})}{(\varepsilon_{\text{shell}} + 2\varepsilon_e)(\varepsilon_{\text{core}} + 2\varepsilon_{\text{shell}}) + 2\left(\frac{r_{\text{core}}}{r_{\text{total}}}\right)^3 (\varepsilon_{\text{shell}} - \varepsilon_e)(\varepsilon_{\text{core}} - \varepsilon_{\text{shell}})},$$
(15)

где  $\mathcal{E}_{e}$ ,  $\mathcal{E}_{shell}$ ,  $\mathcal{E}_{core}$ , — относительные проницаемости среды, оболочки и ядра соответственно,  $r_{total}$  полный радиус частицы,  $r_{core}$  — радиус ядра частицы, V — объем всей частицы (см. уравнение 4.33 в [12], уравнение 4 в [13] или §6.34 в [14]).

#### Коэффициент экстинкции однородной сферической наночастицы

Положив в формуле (14)  $\varepsilon_{i} = \varepsilon'_{core} + i\varepsilon''_{core}$ , где  $\varepsilon'_{core}$  и  $\varepsilon''_{core}$  есть действительные числа, получим:

$$\operatorname{Im} \alpha = 9V \varepsilon_0 \varepsilon_e^2 \frac{\varepsilon_{\operatorname{core}}^{"}}{\left(\varepsilon_{\operatorname{core}}^{'} + 2\varepsilon_e\right)^2 + \left(\varepsilon_{\operatorname{core}}^{"}\right)^2}.$$
 (16)

Для однородной сферической наночастицы диаметром *d* из уравнений (10)–(13), (16) и  $V = \pi d^3/6$  находим, что

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{3\pi^2 d^3 n^3 N_{\rm A}}{\lambda \ln 10} \frac{\varepsilon_{\rm core}^{"}}{\left(\varepsilon_{\rm core}^{'} + 2n^2\right)^2 + \left(\varepsilon_{\rm core}^{"}\right)^2}.$$

Из этого уравнения видно, что для заданной длины волны  $\lambda$  и растворителя отношение  $\varepsilon_{\lambda}/d^3$  является константой. Значения этих констант для некоторых полупроводников можно найти в работе [5].

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Перейдем к вычислению коэффициентов экстинкции однородных наночастиц InP, ZnS и наночастиц типа ядро/оболочка InP/ZnS. Для расчета

ХИМИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ том 57 № 2 2023



**Рис.** 1. Действительная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости фосфида индия [15] и сульфида цинка [16].

коэффициента экстинкции наночастиц необходимо подставить мнимую часть поляризуемости частиц в формулы (11)–(13). Для однородных сферических наночастиц мнимая часть поляризуемости дается формулой (16). Для частиц типа ядро/оболочка, положив в формуле (15)  $\varepsilon_{\text{shell}} = \varepsilon'_{\text{shell}} + i\varepsilon''_{\text{shell}}$  и  $\varepsilon_{\text{core}} = \varepsilon'_{\text{core}} + i\varepsilon''_{\text{core}}$ , можно получить, что

Im 
$$\alpha = 9V\varepsilon_0\varepsilon_e^2 \frac{9Bp\varepsilon_{core} + Aq\varepsilon_{shell} + 2Cpq\varepsilon_{shell}}{9BEp + ADq - 4CFpq}$$
, (17)

где

$$A = \left(\varepsilon_{\text{core}} + 2\varepsilon_{\text{shell}}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{core}}^{"} + 2\varepsilon_{\text{shell}}^{"}\right)^2,$$
  

$$B = \left(\varepsilon_{\text{shell}}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{"}\right)^2,$$
  

$$C = \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{"} - \varepsilon_{\text{core}}^{"}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{'} - \varepsilon_{\text{core}}^{'}\right)^2,$$
  

$$D = \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{'} + 2\varepsilon_{\text{e}}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{"}\right)^2,$$
  

$$E = \left(\varepsilon_{\text{core}}^{'} + 2\varepsilon_{\text{e}}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{core}}^{"}\right)^2,$$
  

$$F = \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{'} - \varepsilon_{\text{e}}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\text{shell}}^{"}\right)^2,$$
  

$$p = r_{\text{core}}^3/r_{\text{total}}^3,$$
  

$$q = 1 - p.$$

Необходимые для расчетов комплексные диэлектрические проницаемости фосфида индия и сульфида цинка (рис. 1) возьмем из работ [15, 16]. В



**Рис. 2.** Расчетное отношение коэффициента экстинкции сферических наночастиц в хлороформе к кубу их диаметра как функция длины волны для InP, ZnS и InP/ZnS. Для наночастиц InP/ZnS объем ядра InP равен объему оболочки ZnS, а под диаметром *d* понимается внешний диаметр оболочки.

качестве растворителя выберем хлороформ при 20°С, взяв показатель преломления из работы [17]. Поскольку коэффициент экстинкции наночастицы заданного состава ( $\epsilon_{\lambda}$ ) пропорционален кубу ее диаметра ( $d^3$ ), то будем вычислять не сам коэффициент экстинкции, а величину  $\epsilon_{\lambda}/d^3$ . Результаты расчетов показаны на рис. 2. Видно, что коэффициент экстинкции для наночастиц типа ядро/оболочка является промежуточным между коэффициентами экстинкции наночастиц из одного полупроводника, а форма спектра несет информацию о соотношении между объемами ядра и оболочки.

Полученные теоретические значения отношения  $\varepsilon_{\lambda}/d^3$  интересно сопоставить с экспериментальными данными. Из литературы [18] для наночастиц InP в гексане можно оценить, что при 350 нм эта величина равна  $3.8 \times 10^4$  см<sup>-1</sup> М<sup>-1</sup> нм<sup>-3</sup>. Расчет же в этом случае дает  $2.9 \times 10^4$  см<sup>-1</sup> М<sup>-1</sup> нм<sup>-3</sup> (при расчете использовались данные по показателю преломления гексана при 22°С из работы [19]). Такое расхождение вполне ожидаемо, поскольку обе величины могут быть неточными в силу ряда причин. Экспериментальное значение может быть неточным, как минимум, из-за того, что наночастицы фосфида индия склонны к окислению [20] и поэтому их состав может отличаться от предполагаемого. Расчетное значение может быть неточным из-за того, что комплексная диэлектрическая проницаемость полагалась скаляром, в то время как в действительности она является тензором. Кроме того, расхождение может возникать из-за



**Рис. 3.** Сравнение расчетного спектра поглощения наночастиц ZnS в воде (сплошная кривая) с экспериментальным спектром водного раствора наночастиц ZnS диаметром 2–3 нм (штриховая кривая) [24].

игнорирования наличия на поверхности наночастицы лигандной оболочки, которая эффективно имеет коэффициент преломления, немного отличающийся от коэффициента преломления растворителя.

Относительно проведенных вычислений необходимо сделать два замечания. Во-первых, расчетный коэффициент экстинкции немного зависит от показателя преломления среды *n*. Например, для InP при 350 нм с изменением *n* от 1.34 до 1.74 величина  $\varepsilon_{\lambda}/d^3$  возрастает в 1.8 раза. Значение 1.34 примерно соответствует показателю преломления волы [21], а значение 1.74 — показателю преломления диодометана [22, 23]. Показатели преломления большинства распространенных растворителей лежат между этими значениями. Расчеты показывают, что для InP в интервале от 1.34 до 1.74 с относительной погрешностью не выше 0.7% справедлива линейная аппроксимация  $\varepsilon_{\lambda}/d^3 = (5.19n - 4.35) \times$  $\times 10^4$  см<sup>-1</sup> М<sup>-1</sup> нм<sup>-3</sup>. Во-вторых, подчеркнем, что рассматриваемый метод расчета коэффициента экстинкции справедлив только для коротковолновой части спектра, где можно пренебречь квантоворазмерным эффектом. В качестве примера на рис. 3 приведено сравнение расчетного спектра поглощения наночастиц ZnS воде с экспериментальным спектром поглощения водного раствора этих наночастиц диаметром 2-3 нм [24]: видно существенное расхождение в области края поглощения.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе известных комплексных проницаемостей массивных полупроводников проведены расчеты коэффициентов экстинкции наночастиц InP, ZnS и InP/ZnS в коротковолновой области спектра, где можно пренебречь квантово-размерным эффектом. Для фосфида индия расхождение с литературными экспериментальными данными составило ~30%. Для наночастиц InP/ZnS расчет показал зависимость формы спектра поглощения от соотношения между объемами ядра InP и оболочки ZnS, что может быть использовано для экспериментального определения толщины оболочки. Для мнимой части поляризуемости частиц типа ядро/оболочка получена формула (17), удобная для непосредственных вычислений в действительных числах.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 21-73-20245).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Rossetti R., Hull R., Gibson J.M., Brus L.E.* // J. Chem. Phys. 1985. V. 82. P. 552.
- Leatherdale C.A., Woo W.-K., Mikulec F.V., Bawendi M.G. // J. Phys. Chem. B. 2002. V. 106. P. 7619.
- 3. Čapek R.K., Moreels I., Lambert K., De Muynck D., Zhao Q., Van Tomme A., Vanhaecke F., Hens Z. // J. Phys. Chem. C. 2010. V. 114. P. 6371.
- Moreels I., Lambert K., Smeets D., De Muynck D., Nollet T., Martins J.C., Vanhaecke F., Vantomme A., Delerue C., Allan G., Hens Z. // ACS Nano. 2009. V. 3. P. 3023.
- Hens Z., Moreels I. // J. Mater. Chem. 2012. V. 22. P. 10406.
- Moreels I., Lambert K., De Muynck D., Vanhaecke F., Poelman D., Martins J.C., Allan G., Hens Z. // Chem. Mater. 2007. V. 19. P. 6101.
- De Geyter B., Hens Z. // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. 161908.
- Kamal J.S., Omari A., Van Hoecke K., Zhao Q., Vantomme A., Vanhaecke F., Capek R.K., Hens Z. // J. Phys. Chem. C. 2012. V. 116. P. 5049.
- Justo Yo., Geiregat P., Hoecke K.V., Vanhaecke F., De Mello Donega C., Hens Z. // J. Phys. Chem. C. 2013. V. 117. P. 20171.
- Chandrasekaran V., Tessier M.D., Dupont D., Geiregat P., Hens Z., Brainis E. // Nano Lett. 2017, V. 17. P. 6104.
- 11. *Böttcher C.J.B., Bordewijk P.* Theory of electric polarization. Vol. II. Dielectrics in the time-dependent fields. 3rd impression. Elsevier, 1996.
- 12. *Sihvola A*. Electromagnetic mixing formulas and applications. London: The Institution of Engineering and Technology, 1999.
- 13. Neeves A.E., Birnboim M.H. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. P. 787.
- 14. *van de Hulst H.C.* Light scattering by small particles. New York: Dover Publications, Inc., 1981.
- Aspnes D.E., Studna A.A. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. P. 985.

- Ozaki S., Adachi S. Optical Constants of Cubic ZnS // Jpn. J. Appl. Phys. 1993. V. 32. P. 5008.
- 17. Samoc A. // J. Appl. Phys. 2003. V. 94. P. 6167.
- Talapin D.V., Gaponik N., Borchert H., Rogach A.L., Haase M., Weller H. // J. Phys. Chem. B. 2002. V. 106. P. 12659.
- Kozma I.Z., Krok P., Riedle E. // J. Opt. Soc. Am. B. 2005. V. 22. P. 1479.
- Tessier M.D., Baquero E.A., Dupont D., Grigel V., Bladt E., Bals S., Coppel Y., Hens Z., Nayral C., Delpech F. // Chem. Mater. 2018. V. 30. P. 6877.
- 21. Hale G.M., Querry M.R. // Appl. Optics. 1973. V. 12. P. 555.
- 22. West C.D. // Am. Mineral. 1936. V. 21. P. 245.
- 23. Kerstein R. Th. // Opt. Commun. 1975. V. 13. P. 327.
- 24. Henglein A., Gutiérrez M. // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1983. V. 87. P. 852.