

СТРУКТУРЫ МАТРИЦ СЛАБОГО СМЕШИВАНИЯ КАК СЛЕДСТВИЕ НАРУШЕННОЙ ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

© 2023 г. И. Т. Дятлов^{1)*}

Поступила в редакцию 04.10.2022 г.; после доработки 07.11.2022 г.; принята к публикации 09.11.2022 г.

Представлена модель нарушения симметрии системы, которая может спонтанно выбирать левый или правый характер слабого тока. При иерархической структуре спектра масс фермионов такая зеркально-симметричная система позволяет воспроизвести все качественные свойства матриц слабого смешивания и кварков (матрица СКМ), и лептонов (матрица РМНС), причем без дополнительного численного подбора параметров модели. Иерархия матричных элементов СКМ прямо связывается с иерархическим спектром масс поколений кварков. Качественные свойства матрицы РМНС возникают при инверсном характере спектра (m_3 — наименьшая масса) и дираковской природе нейтрино СМ. Сравнительная малость угла смешивания нейтрино θ_{13} обусловлена здесь малостью m_3 и малостью отношений масс заряженных лептонов m_e/m_μ .

DOI: 10.31857/S004400272302006X, EDN: RIRHON

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение многих лет считалось невозможным физическими методами фиксировать, в какой системе координат (левой (L) или правой (R)) рассматривается то или иное явление. Несохранение пространственной четности предоставило такую возможность. Сказать, что большее число электронов при распаде радиоактивных ядер летит по направлению магнитного поля, значит определить направление аксиального вектора напряженности этого поля и тем самым характер системы координат, в которой явление рассматривается.

В отличие от выбора точки начала координат и направления осей в пространстве выбор L - или R -характера системы координат можно однозначно закрепить физическим основанием благодаря несохранению четности. Такая ситуация казалась неприемлемой уже первооткрывателям — Ли и Янгу [1]. Они сразу же [2] предложили модель системы, устраняющей парадокс, дополнив наблюдаемую систему частиц (на современном языке — систему Стандартной модели (СМ)) тождественной системой тяжелых (поэтому еще не открытых) аналогов с противоположными слабыми свойствами ($L \leftrightarrow R$). Позднее такие объекты получили название “зеркальные частицы”.

Экспериментальные попытки их обнаружить и теоретические предложения разных вариантов идеи Ли и Янга не прерывались (см. обзоры [3,

4]) и продолжают до настоящего времени [5, 6]. Значительное число работ, разнообразие подходов к проблеме указывают на неудовлетворенность ситуацией с прямым несохранением четности, несмотря на успешность и согласованность СМ, где это несохранение прямо включено в ее структуру.

Основная задача существующих работ по моделям зеркальных частиц — экспериментальные возможности их обнаружения и влияния на эффекты СМ [7, 8]. Практически нет работ, которые бы объясняли наблюдаемые свойства частиц СМ участием зеркального мира. В настоящей работе представлена попытка показать, что качественная структура матриц слабого смешивания (МСС) и кварков, и лептонов может объясняться именно существованием очень тяжелых зеркальных частиц. Причем качественные свойства МСС основываются исключительно на качественных же свойствах системы частиц СМ — иерархическом характере спектра масс фермионов и нарушенной группы слабой симметрии $SU(2)$, положенной в основу слабых взаимодействий в СМ.

Иерархии фермионных масс поколений имеют важнейшее значение. Они задают иерархическую структуру недиагональных элементов МСС кварков и способны обеспечить возникновение отличной формы МСС лептонов. И все это без дополнительного подбора величин констант модели. Точное качественное соответствие с формой МСС не зависит от числа используемых параметров, их величин и комплексностей.

Во многих работах пытались связать иерархический характер спектра с МСС кварков [9] и

¹⁾НИИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

*E-mail: dyatlov@thd.pnpi.spb.ru

изобрести динамику его возникновения (см. [10] и литературу к этим обзорам). В настоящей работе, приняв существования иерархического спектра, подтверждаем его основополагающую роль в создании специфических качественных форм МСС кварков и лептонов. В то же время сами зеркальные фермионы должны быть много тяжелее фермионов SM . Это одно из условий возникновения правильных структур — масс частиц SM и их МСС.

Представляется, что именно такая система соответствовала бы экспериментальному отсутствию и исключительной малости влияния зеркальных частиц на эффекты SM и физику вне ее.

В работе [11] было замечено, что представление массовой матрицы суммой сепарабельных матриц с иерархией величин членов суммы не только приводит к иерархическому спектру масс, но и позволяет легко воспроизвести качественные черты МСС кварков (матрицы СКМ) как следствие одной только слабой $SU(2)$ симметрии без подбора величин параметров.

Сепарабельность означает отделение начального состояния системы от конечного переходом через некоторое промежуточное состояние. Промежуточное состояние только массой отличается от начального и конечного, сохраняя их квантовые числа. Это и есть зеркальные частицы, так как прямой скалярный переход фермиона в другой фермион означает $R \leftrightarrow L$. При этом промежуточные состояния должны иметь массу, много большую начальных и конечных масс, чтобы в пропагаторах, описывающих процесс (рис. 1), можно было пренебрегать импульсами. Переходы (рис. 1а) из частиц SM в тяжелые зеркальные состояния определяются массовыми параметрами A, B -фермионов до нарушения зеркальной симметрии (ЗС) (формула (3), см. ниже), поэтому зеркальный механизм оказывается более простым, чем переход с введением юковских связей и вакуумных средних скаляров [10] (рис. 1б).

Формулы масс легких кварков и лептонов (соответствующих состояниям SM) описываются тогда выражениями, аналогичными формулам see-saw механизма [12]. Они возникают в результате спонтанного нарушения первоначальной ЗС. Большие массы зеркальных частиц играют роль больших майорановских масс see-saw. Дираковские массы заменяются на параметры A, B -масс фермионов в первоначальном ненарушенном ЗС-лагранжиане.

В ряде работ автор развивал эту идею [13]. Применение ее к кваркам и заряженным лептонам требует выполнения только воспроизведения качественных условий — очень больших масс зеркальных частиц и слабой $SU(2)$ -симметрии полной ЗС-модели. Ошибка относительно возможности построения легких дираковских нейтрино при

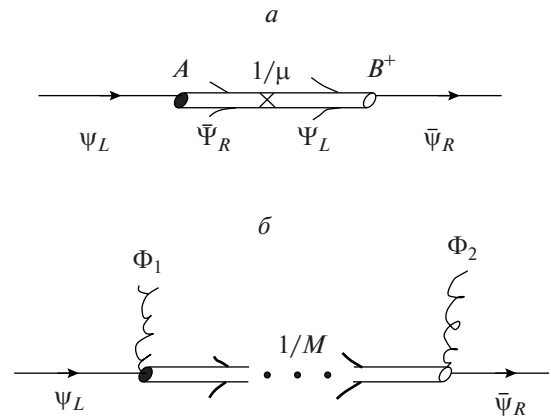


Рис. 1. Механизм образования масс фермионов в настоящей работе (а) и в [10, 21] (б), ϕ_i — “хиггсовские вакуумные средние”.

обычном механизме see-saw (с тяжелыми майорановскими массами) приводит в [13] к неправильным выводам (третья ссылка в [13] — исправление ошибки): легкие нейтрино тогда тоже оказываются майорановскими. Без дополнительных, ниоткуда не следующих условий на константы, связывающие легкие и тяжелые частицы, воспроизведение свойств лептонной МСС (матрицы PMNS) оказывается здесь невозможным при любом характере спектра нейтрино. При майорановской природе нейтрино в ЗС-модели не найти убедительный качественный принцип возникновения невыразительных свойств матрицы PMNS.

Модель нарушения ЗС настоящей работы трактует систему нейтрино в полной аналогии с системой кварков и заряженных лептонов, т.е. нейтрино также считаются дираковскими. В ЗС-лагранжиане отсутствуют майорановские члены. Массы нейтрино становятся малыми при очень больших массах их зеркальных партнеров. Только при инверсном спектре и дираковском характере нейтрино система качественно воспроизводит не только малые²⁾ массы нейтрино, но и наблюдаемую структуру матрицы PMNS прямо без дополнительных подборов констант модели. Так же естественно возникает и находит объяснение сравнительная малость синуса угла смешивания нейтринных флейворов $\sin \theta_{13}$ — единственной выделяющейся черты матрицы PMNS [15].

Вывод выражений для обеих МСС есть основное содержание настоящей статьи. Дополнительные проблемы, связанные с использованием ЗС-механизмов, обсуждаются в предыдущих работах автора и кратко в Заключение. В разд. 2

²⁾В работе [14] представлена современная экспериментальная ситуация по определению характера спектра нейтрино.

представлена общая схема введения ЗС. Раздел 3 представляет примерную схему нарушения ЗС, построенную в полной аналогии с нарушением слабой симметрии в СМ. В разд. 4 получена массовая матрица системы кварков и соответствующая МСС. В разд. 5 проводится анализ условий появления в выбранном сценарии качественно близкой к наблюдаемой МСС лептонов. Приложение 1 представляет общий вывод массовой матрицы модели и возможных здесь МСС. В Приложении 2 предложена гипотеза не зависящей от характера взаимодействий причины появления иерархического спектра масс поколений всех фермионов.

2. ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

В работах [11, 13] понимание ЗС предполагает полную тождественность R - и L -систем до нарушения симметрии. Такое понимание отличается от иных зеркальных систем, представленных в литературе [3–7], где R - и L -системы порой имеют разные взаимодействия, разные представления разных групп, различные R -, L -векторные бозоны и даже фотоны. С нашей точки зрения, тождественные системы наиболее соответствуют первоначальной идее Ли и Янга [2]. Различие только слабых свойств ($R \leftrightarrow L$) и после нарушения ЗС положено в основу предлагаемой модели.

В ЗС-системе лагранжиан зависит лишь от полных дираковских операторов:

$$\begin{aligned} \Psi_{LR} &= \psi_L + \Psi_R \quad (T_W = 1/2), \\ \Psi_{RL} &= \psi_R + \Psi_L \quad (T_W = 0), \end{aligned} \quad (1)$$

— дублетов и синглетов слабого изоспина T_W . В (1) мы опустили все другие квантовые числа: флейворы \bar{u} (up) и \bar{d} (down), индексы поколений n , $n' = 1, 2, 3$ и др. Формула (1) представляет массивные дираковские фермионы — кварки и лептоны.

Зеркальным преобразованием называем тождественную операцию, заведомо оставляющую лагранжиан инвариантным:

$$R \leftrightarrow L, \quad \psi \leftrightarrow \Psi. \quad (2)$$

Кинетическая часть и любое калибровочное взаимодействие СМ записываются через операторы (1) и автоматически, благодаря киральным свойствам, разделяются на Ψ - и ψ -части. Слабое взаимодействие порождается векторным током дублетов Ψ_{LR} и тоже есть сумма Ψ_R и ψ_L токов. ЗС-взаимодействия со скалярами, которые определяют свойства спектров масс, рассматриваются в разд. 3. Но сами массы состояний (1) непосредственно включаются в ЗС-лагранжиан:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \mathcal{L}_{SM}(\Psi_{LR}, \Psi_{RL}) + A\bar{\Psi}_{LR}\Psi_{LR} + \\ &+ B\bar{\Psi}_{RL}\Psi_{RL}, \end{aligned} \quad (3)$$

A и B , вообще говоря, — матрицы 3×3 по индексам поколений. Эти члены $SU(2)$ -инвариантны, что означает:

$$A^{(\bar{u})} \equiv A^{(\bar{d})}, \quad B^{(\bar{u})} \neq B^{(\bar{d})}. \quad (4)$$

В силу киральных свойств только член (3) с “массами” A, B связывает компоненты ψ и Ψ друг с другом (см. ниже формулу (18)). Очевидно, матрицы A и B должны быть эрмитовскими. Механизм разрушения симметрии (2) строим в полной аналогии со сценарием СМ.

Задача ввести асимметрию ψ и Ψ , сохранив полную тождественность других свойств, может быть решена, только если у системы есть две совокупности состояний, различающиеся лишь R - и L -свойствами. Такой ситуации должны соответствовать два возможных основных состояния (вакуума) с разными слабыми свойствами. Это значит, что после разрушения $\psi \leftrightarrow \Psi$ -симметрии слабый ток в одном из них, $|L\rangle$, окажется левым для легких частиц ψ и правым для тяжелых Ψ . В другом состоянии, $|R\rangle$, свойства слабых токов противоположны.

В рассматриваемой системе могут появиться два типа вакуумных средних:

$$\langle R | \varphi_1 | R \rangle \equiv \langle L | \varphi_1 | L \rangle, \quad (5)$$

равенство имеет место из-за предполагаемой тождественности всех других свойств и

$$|\langle R | \varphi_2 | L \rangle| = |\langle L | \varphi_2^+ | R \rangle|. \quad (6)$$

Очевидно, поле φ_1 — скаляр, а φ_2 — псевдоскаляр. Надо иметь минимум два типа “хиггсовских” скаляров (псевдо-) и соответственных юкавских связей, порождающих массы ψ - и Ψ -частиц. Различие их масс должно следовать из существования различных минимумов потенциала $V(\varphi_1, \varphi_2)$ скалярных полей.

Прежде чем перейти к конкретному построению подходящей модели, остановимся на некоторых существенных особенностях выбранного стандартного пути (положительных и отрицательных) спонтанного нарушения с помощью скалярных вакуумных средних.

Задача сильной юкавской связи становится здесь основной: очень тяжелые фермионы есть неотъемлемая часть общей системы. Конечно, мы не можем ее решить. Более того, непосредственно в лагранжиане (см. далее (10)) только тяжелые зеркальные Ψ взаимодействуют с наблюдаемым скаляром H . Но будет показано, что при этом механизм образования масс (разд. 3) сохраняет для “легких” дираковских фермионов СМ обычное пертурбативное (при существующих массах и вакуумном среднем $\eta \approx 246$ ГэВ) взаимодействие с хиггсовской частицей H (константа связи $h \sim \sim m/\eta$). Это свойство является прямым следствием инвариантности системы относительно

слабого изоспина $SU(2)$ и не требует никаких дополнительных предположений.

Получается, что, создав СМ, “природа” (в нашей модели) как бы отделила пертурбативную часть большой общей системы³⁾. Все константы связи остаются здесь в пертурбативной области. Для этой цели частицы СМ следовало оторвать от зеркальных состояний. Сильная взаимосвязь обеих частей должна отсутствовать. Это осуществляется двумя важными наблюдаемыми особенностями СМ.

1. Хотя полная система — частицы СМ + зеркальные поколения (L , R -симметричная система) — не имеет киральных аномалий, [17], ее низкоэнергетическая часть (СМ), как известно, сама по себе лишена аномалий и поэтому перенормируема и может быть пертурбативной. Имеет место сложное сокращение кварковых и лептонных аномальных вкладов. Отсутствие низкоэнергетического сокращения означало бы сильную связь всех этажей системы, при которой значительный разрыв состояний не мог бы осуществиться.

2. Малая масса хиггсовского бозона ($m_H \approx 126$ ГэВ, [15]) не только сохраняет пертурбативную унитарность в процессах с участием продольных векторных бозонов ($m_H < 1$ ТэВ), но и обеспечивает пертурбативность самодействия скаляров λ ($V = \lambda\phi^4$, $m_H < 0.5$ ТэВ). Большие массы бозона H также приводили бы к сильной связи с состояниями высоких энергий.

В заключение этого раздела отметим, что выбранная нами система ЗС отвечает на вопрос, не находящий ответа при других схемах [3], — действительно ли все зеркальные частицы тяжелее частиц СМ. Прилагаемый механизм воспроизводит МСС только при участии в процессе образования массовых матриц СМ очень тяжелых зеркальных фермионов с массами, много большими масс частиц СМ.

Но происхождение иерархии масс дираковских фермионов самой СМ, окончательный убедительный выбор причин этого явления остаются неопределенными (см. [10] и Приложение 2).

3. МОДЕЛЬ СПОНТАННОГО НАРУШЕНИЯ ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

В соответствии с выводами разд. 2 рассмотрим юкавские связи зеркально-симметричных операторов (1) с комплексными изодублетами φ_1 (скаляр) и φ_2 (псевдоскаляр). Имеем в полной аналогии с СМ:

$$\mathcal{L}' = \left(h_1^{(\bar{u})}\right)_n^{n'} (\bar{\Psi}_{LR}^n \varphi_1^c) \Psi_{RLn'}^{(\bar{u})} + \quad (7)$$

$$+ \left(h_2^{(\bar{u})}\right)_n^{n'} (\bar{\Psi}_{LR}^n \gamma_5 \varphi_2^c) \Psi_{RLn'}^{(\bar{u})} + \text{с.с.} + \\ + \left(h_1^{(\bar{d})}\right)_n^{n'} (\bar{\Psi}_{LR}^n \varphi_1) \Psi_{RLn'}^{(d)} + \\ + \left(h_2^{(\bar{d})}\right)_n^{n'} (\bar{\Psi}_{LR}^n \gamma_5 \varphi_2) \Psi_{RLn'}^{(d)} + \text{с.с.}$$

В формуле (7) выписаны все значки состояний, характеризующие использованную систему: флейвор $f = \bar{u}, \bar{d}$, индексы поколений $n, n' = 1, 2, 3$. Круглые скобки $(\bar{\Psi}, \varphi)$ обозначают произведения изодублетов, $\varphi^c = i\sigma_y \varphi^+$. В дальнейшем, чтобы не загромождать формулы, большинство значков будем опускать. Матрицы h могут быть произвольными.

Подставим в (7) выражения операторов (1) и получим:

$$\mathcal{L}' = h_1 [(\bar{\Psi}_R, \varphi_1) \Psi_L + (\bar{\psi}_L \varphi_1) \psi_R] + \quad (8) \\ + h_2 [- (\bar{\Psi}_R, \varphi_2) \Psi_L + (\bar{\psi}_L, \varphi_2) \psi_R] + \dots = \\ = (\bar{\Psi}_R, [h_1 \varphi_1 - h_2 \varphi_2]) \Psi_L + \\ + (\bar{\psi}_L, [h_1 \varphi_1 + h_2 \varphi_2]) \psi_R + \dots$$

Условие тождественности систем Ψ и ψ после нарушения зеркальной симметрии является равенство матриц h_i :

$$h_1 \equiv h_2 = h. \quad (9)$$

В этом случае “миры” легких частиц, возникающих в разных вариантах спонтанного нарушения ЗС, действительно (см. (12)), абсолютно одинаковы (за исключением слабых свойств $R \leftrightarrow L$). Тогда лагранжиан (8) приобретает вид

$$\mathcal{L}' = h (\bar{\Psi}_R, \Phi_1) \Psi_L + h (\bar{\psi}_L, \Phi_2) \psi_R + \dots, \quad (10) \\ \Phi_1 = \varphi_1 - \varphi_2, \quad \Phi_2 = \varphi_1 + \varphi_2.$$

В ЗС-мире операторы Φ_1 и Φ_2 не имеют определенной четности. Но в разрешенной зеркальной симметрии эта черта не вносит в свойства системы ничего нового. Так же, как в СМ, одни и те же бозоны Φ_1 и Φ_2 порождают юкавскую связь и для кварков, и для лептонов. Это необходимо, чтобы не увеличивать число голдстоуновских фаз бозонных $SU(2)$ дублетов. Трех фаз одного из Φ_1 -, Φ_2 -операторов, развивающего вакуумное среднее, достаточно для утяжеления всех трех слабых векторных бозонов W_μ .

В качестве потенциала для скаляров $V(\Phi_1, \Phi_2)$ возьмем Φ_1, Φ_2 — симметричное выражение, построенное в полной аналогии с СМ:

$$V(\Phi_1, \Phi_2) = \kappa |\Phi_1|^2 |\Phi_2|^2 - \quad (11) \\ - \frac{\rho^2}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2) + \frac{\lambda}{4} (|\Phi_1|^4 + |\Phi_2|^4).$$

³⁾ Сильные взаимодействия кварков не играют роли в образовании фундаментальных масс. На очень малых расстояниях их роль незначительна.

При больших κ самые глубокие минимумы V разделяют систему одновременно по Φ_1 и Φ_2 и по Ψ, ψ . Имеем решение (11) для вакуумных средних:

$$\langle \Phi_2 \rangle = 0, \quad \langle \Phi_1 \rangle^2 = \frac{\rho^2}{\lambda} = \eta^2, \quad (12a)$$

$$\langle \Phi_1 \rangle = 0, \quad \langle \Phi_2 \rangle^2 = \frac{\rho^2}{\lambda}. \quad (12b)$$

В интересном для СМ варианте (12a) оператор Φ_1 представляет систему из одного нейтрального скаляра H (хиггсовский бозон СМ) и голдстоуновских фаз, идущих на утяжеление W -бозонов. При этом “древесная” масса другого бозона Φ_2 , равная

$$M_{\Phi_2}^2 = \kappa \frac{\rho^2}{\lambda} - \frac{\rho^2}{2}, \quad (13)$$

может быть сделана при больших κ как угодно большой:

$$\kappa \eta^2 \gg \frac{\rho^2}{2}. \quad (14)$$

Оператор Φ_2 создает четыре скалярных состояния: два заряженных (\pm) и два нейтральных, как это происходит в случае K, \bar{K} -мезонов.

Теперь обсудим не очень приятное обстоятельство, связанное с необходимым присутствием в развиваемом сценарии непертурбативного юкавского взаимодействия. Если Φ_1 отождествить с хиггсовским скаляром H , то величина $\langle \Phi_1 \rangle = \eta$ определяется массой W -бозона ($M_W = g_W \eta / 2$, $\eta \simeq 246$ ГэВ). (Обратим внимание, что при спонтанном возникновении, даже в присутствии сильных взаимодействий, массы W определяются, в основном, полюсным голдстоуновским вкладом. Другие вклады в массовый оператор представляют собой слабые поправки, пропорциональные фактору $(k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu)$, не имеющие полюса при $k^2 = 0$.) Большая масса частиц Ψ означает поэтому большие значения $h \simeq M_\Psi / \eta \gg 1$. Это фактически останавливает дальнейшее количественное использование предлагаемой схемы (см. [18]).

В то же время взаимодействие стандартного хиггсовского бозона H с легкими фермионами СМ, ψ , совпадает с тем, что мы имели в СМ. Дело в том, что, хотя хиггсовский скаляр Φ_1 в уравнении (10) взаимодействует непосредственно только с зеркальными состояниями Ψ , диагонализация массовых матриц полной системы ψ, Ψ приводит к собственным функциям массивных состояний Ψ_M - и ψ_μ -типа (см. разд. 7 работы [11]):

$$\Psi_M = \sum \left[\Psi + O \left(\left(\frac{\mu_\psi}{M_\Psi} \right)^{1/2} \right) \psi \right], \quad (15)$$

$$\psi_\mu = \sum \left[\psi + O \left(\left(\frac{\mu_\psi}{M_\Psi} \right)^{1/2} \right) \Psi \right].$$

μ_ψ — величины порядка масс фермионов СМ $\mu_\psi \ll M_\Psi$. В правой части (15) подразумеваются суммы по индексам поколений. Тогда взаимодействие $h_\psi \bar{\psi}_\mu \psi_\mu \Phi_1$ появляется с константой связи, обычной для СМ. Имеем из формул (10) и (15):

$$h_\psi = h \left(\frac{\mu_\psi}{M_\Psi} \right)_1^{1/2} \left(\frac{\mu_\psi}{M_\Psi} \right)_2^{1/2} \sim \frac{M_\Psi}{\eta} \frac{\mu_\psi}{M_\Psi} \sim \frac{\mu_\psi}{\eta}. \quad (16)$$

Этот результат есть обязательное следствие слабой $SU(2)$ -симметрии.

Действительно, симметрия означает, что в поперечной части пропагатора векторных бозонов

$$\Delta_{\mu\nu} = \frac{g_{\mu\nu} - (q_\mu q_\nu) / q^2}{M_W^2 - q^2}$$

полюс при $q^2 = 0$ должен сокращаться в инвариантной калибровке с голдстоуновскими вкладками, образуемыми фазами скаляра Φ_1 . Сокращение должно иметь место во вкладах любых диаграмм взаимодействия фермионов ψ с W , что и происходит благодаря соотношениям (15) и (16).

4. МАССЫ И МАТРИЦА СЛАБОГО СМЕШИВАНИЯ КВАРКОВ

Лагранжиан (10) и вакуумное среднее (12a) порождают дираковские массовые члены зеркальных частиц

$$\mathcal{L}' = M_\Psi \bar{\Psi}_R \Psi_L + \dots \quad (17)$$

Вместе с массовыми матрицами A и B ЗС-состояний Ψ_{LR} и Ψ_{RL} из первоначального лагранжиана (3), которые после нарушения зеркальной симметрии осуществляют переходы $\Psi \leftrightarrow \psi$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_0 &= A \bar{\Psi}_{LR} \Psi_{LR} + B \bar{\Psi}_{RL} \Psi_{RL} = \\ &= A \bar{\psi}_L \Psi_R + B \bar{\psi}_R \Psi_L + \text{с.с.} \dots \end{aligned} \quad (18)$$

Из (17), (18) можно получить систему уравнений для массовых матриц частиц ψ .

Для этого одну из систем матриц (в пространстве поколений) — h_i из формул (3), (10) или A, B из (3), (18), следует взять диагональной. Это всегда можно сделать без потери общности лагранжиана. Простейшая и наглядная система уравнений для масс ψ возникает при диагональной форме матриц h_i , т.е. когда матрицы M_Ψ в (17) есть диагональные матрицы с собственными значениями M_n , $n = 0, 1, 2$, близкими (при $M \gg |A|$, [13]) к массам тяжелых зеркальных фермионов (формула (15)).

Массовая матрица легких частиц ψ получается тогда двумя различными способами.

1. Диаграмма рис. 1 позволяет написать выражение для древесного приближения в виде суммы сепарабельных матриц

$$(\mathcal{M}_{LR}^{(f)})_a^b = \sum_{n=0}^2 A_a^n \frac{1}{M_n^{(f)}} B_n^{+(f)b}. \quad (19)$$

Формула (19) возникает, когда все $|M_n|$ велики, и в пропагаторах Ψ можно пренебречь импульсами $|\hat{p}| \simeq m_\psi \ll M$. Тензоры A и B образуются тремя векторами в пространстве поколений: $A^n = (A_1^n, A_2^n, A_3^n)$, то же для B , $a, b = 1, 2, 3$.

2. Выражения (17), (18) для каждого $f = \bar{u}, \bar{d}$ представляют матрицы шестого порядка компонент $\bar{\Psi}, \psi$

$$\overline{\bar{\Psi}_L \ \bar{\psi}_L} \quad (20)$$

$$\mathcal{M}_{LR} = \begin{vmatrix} M & B^+ & \bar{\Psi}_R \\ A & 0 & \psi_R \end{vmatrix}$$

с диагональной матрицей M .

\mathcal{M}_{LR} (20) есть прямое обобщение массовой матрицы see-saw-механизма на случай трех поколений фермионов, если выполняется условие

$$|M| \gg |A|, |B|. \quad (21)$$

Помимо трех больших собственных значений $M_n \approx M_n$ имеем три малых массы μ_ψ . Чтобы их получить, найдем матрицу, обратную (20) [19]:

$$\mathcal{M}_{LR}^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & A^{-1} \\ (B^+)^{-1} & -(B^+)^{-1} M A^{-1} \end{vmatrix}. \quad (22)$$

В низшем приближении по (21) имеем для μ_ψ опять сумму сепарабельных матриц (19) — матрицу, обратную $(B^+)^{-1} M A^{-1}$. При этом пренебрегаются поправки к массам (19) и волновым функциям (15) порядка

$$\left(\frac{A}{M}, \frac{B}{M} \right) \approx \left(\frac{A^2}{M}, \frac{1}{M} \right)^{1/2} \approx \quad (23)$$

$$\approx \left(\frac{B^2}{M}, \frac{1}{M} \right)^{1/2} \approx \left(\frac{m_\psi}{M} \right)^{1/2} \quad (A \sim B).$$

Эти величины считаем меньшими отношений масс самих m_ψ (отношений иерархии масс поколений). Поправки в (19), связанные с иерархией масс (m_i/m_k), будем учитывать. Они определяют структуру МСС, величину ее малых элементов, в то время как m_ψ/M можно считать малыми при очень больших $|M|$.

Диагонализация матрицы (19) при иерархическом порядке малости ее членов $n = 0, 1, 2$ выполнена в работе [11] и в существенной части повторена в Приложении 1. Найдены собственные значения и функции состояний в пространстве поколений. Представлены коэффициенты МСС кварков (матрица ККМ). Собственные значения, т.е. массы наблюдаемых поколений, образуют иерархический спектр при последовательно уменьшающихся вкладах членов $n = 0, 1, 2$.

В низшем приближении по иерархии масс имеем для каждого из поколений I, II, III (I — старшее по массе):

$$m_I = \frac{|A_0||B_0|}{M_0}, \quad m_{II} = \frac{D_2^{1/2} (|A_0|^2, |A_1|^2) D_2^{1/2} (|B_0|^2, |B_1|^2)}{|A_0||B_0|M_1}, \quad (24)$$

$$m_{III} = \frac{D_3^{1/2} (|A_0|^2, |A_1|^2, |A_2|^2) D_2^{1/2} (|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2)}{D_2^{1/2} (|A_0|^2, |A_1|^2) D_2^{1/2} (|B_0|^2, |B_1|^2) M_2}.$$

A_n и B_n — векторы-столбцы, образующие столбцы матрицы A и B , $|A_n|$, $|B_n|$ — длины векторов, D — детерминанты, определяемые формулами Приложения 1; формулы (24) возникают из формул (П.13)–(П.15).

Очевидно, иерархия масс поколений $m_I \gg$

$\gg m_{II} \gg m_{III}$ в (24) может быть представлена уже иерархией параметров

$$M_0 \ll M_1 \ll M_2. \quad (25)$$

Но параметры A и B , определяющие массы до нарушения ЗС, могут следовать той же закономер-

ности. Поскольку иерархический спектр поколений проявляется у всех фермионов СМ⁴), он может быть общим свойством фермионных спектров (см. Приложение 2).

Для понимания структуры МСС кварков (матрица ККМ) существенно, что в низшем приближении иерархии, т.е. при вычислении с учетом (25), собственные функции левых состояний матрицы (19) определяются только не зависящими от флейвора $f = \bar{u}, \bar{d}$ векторами A_0, A_1, A_2 . Для поколений I, II, III имеем ортонормированные векторы в пространстве поколений (формулы (П.19)–(П.21)):

$$\begin{aligned} \phi_I &\simeq \frac{1}{|A_0|} A_0, \\ \phi_{II} &\simeq \frac{1}{\left| A_1 - \frac{(A_0^+, A_1)}{|A_1|^2} A_0 \right|} \times \\ &\times \left(A_1 - \frac{(A_0^+, A_1)}{|A_0|^2} A_0 \right), \\ \phi_{III} &\simeq \frac{1}{|[A_0^+, A_1^+]|} [A_0^+, A_1^+], \end{aligned} \quad (26)$$

(A_0^+, A_1) и $[A_0^+, A_1^+]$ — скалярное и векторное произведение векторов; поколение I — самое тяжелое.

Матричные элементы МСС есть скалярные произведения собственных векторов

$$V_{mn} \equiv \left(\phi_m^{(\bar{u})}, \phi_n^{(\bar{d})} \right). \quad (27)$$

В низшем приближении МСС кварков V оказывается единичной матрицей. Учет следующих приближений приводит к малым изменениям диагональных членов и к появлению отличных от нуля малых недиагональных. В Приложении 1 найдены выражения матричных элементов V с учетом необходимых приближений и для произвольных комплексных векторов A, B ($|A|, |B| \ll M$). Для ясности представления иерархии элементов V для флейворов \bar{u}, \bar{d} пренебрежем комплексностями A и B , т.е. возможными фазами CP -нарушения (что не имеет значения для иерархии).

Из формул (П.22), (П.23) имеем в рассматриваемом приближении соотношения матрицы МСС кварков, предложенной Вольфенштейном [20]:

$$\begin{aligned} V_{ud} &\simeq V_{cs} \simeq V_{tb} \simeq 1, \\ V_{cd} &= -V_{us}, \quad V_{ts} = -V_{cb}. \end{aligned} \quad (28)$$

В формулах Приложения 1 для малых элементов V выделим комбинации констант (24), представляющие массы кварков — $m_I \rightarrow m_t$ или $m_b, m_{II} \rightarrow m_c$,

$m_s, m_{III} \rightarrow m_u, m_d$, и введем углы $\beta_{nm}^{(\bar{u}, \bar{d})}$ между векторами $B_n^{(f)} = (B_n^1, B_n^2, B_n^3)^{(f)}$.

Имеем для элементов МСС кварков (формулы (П.22) и (П.23)):

$$\begin{aligned} |V_{cd}| &= \left| \frac{m_d}{m_s} f(\beta^{(\bar{d})}) - \frac{m_u}{m_c} f(\beta^{(\bar{u})}) \right|, \\ f(\beta) &= \frac{\cos \beta_{12} - \cos \beta_{01} \cos \beta_{02}}{\sin \beta_{12} \cos \beta_{012}}, \\ &= \frac{\cos^2 \beta_{01} + \cos^2 \beta_{02} - 2 \cos \beta_{12} \cos \beta_{01} \cos \beta_{02}}{\sin^2 \beta_{12}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь β_{012} — угол между β_0 и перпендикуляром к плоскости B_1, B_2 . Для V_{ts} получаем

$$|V_{ts}| = \left| \frac{m_s}{m_b} (\text{ctg } \beta_{01})^{(\bar{d})} - \frac{m_c}{m_t} (\text{ctg } \beta_{01})^{\bar{u}} \right|. \quad (30)$$

Для принятых отношений масс кварков [15] главные члены (29) и (30) — первые слагаемые в правых частях формул — есть величины порядка

$$|V_{cd}| \sim \frac{m_d}{m_s} > |V_{ts}| \sim \frac{m_s}{m_b},$$

что и соответствует наблюдаемым значениям матрицы ККМ. Общие выражения для элементов V_{td} и V_{ub} приведены в Приложении 1 — формулы (П.24) и (П.25). Они не равны друг другу, поскольку в них нет асимметрии $\bar{u} \leftrightarrow \bar{d}$, как в (29) и (30). Не выписывая для V_{td} и V_{ub} сложных формул, аналогичных (29) и (30), можно найти величины этих элементов МСС, используя условие ортогональности первого и третьего столбцов найденной матрицы. Имеем

$$V_{ts} V_{cd}^+ \simeq V_{td} + V_{ub}^+. \quad (31)$$

Из формул (П.24) и (П.25) видно, что V_{td} и V_{ub} есть величины одного порядка малости, поэтому из (31) и (32)

$$|V_{td}| \sim |V_{ub}| \simeq \frac{m_d}{m_b}, \quad (32)$$

т.е. величину, много меньшую $|V_{cd}|$ и $|V_{ts}|$. Механизм нарушения ЗС приводит к правильной иерархии матрицы СКМ. Качественные свойства МСС воспроизведены без численного подбора констант.

Обилие свободных параметров в формулах (24) ((П.13)–(П.15)) и (29), (30) ($\beta^{(\bar{u})}$ и $\beta^{(\bar{d})}$) создает возможность воспроизведения любых нужных численных значений масс и V_{ik} . Их подбор поэтому не представляет особого интереса.

Механизм образования массовой матрицы в ЗС-модели (рис. 1а) значительно проще использования механизма недиагональных по поколениям вакуумных средних скаляров (рис. 1б, [10]).

⁴Возможно, за исключением нейтрино, см. разд. 5.

Присутствие в рассматриваемой схеме массовых матриц A и B представляется совершенно естественным.

5. МАТРИЦА СЛАБОГО СМЕШИВАНИЯ ЛЕПТОНОВ (МАТРИЦА PMNS)

Наблюдаемый спектр масс нейтрино — два близких по массе состояния “1, 2”, одно — “3” — удалено от них. Величины масс всех нейтрино много меньше ($\lesssim 10^{-6}$) массы электрона. До сих пор достоверно не установлено, является ли нейтрино “3” самым легким или самым тяжелым (“нормальный” или “инверсный” характер спектра [14, 15]). При предпочтительном для зеркального механизма инверсном характере спектр нейтрино кардинально отличается от спектра фермионов СМ — кварков и заряженных лептонов.

В то же время иерархия масс поколений представляется свойством, присущим всем фермионам. Механизмы его образования тогда не зависят от квантовых чисел или взаимодействий (см. Приложение 2). Что касается спектра масс легких нейтрино, то объяснение его отличия может быть связано с тем, что механизм нарушения ЗС приводит для этих масс к сложной сепарабельной формуле типа (24) со своими константами A, B, M (причем, $A^{(\bar{\nu})} \equiv A^{(\bar{e})}$, формула (4)). Их выбором измененный спектр может быть воспроизведен и при иерархии параметров A, B, M , которые сами являются массами фермионных состояний до нарушения ЗС и параметрами ее нарушения. Ясно, что $M_{(\nu)}$ должны быть очень большими.

Абсолютно не похожа на МСС кварков (матрица СКМ) и МСС лептонов (матрица PMNS) [15]. В настоящем разделе будет показано, что матрица PMNS качественно воспроизводится в ЗС-модели, если спектр масс нейтрино СМ является инверсным — состояние “3” самое легкое по массе. Матричные элементы PMNS при этом определяются только свойствами системы заряженных лептонов и в главном порядке по иерархии масс заряженных частиц не зависят от параметров системы нейтрино.

Рассмотрим сначала инверсный спектр нейтрино с простой иерархией масс (ν опускаем):

$$m_1 \gg m_2 \gg m_3. \quad (33)$$

Иерархическая малость m_3 окажется необходимым условием для согласования свойств МСС лептонов. Путь к рассмотрению наблюдаемого инверсного спектра

$$m_1 \approx m_2 \gg m_3 \quad (33')$$

лежит через решение задачи (33).

Ортонормированные левые собственные функции сепарабельной матрицы (19) в низшем приближении по иерархии зависят опять только от векторов A_n . При иерархии состояний (33), инверсной по отношению к массам заряженных лептонов, эти функции для состояний 1–3 совпадают с выражениями (26) с заменой $A_0 \leftrightarrow A_2$. Имеем:

$$\begin{aligned} \phi_1^{(0)} &= \frac{1}{N_1} A_2, \\ \phi_2^{(0)} &= \frac{1}{N_2} \left(A_1 - \frac{(A_2^+, A_1)}{|A_2|^2} A_2 \right), \\ \phi_3^{(0)} &= \frac{1}{N_3} [A_2^+, A_1^+]. \end{aligned} \quad (34)$$

Нормальная иерархия (25) заряженных частиц сохраняет для таких лептонов собственные функции (26): $\text{III} \rightarrow e$, $\text{II} \rightarrow \mu$, $\text{I} \rightarrow \tau$, с теми же не зависящими от флейвора векторами A , что и в (34). Скалярные произведения (27) для функций (26) и (34) дают для лептонов (33) МСС, абсолютно отличную от матрицы СКМ. В новой матрице отсутствуют диагональные единицы и иерархия недиагональных элементов.

Таким образом, задача о лептонной МСС в зеркальном подходе может быть решена рассмотрением характеристик только заряженных лептонов, не касаясь юкавских или майорановских свойств самих нейтрино: векторы A_n не зависят от ν , e -флейвора.

Чтобы определить взаимное расположение векторов A_n в пространстве поколений, достаточно рассмотреть как можно более произвольную матрицу масс зеркальных аналогов заряженных лептонов. Найти диагонализующие ее матрицы и выяснить, во что переходят при таком действии диагональные матрицы \hat{A} , описывающие массы фермионов до нарушения ЗС.

Матрицы зеркальных заряженных лептонов μ , определяемые факторами h формулы (10), можно взять эрмитовыми (сохранение четности до нарушения ЗС) и соответствующими, согласно (25), иерархии, инверсной по отношению к спектру заряженных лептонов СМ.

Далее, в реальной МСС лептонов [15] вклад нарушающих CP комплексностей незначительно влияет на основную структуру матрицы. Поэтому для простоты и наглядности трактовки рассматриваем опять вещественную симметричную матрицу зеркальных аналогов заряженных лептонов (A_n — вещественные трехмерные векторы).

Такая матрица с иерархией собственных значений может быть построена обобщением известного see–saw-механизма [12] на систему трех состояний. Имеем:

$$\mu = \begin{vmatrix} M & m_1 & m_2 \\ m_1 & m & 0 \\ m_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} M & m_2 & m_1 \\ m_2 & 0 & 0 \\ m_1 & 0 & m \end{vmatrix}, \quad (35)$$

$M \gg m_i.$

Матрица (35) выбрана так, чтобы в ней присутствовал лишь один большой элемент (энергетический масштаб). В дальнейшем выясняется, что это единственно важная и необходимая черта, обеспечивающая появление свойств МСС лептонов. Единственность большого масштаба может оказаться и весьма реалистичной особенностью механизма образования иерархии масс поколений (см. Приложение 2). Изменяя индексы поколений у Ψ_{LR} и Ψ_{RL} , этот элемент можно поместить в положение (1, 1).

Элементы (35), равные нулю, могли бы обозначать несущественные, малые по сравнению с учитываемыми, величины. Их выбор определяется также еще одним, подсказанным see–saw-механизмом, условием иерархии — определитель не содержит большого масштаба M . Матрица (35) приводит к характеристическому уравнению:

$$\begin{aligned} &(-\mu)^3 + (-\mu)^2(M + m) + \\ &+ (-\mu)(Mm - m_{12}^2) - mm_2^2 = 0, \\ &m_{12}^2 = m_1^2 + m_2^2. \end{aligned} \quad (36)$$

Как известно, его коэффициенты выражаются через корни μ_i и равны последовательно:

$$\begin{aligned} &\mu_2 + \mu_1 + \mu_0, \mu_2(\mu_1 + \mu_0) + \\ &+ \mu_1\mu_0, \mu_2\mu_1\mu_0, \mu_2 \gg \mu_1 \gg \mu_0. \end{aligned} \quad (37)$$

При больших M корни легко находятся из (36) и (37) с любой точностью. При иерархии собственных значений порядок их величин определяется отношениями соседних последовательных коэффициентов (36). Системы корней зависят от соотношений между слагаемыми в коэффициенте при $(-\mu)$:

$$Mm > m_{12}^2 \quad (a), \quad Mm < m_{12}^2 \quad (b). \quad (38)$$

Дальнейшие формулы выписываем для случая, когда неравенства (38) обозначают “много больше” или “много меньше”. Не меняя существа процесса образования свойств матрицы PMNS, упрощение формул облегчает понимание исследуемого ЗС-механизма.

С точностью до $(m_i/M)^2$ имеем для обоих вариантов (38):

$$\begin{aligned} &(a): \mu_2 = M + m_{12}^2/M, \quad (39) \\ &(b): \mu_2 = M + m_{12}^2/M, \\ &(a): \mu_1 = m - m_1^2/M, \\ &(b): \mu_1 = -m_{12}^2/M + m(m_1^2/m_{12}^2), \\ &(a): \mu_0 = -m_2^2/M, \\ &(b): \mu_0 = (m_2^2/m_{12}^2)m. \end{aligned}$$

Следует иметь в виду, что в случае (b) из (39) следует

$$(b): m = \frac{\tilde{m}^2}{M} < \frac{m_{12}^2}{M}, \quad (40)$$

так что в наших формулах (b)-варианта $m \ll \ll (m_{12}^2/M)$. Как и в случае see–saw-механизма, знак массы для данного рассмотрения не имеет значения. Отличие двух вариантов (a) и (b) друг от друга проявляется при $M \rightarrow \infty$. В случае (a), кроме $M \rightarrow \infty$, в формулах остается еще один конечный масштаб m . В случае (b) все массы, кроме $M \rightarrow \infty$, обращаются в нуль. Здесь вариант (b) полностью соответствует see–saw-механизму.

Находя собственные функции для каждого из корней вариантов (a) и (b), построим диагонализующие (35) ортогональные матрицы U (опять точность $(m_i/M)^2$):

$$\begin{aligned} &(a): U = \begin{vmatrix} 1 & \frac{m_1}{M} & \frac{m_2}{M} \\ \frac{m_1}{M} & -1 & -\frac{m_1 m_2}{mM} \\ \frac{m_2}{M} & \frac{m_1 m_2}{mM} & -1 \end{vmatrix}; \quad (41) \\ &(b): U = \begin{vmatrix} 1 & \frac{m_{12}}{M} & \frac{mm_1 m_2}{m_{12}^3} \\ \frac{m_2}{M} & -\frac{m_2}{m_{12}} & \frac{m_1}{m_{12}} \\ \frac{m_1}{M} & -\frac{m_1}{m_{12}} & -\frac{m_2}{m_{12}} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Начинаем с диагональной формы матрицы масс изодублетов, $\tilde{A} = (\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3)$ (3), преобразуем ее с матрицей U : $U\tilde{A}U^+$. Для векторов-столбцов A_2, A_1, A_0 , входящих в формулу (19), для массовых матриц лептонов ℓ и ν , имеем:

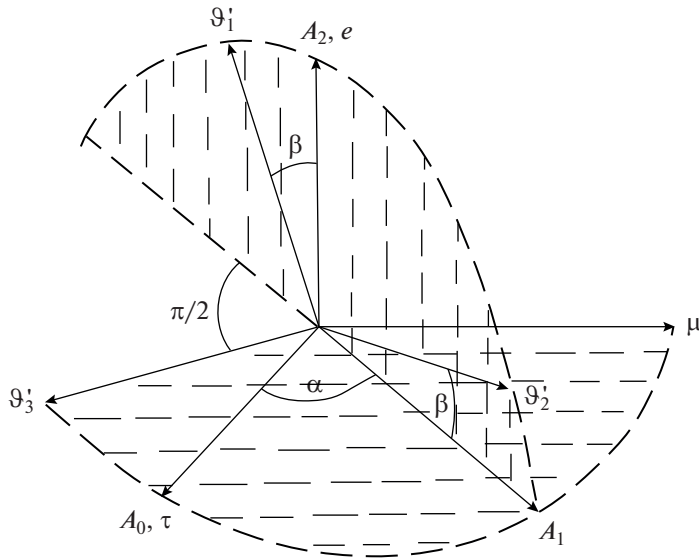


Рис. 2. Формирование “остова” МСС лептонов PMNS как поворота между осями, (46), в пространстве поколений: $A_2 \perp A_0$, A_1 , углы α , β — формулы (47), (48).

(a):

$$A = \begin{vmatrix} & A_2 & A_1 & A_0 \\ \hline & \tilde{A}_1 & (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_1}{M} & (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_3) \frac{m_2}{M} \\ (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_1}{M} & & \tilde{A}_2 & (\tilde{A}_3 - \tilde{A}_2) \frac{m_1 m_2}{mM} \\ (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_3) \frac{m_2}{M} & (\tilde{A}_3 - \tilde{A}_2) \frac{m_1 m_2}{mM} & & \tilde{A}_3 \end{vmatrix}; \quad (42)$$

(b):

$$A = \begin{vmatrix} & A_2 & A_1 & A_0 \\ \hline & \tilde{A}_1 & (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_2}{M} + \tilde{A}_3 \frac{m_1^2 m_2 m}{m_{12}^3} & (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_1}{M} - \tilde{A}_3 \frac{m_2^2 m_1 m}{m_{12}^3} \\ (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_2}{M} + \tilde{A}_3 \frac{m_1^2 m_2 m}{m_{12}^3} & & \tilde{A}_3 \frac{m_1^2}{m_{12}^2} + \tilde{A}_2 \frac{m_2^2}{m_{12}^2} & (\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3) \frac{m_1 m_2}{m_{12}^2} \\ (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2) \frac{m_1}{M} - \tilde{A}_3 \frac{m_2^2 m_1 m}{m_{12}^3} & & (\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3) \frac{m_1 m_2}{m_{12}^2} & \tilde{A}_3 \frac{m_2^2}{m_{12}^2} + \tilde{A}_2 \frac{m_1^2}{m_{12}^2} \end{vmatrix}. \quad (43)$$

В низшем приближении по иерархии масс для варианта (a) из формулы (42) имеем диагональную матрицу, т.е. ортогональные в пространстве индексов поколений векторы A_n . При любой иерархии масс нейтрино МСС лептонов (27) оказывается

единичной диагональной, что не подходит для образования матрицы PMNS⁵⁾

⁵⁾Возможно, вариант (a) может иметь отношение к случаю нормальной иерархии обоих флейворов \bar{u} и \bar{d} , т.е. к формированию матрицы СКМ у кварков.

Для варианта (43) (b) в низшем приближении по иерархии получим матрицу

$$A = \begin{array}{c|ccc} & A_2 & A_1 & A_0 \\ \hline \tilde{A}_1 & & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{A}_3 \frac{m_1^2}{m_{12}^2} + \tilde{A}_2 \frac{m_2^2}{m_{12}^2} & (\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3) \frac{m_1 m_2}{m_{12}^2} & \\ 0 & (\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3) \frac{m_1 m_2}{m_{12}^2} & \tilde{A}_3 \frac{m_2^2}{m_{12}^2} + \tilde{A}_2 \frac{m_1^2}{m_{12}^2} & \end{array}. \quad (44)$$

Изобразим на рис. 2 векторы A_n из (44) и ортонормированные векторы (26) и (34), являющиеся в рассматриваемом приближении волновыми функциями частиц СМ. Напомним соответствие направлений (для разных иерархий масс ν и ℓ):

$$\begin{aligned} & \text{для } \nu: & (45) \\ \nu_1 & \sim A_2, & \nu_2 \sim A_1 - \cos \alpha_{12} A_2, & \nu_3 \sim [A_1, A_2]; \\ & \text{для } \ell^\pm: & \\ \tau & \sim A_0, & \mu \sim A_1 - \cos \alpha_{01} A_0, & e \sim [A_0, A_1]; \end{aligned}$$

α_{ik} есть углы между A_i и A_k . Согласно (44) вектор A_2 ортогонален векторам A_0 и A_1 , $\cos \alpha_{12} = 0$. На рис. 2 направим по A_2 ось Z .

Матрица смешивания есть матрица перехода от базиса ν к базису ℓ , (45). Очевидно, в рассматриваемом приближении имеем:

$$V = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \cos \alpha_{01} & \sin \alpha_{01} & \\ 0 & -\sin \alpha_{01} & \cos \alpha_{01} & \end{array}. \quad (46)$$

Формула (46) служила бы основной для МСС лептонов, если бы спектр нейтрино носил бы строго иерархический порядок (33). Следующие приближения приводили бы к малым величинам для элементов, равных нулю в (46), и малым изменениям других элементов.

Для реального спектра (33') необходимо сделать еще один поворот координат на рис. 2 даже для построения "основы" МСС в низшем по иерархии приближении. Дело в том, что ситуацию (33') можно считать вырождением уровней "1, 2" и решать задачу на снятие вырождения. Задача исследовалась в первой работе [13], выяснены условия на параметры A, B , которые приводят к равенству масс $m_1 \sim m_2$ в нулевом приближении по иерархии, а также поправки, снимающие вырождение. Следующий шаг задачи — нахождение правильных волновых функций ϕ'_1 и ϕ'_2 опять-таки

нулевого приближения. Результат хорошо известен — он сводится к повороту функций вырожденной задачи $\phi_1^{(0)}$ и $\phi_2^{(0)}$ на некоторый угол β_{12} в их плоскости (рис. 2). В нашем случае эти функции совпадают с (34), они и для спектра (33') не зависят от флейвора. Имеем:

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= \phi_1^{(0)} \cos \beta_{12} + \phi_2^{(0)} \sin \beta_{12}, & (47) \\ \phi'_2 &= -\phi_1^{(0)} \sin \beta_{12} + \phi_2^{(0)} \cos \beta_{12}. \end{aligned}$$

Угол β_{12} есть функция параметров векторов A и $B^{(\nu)}$. Так что он зависит от флейвора ν . Но конкретный вид этой зависимости общую структуру матрицы V не изменяет и потому не имеет здесь значения. После поворота (47) "остов" МСС лептонов приобретает вид

$$V = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline \cos \beta & \sin \beta & 0 & \\ -\sin \beta \cos \alpha & \cos \beta \cos \alpha & \sin \alpha & \\ \sin \beta \sin \alpha & -\cos \beta \sin \alpha & \cos \alpha & \end{array} \begin{array}{l} e \\ \mu \\ \tau \end{array}. \quad (48)$$

Здесь мы опустили индексы у углов α, β . Из (48) видно, что элемент $V_{e3} = |\sin \theta_{13}|$ [15] будет отличен от нуля только при учете малых членов следующих порядков иерархии масс. Оценка его величины требует учета не только известных отношений масс заряженных лептонов [15]:

$$\frac{m_l}{m_\mu} \simeq \frac{1}{207} \simeq 0.0018, \quad \frac{m_\mu}{m_\tau} \simeq \frac{1}{17} \simeq 0.056, \quad (49)$$

но и поправок к волновым функциям нейтрино (34) и (47), вызываемых неизвестной массой нейтрино $m_3 \ll m_1, m_2$. Слишком малые поправки от заряженных лептонов (49) могут оказаться недостаточными для описания наблюдаемого $|\sin \theta_{13}| \sim 0.14-0.16$. Массы m_1, m_2 вычисляются здесь из

наблюдаемых Δm_{ik}^2 . Тогда:

$$m_3 \approx 0.01 \text{ эВ}, \quad \frac{m_3}{m_{1,2}} \lesssim 0.2, \quad (50)$$

$$m_1 \sim m_2 \sim 0.05 \text{ эВ},$$

окажутся как раз подходящими. Остальные элементы V легко совмещаются с соответствующими значениями элементов матрицы PMNS. Учет малых поправок будет слабо влиять на остов (48).

Малая величина $m_3 \ll m_1, m_2$ является необходимым условием возникновения структуры (48). Отказ от малости потребовал бы включения в волновые функции нейтрино (34) и членов (47), определяемых не только факторами A . Экспериментальная известность только разностей квадратов масс нейтрино оставляет такую возможность. Но это означало бы и полное изменение результирующей конструкции матрицы V .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача обсуждаемой модели — не развитие динамики выбранной системы (3), (7), а подбор условий, способствующих появлению массовых матриц фермионов, воспроизводящих как наблюдаемую структуру спектров масс, так и свойства соответствующих МСС. Главная обычная причина выбора ЗС-подхода — разрешение парадокса с возможным физическим определением право–лево в СМ. Легкость воспроизведения свойств МСС при этом представляется весьма привлекательной. Для невыразительных характерных черт МСС лептонов трудно подобрать ответственные за их появление динамические механизмы. Сценарий спонтанно нарушенной ЗС предлагает путь к пониманию их возникновения.

Для предложения действительно реальной динамической схемы, конечно, требуются дополнительные обсуждения. Очень большие массы зеркальных аналогов частиц СМ, очевидно, могли бы значительно уменьшать их влияние на процессы СМ. В то же время в рассматриваемом механизме нарушения ЗС (10) реальный хиггсовский бозон H непертурбативно связан с зеркальными фермионами: $h = M/\eta \gg 1$, $M \gg \eta = 246 \text{ ГэВ}$. Но это же сильное взаимодействие H позволяет надеяться, что их роль в рождении хиггсовского бозона (через петли виртуальных зеркальных фермионов) будет существенно ослаблена [18]. Переходы легких СМ частиц в зеркальные состояния (параметры A, B) должны оставаться пертурбативными.

Все же механизм нарушения ЗС, предложенный здесь, можно рассматривать как удобный механизм для наглядного представления заложенных в ЗС (помимо главной цели) возможностей.

Диагонализация массовых членов легких частиц (19) практически не изменяет диагональности по поколениям электрослабых и других нейтральных по флейвору взаимодействий. Независимость левых функций (26) от флейвора в низших порядках по иерархии масс и унитарность матриц преобразований позволяет легко показать это.

Хиггсовский бозон $\Phi_1(H)$ взаимодействует прямо только с тяжелыми компонентами Ψ , а с легкими ψ — через малые члены волновых функций (15). Диагонализация юкавских констант (10) и матриц (19) приводит в низшем по иерархии масс приближении и к диагональному взаимодействию легких СМ-состояний с хиггсовской частицей H . Недиагональные члены, а также правые токи могут и здесь появиться только в следующих порядках. Второй хиггсовский бозон Φ_2 следует полагать очень тяжелым (выбор константы κ в формуле (11)).

Недиагональные по поколениям связи зеркальных частиц с СМ-фермионами, появляющиеся в следующих порядках по иерархии масс, делают зеркальные состояния нестабильными. В настоящее время дираковский и майорановский характеры наблюдаемых нейтрино, нормальный или инверсный тип их спектра окончательно не определены [14, 15]. Наше рассмотрение МСС лептонов представляет аргументы в пользу дираковского нейтрино и инверсного спектра. Для майорановского нейтрино предлагаемый механизм образования матрицы PMNS представляется невыполнимым, поскольку требует ряда дополнительных, ни откуда не следующих условий на константы модели (в частности, одновременной совместной диагонализации майорановской и дираковской частей масс зеркальных нейтрино, равенства матриц $A = B^{(\nu)}$ и др.).

Приложение 1

А. ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА МАСС

Упростим написание суммы сепарабельных матриц (19), включив величину $1/M_n^{(f)}$ в параметр $B_n^{(f)}$. Массовую матрицу (19) рассмотрим в форме

$$(\mathcal{M}_{LR})_a^b = \sum_{n=0}^2 A_a^n B_n^{+b}. \quad (\text{П.1})$$

Из произвольной матрицы \mathcal{M} построим эрмитовскую

$$(\mathcal{M}\mathcal{M}^+)_{a'}^a = (\mathcal{M}_{LR})_a^b (\mathcal{M}_{LR}^+)_{b'}^{a'} = \sum_{n,n'} A_a^n B_n^{+b} B_b^{n'} A_{n'}^{+a'}. \quad (\text{П.2})$$

Сепарабельная форма приводит к тому, что (П.2) есть произведение матриц, построенных на проекциях векторов $A_n, B_n, n = 0, 1, 2$, в пространстве индексов поколений $a, b = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}\mathcal{M}^+)_{LL} &= \Delta_3(A_0, A_1, A_2) \times & (\text{П.3}) \\ &\times \Delta_3(B_0^+, B_1^+, B_2^+) \Delta_3(B_0, B_1, B_2) \times \\ &\times \Delta_3(A_0^+, A_1^+, A_2^+); \end{aligned}$$

здесь матрица Δ_3 равна

$$\Delta_3(A_0, A_1, A_2) = \begin{vmatrix} A_0^1 & A_1^1 & A_2^1 \\ A_2^0 & A_2^1 & A_2^2 \\ A_3^0 & A_3^1 & A_3^2 \end{vmatrix}, \quad (\text{П.4})$$

$$\Delta_3(A_0^+, A_1^+, A_2^+) = \Delta_3^+(A_0, A_1, A_2).$$

Любые миноры и определитель сепарабельной матрицы, например, (П.1), есть опять произведение определителей соответствующего порядка. Это следует из формулы для произвольного минора N -го порядка (с произвольным числом индексов)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{aa'a''} \dots \mathcal{M}_a^b \mathcal{M}_{a'}^{b'} \dots \frac{1}{N!} \varepsilon_{a_1 a_2 a_3} \dots \mathcal{M}_b^{+a_1} \times & (\text{П.5}) \\ \times \mathcal{M}_{b'}^{+a_2} \mathcal{M}_{b''}^{+a_3} \dots \end{aligned}$$

Так как все a, a', a'', \dots обязательно разные, то и b, b', b'', \dots (равно как и индексы n, n' из (П.2)) тоже разные. При сепарабельной структуре \mathcal{M} выражения (П.2) образуют произведения матриц Δ_N и, следовательно, соответствующих им детерминантов D_N . В \mathcal{M} и \mathcal{M}^+ индексы b везде одинаковы, по ним идет суммирование, поэтому результат вычислений будет содержать матрицы или определители типа

$$\begin{aligned} \Delta_3(B_0, B_1, B_2) \Delta_3(B_0^+, B_1^+, B_2^+) &= & (\text{П.6}) \\ &= \Delta_3(|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2), \end{aligned}$$

где матрица $\Delta_3(|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2)$ построена на скалярных произведениях векторов (B_i^+, B_k) :

$$\begin{aligned} \Delta_3(|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2) &= & (\text{П.7}) \\ &= \begin{vmatrix} |B_0|^2 & (B_0^+, B_1) & (B_0^+, B_2) \\ (B_1^+, B_0) & |B_1|^2 & (B_1^+, B_2) \\ (B_2^+, B_0) & (B_2^+, B_1) & |B_2|^2 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

В аргументах матриц мы будем выписывать лишь диагональные элементы. По такому же принципу построены матрицы и детерминанты при других N .

После этого легко выписываются коэффициенты характеристического уравнения матрицы (П.1), $\rho = m^2$

$$(-\rho)^3 + \rho^2 (\text{Tr } \mathcal{M}\mathcal{M}^+) - \rho (\text{сумма главных} \quad (\text{П.8})$$

миноров) + $\det \mathcal{M}\mathcal{M}^+ = 0$,

где след матрицы равен (располагаем вклады по степеням малости в соответствии с (25) ($|B_0| \gg \gg |B_1| \gg |B_2|$):

$$\begin{aligned} \text{Tr } \mathcal{M}\mathcal{M}^+ &= |A_0|^2 |B_0|^2 + & (\text{П.9}) \\ &+ 2\text{Re} [(A_1^+, A_0) (B_0^+, B_1)] + |A_1|^2 |B_1|^2 + \\ &+ 2\text{Re} [(A_2^+, A_0) (B_0^+, B_2)] + \\ &+ 2\text{Re} [(A_2^+, A_1) (B_1^+, B_2)] + |A_2|^2 |B_2|^2. \end{aligned}$$

Сумма главных миноров равна:

$$\begin{aligned} \sum &= D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) \times & (\text{П.10}) \\ &\times D_2(|B_0|^2, |B_1|^2) + \\ &+ 2\text{Re} [D_2(|A_0|^2, (A_1^+, A_2)) \times \\ &\times D_2(|B_0|^2, (B_2^+, B_1))] + \\ &+ 2\text{Re} [D_2((A_0^+, A_1), (A_1^+, A_2)) \times \\ &\times D_2((B_1^+, B_0), (B_2^+, B_1))] + \\ &+ D_2(|A_0|^2, |A_2|^2) D_2(|B_0|^2, |B_2|^2) + \\ &+ 2\text{Re} [D_2((A_0^+, A_1), |A_2|^2) \times \\ &\times D_2((B_1^+, B_0), |B_2|^2)] + \\ &+ D_2(|A_1|^2, |A_2|^2) D_2(|B_1|^2, |B_2|^2). \end{aligned}$$

В формуле (П.10) определитель D_2 от скалярных произведений четырех векторов задается формулой

$$D_2((a, b), (c, d)) = \begin{vmatrix} (a, b) & (c, b) \\ (a, d) & (c, d) \end{vmatrix}. \quad (\text{П.11})$$

Наконец, определитель $\mathcal{M}\mathcal{M}^+$ равен (см. (П.2)):

$$\begin{aligned} \det \mathcal{M}\mathcal{M}^+ &= D_3(|A_0|^2, |A_1|^2, |A_2|^2) \times & (\text{П.12}) \\ &\times D_3(|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2). \end{aligned}$$

Очевидно, формула (П.12) симметрична $R \leftrightarrow L$.

Для подтверждения заявленных в тексте свойств МСС необходимо вычисление величин ρ_I, ρ_{II} и ρ_{III} с различной точностью. Для старшей массы ρ_I требуется вычисление трех последовательных порядков по теории возмущений (25), а для меньших масс ρ_{II} и ρ_{III} достаточно двух порядков. В результате, имеем:

$$m_I^2 = |A_0|^2 |B_0|^2 + 2\text{Re} [(A_0^+, A_1) (B_0, B_1^+)] + 2\text{Re} [(A_0^+, A_2) (B_0, B_2^+)] + \quad (\text{П.13})$$

$$+ |A_1|^2 |B_1|^2 - \frac{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)}{|A_0|^2 |B_0|^2} + \dots$$

$$m_{II}^2 = \frac{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)}{|A_0|^2 |B_0|^2} \times \quad (\text{П.14})$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{2\text{Re} [(A_0^+, A_1) (B_1^+, B_0)]}{|A_0|^2 |B_0|^2} + \frac{2\text{Re} [D_2(|A_0|^2, (A_1^+, A_2)), D_2(|B_0|^2, (B_2^+, B_1))] }{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} + \dots \right\},$$

$$m_{III}^2 = \frac{D_3(|A_0|^2, |A_1|^2, |A_2|^2) D_3(|B_0|^2, |B_1|^2, |B_2|^2)}{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \times \quad (\text{П.15})$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{2\text{Re} [D_2(|A_0|^2, (A_1^+, A_2)) D_2(|B_0|^2, (B_2^+, B_1))] }{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} + \dots \right\}.$$

Выражения перед фигурными скобками в (П.14) и (П.15) представляют собой низшие, отличные от нуля приближения для каждой из масс II, III. Первый член (П.13) есть приближенный квадрат старшей массы I. Все квадраты масс больше нуля. Формулы для их низших приближений выписаны в (24).

В. СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ МАТРИЦЫ (П.2)

Чтобы найти МСС (формула (27)):

$$V_{TS} = \left(\phi_{LT}^{(\bar{u})}, \phi_{LS}^{(\bar{d})} \right), \quad TS = \text{I, II, III}, \quad (\text{П.16})$$

где T, S — номера физических поколений, I — самое тяжелое, т.е. третье в стандартной нумерации: (tb) , (cs) , (ud) , необходимо найти левые собственные функции ϕ_l операторов (19) или (П.1). Это значительно более громоздкая задача, чем спектр, поскольку функции есть векторы в пространстве индексов a, b . Они зависят не только от скалярных произведений, но и непосредственно от компонент векторов.

Уравнения с равным нулю детерминантом определяют отношение компонент векторов решений (здесь $\mathcal{M} \equiv \mathcal{M}\mathcal{M}^+$):

$$\frac{x_1}{x_3} = \quad (\text{П.17})$$

$$= \frac{\rho \mathcal{M}_{13} - (\mathcal{M}_{13}\mathcal{M}_{22} - \mathcal{M}_{12}\mathcal{M}_{23})}{\rho^2 - \rho(\mathcal{M}_{11} - \mathcal{M}_{22}) + (\mathcal{M}_{11}\mathcal{M}_{22} - \mathcal{M}_{21}\mathcal{M}_{12})};$$

и аналогично для x_2 , $1 \leftrightarrow 2$. Чтобы определить зависимость от индексов в числителе и знаменателе (П.17) сразу в трех порядках теории возмущений, приходится расписывать по компонентам A_a^n матричные элементы \mathcal{M} , а они содержат много членов. Например,

$$\mathcal{M}_{13} = A_1^0 \left[(B_0^+, B_0) A_0^{+3} + \quad (\text{П.18}) \right.$$

$$+ (B_0^+, B_1) A_1^{+3} + (B_0^+, B_2) A_2^{+3} \left. \right] +$$

$$+ A_1^1 \left[(B_1^+, B_0) A_0^{+3} + (B_1^+, B_1) A_1^{+3} + \right.$$

$$+ (B_1^+, B_2) A_2^{+3} \left. \right] + A_1^2 \left[(B_2^+, B_0) A_0^{+3} + \right.$$

$$+ (B_2^+, B_1) A_1^{+3} + (B_2^+, B_2) A_2^{+3} \left. \right].$$

В волновых функциях ϕ_{LS} необходимо найти три члена иерархии для $S = \text{I}$ и по два члена для II и III. Вычисления приводят к следующим сравнительно простым формулам для векторов состояний:

$$\phi_I = \frac{1}{|A_0|} \left\{ A_0 + \frac{(B_1^+, B_0)}{|B_0|^2} \times \quad (\text{П.19}) \right.$$

$$\times \left(1 + \frac{2\text{Re} ((A_0, A_1^+) (B_0^+, B_1))}{|A_0|^2 |B_0|^2} \right) A_1 +$$

$$\left. + \frac{(B_2^+, B_0)}{|B_0|^2} A_2 \right\},$$

$$\phi_{II} = \frac{|A_0|}{\left| \left(D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) \right) \right|^{1/2}} \times \quad (П.20)$$

$$\times \left\{ A_1 - \frac{(A_0^+, A_1)}{|A_0|^2} A_0 - \frac{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2)}{|A_0|^4} \frac{(B_0^+, B_1)}{|B_0|^2} A_0 - \frac{D_2(|B_0|^2, (B_2^+, B_1))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \frac{[A_0^+ [A_0, A_2]]}{|A_0|^2} \right\},$$

$$\phi_{III} = \frac{1}{\left| D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) \right|^{1/2}} \times \quad (П.21)$$

$$\times \left\{ [A_0^+, A_1^+] + \frac{D_2(|B_0|^2, (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} [A_0^+, A_2^+] + \frac{D_2((B_0^+, B_1), (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} [A_1^+, A_2^+] \right\}.$$

Квадратные скобки определяют векторные произведения.

В этих формулах нормировочные множители выписаны лишь в наинизшем приближении. Этого достаточно для наших целей. Именно поэтому в низшем, отличном от нуля порядке, множители и все ϕ_T зависят только от векторов A_n . Их ортонормированность при условии (4) $A^{\bar{u}} \equiv A^{\bar{d}}$ приводит к диагональным элементам $V_{TT} \simeq 1$. Недиагональные элементы относятся к следующим порядкам иерархии: они определяются не основными членами ϕ_T , а поправками, зависящими от $B^{\bar{u}} \neq B^{\bar{d}}$. Так из иерархии массовой матрицы возникает иерархия МСС. Очевидно, условие (4) играет здесь ключевую роль.

С. МАТРИЦА СЛАБОГО СМЕШИВАНИЯ

Формулы (П.19)–(П.21) позволяют вычислить скалярные произведения (П.16), образующие матрицу СКМ. Напомним, что, благодаря (4), \bar{u} и \bar{d} отличаются только правые факторы B_n .

Имеем для величин, входящих в формулу МСС:

$$V_{ts} = \left(\phi_I^{(\bar{u})^+}, \phi_{II}^{(\bar{d})} \right) = \quad (П.22)$$

$$= \frac{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2)^{1/2}}{|A_0|^2} \times$$

$$\times \left\{ \left(\frac{(B_0^+, B_1)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{u}} \right\} - \left(\frac{(B_0^+, B_1)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{d}} ;$$

$$V_{cd}^+ = \left(\phi_{II}^{(\bar{u})^+}, \phi_{III}^{(\bar{d})} \right) = \quad (П.23)$$

$$= \frac{|A_0|(A_0^+, [A_1^+, A_2^+])}{D_2(|A_0|^2, |A_1|^2)} \times$$

$$\times \left\{ \left(\frac{D_2(|B_0|^2, (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{u}} - \left(\frac{D_2(|B_0|^2, (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{d}} \right\}.$$

Коэффициенты V_{ts} и V_{cd} — величины первого порядка по иерархии. Коэффициент следующего порядка малости V_{td} равен:

$$V_{td} = \left(\phi_I^{(\bar{u})^+}, \phi_{III}^{(\bar{d})} \right) = \quad (П.24)$$

$$= \frac{(A_0^+, [A_1^+, A_2^+])}{|A_0| \left(D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) \right)^{1/2}} \left\{ \left(\frac{(B_0^+, B_2)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{u}} + \left(\frac{D_2((B_0^+, B_1), (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{d}} - \left(\frac{(B_0^+, B_1)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{u}} \left(\frac{D_2(|B_0|^2, (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{d}} \right\}.$$

Элементы $V_{ub}^+ = V_{td}(\bar{u} \leftrightarrow \bar{d})$ отличаются от (П.24), поскольку симметрия (анти) $\bar{u} \leftrightarrow \bar{d}$ здесь отсутствует:

$$V_{ub}^+ = \frac{(A_0^+, [A_1^+, A_2^+])}{|A_0| \left(D_2(|A_0|^2, |A_1|^2) \right)^{1/2}} \times \quad (П.25)$$

$$\times \left\{ \left(\frac{(B_0^+, B_2)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{d}} + \left(\frac{D_2((B_0^+, B_1), (B_1^+, B_2))}{D_1(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{u}} - \left(\frac{(B_0^+, B_1)}{|B_0|^2} \right)_{\bar{d}} \left(\frac{D_2(|B_0|^2, (B_1^+, B_2))}{D_2(|B_0|^2, |B_1|^2)} \right)_{\bar{u}} \right\}.$$

Формулу (П.25) мы выписываем, чтобы было легко видеть ортогональность столбцов найденной матрицы V , т.е. формулу (32).

В сумме $V_{td} + V_{ub}^+$ собираем члены, относящиеся только к флейвору \bar{u} и только к флейвору \bar{d} , и расписываем детерминанты:

$$D_2((B_0^+, B_1), (B_1^+, B_2)) = \quad (П.26)$$

$$\begin{aligned}
&= (B_0^+, B_1) (B_1^+, B_2) - |B_1|^2, (B_0^+, B_2), \\
&\quad D_2 (|B_0|^2, |B_1|^2) = \\
&= |B_0|^2 |B_1|^2 - (B_0^+, B_1) (B_1^+, B_0).
\end{aligned}$$

Получаем произведение выражений (П.22) на (П.23), т.е. равенство (31). Очевидно, мы не подбирали ни фаз, ни модулей параметров.

Что касается фаз, то, конечно, в формулах (П.19)–(П.21) мы выбрали фазы функций $\phi^{(\bar{u})}$ и $\phi^{(\bar{d})}$, чтобы в низшем порядке диагональные элементы $(\phi^{(\bar{u})+}, \phi^{(\bar{d})})$ равнялись единицам. Неестественно было бы в этом месте (хотя и без последствий для физики) нарушать $SU(2)$ -симметрию. Для формулы (31) можно было и данные фазы оставить произвольными. Общее число остающихся параметров в представлении массовой матрицы (19) позволяет воспроизводить любые МСС, включая фазы нарушения CP . Правильная иерархия элементов матрицы СКМ автоматически возникает из иерархии масс кварков и следствий слабой $SU(2)$ -симметрии, без прямого численного подбора параметров.

Приложение 2

Для существования общей, заведомо не зависящей от характера взаимодействий причины возникновения иерархического характера спектра масс фермионов есть веское феноменологическое основание: все наблюдаемые фермионы СМ (может быть, за исключением нейтрино) имеют иерархические спектры масс поколений.

Теоретически иерархия масс обсуждается много десятилетий. Наиболее известное направление начиналось с работы Фроггата и Нильсена [21] и продолжено ими [10], так и многими другими авторами [22]. Обширный список литературы находится в более новой статье [23]. Речь в них идет об изобретении таких взаимодействий и подборе их свойств, которые при нарушении киральной симметрии безмассовой системы способны воспроизводить наблюдаемые иерархии масс.

Мы хотим обратить внимание на возможную связь характера спектра масс фермионов с глубиной дираковского вакуума системы. Для n -фермионов при приобретении ими масс вакуум становится ниже на

$$\begin{aligned}
&-\sum_{\mathbf{p}, n} \left(\sqrt{\mathbf{p}_n^2 + m_n^2} - |\bar{p}_n| \right) \simeq \quad (\text{П.27}) \\
&\simeq -\sum_{\mathbf{p}} \frac{\sum_n m_n^2}{|\mathbf{p}|}.
\end{aligned}$$

Масштаб нарушения киральной симметрии в системе n -фермионов определяется $\text{Tr } \mathcal{M}$, где \mathcal{M} — их массовая матрица. В гипотетическом характеристическом уравнении для масс другие его инварианты при иерархическом спектре не будут представлять общего масштаба явления.

Сумма квадратов масс

$$\sum_n m_n^2 = (\text{Tr } \mathcal{M})^2 - \sum_{n \neq n'} 2m_n m_{n'} \quad (\text{П.28})$$

максимальна при очень большой массе только одной из частиц:

$$m_1 \simeq \text{Tr } \mathcal{M}, m_2, m_3 \dots \ll m_1. \quad (\text{П.29})$$

В формуле (П.27) используются энергии свободных частиц, суммы расходятся, но рассуждение имеет отношение и к точному дираковскому вакууму системы — расходимость означает наиболее значимый вклад от частиц очень высоких энергий, а для них роль взаимодействий ослаблена.

Конечно, буквальное установление связи глубины вакуума с характером спектра частиц представляется нерешаемой задачей. Формулы (П.27)–(П.29) следует дополнить условиями, препятствующими нулевыми значениям других масс. Иерархический характер отношений между этими массами может быть связан также с энергетическими причинами.

Представляется важным, что возникающая при этом связь вакуума и спектра не зависит от свойств взаимодействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **102**, 290 (1956).
2. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).
3. J. Maalampi and M. Roos, Phys. Rep. **186**, 53 (1990).
4. L. B. Okun, hep-ph/0606202; Phys. Usp. **50**, 380 (2007).
5. A. B. Kaganovich, arXiv: 2105.03878 [hep-ph].
6. G. Triantaphyllou, arXiv: 1609.03404 [physics, gen-ph].
7. P. Q. Hung, Phys. Lett. B **649**, 275 (2007); Pai-Hong Gu, Phys. Lett. B **713**, 425 (2012).
8. S. Chakdar, K. Gosh, S. Nandi, and S. K. Rai, arXiv: 1305.2641 [hep-ph].
9. H. Fritzsch, Phys. Lett. B **70**, 436 (1977); **73**, 317 (1978).
10. C. D. Froggatt, M. Gibson, H. B. Nielsen, and D. J. Smith, hep-ph/9706212; C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, hep-ph/9905445.
11. И. Т. Дятлов, ЯФ **77**, 775 (2014) [Phys. At. Nucl. **77**, 733 (2014)]; arXiv: 1312.4339 [hep-ph].
12. R. N. Mohapatra and A. Y. Smirnov, hep-ph/0603118; S. F. King, A. Merle, S. Morisi, Y. Shimizu, and M. Tanimoto, arXiv: 1402.4271 [hep-ph]; L. Maiani, arXiv: 1406.5503 [hep-ph].

13. И. Т. Дятлов, ЯФ **78**, 522 (2015); **78**, 1015 (2015); **84**, 460 (2021) [Phys. At. Nucl. **78**, 485 (2015); **78**, 956 (2015); **84**, 773 (2021)]; arXiv: 1502.01501; 1509.07280 [hep-ph].
14. S. Gariazzo, M. Gerbino, T. Brickmann, M. Lattanzi, O. Mena, T. Shwetz, S. R. Choudhury, K. Freese, S. Hannestad, C. A. Ternes, and M. Tortola, arXiv: 2205.02195v1 [hep-ph].
15. R. L. Workman *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**, 083C01 (2022).
16. И. Т. Дятлов, ЯФ **80**, 368 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 679 (2017)]; arXiv: 1703.00722 [hep-ph].
17. S. L. Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969); J. Preskill, Ann. Phys. (N.Y.) **210**, 323 (1991).
18. И. Т. Дятлов, ЯФ **80**, 253 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 469 (2017)].
19. F. Bernard, arXiv: 1611.0859 [hep-ph].
20. L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).
21. C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **147**, 277 (1979); C. D. Froggatt, G. Lowe, and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **414**, 579 (1994).
22. M. Leurer, Y. Nir, and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **398**, 319 (1993); **420**, 468 (1994); hep-ph/9212298; hep-ph/9310320.
23. M. Fedele, A. Mastroddi, and M. Valli, arXiv: 2009.05587 [hep-ph].

WEAK MIXING MATRIX STRUCTURES AS A CONSEQUENCE OF BROKEN MIRROR SYMMETRY

I. T. Dyatlov¹⁾

¹⁾“Kurchatov Institute” — PNPI, Gatchina, Russia

A model of symmetry violation is described for a system that can spontaneously choose left-handed or right-handed weak current. For the hierarchic structure of the fermion mass spectrum, such a mirror symmetry system allows reproduction of all qualitative properties of weak mixing matrices for both quarks (CKM matrix), and leptons (PMNS matrix), and at that, without additional numerical fitting of model parameters. The hierarchy of CKM matrix elements is directly linked with the hierarchical mass spectrum of quark generation. The qualitative properties of the PMNS matrix arise for the inverse character of the spectrum (m_3 is the smallest mass) and Dirac nature of SM neutrino. The comparatively small value of the neutrino mixing angle θ_{13} is a consequence of the smallness of m_3 and the smallness of the charged lepton mass ratio m_e/m_μ .