

МЕДЛЕННАЯ ДИНАМИКА УПРУГОСТИ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД, ИНДУЦИРОВАННАЯ ИНТЕНСИВНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ

© 2019 г. К. С. Е. Халлер^а, К. М. Хедберг^а, О. В. Руденко^{б, с, d, *}

^аТехнологический институт Блекинге, Карлскрона, Швеция

^бМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы, Россия

^сИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН
119991 Москва, ул. Вавилова 38, Россия

^dИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН
123242 Москва, Б. Грузинская ул. 10, стр. 1, Россия

*e-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 05.01.2019 г.

После доработки 05.01.2019 г.

Принята к публикации 05.01.2019 г.

Экспериментально обнаружена взаимосвязь между изменениями упругости и диэлектрической проницаемости структурно неоднородных конденсированных сред при воздействии на них интенсивного ультразвука. Для объяснения результатов измерений разработана феноменологическая теория, обобщающая подход Дебая для полярных жидкостей. Замена акустических измерений на диэлектрические в ряде случаев не только упрощает процедуру, но и открывает новые возможности для дистанционной оценки механических свойств материалов и природных сред.

Ключевые слова: упругость, диэлектрическая проницаемость, нелинейность, диагностика, горные породы, мерзлые грунты, дистанционное зондирование

DOI: 10.1134/S0320791919030031

ВВЕДЕНИЕ

В последние 20 лет наблюдается повышенный интерес к проблемам медленной динамики сред с неоднородностями мезоскопического (надмолекулярного) масштаба [1]. К настоящему времени накоплено много экспериментальных данных по эволюции параметров структурно неоднородных материалов, подвергнутых акустическому облучению. Среди них — гранит, песчаник, известняк, гранулированные сыпучие среды, а также стекла, пластмассы и другие материалы со сложной надмолекулярной структурой. Такие среды часто обладают большой акустической нелинейностью, на 2–4 порядка превосходящей нелинейности обычных однородных сред. Это свойство сейчас широко используется для акустической диагностики и неразрушающего контроля материалов, промышленных изделий, строительных объектов и геологических структур [2].

Примером “медленной динамики” может служить “размягчение” материала на временах порядка десятков секунд, минут и даже часов, то есть на временах, существенно превышающих

период акустических колебаний. Чаще всего измерения проводят в стержне (керне) из материала, который является акустическим резонатором. Его резонансная частота обычно со временем медленно “ползет” вниз; при этом часто наблюдается нелинейная деформация частотной характеристики, типичная для нелинейных сред. Иногда при включении звука частота незначительно увеличивается, но с течением времени вновь начинает уменьшаться [3].

Изменения механических свойств неизбежно сопровождаются изменением электрических параметров, таких как диэлектрическая проницаемость и поляризуемость среды. Этот факт открывает возможность наблюдения медленной динамики с помощью электрических измерений. Тем самым может быть реализован новый способ акустоэлектрической или акустомагнитной диагностики.

ВЛИЯНИЕ УПРУГОСТИ НА ПОЛЯРИЗАЦИЮ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Как известно, молекулы полярных диэлектриков (например, воды) обладают дипольным мо-

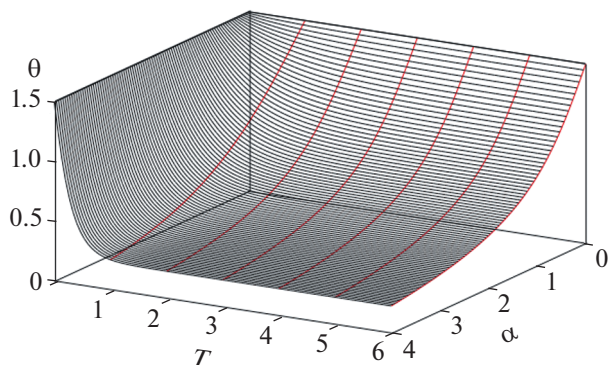


Рис. 1. Переходный процесс ориентации диполя в упругой среде.

ментом в отсутствие внешнего электрического поля. Механизм поляризации такого диэлектрика сводится к ориентирующему действию поля на молекулы. Ориентационная поляризация является основным механизмом для газов, жидкостей, а также кристаллов, в которых дипольные моменты могут поворачиваться. Преимущественную ориентацию способны приобретать не только молекулы, но и поляризованные зерна поликристаллов или домены магнетиков в магнитном поле. Однако при изложении теории мы будем говорить (для определенности) о вращении ансамбля полярных молекул твердой среды в электрическом поле.

Уравнение вращательного движения молекулы имеет вид [4]:

$$I_{ik} \frac{d\Omega_k}{dt} = K_i. \quad (1)$$

Здесь I_{ik} — тензор инерции, Ω_k — угловая скорость, K_i — момент действующих сил. Для движения в плоскости, проходящей через ось молекулы (ее дипольный момент $\mathbf{d}$) и вектор электрического поля $\mathbf{E}$, уравнение (1) примет вид

$$I \frac{d\Omega}{dt} = [\mathbf{d} \times \mathbf{E}]_{\bar{\Omega}} = -dE \sin \theta. \quad (2)$$

Здесь θ — угол между векторами дипольного момента и поля. Проекция векторного произведения берется на направление вектора угловой скорости, ортогонального рассматриваемой плоскости. Добавляя в уравнение (2) моменты сил трения, действующих на молекулу при ее вращении, и сил упругого сопротивления окружающей молекулу среды, получим

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \nu \frac{d\theta}{dt} + dE \sin \theta + \beta R^2 \sin(\theta - \theta_0) = 0. \quad (3)$$

Здесь ν — эффективная вязкость, β — упругость, R — характерная длина диполя, θ_0 — значение угла θ в отсутствие поля.

Очевидно, что для медленных движений (на низких частотах) диполь “демпфирован” и не может совершать добротных колебаний; в этом интересующем нас случае второй производной по времени в уравнении (3) можно пренебречь. Решение получаемого при этом упрощении нелинейного уравнения первого порядка имеет вид

$$\cos(\theta - \theta_{st}) = \frac{\text{th}(t/t_*) + \cos(\theta_0 - \theta_{st})}{1 + \text{th}(t/t_*) \cos(\theta_0 - \theta_{st})}. \quad (4)$$

Решение (4) описывает поворот молекулы из исходного положения (при $t = 0$), характеризуемого углом θ_0 , в конечное (при $t \rightarrow \infty$), для которого угол θ принимает стационарное значение θ_{st} , определяемое соотношением

$$\text{tg} \theta_{st} = \frac{\beta R^2 \sin \theta_0}{dE + \beta R^2 \cos \theta_0}. \quad (5)$$

Во всех случаях $\theta_{st} < \theta_0$, то есть с течением времени угол между дипольным моментом и вектором напряженности поля уменьшается. Этот процесс идет с характерным временем

$$t_* = \frac{t_0}{\sqrt{1 + 2\alpha \cos \theta_0 + \alpha^2}}, \quad t_0 = \frac{\nu}{\beta R^2}, \quad \alpha = \frac{dE}{\beta R^2}. \quad (6)$$

На рис. 1 изображен процесс приближения угла между осью диполя и направлением электрического поля к своему стационарному значению, определяемому уравнением (5), при различных значениях параметра α . Исходное (в момент $T = t/t_0 = 0$) значение этого угла для всех кривых положено равным $\theta_0 = \pi/2$. Время установления (6) уменьшается с ростом как напряженности поля, так и механической упругости среды. В очень сильных полях, при значениях $E \rightarrow \infty$, стационарный угол $\theta_{st} \rightarrow 0$, то есть дипольный момент ориентируется вдоль поля. В слабых полях $\theta \approx \theta_0$. Зависимость времени установления от электрических и упругих свойств свидетельствует о том, что в сильных электрических и механических полях частотная зависимость диэлектрической проницаемости определяется напряженностью этих полей, то есть является нелинейной.

Потенциал приложенных сил, как следует из уравнения (3), дается формулой

$$U - U_0 = -dE \cos \theta - \beta R^2 \cos(\theta - \theta_0). \quad (7)$$

Несущественную константу U_0 положим равной нулю. Поскольку в отсутствие электрического поля оси диполей расположены хаотически и не имеют преимущественной ориентации, проведем усреднение по углам θ_0 в сферической системе

координат, полярная ось которой направлена вдоль вектора $\mathbf{E}$. С учетом очевидных соотношений

$$\overline{\sin \theta_0} = \frac{\int_0^\pi \sin^2 \theta_0 d\theta_0}{\int_0^\pi \sin \theta_0 d\theta_0} = \frac{\pi}{4}, \quad \overline{\cos \theta_0} = 0 \quad (8)$$

найдем среднее значение потенциальной энергии:

$$\bar{U} = -dE \cos \theta - \frac{\pi}{4} \beta R^2 \sin \theta. \quad (9)$$

Дипольный момент единицы объема (поляризация) среды складывается из суммы проекций на направление $\mathbf{E}$ дипольных моментов всех N молекул, находящихся в этом объеме. Поскольку тепловое движение молекул приводит к флуктуации углов θ , поляризация равна

$$P = Nd \langle \cos \theta \rangle. \quad (10)$$

В данном случае угловые скобки означают усреднение по углам между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{d}$.

Воспользуемся статистическим законом распределения Больцмана и вычислим интеграл

$$\langle \cos \theta \rangle = C \int_0^\pi \cos \theta \exp \left(-\frac{U(\theta)}{kT} \right) \sin \theta d\theta. \quad (11)$$

Здесь C — нормировочная константа, а $\bar{U}$ дается формулой (9). Нас интересуют слабые электрические поля, в которых нелинейные поляризационные эффекты не существенны. Поэтому разложим под интегралом (11) потенциальную энергию в ряд по степеням $\mathbf{E}$ с удержанием только линейных членов. При этом формула (11) примет вид

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{dE}{kT} F(b),$$

$$F(b) = \frac{\int_0^\pi \sin \theta \cos^2 \theta \exp(b \sin \theta) d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta \exp(b \sin \theta) d\theta}, \quad b = \frac{\pi \beta R^2}{4 kT}. \quad (12)$$

Видим, что расчет поляризации свелся к расчету функции $F(b)$. При малых значениях $b \ll 1$ нетрудно вычислить

$$F \approx \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\pi}{16} b \right), \quad \langle \cos \theta \rangle = \frac{dE}{3kT} \left(1 - \frac{\pi^2 \beta R^2}{64 kT} \right). \quad (13)$$

Первое слагаемое в формуле (13) описывает поляризацию среды без учета упругих сил и является основным для жидкостей и газов. Второе слагаемое описывает уменьшение поляризации с ростом упругого сопротивления повороту элементарных диполей среды. В пределе $b \rightarrow \infty$ интегралы (12) можно оценить, используя метод пе-

ревала. При этом получается асимптотическая зависимость

$$F \approx \frac{1}{b}, \quad \langle \cos \theta \rangle = \frac{4}{\pi} \frac{dE}{\beta R^2}. \quad (14)$$

Видно, что поляризация (14) убывает с ростом упругости среды так же, как и при $b \ll 1$ (13), однако при сильном влиянии упругости тепловые флуктуации несут существенны.

Можно предложить удобную модель, дающую хорошую аппроксимацию функции $F(b)$ при любых значениях b . Заменим экспоненту в интеграле (12) модифицированной функцией Бесселя:

$$\exp(z) \approx 1 + I_1(2z). \quad (15)$$

При малых значениях аргументов обеих функций их степенные разложения в первых членах совпадают, а при больших значениях аргументов правая часть (15) обнаруживает приблизительно экспоненциальный рост. Модель (15) сводит интегралы (12) к табличным интегралам вида

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2\mu x) I_1(2b \cos x) dx = \frac{\pi}{2} I_{\frac{1}{2}-\mu}(b) I_{\frac{1}{2}+\mu}(b). \quad (16)$$

Используя (16), получим общую формулу, аппроксимирующую точные зависимости:

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{dE}{3kT} \frac{1 + \frac{3kT}{\beta R^2} I_1^2 \left(\frac{\pi \beta R^2}{4 kT} \right)}{1 + \frac{\pi}{2} I_0 \left(\frac{\pi \beta R^2}{4 kT} \right) I_1 \left(\frac{\pi \beta R^2}{4 kT} \right)}. \quad (17)$$

При малых значениях параметра b из этой формулы следует результат (13), а при больших b получается зависимость $\sim 1/2b$, аналогичная (14).

Зная поляризацию, найдем диэлектрическую проницаемость среды:

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi Nd^2}{kT} F \left(\frac{\pi \beta R^2}{4 kT} \right). \quad (18)$$

При получении результата (18) использованы формулы (10), (12), а также известное соотношение $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}$, связывающее векторы напряженности, электрической индукции и поляризации среды. Поскольку $F(b)$ — убывающая функция, рост упругости среды должен сопровождаться уменьшением ее диэлектрической проницаемости.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Экспериментальные измерения проводились в цилиндрических стержнях из гранита, основной механизм поляризации которых — дипольно-ориентационный. Следовательно, для этого мате-

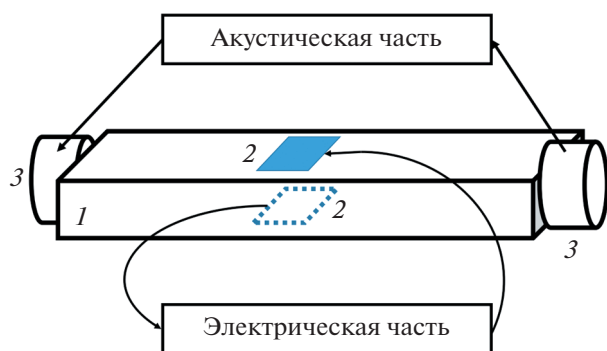


Рис. 2. Схема экспериментальной установки. 1 — гранитный стержень (резонатор), 2 — пластины конденсатора, 3 — пьезоэлектрические преобразователи.

риала справедлива теория, изложенная в предыдущем разделе. Акустическая волна возбуждалась пьезоэлектрическим преобразователем, помещенным на одном из торцов стержня (рис. 2). В стержне возникала стоячая волна на основной моде акустического резонатора. Частота этой волны уменьшалась [3] с увеличением амплитуды переменного напряжения, подаваемого на преобразователь (рис. 3). Этот эффект объясняется влиянием кубичной акустической нелинейности [5, 6]. К поверхности стержня приклеивались пары металлических электродов, формировавшие электрические емкости. Эти емкости измерялись резонансным методом по частоте электрических колебаний, возбуждавшихся электрическим генератором.

Для сравнения с экспериментом удобно переписать формулу (18) в следующем виде:

$$\frac{d}{dI} \ln(\epsilon - 1) = \frac{d}{dI} \ln \left[\frac{1}{kT} F \left(\frac{\pi \beta R^2}{4 kT} \right) \right]. \quad (19)$$

Здесь от обеих частей уравнения взята производная по интенсивности звука I . В формуле (19) теперь отсутствуют два физических параметра (дипольный момент одной молекулы d и число дипольно-активных молекул в единице объема N), которые трудно оценить для сред со сложной мезоскопической структурой.

При температурах, меньших температуры плавления образцов, можно положить $b \gg 1$ и воспользоваться соответствующей асимптотикой функции F . При этом явная зависимость от температуры исчезает и остается только зависимость через модуль упругости $\beta = \beta(T)$. В свою очередь, температура растет с увеличением интенсивности ультразвука, то есть $T = T(I)$, поэтому

$$\frac{d}{dI} \ln(\epsilon - 1) = -\frac{d}{dI} \ln \beta(T(I)).$$

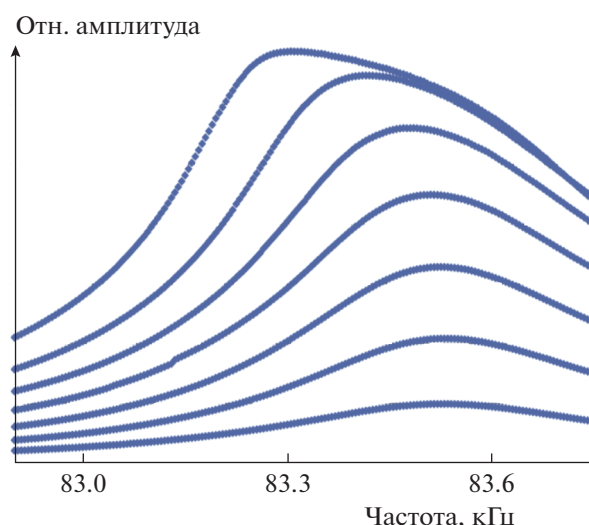


Рис. 3. Частотная характеристика стержня. Нелинейный сдвиг максимума, вызванный медленным размягчением слабых связей между зернами, растет с увеличением амплитуды ультразвуковых колебаний.

Можно было бы выписать явные формулы для указанных связей $\beta = \beta(T)$, $T = T(I)$, но в этом нет необходимости. В экспериментах измерялся сдвиг резонансной частоты, которая пропорциональна скорости звука c . В свою очередь, скорость звука пропорциональна квадрату модуля упругости. Поэтому формула (20) примет вид:

$$\frac{1}{(\epsilon - 1)} \frac{d\epsilon}{dI} = -\frac{2}{c} \frac{dc}{dI}.$$

Наконец, учтем, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды колебаний. Кроме того, в экспериментах и резонансная частота, и диэлектрическая проницаемость изменяются мало по сравнению со своими исходными значениями, то есть

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon', \quad f_{\text{res}} = f_0 - f'.$$

Здесь штрихами помечены малые приращения к равновесным значениям, содержащим индекс "ноль". С учетом сказанного получим формулу

$$\frac{d\epsilon'}{dA} = \frac{2}{f_0} (\epsilon_0 - 1) \frac{df'}{dA}. \quad (20)$$

Здесь в качестве переменной A можно принять как амплитуду электрических колебаний генератора, подаваемых на акустический преобразователь, так и пропорциональную ей амплитуду акустических колебаний.

Экспериментально полученная зависимость резонансной частоты от амплитуды показана на рис. 4 штриховой линией. Измеренные зависимости емкости (которая может быть пересчитана в значения диэлектрической проницаемости) для

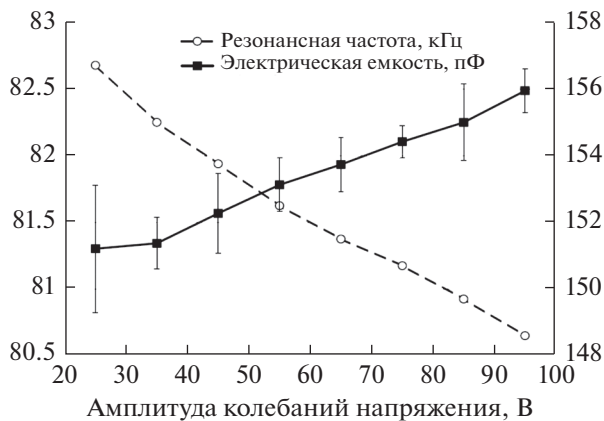


Рис. 4. Частота ультразвукового резонанса и электрическая емкость как функции амплитуды возбуждающего напряжения.

гранита от той же амплитуды изображены сплошной линией. Видно, что наблюдается согласие с формулой (20) в пределах ошибки измерений. Используются известные данные о диэлектрической проницаемости гранита при заданной влажности.

На рис. 5 проведено сравнение измеренной электрической емкости конденсатора (сплошная кривая) и теоретической зависимости емкости от амплитуды возбуждающего акустическую волну напряжения (штриховая кривая). Как видно, поведение кривых качественно не отличается.

Имеющиеся в нашем распоряжении экспериментальные данные позволяют провести лишь простейшее сравнение теории с экспериментом. На самом же деле теория содержит в себе более интересные возможности. Основной вывод, следующий из теоретической модели, заключается в том, что любые изменения упругих свойств и температуры образца должны сопровождаться соответствующим изменением его диэлектрических параметров. В общем случае как электрические, так и упругие свойства зависят от приложенных полей нелинейно. Иными словами, при сильных воздействиях на среду должны наблюдаться явления трех типов: нелинейные акустические, нелинейные электрические явления и эффекты медленной (по сравнению с периодом колебаний) динамики.

Зависимость диэлектрических свойств материалов от их мезоскопической структуры дает возможность судить о наличии внутренних дефектов, включений другой фазы, а также об их прочностных характеристиках на основе точных электрических измерений. С точки зрения физических приложений интересно исследовать этими методами релаксационную и гистерезисную динамику, а также кинетику фазовых переходов.

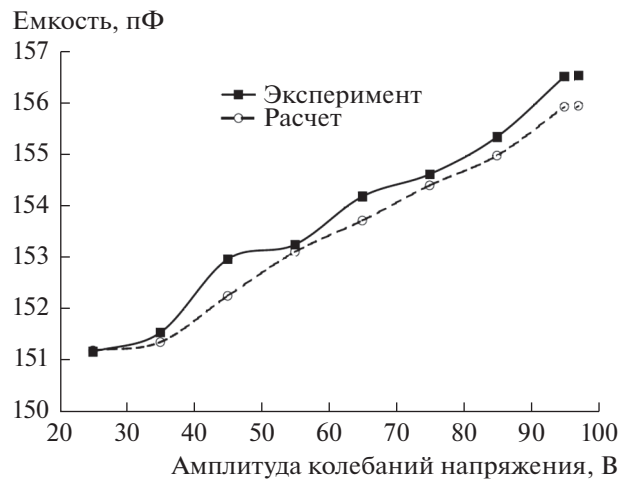


Рис. 5. Измеренная электрическая емкость (сплошная кривая) и теоретическая (штриховая кривая) зависимость емкости от амплитуды возбуждающего акустическую волну напряжения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показано выше, упругие и электрические характеристики многих диэлектриков оказываются связанными между собой. В частности, рост упругости среды должен сопровождаться уменьшением ее диэлектрической проницаемости. Факт существования такой связи хорошо известен.

Известно также, что диэлектрические и упругие свойства сред зависят от их структуры и состава, например, пористости и относительного содержания твердой, жидкой и газовой фаз. Так, с увеличением пористости сухих грунтов диэлектрическая проницаемость уменьшается, а с увеличением влажности растет. Параллельно изменяются и акустические параметры; зернистая среда, содержащая включения в виде слоев жидкости и газовых пор, обладает повышенной акустической нелинейностью и аномально малой скоростью звука [8]. Однако эти и многие другие подобные “электроакустические” связи изучены недостаточно хорошо. Необходимость их изучения связана как с физикой явлений, так и с приложениями.

В области фазового перехода, в процессе плавления конденсированной среды, значение модуля сдвиговой упругости обращается в ноль. Это означает, что исчезает (при плавлении) или появляется (при отвердевании) новая мода — сдвиговая волна. Наличие этой моды служит информативным признаком для акустической диагностики, позволяющим судить о состоянии среды. Измерение скорости сдвиговой волны широко используется в медицинской эластографии [9].

Во многих ситуациях акустическое измерение модуля сдвига не дает приемлемой точности или

вообще технически трудно реализуемо. В этих случаях измерение диэлектрической проницаемости и пересчет данных в акустические параметры (на основе адекватной теоретической модели “электроакустической” связи) приобретает особую важность. Принципиальное значение такой подход может иметь для дистанционной диагностики, которая возможна лишь с помощью электрических измерений [10, 11].

Сегодня накоплен большой объем данных по диэлектрической проницаемости влажных и мерзлых почв [12–14], в том числе измеренной в процессе их замерзания [15]. В северных странах, где обширные территории находятся в зоне вечной мерзлоты, дистанционная диагностика акустических (механических) параметров грунта имеет важное значение для предотвращения разрушений строительных объектов. Диагностика состояния ледовых дорог и ледяного покрова также необходима для задач освоения севера, в частности Арктического шельфа.

Заметим, что связь акустических и электрических характеристик в биологических тканях используется в клинической практике, например, при снятии электрокардиограмм. По-видимому, существуют либо могут быть разработаны и другие диагностические методы, использующие подобные связи физических параметров.

Работа частично поддержана грантом РФФИ 19-02-00937.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Guyer R.A., Johnson P.A. Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class of materials // *Physics Today*. April 1999. P. 30–36.
2. Rudenko O.V. Giant nonlinearities in structurally inhomogeneous media and the fundamentals of nonlinear acoustic diagnostic techniques // *Physics – Uspekhi*. 2006. V. 49. № 1. P. 69–87.
3. Haller K.C.E., Hedberg C.M. Constant strain frequency sweep measurements on granite rock // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. 068501.
4. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Theory of Elasticity*. New York: Pergamon, 1986.
5. Rudenko O.V., Hedberg C.M., Enflo B.O. Finite-amplitude standing acoustic waves in a cubically nonlinear medium // *Acoust. Phys.* 2007. V. 53. № 4. P. 455–464.
6. Rudenko O.V. Nonlinear standing waves, resonance phenomena, and frequency characteristics of distributed systems // *Acoust. Phys.* 2009. V. 55. № 1. P. 27–54.
7. Gueguen Y., Palciauskas V. *Introduction to the physics of rocks*. Princeton Univ. Press, 1994.
8. Руденко О.В., Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Хедберг К.М., Шамаев Н.В. Нелинейная модель гранулированной среды, содержащей слои вязкой жидкости и газовые полости // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 1. С. 112–120.
9. Руденко О.В., Сафонов Д.В., Рыхтик П.И., Гурбатов С.Н., Романов С.В. Физические основы эластографии. Часть 2. Эластография на сдвиговой волне (лекция) // *Радиология – практика*. 2014. Т. 46. № 4. С. 62–72.
10. Миронов В.Л., Михайлов М.И., Музалевский К.В., Сорокин А.В. Измерение влажности почвы сельскохозяйственных полей с использованием сигналов ГЛОНАСС и GPS // *Совр. пробл. дистанц. зондирования Земли из космоса*. 2014. Т. 11. № 4. С. 230–343.
11. Музалевский К.В., Михайлов М.И., Миронов В.Л. Возможности бистатической радиолокации пространственных вариаций влажности и рельефа поверхности почвенного покрова на основе сигналов ГЛОНАСС и GPS // *Совр. пробл. дистанц. зондирования Земли из космоса*. 2018. Т. 15. № 5. С. 75–82.
12. Боярский Д.А., Тихонов В.В. Влияние связанной воды на диэлектрическую проницаемость влажных и мерзлых почв. М.: Изд. ИКИ РАН, 2003.
13. Нерадовский Л.Г. Количественная оценка объемной льдистости мерзлых грунтов методом дипольного электромагнитного профилирования // *Лед и Снег*. 2018. Т. 58. № 1. С. 94–104.
14. Бордонский Г.С., Орлов А.О., Хапин Ю.Б. Коэффициент затухания и диэлектрическая проницаемость переохлажденной объемной воды в интервале температур 0–90°C на частотах 11–140 ГГц // *Совр. пробл. дистанц. зондирования Земли из космоса*. 2017. Т. 14. № 3. С. 255–270.
15. Бордонский Г.С., Орлов А.О., Филиппова Т.Г. Измерения диэлектрической проницаемости увлажненных дисперсных сред вблизи температуры фазового перехода вода–лед в процессе охлаждения // *Конденсир. среды и межфаз. границы*. 2006. Т. 8. № 2. С. 95–100.