АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2019, том 65, № 4, с. 520–532

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.2,517.9

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОТРАЖАТЕЛЕЙ ПО НЕПОЛНЫМ ДАННЫМ МЕТОДОМ РАСПОЗНАВАНИЯ СО СЖАТИЕМ

© 2019 г. Е. Г. Базулин[a], *, Д. М. Соколов[a], **

[a] *Научно-производственный центр "ЭХО+" ул. Твардовского 8, Москва, 123458 Россия*

**e-mail: bazulin@echoplus.ru*

***e-mail: Sokolov@echoplus.ru*

Поступила в редакцию 15.01.2019 г.
После доработки 19.02.2019 г.
Принята к публикации 20.03.2019 г.

В статье исследована возможность восстановления изображения отражателей методом Compressive Sensing (CS) по неполному набору эхосигналов, измеренных антенной решеткой в режиме двойного или тройного сканирования. Для сравнения с методом CS были также рассмотрены применяемые в ультразвуковом контроле методы восстановления отражателей: метод корреляции, метод комбинированного SAFT (C-SAFT) и метод максимальной энтропии. Последний метод позволяет восстанавливать изображения со сверхразрешением по неполному набору измеренных эхосигналов. В численных и модельных экспериментах продемонстрирована возможность восстанавления изображения отражателей со сверхразрешением при значительном уменьшении объема используемых данных. Восстановленные методом CS изображения сравнивались с изображениями, восстановленными другими методами.

Ключевые слова: ультразвуковой неразрушающий контроль (УЗК), комбинированный SAFT (C-SAFT), двойное сканирование, Full Matrix Capture (FMC), метод максимальной энтропии (МЭ), метод Compressive Sensing (CS)

DOI: 10.1134/S0320791919040038

1. ВВЕДЕНИЕ

Получение информации о внутренней структуре промышленных объектов является актуальной проблемой и относится к классу обратных задач рассеяния, которые состоят в определении количественных характеристик неизвестных несплошностей на основе наблюдения за рассеянным облучающем полем. Для неразрушающего контроля важнейшая задача заключается в классификации обнаруженных отражателей, определении их размеров и координат залегания. Эта информация может быть использована специалистами по прочностным расчетам для оценки эксплуатационного ресурса объекта контроля.

В настоящее время широко используется технология ультразвукового контроля (УЗК) с применением пьезоэлектрических антенных решеток (АР), излучающих и принимающих акустические волны в исследуемом объекте. Широкое применение в практике УЗК нашли две технологии восстановления изображения отражателей с использованием АР: фазированные антенные решетки (ФАР) [1] и цифровая фокусировка антенной решетки (ЦФА) [2]. В работе [3] обе технологии сравниваются и делается вывод, что ЦФА-технология более перспективна в плане применения разнообразных алгоритмов восстановления изображения отражателей. Режим ЦФА – это технология получения акустических изображений со сплошной фокусировкой во всех точках области восстановления изображения (ОВИ). На первом этапе с помощью АР регистрируются эхосигналы при переборе всех комбинаций излучатель-приемник. Этот режим регистрации называется двойным сканированием (в зарубежных источниках – Full Matrix Capture (FMC)). На втором этапе по измеренным эхосигналам методом комбинационного SAFT (C-SAFT) [4] восстанавливается изображение отражателей.

Недостатком метода ЦФА является большой объем эхосигналов, измеренных АР в режиме двойного сканирования, который растет квадратично количеству ее элементов N_e. К примеру, для линейной 32-х элементной АР количество измеренных эхосигналов равно 1024, а для 64-х элементной – уже 4096. Это приводит к уменьшению скорости контроля из-за регистрации большого объема эхосигналов и их обменом между модулями ЦФА-дефектоскопа, что может быть достаточно критичным при контроле оборудования атомных электростанций, где время нахождения оператора в условиях повышенной радиации должно быть минимизировано. Один из вариантов уменьшения объема измеренных эхосигналов – это использование прореженной коммутационной матрицы $\mathbf{C}$ размерами $N_e \times N_e$. Если элемент $C_{nm} = 1$, то это означает, что регистрируется эхосигнал, излученный n-м элементом и принятый m-м элементом АР. Для неактивных пар $C_{nm} = 0$. В режиме двойного сканирования все элементы матрицы $\mathbf{C}$ равны единице. В ЦФА-дефектоскопе А1550 [5] коммутационная матрица $\mathbf{C}$ имеет вид треугольной матрицы (Half Matrix Capture (HMC)), в которой от нуля отличны только $N_{tr} = (N_e + 1)\, N_e/2$ элементов. Для уменьшения объема регистрируемых эхосигналов коммутационную матрицу $\mathbf{C}$ можно случайным образом заполнить N_{tr} единицами. Однако для случая $N_{tr} < 0.3N_e^2$ восстановить изображение отражателей методом ЦФА без заметной потери качества не удается.

Уменьшить объем измеренных эхосигналов и увеличить скорость их регистрации можно с использованием технологии CDMA (Code Division Multiple Access – множественный доступ с кодовым разделением) [6]. В этом случае все элементы АР одновременно излучают импульсы, но каждому элементу приписан свой сигнал из набора псевдоортогональных сигналов. В идеальном случае скорость регистрации эхосигналов может быть сокращена до одного такта, а количество измеренных эхосигналов уменьшено с N_e^2 до N_e. Однако необходимость излучать сложные сигналы усложняет электронный такт дефектоскопа.

Еще одной актуальной задачей УЗК является повышение качества и разрешающей способности изображения отражателей. Для этого разработаны относительно простые методы, например, метод когерентного фактора (CF) [7], метод Кейпона (Capon), Multiple Signal Classification (MUSIC) [8, 9], которые повышают разрешающую способность изображения и уменьшают уровень спеклового шума. Существуют нелинейные методы восстановления изображения отражателей, основанные на алгоритме Гершберга–Папулиса [10], которые позволяют получить разрешающую способность изображения, превышающую рэлеевскую. Особый класс составляют методы, которые также относятся к классу нелинейных, позволяющие получать изображения по неполным данным. К ним относятся метод максимальной энтропии (МЭ) [11] и метод распознавания со сжатием (в зарубежной литературе Compressive Sensing (CS)) [12–14]. Оба алгоритма позволяют восстановить изображение отражателей со сверхразрешением и с малым уровнем “боковых лепестков” функции рассеивания точки, используя около 10% эхосигналов от полного набора $\left(N_{tr} < 0.1N_e^2\right)$.

Метод CS позволяет обеспечить дополнительное уменьшение объема данных при их передаче, хранении и восстановлении изображения. Может возникнуть ситуация, что в ОВИ находится только один точечный отражатель, то есть в восстановленной матрице с изображением будет отличен от нуля только один элемент. Если АР измерено 1024 эхосигнала, каждый длиной 1000 отсчетов, то объем измеренных эхосигналов будет равен $N = 1024\,000$ отсчета. Возникает парадоксальная ситуация – для того чтобы получить ЦФА-изображение, в котором от нуля отличен только один пиксель, нужно зарегистрировать, обработать, передать и запомнить в 1024000 раз больше чисел. Метод CS при определенных условиях позволяет устранить это противоречие. В настоящий момент метод CS пытаются активно применять для получения высококачественных изображений по неполным данным в различных областях: компьютерная томография, УЗК [15], магнитно-резонансная томография [16], фотоакустическая томография [17], радиолокация [18] и многих других.

Данная статья посвящена применению метода CS для решения актуальных задач УЗК, а именно уменьшения объема данных, используемых для восстановления высококачественного изображения отражателей.

2. МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В этом разделе рассмотрены несколько линейных и нелинейных методов восстановления изображения отражателей.

2.1. Корреляционный метод, C-SAFT

Решение обратной задачи рассеивания заключается в том, чтобы по известным источникам поля $q(\mathbf{r}_t, t)$, расположенным в области S_t, и по измеренному в области S_r рассеянному полю $p(\mathbf{r}_r, t)$ найти функцию $\varepsilon(\mathbf{r})$, описывающую отражающие свойства неоднородности в области S. Формально решение прямой задачи, то есть расчет рассеянного поля $p(\mathbf{r}_r, t) = p(\mathbf{r}_r, t; \mathbf{r}_t)$ по известным функциям $q(\mathbf{r}_t, t)$ и $\varepsilon(\mathbf{r})$, можно записать в следующем виде

$$p(\mathbf{r}_r, t) = P\left(\mathbf{r}_r, \varepsilon(\mathbf{r}), q(\mathbf{r}_t, t)\right). \tag{1}$$

Помещая точечный отражатель в произвольную точку $\mathbf{r}_i$, то есть полагая $\varepsilon(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, можно оценить вид функции $\varepsilon(\mathbf{r})$ по корреляционной формуле

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}_i) = \int\limits_{S_t}\int\limits_{S_r}\int\limits_{S}\int p(\mathbf{r}_r,t)G(\mathbf{r}_r,\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_t,t)d\mathbf{r}d\mathbf{r}_r d\mathbf{r}_t dt,$$
$$G(\mathbf{r}_r,\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_t,t) = P\left(\mathbf{r}_r,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i),q(\mathbf{r}_t,t)\right). \quad (2)$$

Функция $G(\mathbf{r}_r,\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_t,t)$ зависит от формы излученного импульса $s(t)$ и должна учитывать эффекты отражения, преломления и трансформации типов волн, анизотропии акустических свойств материалов и затухания звуковой волны. Чем точнее удастся решить прямую задачу (1) на основе выбранного варианта описания процесса излучения, распространения и рассеивания ультразвуковой волны, тем точнее можно восстановить изображение отражателей. Смысл функции $\varepsilon(\mathbf{r})$, которую иногда называют рассеивающим потенциалом, зависит от типа решаемой задачи.

Часто функцию $s(t)$ заменяют на $\delta(t-t_{\max})$, где $t_{\max}$ – время нарастания импульса, и выбирают одну акустическую схему. Под акустической схемой, которую обозначим как as, будем подразумевать описание лучевой траектории распространения импульса от излучателя до приемника при отражении от неровных границ объекта контроля с учетом трансформации типа волны. В этом случае выражение (2) трансформируется в формулу, описывающую метод C-SAFT [19]

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}_i;as) = \int\limits_{S_t}\int\limits_{S_r} p(\mathbf{r}_r,t-t_{del}(\mathbf{r}_r,\mathbf{r}_t,\mathbf{r}_i;as)+t_{\max})d\mathbf{r}_r d\mathbf{r}_t, \quad (3)$$

где $t_{del}(\mathbf{r}_r,\mathbf{r}_t,\mathbf{r}_i;as)$ – время пробега импульса от излучателя до точки $\mathbf{r}_i$ и к приемнику для заданной акустической схемы *as*. Для расчета времени пробега импульса по лучевой траектории можно воспользоваться вариационным принципом Ферма [20] или методом трассировки [21].

Если АР перемещается N_w раз по поверхности объекта контроля, регистрируя эхосигналы в режиме двойного сканирования в каждой точке, то такой режим назовем режимом тройного сканирования. Когерентная сумма парциальных изображений, восстановленных для каждого положения АР согласно (3), позволит получить объединенное (итоговое) изображение отражателей с более высокой фронтальной разрешающей способностью, например, за счет когерентного сложения по формуле

$$I(\mathbf{r}_i;as) = \left|\sum_{w=1}^{N_w}\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_w;as)\right|, \quad (4)$$

где $\mathbf{r}_w$ – вектор, определяющий положение АР на поверхности объекта контроля.

2.2. Метод максимальной энтропии

Если прямая задача линейна или ее удается линеаризовать, как в случае борновского приближения, то формулу (1) можно записать в матричном представлении в виде системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{n}, \quad (5)$$

где матрица $\mathbf{G}$ описывает распространение ультразвуковых волн от их источников в области S_t до точечного отражателя в области S и до области приема S_r, вектор $\mathbf{n}$ – шум измерений. Так как матрица $\mathbf{G}$ плохо обусловлена, то один из способов оценки $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ из уравнения (5) сводится к задаче безусловной оптимизации, когда в качестве критерия качества восстановленного изображения выбирается квадрат невязки решения

$$\chi^2(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \|\mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}-\mathbf{p}\| = (\mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}-\mathbf{p})^T(\mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}-\mathbf{p}), \quad (6)$$

где символ T обозначает операцию транспонирования. Оценку $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ можно записать в виде

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \underset{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\in R^{N_{i,x}\times N_{i,z}}}{\operatorname{argmin}}(\chi^2(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}})), \quad (7)$$

где $N_{i,x}$ и $N_{i,z}$ – размеры матрицы изображения в отсчетах. Решение уравнения (7) существует в явном виде и совпадает с расчетом корреляции, как и формула (2),

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_c = 2\mathbf{G}^T\mathbf{p}. \quad (8)$$

Дальнейшее развитие метода (7), так называемая регуляризация по Тихонову А.Н. [22], заключается в добавлении к невязке штрафного функционала, один из вариантов которого имеет вид максимальной энтропии или, так называемой, кросс-энтропии [23]

$$H(\varepsilon_i) = -\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i \ln\left(\frac{\varepsilon_i}{\mu}\right), \quad (9)$$

где N – количество точек $\mathbf{r}_i$, в которых рассчитывается изображение, μ – оценка среднего значения интенсивности фона изображения. Таким образом, решение задачи сводится к минимизации невязки следующего выражения

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha = \underset{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\in R^{N_{i,x}\times N_{i,z}}}{\arg\min}\left(\chi^2(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}})-\alpha H(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}})\right), \quad (10)$$

где α – параметр регуляризации. Важное свойство функционала в виде энтропии заключается в том, что, используя формулу (10), можно получить изображение отражателей со сверхразрешением, то есть с разрешением выше чем рэлеевское разрешение. Для достижения максимальной скорости решения задачи минимизации (10) нужно пользоваться методами второго порядка [24], для чего требуется формула расчета градиента и гессиана целевой функции $\chi^2(\hat{\varepsilon})$. Статья [25] посвящена получению изображения отражателей со сверхразрешением методом МЭ по эхосигналам, измеренным ультразвуковой АР решеткой.

2.3. Метод распознавания со сжатием (CS)

Описание метода. Идея метода заключается в переходе от определенной СЛАУ размерностью $N \times N$ согласно (5) к решению недоопределенной СЛАУ размерностью $K \times N$, причем при $K \ll N$. Такой переход можно осуществить, используя матрицу $\mathbf{A}$ размерами $N \times K$ и сводя задачу (5) к уравнению

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ap} = \mathbf{AG\varepsilon} = \mathbf{\Phi\varepsilon}, \quad \text{где} \quad \mathbf{\Phi} = \mathbf{AG}, \tag{11}$$

в которой результаты измерений представлены как вектор $\mathbf{y}$ длиной всего K "отсчетов". Для однозначного решения задачи (11) нужно, чтобы сигнал $\boldsymbol{\varepsilon}$ обладал определенными свойствами, специальным образом перейти к недоопределенной системе СЛАУ и разработать методы решения задачи (11).

Необходимым условием работы CS-метода, то есть однозначного решения недоопределенного уравнения (11), является разреженность восстанавливаемого сигнала $\boldsymbol{\varepsilon}$. Сигнал называется S-разреженным [11], если большинство его элементов равны нулю, то есть

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}\|_0 = S \ll N, \tag{12}$$

где $\|\varepsilon\|_0$ – норма l_0, представляющая собой количество ненулевых компонент в векторе $\boldsymbol{\varepsilon}$ и N – длина вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Для разреженного сигнала $\boldsymbol{\varepsilon}$ можно подобрать специальную матрицу $\mathbf{A}$ размерами $K \times N$, причем K связан с разреженностью S через формулы (16) или (17), см. ниже. Для применимости метода CS, согласно [11], необходимыми и достаточными, являются следующие условия.

1) Сигнал $\boldsymbol{\varepsilon}$ должен быть S-разреженным, то есть в базисе $\mathbf{G}$ иметь вид

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i G_i, \tag{13}$$

где среди N отсчетов только S отсчетов $\varepsilon_i \neq 0$.

2) Должно выполняется "свойство ограниченной изометрии" (Restricted Isometry Property) [26]

$$\sqrt{1-\delta} \le \frac{\|\mathbf{AG\varepsilon}\|_2}{\|\boldsymbol{\varepsilon}\|_2} \le \sqrt{1+\delta}, \tag{14}$$

где $\delta \in (0,1)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ – произвольный ненулевой вектор. Это свойство означает, что после воздействия оператора $\mathbf{AG}$ на вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ l_2-норма вектора $\mathbf{y}$ не может стать равной нулю или превысить свое значение в ≈1.4 раза.

3) Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{G}$ должны удовлетворять свойству некогерентности, то есть векторы матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{G}$ должны быть практически ортогональны между собой

$$\mu(\mathbf{A},\mathbf{G}) = \sqrt{N} \max_{i,j} \frac{|\langle a_i, G_j \rangle|}{\|a_i\|_2}. \tag{15}$$

Из работы [13] следует, что с высокой долей вероятности точное восстановление S-разреженных векторов по K измерениям будет достигнуто при выполнении следующего условия:

$$K \ge c\mu(\mathbf{A},\mathbf{G})^2 S \lg N, \tag{16}$$

где c – некоторая положительная константа. Хорошие результаты получаются и для более простого соотношения

$$K = 4S \lg(N/S). \tag{17}$$

Матрица $\mathbf{A}$, составленная из случайных чисел, с большой вероятностью удовлетворяет второму и третьему из перечисленных выше требований. Существуют различные принципы построения рандомизированных матриц [27]. При проведении исследований использовались следующие типы распределений: равномерное распределение, нормальное распределение и распределение Бернулли. Для разных вариантов формирования матрицы $\mathbf{A}$ численная проверка показала соблюдение условий согласно формулам (14) и (15), необходимым для корректной работы метода CS. Для выбора оптимального распределения матрицы $\mathbf{A}$ оценивалось также качество восстановленных изображений, при одинаковых параметрах и размерностях, но для разных типов распределения при формировании рандомизированной матрицы $\mathbf{A}$. При этом заметного преимущества одного способа формирования матрицы $\mathbf{A}$ перед другим не было выявлено, однако, в статье [28] утверждается, что наилучшим является вариант построения матрицы с использованием распределения Бернулли.

В концепции CS решение уравнения (11), при условии разреженности сигнала, сводится к задаче оптимизации

$$\|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\|_1 \to \min \quad \text{при} \quad \mathbf{p}_{CS} = \mathbf{AG}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}. \tag{18}$$

Решение задачи (11) возможно различными способами, однако наиболее распространенным является метод линейного программирования, позволяющий производить поиск максимально разреженного вектора $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}$, удовлетворяющего заданному условию.

В постановке задачи при условии наличия шума решение уравнения (11) сводится к решению задачи оптимизации

$$\begin{gathered} \|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\|_1 \to \min \\ \text{при } \|\mathbf{p}_{CS} - \mathbf{AG}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\|_2 < \delta, \end{gathered} \tag{19}$$

где δ – регуляризирующий параметр, величина которого влияет на точность работы алгоритма. Данный параметр можно определить, воспользовавшись формулой

$$\delta = \sigma\sqrt{K}\sqrt{1+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{K}}}, \tag{20}$$

где σ – величина дисперсии шума [29].

Существует также альтернативная постановка задачи (11), называемая LASSO-задачей [30], подобная методу наименьших квадратов и заключающаяся в минимизации $\left\|\mathbf{p}_{CS}-\mathbf{AG}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\right\|_2$ при условии разреженности вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$, которую можно представить как

$$\begin{gathered}\left\|\mathbf{p}_{CS}-\mathbf{AG}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\right\|_2 \to \min \\ \text{при } \left\|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CS}\right\|_1 < \tau,\end{gathered} \tag{21}$$

где τ – параметр, учитывающий разреженность вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$. Восстановление отражателей по формулам (18) и (21) производилось при использовании библиотеки SPGL1 [31].

Геометрическая интерпретация работы метода CS. Для геометрической интерпретации работы метода CS рассмотрим вариант, когда $N = 2$. Разреженность сигнала $\boldsymbol{\varepsilon}$ означает, что он может иметь либо вид $\{\varepsilon_1, 0\}$, либо вид $\{0, \varepsilon_2\}$, то есть $S = 1$. На левой части рис. 1 кругом показан сигнал, который нужно восстановить по вектору $\mathbf{y}$ размером $K = 1$ и который получен по формуле (18) в результате измерения сигнала (показан на правой части рис. 1 звездой). Так как $N > K$, то матрица $\boldsymbol{\Phi}$ имеет нуль-плоскость $\mathbf{N}(\boldsymbol{\Phi})$, схематически показанную на левой части рис. 1 серой сплошной линией. Если справедливо утверждение $\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi\varepsilon}$, то для любого $\boldsymbol{\varepsilon}' \subset \mathbf{N}(\boldsymbol{\Phi})$, который показан на рис. 1 кружком, также справедливо $\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\varepsilon}+\boldsymbol{\varepsilon}')$.

При использовании l_2-нормы восстановить $\boldsymbol{\varepsilon}$ по $\mathbf{y}$ можно, найдя кратчайшее расстояние от центра координат системы $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ до смещенной нуль-плоскости, которая на левой части рис. 1 показана серой пунктирной линией. Решением задачи будет точка соприкосновения "раздувающейся" окружности со смещенной нуль-плоскостью. Полученное решение $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{МНК}}$, отмеченное толстой окружностью, не является разреженным сигналом и не совпадает с точным решением $\boldsymbol{\varepsilon}$. Если матрицу $\mathbf{A}$ сконструировать таким образом, что нуль-плоскость будет перпендикулярна оси ε_1, то в этом частном случае будет найдено точное решение $\boldsymbol{\varepsilon}$. Однако поиск решения на оси ε_2 даст неверный ответ. Если воспользоваться l_1-нормой, то решением задачи будет нахождение точки соприкосновения "раздувающегося" квадрата со смещенной нуль-плоскостью. Как видно из рис. 1, найденное решение $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{l_1}$ будет совпадать с искомым $\boldsymbol{\varepsilon}$.

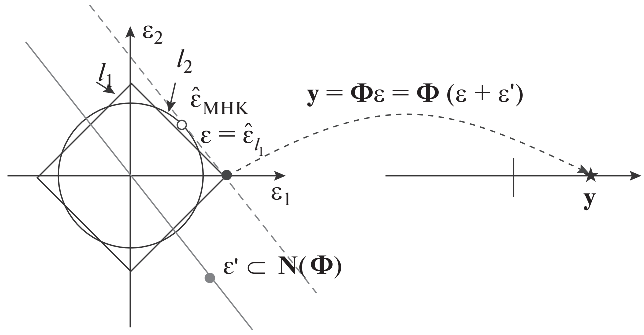

Рис. 1. Геометрическая интерпретация работы метода CS.

Интерпретировать работу метода CS можно и с лингвистической точки зрения. Представим ситуацию, что человека, владеющего двумя языками – языком первобытного племени и русским языком[1], – нужно попросить из множества разложенных перед ним предметов выбрать зонт $\boldsymbol{\varepsilon}$. Обращаясь к нему на языке племени, мы опишем искомый предмет так: "Складной домик, под которым бледнолицые люди прячутся от дождя". Этой информации в виде последовательности из 9 слов (вектор $\mathbf{p}$) вполне хватает, чтобы найти зонт и решить обратную задачу. Если бы мы обратились к человеку на русском языке, сказав только одно слово "зонт" (вектор $\mathbf{y}$), то задача поиска также была бы решена.

3. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В численных экспериментах восстанавливались изображения 12 точечных отражателей с коэффициентами отражения 1.0, 0.5 и 0.1, расположенных в вершинах квадратов с ребром 1 мм и центрами в точках (4, 9), (0, 13) и (–4, 17) мм. Предполагалось, что для излучения и приема импульсов использовалась АР с рабочей частотой 5.0 МГц, состоящая из 8-ми точечных элементов на расстоянии друг от друга 2 мм. На рис. 2а показано изображение, восстановленное методом корреляции по формуле (8) при отсутствии шума. Высокий уровень ложных бликов, связанный с грубым шагом в 2 мм между элементами АР при длине волны 1.18 мм, не позволил обнаружить отражатели с коэффициентами отражения 0.1, а обнаруженные отражатели с коэффициентами отражения 0.5 и 1.0 не разрешились между собой. На рис. 2б показано CS-изображение, восстановленное по формуле (18), на котором удалось обна-

[1] Конечно, возможна и обратная ситуация, когда для передачи смысла одного слова на языке первобытного племени понадобиться несколько слов на русском языке.

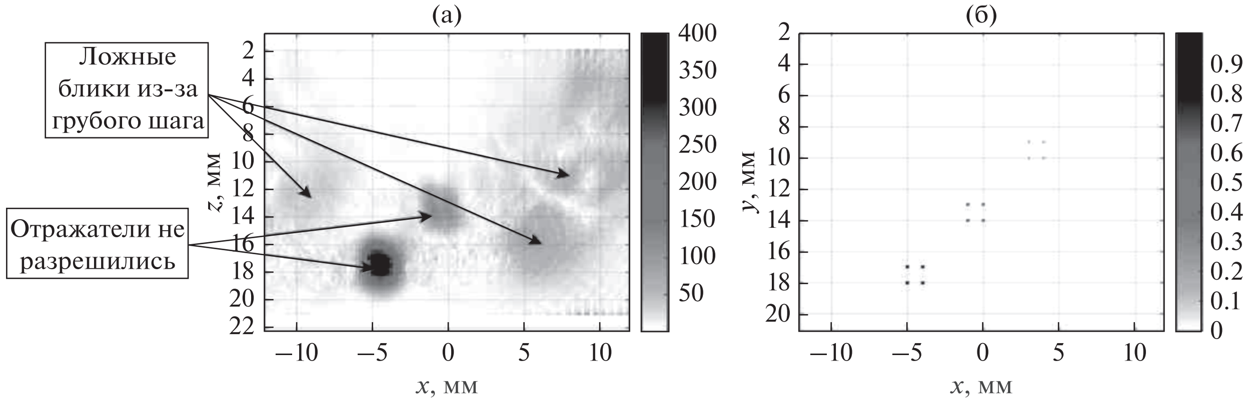

Рис. 2. Изображение 12 точечных отражателей: (а) корреляция, (б) метод CS.

ружить все 12 точечных отражателей и с высокой точностью определить их коэффициент отражения.

Если добавить к эхосигналам шум с равномерным распределением в диапазоне 5% от максимального значения эхосигналов, то изображение, восстановленное по формуле (18), оказывается настолько зашумленным, что обнаружить точечные отражатели совершенно невозможно. Это связано с тем, что алгоритм (18) эффективно работает только при отсутствии шума. Алгоритмы (19) или (21) по зашумленным эхосигналам восстанавливают CS-изображение, по которому сложно уверено обнаружить все отражатели из-за большого количества ложных бликов. Однако, если использовать $N_{\mathbf{A}}$ рандомизирующих матриц **A** для восстановления $N_{\mathbf{A}}$ CS-изображений, то после их объединения, например, как сумма или медиана, можно получить изображение, очень близкое к тому, что показано на рис. 2б. Понятно, что такой подход замедляет работу метода CS и снижает степень сжатия D, которую можно определить как

$$D = D_{\mathbf{C}} \frac{N}{KN_{\mathbf{A}}}, \qquad (22)$$

где $D_{\mathbf{C}} = N_e^2 / N_{tr}$ – отношение числа полного набора эхосигналов N_e^2 коммутационной матрицы **C** к числу используемых N_{tr}. Чем больше D, тем больше степень сжатия. Если для восстановления изображения отражателей используются все измеренные эхосигналы, то $D = 1$.

3.1. Требования к объему памяти

Оценим требуемый объем оперативной памяти (ОП), необходимой для работы CS-метода, и сравним его с объемом ОП, требуемым для методов C-SAFT, корреляции и МЭ. Будем исходить из того, что с помощью 32-х элементной АР в режиме двойного сканирования измеряется 1024 эхосигнала, каждый длиной 1024 двухбайтовых чисел. Объем измеренных эхосигналов будет равен 2 Мбайт. Будем полагать, что для методов корреляции, МЭ и CS за счет применения прореженной коммутационной матрицы **C** используется только четверть эхосигналов ($D_{\mathbf{C}} = 4$). Комплексное изображение восстанавливается на ОВИ размерами 256×256 пикселей, для хранения которого потребуется 0.5 Мбайт ОП. Таким образом, для работы метода C-SAFT нужно выделить всего 2.5 Мбайт для хранения измеренных эхосигналов и ОВИ (см. табл. 1). Для работы метода корреляции по формуле (8) требуется матрица $\mathbf{G}^T$ размерами $N \times N$ ($N = 256 \times 256 = 65536$ чисел в вещественном формате), для хранения которой необходимо 16 Гбайт ОП. Методу МЭ для хранения матриц **G**, $\mathbf{G}^T$ и **H** нужно выделить уже 48 Гбайт ОП. Метод CS использует матрицу **G** и матрицы **A** и **Φ** размерами $N \times K$. Если $K = 1024$, то необходимый объем ОП для хранения матрицы **A** и **Φ** равен 0.25 Гбайт.

Таким образом, исходя из размеров рассчитываемых матриц, необходимый объем ОП для расчетов методом МЭ должен быть не менее 64 Гбайт. Отметим, что современный персональный компьютер с ОП объемом 128 Гбайт и более не является исключительным случаем.

Определенные проблемы вызывает скорость расчета матрицы **G**. Достичь значительного ускорения расчетов (в $\approx 10^3$ раза) можно, используя графические карты с технологией NVIDIA CUDA™ [32], с помощью которых можно распараллелить вычисления элементов матрицы **G**.

4. МОДЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В данном разделе представлены результаты восстановления изображений несплошностей в образцах с применением описанных выше алго-

Таблица 1. Оценка объема ОП, необходимого для восстановления изображения

Операция/Метод	C-SAFT	Корреляция	МЭ	CS
Эхосигналы, Гбайт	0.002	0.0005	0.0005	0.0005
Изображение, Гбайт	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
Матрица **G**, Гбайт	–	–	16.0	16.0
Матрица $\mathbf{G}^T$, Гбайт	–	16.0	16.0	–
Гессиан **H**, Гбайт	–	–	16.0	–
Матрица **A**, Гбайт	–	–	–	0.25
Матрица **Ф**, Гбайт	–	–	–	0.25
Итоговый размер, Гбайт	0.0025	≈16.0	≈48.0	≈16.5

ритмов. Для регистрации эхосигналов использовался ЦФА-дефектоскоп “АВГУР АРТ”, разработанный и изготавливаемый “Научно-производственным центром неразрушающего контроля “ЭХО+” [33].

4.1. Тест перерассеяния, продольная волна

На рис. 3 приведена схема эксперимента с дюралюминиевым образцом, в котором были просверлены 12 отверстий бокового сверления диаметром 0.5 мм. Восстанавливались изображения четырех отверстий, расположенных в вершинах квадрата с ребром 2 мм и центром на глубине ≈38 мм. Для регистрации эхосигналов использовалась АР (5 МГц, 32 элемента, размер пьезоэлемента 0.9 × 10 мм, зазор между пьезоэлементами 0.1 мм), установленная на плексигласовую призму с углом наклона 20°. Квадратом отмечена ОВИ.

На рис. 4 показаны изображения отражателей, восстановленные методами C-SAFT и корреляции по акустической схеме, когда излучается и принимается продольная волна. На рис. 4б окружностями нанесены контуры отверстий, а используемая при восстановлении акустическая схема показана на изображении в правом верхнем углу. Лучи продольной волны показаны стрелками. C-SAFT-изображение было получено по формуле (3) по полному набору из эхосигналов, а корреляционное изображение было получено по формуле (8) с использованием $N_{tr} = 200$ эхосигналов, что составляет 19.5% от полного набора из $N_e^2 = 1024$ эхосигналов. Меньшее количество используемых эхосигналов в корреляционном методе обусловлено тем, что для расчета изображения по формуле (8) в памяти компьютера объемом 64 Гбайт можно было хранить матрицу $\mathbf{G}^T$ размерами 20000 × 20000 элементов. Поэтому из всех измеренных эхосигналов пришлось выделить фрагмент из 100 отсчетов. Это привело к появлению на рис. 4б характерной дуги, которой нет на рис. 4а. Недостаточно высокая разрешающая способность изображений на рис. 4 не позволила определить не только тип отражателей, но и их количество.

На рис. 5а показан результат восстановления изображения методом МЭ по формуле (10) по 200 эхосигналам ($\alpha = 10$, $\mu = 10^{-5}$). Продольная и фронтальная разрешающие способности изображения возросли более чем в два раза в сравнении с изображениями, полученными методами C-SAFT и корреляции (рис. 4). На МЭ-изображении уверенно видны блики трех отверстий. Амплитуда блика четвертого отверстия из-за эффекта затенения оказалась недостаточно большой для его обнаружения. На рис. 5б показано CS-изображение ($\tau = 0.1$, $N_\mathbf{A} = 15$), восстановленное по формуле (19)

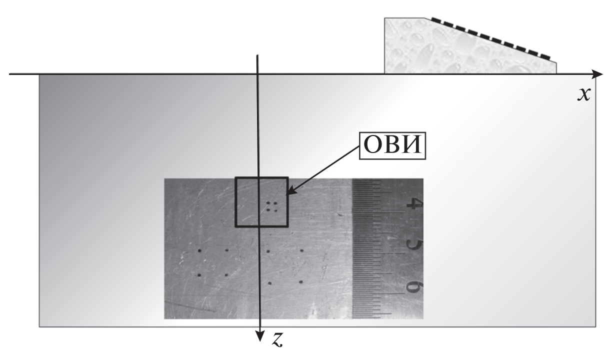

Рис. 3. Изображение теста перерассеяния и АР на призме.

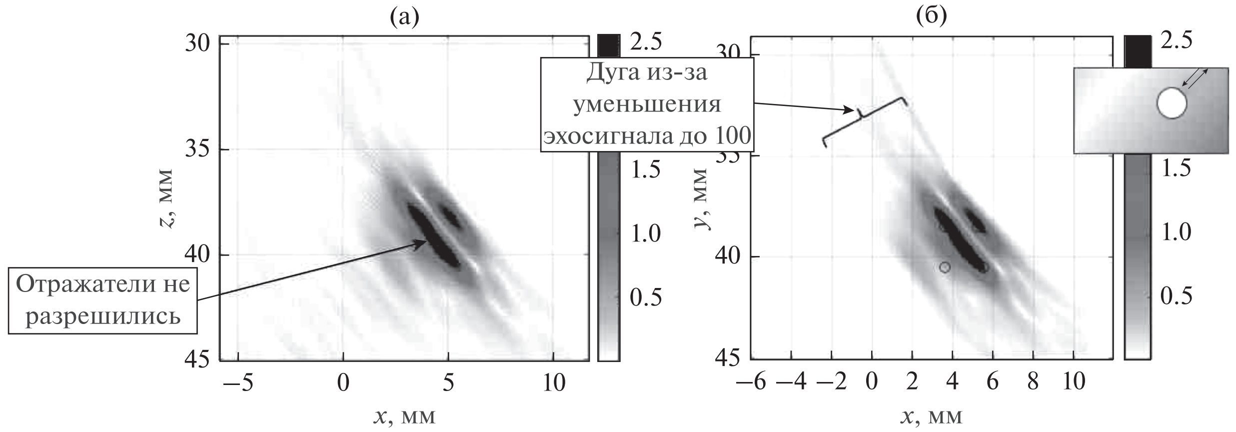

Рис. 4. Изображение самой близкой к поверхности группы отверстий бокового сверления теста перерассеяния: (а) метод C-SAFT, (б) корреляция.

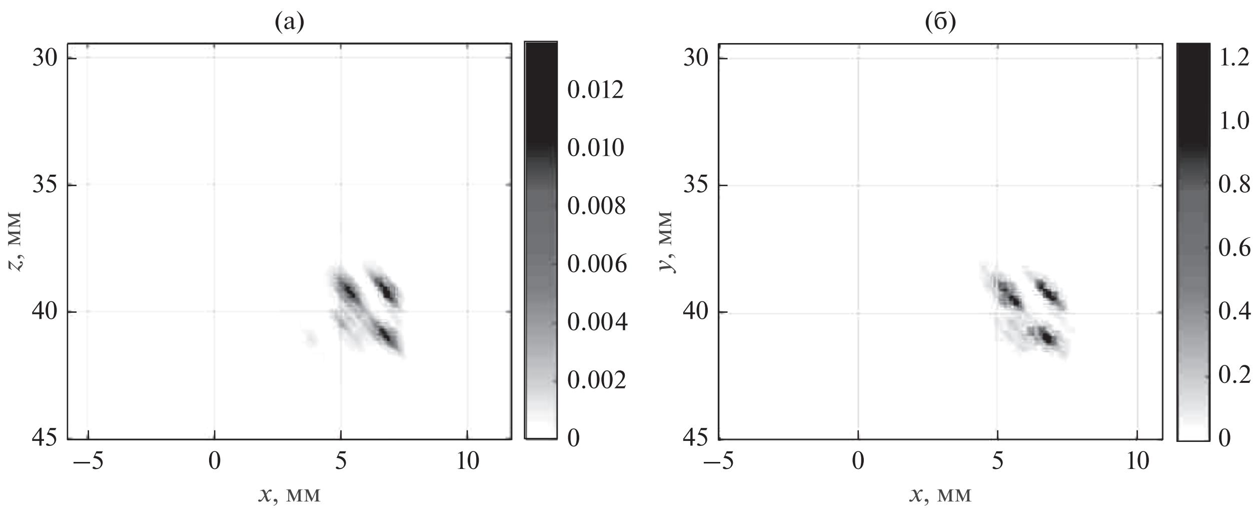

Рис. 5. Изображение самой близкой к поверхности группы отверстий бокового сверления теста перерассеяния: (а) метод МЭ, (б) метод CS.

с матрицей $\mathbf{\Phi}$ размерами $K \times N$, где $K = 180$. Пятнадцать парциальных CS-изображений объединялись в итоговое изображение как медиана. CS-изображение оказалось достаточно похожим на МЭ-изображение как по величине разрешающей способности, так и по уровню шума. Однако, восстановление 15 парциальных CS-изображений привело к увеличению времени расчетов. Но даже в этом случае степень сжатия достаточно высокая, $D = 35$. В табл. 2 сведены основные параметры изображений, полученные рассмотренными методами. Отношение сигнал/шум оценивалось по отношению максимального значения модуля изображения к его среднему.

4.2. Тест перерассеяния, поперечная волна, технология CDMA

Как упоминалось в разделе 1, для реализации технологии CDMA все элементы АР должны одновременно излучать каждый свой специальный зондирующий импульс $s_n(t)$, а эхосигналы должны одновременно приниматься всеми элементами АР. Эхосигнал $p_m(t)$, измеренный в режиме CDMA m-ым элементном АР, можно представить как

$$p_m(t) = \sum_{n=1}^{N_e} p_{n,m}(t), \tag{23}$$

Таблица 2. Параметры восстановленных изображений методами: C-SAFT, корреляция, МЭ и CS для теста перерассеяния

Метод	C-SAFT	Корреляция	МЭ	CS
Степень сжатия D	1	5	5	35
Лучевое разрешение, мм	0.9	0.9	0.4	0.4
Фронтальное разрешение, мм	2.5	2.5	1.2	1.2
Отношение сигнал/шум, дБ	47.0	44.0	70.0	77.0

где $p_{n,m}(t)$ – эхосигнал, измеренный в режиме двойного сканирования, когда излучил n-ый элемент АР, а зарегистрировал эхосигнал элемент с номером m.

Первый вариант восстановления изображения отражателей при одновременном излучении заключается в декодировании эхосигналов $p_m(t)$ для оценки эхосигналов $\tilde{p}_{n,m}(t)$, которые были бы измерены в режиме двойного сканирования. По декодированным эхосигналам $\tilde{p}_{n,m}(t)$ можно восстановить изображение методом C-SAFT по формуле (3) или корреляционным методом по формуле (2) или (8).

Для эффективного декодирования эхосигналов корреляционная функция $R_{n,m}(\tau)$ набора кодирующих сигналов $\{s_n(t)\}_{n=1}^{N_e}$, состоящего из N_e сигналов и предназначенного для возбуждения элементов АР, должна обладать свойством ортогональности

$$R_{n,m}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_n(t)s_m(t+\tau)dt = \delta_{n,m}\delta(\tau), \quad n,m = 1,2,\dots N_e, \tag{24}$$

где $\delta_{n,m}$ – символ Кронекера. Сигналов для практического использования с таким свойством не известно, однако разработано несколько наборов из N_e кодирующих сигналов $s_n(t)$, которые в той или иной степени приближаются к идеальному набору со свойством (24). Наборы таких сигналов называются псевдоортогональными. К ним относятся фазоманипулированные сигналы, кодированные последовательностью длиной N_c. Закон изменения фазы каждого периода зондирующего сигнала может определятся кодами Касáми [34], Голда [35], де Брейна [36], у которых фаза каждого чипа может принимать значения 0 или 180 градусов. Можно использовать последовательности Задова–Чу [37], имеющие специально рассчитанную фазу каждого чипа в диапазоне от −180 до 180 градусов. Каждый чип может определять фазу одного периода на несущей частоте f_c, но возможен вариант случайного изменения частоты $f_c + \delta f$ от чипа к чипу.

Распространенным методом декодирования сигналов $p_m(t)$ является согласованная фильтрация с кодовым сигналом $s_n(t)$ по формуле

$$\tilde{p}_{n,m}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_m(\tau)s_n(\tau - t)d\tau. \tag{25}$$

Такой алгоритм сжатия сложных сигналов обладает высоким быстродействием и позволяет получать изображения с частотой более 10 Гц, но он не позволяет получить низкий уровень межканальных помех и достичь эффекта сверхразрешения. При декодировании эхосигналов по формуле (25) уровень межканальных помех, то есть среднюю величину функции корреляции $R_{n,m}(\tau)$ для $n \neq m$, можно оценить как $1/\sqrt{N_c}$.

Второй вариант восстановления изображения не предполагает декодирования эхосигналов $p_m(t)$, а изображение отражателей получается методом МЭ (см. раздел 2.2) или методом CS (см. раздел 2.3), когда матрица $\mathbf{G}$ формируется из эхосигналов $p_m(t)$.

Для регистрации эхосигналов использовалась АР (5 МГц, 32 элемента, размер пьезоэлемента 0.75 × 10 мм, зазор между пьезоэлементами 0.25 мм), установленная на рексолитовую призму с углом наклона 35°. Призма была размещена на образце примерно так же, как показано на рис. 3. Измерения в режиме CDMA проводились для двух положений АР, в каждом из которых использовался свой кодовый набор $\{s_n(t)\}_{n=1}^{N_e}$ из $N_e = 32$ сигналов, сформированных из кодов Касами длиной $N_c = 15$. Несущая частота каждого периода зондирующего сигнала случайно менялась в диапазоне от 3.0 до 7.0 МГц ($\delta f = 2.0$ МГц).

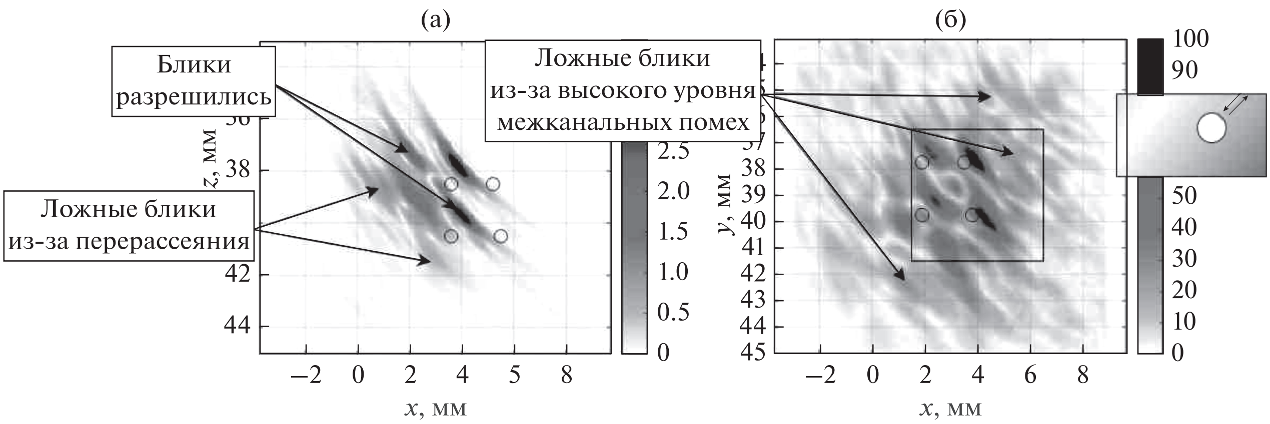

Рис. 6. Изображение самой близкой к поверхности группы отверстий бокового сверления теста перерассеяния: (а) метод C-SAFT простой, сигнал, (б) корреляция, CDMA, коды Касами.

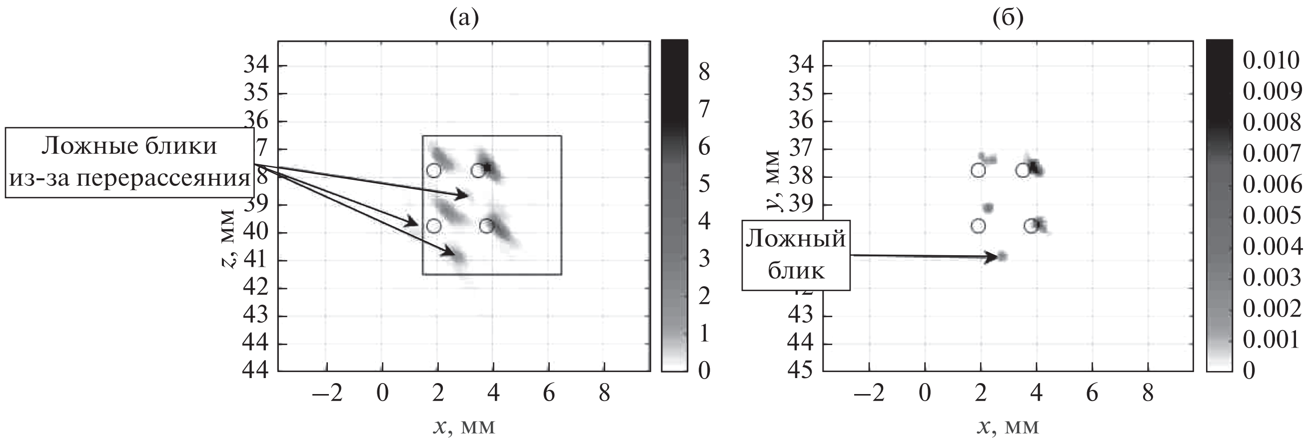

Рис. 7. Изображение самой близкой к поверхности группы отверстий бокового сверления теста перерассеяния: (а) метод МЭ, (б) метод CS

На рис. 6а показано C-SAFT-изображение, восстановленное по формуле (3) по полному набору эхосигналов $p_{n,m}(t)$ на поперечной волне при излучении простого сигнала, и поэтому имеет более высокую разрешающую способность, чем изображение на рис. 4а. Ложные блики, сформированные импульсами, перерассеянными между отверстиями, не позволяют определить тип и количество отражателей. На рис. 6б показано корреляционное изображение, восстановленное по формуле (8) по эхосигналам $p_m(t)$, полученным по технологии CDMA для двух кодовых наборов $\{s_n(t)\}_{n=1}^{N_e}$. Использовалось $N_{tr} = 64$ суммарных эхосигналов $p_m(t)$, что составляет 3.1% от полного набора из 2048 эхосигналов при использовании простого зондирующего сигнала для двух положений АР. Корреляционное изображение имеет ложные блики большой амплитуды, возникшие из-за высокого межканального шума кодового набора $\{s_n(t)\}_{n=1}^{N_e}$, которые делают это изображение не пригодным для анализа. На рис. 6б окружностями нанесены контуры отверстий, а используемая при восстановлении акустическая схема показана на изображении в правом верхнем углу. Лучи поперечной волны показаны стрелками.

На рис. 7а показано МЭ-изображение, восстановленное по формуле (10) по 64 эхосигналам ($\alpha = 25$, $\mu = 10^{-5}$) с размером матрицы $\mathbf{G}$, равным $N \times N$, где $N = 25600$. Продольная и фронтальная разрешающие способности изображения возросли более чем в два раза (см. табл. 3) в сравнении с изображениями, полученными методами C-SAFT и корреляции (рис. 6). На МЭ-изображении уверенно видны блики четырех отверстий, но имеется ложный блик, близкий по амплитуде к блику границы отверстия, что затрудняет точное

Таблица 3. Параметры восстановленных изображений методами: C-SAFT, корреляция, МЭ и CS для теста перерассеяния в режиме CDMA

Метод по режиму CDMA	C-SAFT	Корреляция	МЭ	CS
Степень сжатия D	1	32	32	182
Лучевое разрешение, мм	0.6	0.6	0.3	0.3
Фронтальное разрешение, мм	1.8	1.8	0.7	0.5
Отношение сигнал/шум, дБ	23.6	11.2	52.4	68.3

Таблица 4. Параметры восстановленных изображений методами: C-SAFT, корреляция, МЭ и CS для трещины с неровным дном при эхо-регистрации

Метод	C-SAFT	Корреляция	МЭ	CS
Степень сжатия D	1	7.1	7.1	51.2
Отношение сигнал/шум, дБ	21.7	11.3	40.1	46.7
Высота паза, мм	4.6	4.7	4.1	4.1

определение числа отражателей. На рис. 7б показано CS-изображение ($\tau = 3$, $N_{\mathbf{A}} = 10$), восстановленное по формуле (21) с матрицей $\mathbf{\Phi}$ размерами $K \times N$, где $K = 449$. Десять парциальных CS-изображений объединялись в итоговое как медиана. CS-изображение оказалось достаточно похожим на МЭ-изображение как по величине разрешающей способности, так и по уровню шума. В данном примере удалось, за счет замены исходных эхосигналов $\mathbf{p}$ на “информационно обогащенный” вектор $\mathbf{y}$, достичь очень высокого коэффициента сжатия $D = 182$.

4.3. Модель придонной трещины в образце с неровным дном

На рис. 8 показано фото стального образца толщиной $h = 18$ мм с неровным дном и с моделью придонной трещины в виде паза шириной 0.7 мм с вершиной на глубине 12 мм. Для регистрации эхосигналов использовалась АР (5 МГц, 32 элемента, размер пьезоэлемента 0.5 × 10 мм,

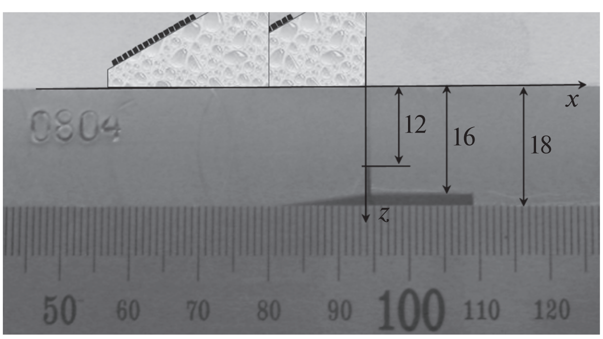

Рис. 8. Фотография образца с моделью трещины и схематическое изображение АР в двух положениях, где измерялись эхосигналы (0 и −13 мм).

зазор между пьезоэлементами 0.1 мм), установленная на рексолитовую призму с углом наклона 35°. Эхосигналы измерялись для двух положений АР: 0 и −13 мм от передней грани призмы до начала трещины, как показано на рис. 8.

На рис. 9 показано изображение трещины, восстановленное методом C-SAFT (формула (3)) и корреляции (формула (8)) при однократном отражении от дна эхосигналов для двух положений АР в предположении, что излучение и прием происходит на поперечной волне. Сплошной линией представлен контур дна и паза образца, а используемая акустическая схема показана на изображении в правом верхнем углу. C-SAFT-изображение (рис. 9а) было получено по полному набору из $2N_e^2$ эхосигналов, а корреляционное изображение (рис. 9б) было восстановлено с использованием $N_{tr} = 288$ эхосигналов, что составляет 14.1% от полного набора из 2048 эхосигналов. Несмотря на то, что удалось восстановить изображение границы трещины, наличие ложных бликов затрудняет анализ изображения, а невысокая разрешающая способность не позволяет определить высоту паза даже с точностью ±0.5 мм.

На рис. 10 показаны результаты восстановления изображения трещины по 288 эхосигналам методами МЭ по формуле (10) ($\alpha = 7$, $\mu = 10^{-5}$) и методом CS ($\tau = 0.1$, $N_{\mathbf{A}} = 5$). CS-изображение было восстановлено по формуле (21) как медиана парциальных изображений для $N_{\mathbf{A}} = 5$ вариантов рандомизирующей матрицы $\mathbf{A}$ с матрицей $\mathbf{\Phi}$ размерами $K \times N$, где $K = 400$. Размер матрицы $\mathbf{G}$ равен $N \times N$, где $N = 14\,400$. При сравнении с изображениями, полученными методом C-SAFT и корреляции (рис. 9), оба метода позволили увеличить лучевую и фронтальную разрешающие способности более чем в два раза, при уменьшении амплитуды ложных бликов более чем на 20 дБ.

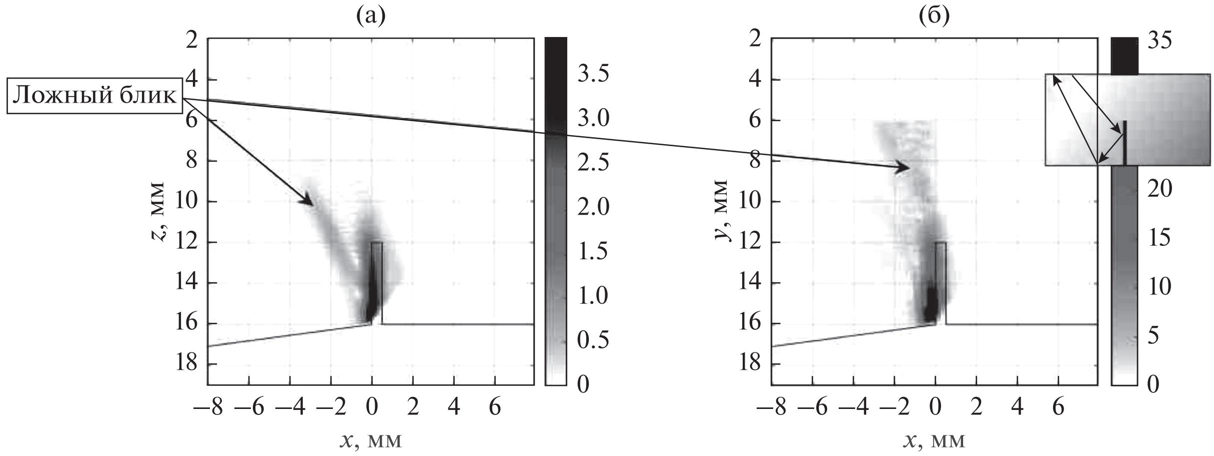

Рис. 9. Изображение модели трещины при однократном отражении от дна: (а) метод C-SAFT, (б) корреляция.

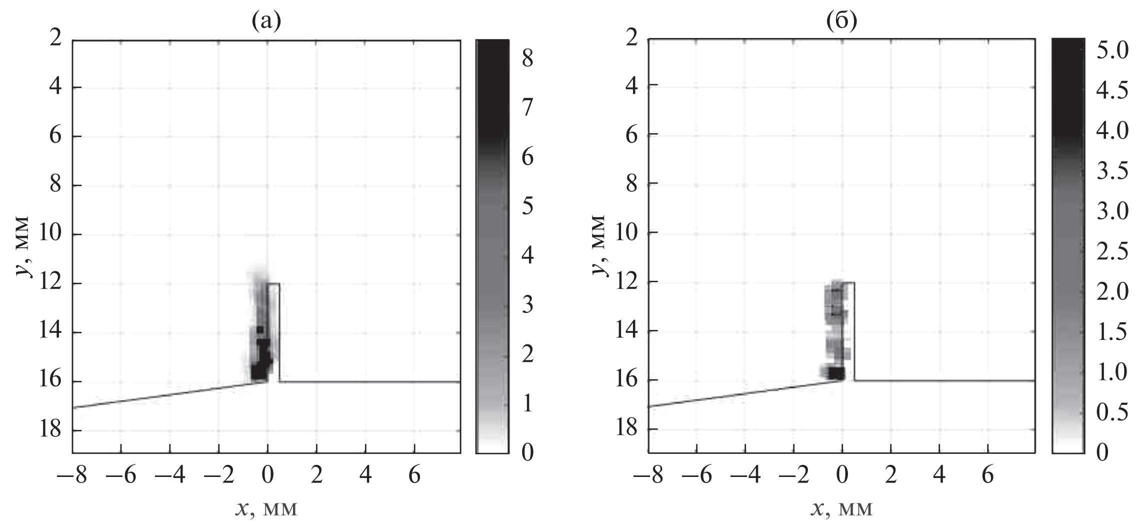

Рис. 10. Изображение трещины в виде паза шириной 0.7 мм с неровным дном по акустической схеме: (а) метод МЭ, (б) метод CS.

Высота трещины оценивалась по координатам точки перегиба среза изображения вдоль оси z для координаты $x = -0.1$ мм (см. табл. 4).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье было проведено сравнение изображений объемных и плоскостных отражателей, восстановленных методом C-SAFT, корреляционным методом, методом МЭ и методом CS, по эхосигналам, измеренным АР. На основе проведенных исследований можно сделать выводы, что CS-метод позволяет:

1) Повысить скорость регистрации эхосигналов в среднем в пять раз за счет уменьшения числа измеряемых эхосигналов. Такого же эффекта можно достичь и при восстановлении изображения отражателей методом МЭ.

2) Дополнительно уменьшить объем данных, по которым в модельном эксперименте удалось восстановить CS-изображение отражателей, более чем в пять раз.

3) Повысить лучевую и фронтальную разрешающие способности CS-изображения более чем в 2 раза по сравнению с изображениями полученными методами C-SAFT и корреляции. По полученной разрешающей способности CS-изображения соизмеримы с МЭ-изображениями.

4) уменьшить уровень шума более чем на 20 дБ. По достигнутому уровню шума CS-изображения соизмеримы с МЭ-изображениями.

5) Восстановить высококачественное изображение отражателей по эхосигналам, полученным по технологии CDMA.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Advances in Phased Array Ultrasonic Technology Applications. Publisher: Waltham, MA: Olympus NDT, 2007.

2. *Воронков В.А., Воронков И.В., Козлов В.Н., Самокрутов А.А., Шевалдыкин В.Г.* О применимости технологии антенных решеток в решении задач ультразвукового контроля опасных производственных объектов // В мире неразрушающего контроля. 2011. № 1. С. 64–70.
3. *Базулин Е.Г.* Сравнение систем для ультразвукового неразрушающего контроля, использующих антенные решетки или фазированные антенные решетки // Дефектоскопия. 2013. № 7. С. 51–75.
4. *Парфенов В.И., Голованов Д.Ю.* Обнаружение дискретных разреженных сигналов с частотой дискретизации, не превышающей частоту Найквиста // Журн. радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. № 6. URL: http://jre.cplire.ru/jre/jun17/1/text.pdf (дата обращения: 23.03.2019).
5. Высокочастотный ультразвуковой томограф “A1550 IntroVisor” // URL: http://acsys.ru/production/?type_id=16&subtype_id=7&product_id=106 (дата обращения: 23.03.2019).
6. *Bazulin A., Bazulin E.* Increasing ultrasonic array data acquisition rate through the use of Kasami codes and the maximum entropy method // Applied Physics Research. 2016. V. 8. № 1. P. 47–63. https://doi.org/10.5539/apr.v8n1p47
7. *Camacho J., Parrilla M., Fritsch C.* Phase Coherence Imaging // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2009. V. 56. № 5. P. 958–974.
8. *Okumura S., Taki H., Sato T.* Stabilization techniques for high resolution ultrasound imaging using beamspace Capon method // 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), South Brisbane, QLD. 2015. P. 892–896.
9. *Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б.* Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // Акуст. Журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
10. *Базулин Е.Г.* Двумерная адаптивная экстраполяция спектра многочастотных акустических голограмм // Акуст. Журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 8–16.
11. *Базулин А.Е., Базулин Е.Г.* Деконволюция сложных эхосигналов методом максимальной энтропии в ультразвуковом неразрушающем контроле // Акуст. Журн. 2009. № 6. С. 772–783.
12. *Граничин О.Н.* Рандомизация измерений и l_1-оптимизация // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. № 5. С. 3–23.
13. *Donoho D.L.* Compressed sensing // IEEE Trans. Inform. Theory. 2006. P. 1289–1306.
14. *Foucart S., Rauhut H.* A mathematical introduction to compressive sensing. Basel, Birkhauser, 2013. 585 p.
15. *Guarneri G.A., Pipa D.R., Junior F.N., de Arruda L.V.R., Zibetti M.V.W.* A sparse reconstruction algorithm for ultrasonic images in nondestructive testing // Sensors. 2015. V. 15. P. 9324–9343.
16. *Минаков Е.И., Серегин П.С.* Сравнительный анализ методов параллельной реконструкции изображений магнитно-резонансной томографии // Цифровая обработка сигналов. 2012. № 3. С. 23–28.
17. *Provost J., Lesage F.* The application of compressed sensing for photo-acoustic tomography // IEEE Trans. Med. Imag. 2009. V. 28. № 4. P. 585–594.
18. *Knee P.* Sparse representations for radar with MATLAB R examples. Synthesis Lectures on Algorithms and Software in Engineering. 2012. V. 4. № 1. P. 1–85.
19. *Ковалев А.В., Козлов В.Н., Самокрутов А.А., Шевалдыкин В.Г., Яковлев Н.Н.* Импульсный эхо-метод при контроле бетона. Помехи и пространственная селекция // Дефектоскопия. 1990. № 2. С. 29–41.
20. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
21. *Базулин Е.Г.* Учет анизотропных свойств сварного соединения при восстановлении изображения отражателей по эхосигналам, измеренным ультразвуковой антенной решеткой // Дефектоскопия. 2017. № 1. С. 11–25.
22. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. Изд. 3-е, исправл. М.: Наука, 1986. 288 с.
23. *Kullback S.* Information Theory and Statistics. New York, 1968. 416 p.
24. *Летова Т.А., Пантелеев А.В.* Экстремум функций в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Издательство МАИ, 1998. 376 с.
25. *Базулин Е.Г.* О возможности использования в ультразвуковом неразрушающем контроле метода максимальной энтропии для получения изображения рассеивателей по набору эхосигналов // Акуст. Журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 235–254.
26. *Candes E.J.* The restricted isometry property and its implications for compressed sensing // Comptes Rendus de l’Acad. des Sci. Serie I. 2008. V. 346. 589592.
27. *Candes E., Wakin M.* People hearing without listening: An Introduction to Compressive Sampling // IEEE Signal Processing Magazine. 2008. V. 25. № 2. P. 21–30.
28. *Baraniuk R.G., Davenport M., DeVore R., Wakin M.B.* A simple proof of the restricted isometry principle for random matrices (aka the Johnson-Lindenstrauss lemma meets compressed sensing) // Constructive Approximation. 2007.
29. *Candes E., Romberg J., Tao T.* Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements // Communications on Pure and Aplied Mathematics. 2006. V. 59. Is. 8. P. 1207–1223.
30. *Efron B., Hastie T., Johnstone Y., Tibshirani R.* Least angle regression // The Annals of Statistics. 2004. V. 32. № 2. P. 407–499.
31. SPGL1: A solver for large-scale sparse reconstruction. URL: https://www.cs.ubc.ca/~mpf/spgl1/index.html (дата обращения: 23.03.2019).
32. Технология NVIDIA CUDA™, URL: https://www.nvidia.ru/object/cuda-parallel-computing-ru.html (дата обращения: 23.03.2019).
33. Официальный сайт фирмы “ЭХО+” URL: http://www.echoplus.ru (дата обращения: 23.03.2019).
34. *Kasami T.* Weight Distribution Formula for Some Class of Cyclic Codes // Tech. Report No. R-285. Univ. of Illinois, 1966.
35. *Gold R.* Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing // IEEE Transactions on Information Theory. October 1967. V. 13(4). P. 619–621. https://doi.org/10.1109/TIT.1967.1054048
36. *de Bruijn N.G.* A combinatorial problem // Koninklijke Nederlandse Akademie v. Wetenschappen. 1946. V. 49. P. 758-764.
37. *Chu D.C.* Polyphase codes with good periodic correlation properties // IEEE Trans. Inform. Theory. July. 1972. P. 531–532. https://doi.org/10.1109/TIT.1972.1054840