АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2020, том 66, № 3, с. 327–331

АКУСТИКА ПОМЕЩЕНИЙ. МУЗЫКАЛЬНАЯ АКУСТИКА

УДК 534.26

МАКСИМАЛЬНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА МОНОПОЛЕМ В ПОМЕЩЕНИИ НА НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

© 2020 г. Н. Г. Канев[a, b, *]

[a]Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева, ул. Шверника 4, Москва, 117036 Россия

[b]Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005 Россия

*e-mail: nikolay.kanev@mail.ru

Поступила в редакцию 14.08.2019 г.
После доработки 02.10.2019 г.
Принята к публикации 29.10.2019 г.

Рассмотрена задача о поглощении звука монополем в прямоугольном помещении с абсолютно жесткими стенками. Найден импеданс излучения монополя, реализованного в виде поршня, встроенного в одну из стенок помещения. Вычислен импеданс монополя, при котором обеспечивается максимальный коэффициент затухания первого собственного колебания помещения. Показано, что в общем случае монополь с подобранным определенным образом импедансом поглощает звук эффективнее резонатора Гельмгольца. Предложенный подход может использоваться для проектирования активных систем поглощения звука для малых помещений.

Ключевые слова: архитектурная акустика, собственные моды помещения, резонатор Гельмгольца

DOI: 10.31857/S0320791920020021

Малые рассеиватели при определенных условиях являются эффективными поглотителями звука. В свободном пространстве газовый пузырек в жидкости или резонатор Гельмгольца при оптимальном трении имеют максимально возможное поглощение, которое может быть достигнуто рассеивателем монопольного типа [1]. Параметры резонатора Гельмгольца, при которых поглощение звука, характеризуемое коэффициентами затухания собственных колебаний помещения, максимально, найдены в работе [2]. Коэффициенты затухания первых мод помещения с резонатором зависят от его массы: чем она меньше, тем больше коэффициенты затухания. Но даже при нулевой длине горла резонатора его масса ненулевая и определяется присоединенной массой отверстия. Поэтому резонатор Гельмгольца в помещении не обеспечивает максимальное поглощение, достижимое монопольным рассеивателем.

Вместе с тем, задача о максимальном поглощении звука на первых резонансах помещения актуальна для акустики малых помещений: для выравнивания частотной характеристики помещений часто используются активные методы гашения звука [3, 4]. Активные методы [5–8] позволяют реализовать любой импеданс локального рассеивателя, а следовательно, достичь максимального демпфирования собственных мод помещения. В связи с этим в настоящей работе решена задача о максимальном поглощении звука монополем в помещении с абсолютно жесткими стенками. В качестве характеристики поглощения выбран коэффициент затухания свободных колебаний системы “помещение–монополь”. Монополь представляет собой встроенный в стенку поршень, малый по сравнению с размерами помещения. В первую очередь вычисляется его импеданс излучения [9, 10], а затем определяются собственные частоты системы “помещение–монополь” [2].

Рассмотрим прямоугольное помещение с размерами L, D, H с абсолютно жесткими стенками (рис. 1). Среда в помещении характеризуется плотностью ρ и скоростью звука c. В стенке, находящейся в плоскости $x = 0$, установлен квадратный поршень со стороной a, положение поршня задается координатами одной из его вершин (y_0, z_0). Пусть поршень колеблется по гармоническому закону с частотой ω и амплитудой скорости V.

Звуковое поле в помещении может быть найдено стандартным методом Фурье. Звуковое давление записывается в виде суммы

$$p = i\omega\rho\sum_{n,m} V_{nm}\frac{\cos[\xi_{nm}(x-L)]}{\xi_{nm}\sin\xi_{nm}L}\cos\eta_n y\cos\zeta_m z, \quad (1)$$

$$V_{nm} = \frac{4V}{DH\varepsilon_n\varepsilon_m}\alpha_n\beta_m, \quad (2)$$

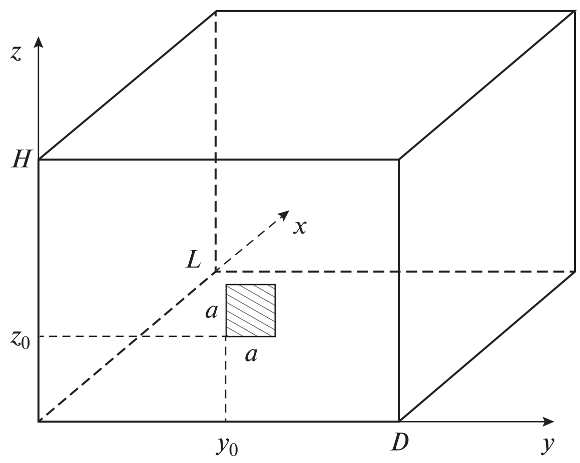

Рис. 1. Прямоугольное помещение с монополем.

где $n, m = 0, 1, 2\ldots$, $\eta_n = \pi n/D$, $\zeta_m = \pi m/H$, $\xi_{nm} = \sqrt{k^2 - \eta_n^2 - \zeta_m^2}$, $k = \omega/c$, $\varepsilon_0 = 2$, $\varepsilon_{n\geq 1} = 1$, $\alpha_0 = \beta_0 = a$,

$$\alpha_{n\geq 1} = \frac{\sin \eta_n (y_0 + a) - \sin \eta_n y_0}{\eta_n}, \quad \beta_{m\geq 1} = \frac{\sin \zeta_m (z_0 + a) - \sin \zeta_m z_0}{\zeta_m}. \tag{3}$$

Сила, действующая на поршень со стороны среды, определяется выражением

$$F = \int_S p|_{x=0}\, dS, \tag{4}$$

где S – площадь поверхности поршня. Из (1) и (4) находим импеданс поршня

$$Z_r = \frac{F}{V} = i\frac{4\omega\rho}{DH}\sum_{n,m}\frac{\mathrm{ctg}\xi_{nm}L}{\varepsilon_n\varepsilon_m\xi_{nm}}\alpha_n^2\beta_m^2. \tag{5}$$

Коэффициенты α_n и β_m описывают влияние положения поршня на стенке на его импеданс. Если поршень расположен в углу, т.е. если $y_0 = z_0 = 0$, то его колебания возбуждают все моды помещения. Если поршень расположен в центре стенки, т.е. если $y_0 = (D - a)/2$ и $z_0 = (H - a)/2$, то его колебания возбуждают только нулевую и четные по n и m моды.

Для расчетов рассмотрим два вида помещений: кубическое ($L : D : H = 1 : 1 : 1$) и вытянутое ($L : D : H = 1 : 0.2 : 0.2$). Введем безразмерные импеданс и частоту

$$Z_r' = \frac{Z_r}{\rho c a^2}, \tag{6}$$

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_1}, \tag{7}$$

где $\omega_1 = \pi c/L$ – первая резонансная частота помещения без монополя. Далее штрихи у величин Z_r' и ω' будем опускать.

На рис. 2 приведен расчет импеданса поршня Z_r в углу помещения и в центре стенки для двух помещений в зависимости от частоты. На собственных частотах возбуждаемых мод импеданс обращается в бесконечность. В вытянутом помещении импеданс слабо зависит от положения поршня на стенке, что также имеет место в одномодовых волноводах [11].

Пусть импеданс монополя имеет произвольное комплексное значение Z, которое, как и им-

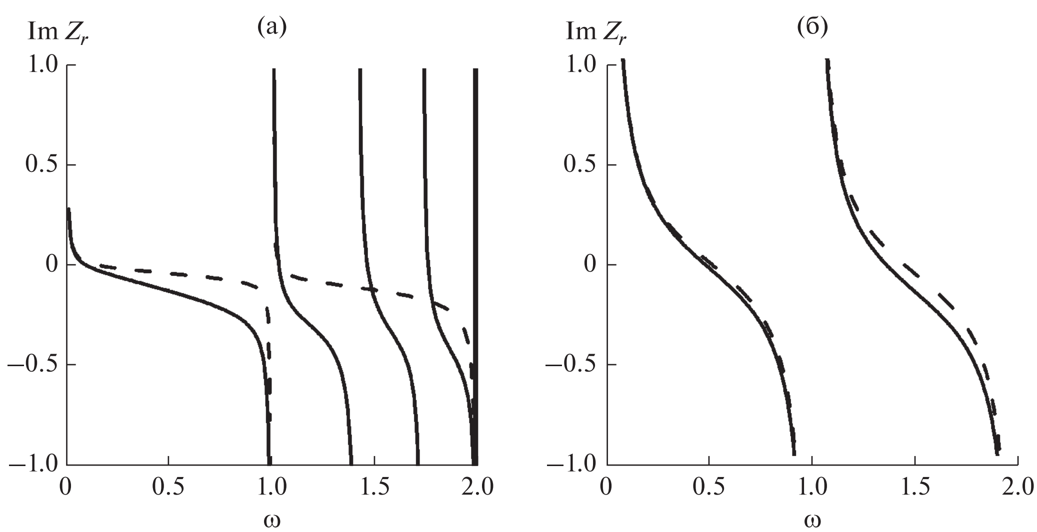

Рис. 2. Импеданс излучения поршня в углу помещения (сплошные линии) и в центре помещения (пунктирные линии): (а) – кубическое помещение, (б) – вытянутое помещение.

педанс излучения (6), приведем к безразмерному виду $Z' = \frac{Z}{\rho c a^2}$, опуская при этом штрих у величины Z'. Тогда собственные частоты системы “помещение–монополь” определяются уравнением [6]

$$Z + Z_r = 0. \quad (7)$$

В первую очередь рассмотрим влияние вещественной части импеданса на значение корней (7) для кубического помещения с монополем в углу. На рис. 3 приведены первые три корня уравнения (7), найденные численно, для двух значений мнимой части импеданса Z. Если рассматриваемая система бездиссипативна, т.е. $\mathrm{Re}\, Z = 0$, то корни вещественны, обозначим их Ω_n и отметим на комплексной плоскости на рис. 3 проколотыми точками. Частоты ω_n – собственные частоты помещения без поршня. Наименьшая собственная частота помещения согласно (7) равна $\omega_1 = 1$, вторая – $\omega_2 = \sqrt{2}$.

Нумерация Ω_n начинается с $n = 0$, поскольку помещение с поршнем имеет дополнительную степень свободы и собственную частоту. На этой частоте звуковое давление во всем объеме помещения постоянно, что становится возможным в помещении с источником или стоком объемной скорости.

При $\mathrm{Im}\, Z = 0.2$ все частоты Ω_n оказываются выше ω_n, при этом Ω_0 оказывается ниже ω_1. При $\mathrm{Im}\, Z = 0.3$ частота Ω_0 оказывается между Ω_1 и Ω_2, т.е. частота собственного колебания, связанного с дополнительной степенью свободы, обусловленной движением поршня, увеличивается с увеличением значения $\mathrm{Im}\, Z$.

Далее будем увеличивать значение действительной части импеданса поршня от нулевого значения до бесконечности и отслеживать, как изменяются собственные частоты. При ненулевом значении $\mathrm{Re}\, Z$ собственные частоты становятся комплексными, а соответствующие им моды затухающими. С увеличением $\mathrm{Re}\, Z$ мнимые части собственных частот уменьшаются, достигают минимального значения (за исключением нулевой моды), а затем стремятся к нулю. Мнимая часть нулевой собственной частоты не имеет экстремума, поэтому соответствующее собственное колебание системы становится все более затухающим. Таким образом, в пределе $\mathrm{Re}\, Z \to \infty$ собственные частоты стремятся к собственным частотам помещения без поршня ω_1 и ω_2, т.е. сильно задемпфированный поршень не оказывает влияния на звуковое поле в помещении.

Между значениями $\mathrm{Im}\, Z = 0.2$ и $\mathrm{Im}\, Z = 0.3$ существует значение $\mathrm{Im}\, Z$, при котором поведение корней (7) принципиально отличается. На рис. 4 приведены собственные частоты системы “помещение–поршень” для $\mathrm{Im}\, Z = 0.26$ при изменении $\mathrm{Re}\, Z$ от 0 до ∞. Ветви корней, соответствующие нулевой и первой моде, имеют общую точку $\tilde{\omega}_{01}$. Как показано в работе [2] на примере резонатора Гельмгольца, максимальное поглощение звука на двух первых модах происходит на кратной собственной частоте. Можно также подобрать такое значение импеданса поршня, при котором одинаковую собственную частоту будут иметь нулевая и вторая моды, т.е. максимальное поглощение будет достигнуто в окрестности второй моды.

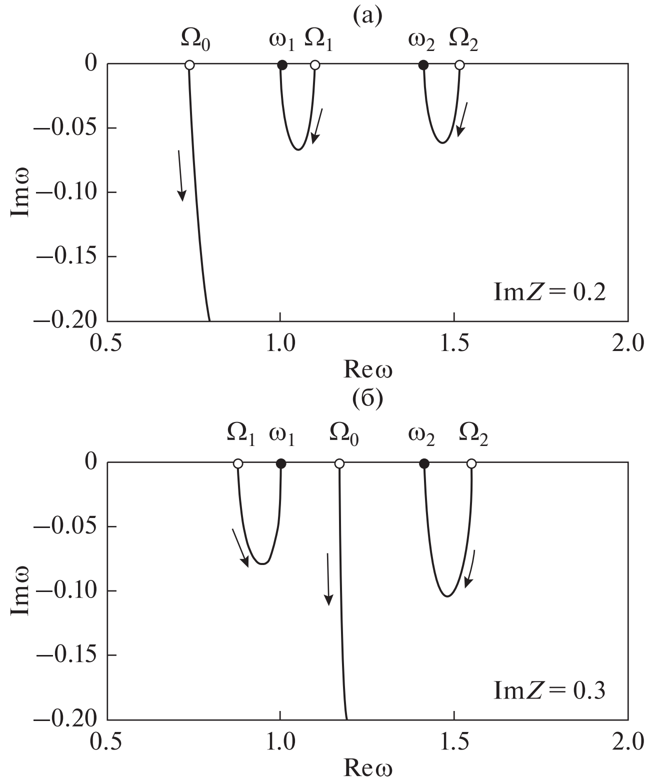

Рис. 3. Собственные частоты системы “помещение–поршень” при изменении $\mathrm{Re}\, Z$ от 0 до ∞. Стрелки указывают направление движения корней по кривой при увеличении $\mathrm{Re}\, Z$.

Далее вычислим коэффициент затухания первого собственного колебания системы. В окрестности первой резонансной частоты помещения ω_1 будет два собственных колебания, имеющих в случае бездиссипативного поршня собственные частоты Ω_0 и Ω_1. Обозначим два первых корня уравнения (7) $\tilde{\omega}_1$ и $\tilde{\omega}_2$. Скорости затухания этих мод определяются величинами $\mathrm{Im}\, \tilde{\omega}_1$ и $\mathrm{Im}\, \tilde{\omega}_2$. Длительность затухания колебаний системы “помещение–поршень” в окрестности частоты ω_1 будет, очевидно, определяться меньшим из двух ко-

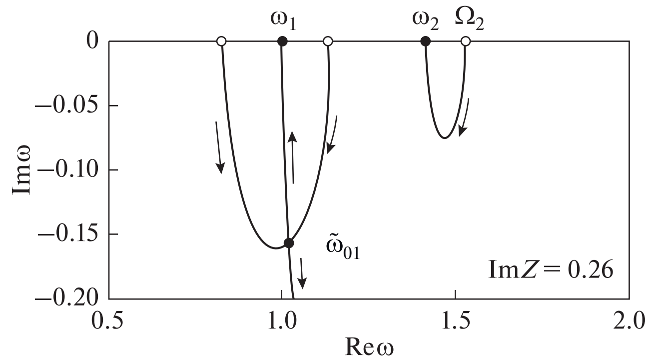

Рис. 4. Кратная собственная частота $\tilde{\omega}_{01}$.

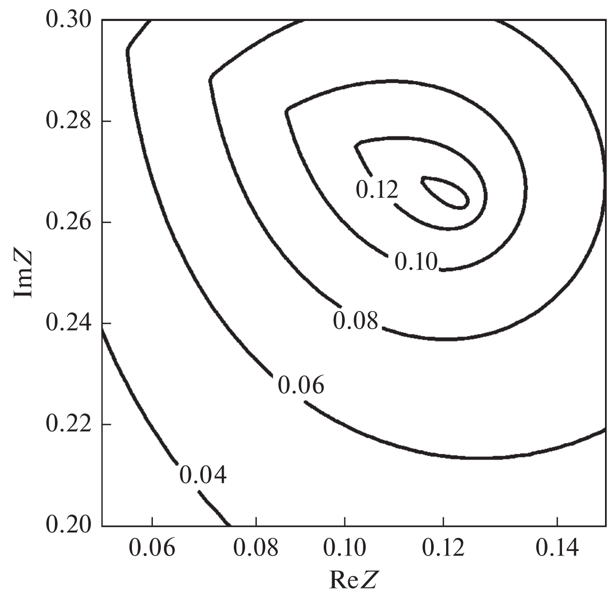

Рис. 5. Коэффициент затухания системы “помещение–поршень” δ в окрестности первой резонансной частоты помещения в зависимости от импеданса поршня Z.

эффициентов затухания. Введем коэффициент затухания колебания системы следующим образом

$$\delta = \min(-\operatorname{Im}\tilde{\omega}_1, -\operatorname{Im}\tilde{\omega}_2). \tag{8}$$

Коэффициент затухания δ является функцией импеданса Z. На рис. 5 приведена зависимость коэффициента затухания от комплексного импеданса Z в виде линий равных значений δ, рассчитанных согласно (8). Функция $\delta(Z)$ имеет максимальное значение $\delta_m = 0.15$ при $Z_m = 0.12 + 0.26i$.

Аналогичным образом можно найти оптимальный импеданс поршня Z_m и максимальный коэффициент затухания первого собственного колебания помещения δ_m для вытянутого помещения и для поршня, расположенного в центре стенки. Результаты расчетов приведены в таблице. Импедансы излучения поршня Z_r для этих случаев приведены на рис. 2.

Как следует из расчетов, в вытянутом помещении коэффициент затухания значительно выше, чем в кубическом, из-за меньшего влияния резонансов помещения с ненулевыми номерами n и m на движение поршня. Большее поглощение обеспечивается также при расположении поршня в центре стенки, поскольку нечетные по n и m моды помещения не возбуждаются.

Найденные коэффициенты затухания также значительно выше, чем характерные коэффициенты затухания, обеспечиваемые резонатором Гельмгольца. В соразмерном помещении с поглощающим резонатором Гельмгольца [2] коэффициент затухания первого собственного колебания помещения составляет около 0.05, в то время как в кубическом помещении с монополем с оптимальным импедансом он в 3–4 раза выше.

Таким образом, найден импеданс монополя, при котором обеспечивается максимальное поглощение звука в помещении с жесткими стенками на его первой резонансной частоте. Такой монополь может быть реализован в виде поршня, встроенного в одну из стенок помещения, а требуемый импеданс может быть обеспечен с помощью активных методов управления импедансом локальных излучателей [6–8]. Рассмотренный в

Таблица 1. Оптимальный импеданс поршня для максимального поглощения звука

Расположение поршня	Кубическое помещение $L:D:H = 1:1:1$		Вытянутое помещение $L:D:H = 1:0.2:0.2$	
	Z_m	δ_m	Z_m	δ_m
В углу помещения $y_0 = z_0 = 0$	$0.12 + 0.26i$	0.15	$0.33 + 0.11i$	0.53
По центру стенки $y_0 = (D-a)/2$, $z_0 = (H-a)/2$	$0.03 + 0.07i$	0.19	$0.29 + 0.06i$	0.64

статье подход может быть использован для практических расчетов активных систем и подбора оптимального импеданса для демпфирования нескольких первых собственных колебаний помещения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Канев Н.Г.* О максимальном поглощении звука резонатором Гельмгольца в помещении на низких частотах // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 752–755.
3. *Heuchel F.M., Fernandez-Grande E., Agerkvist F.T., Shabalina E.* Active room compensation for sound reinforcement using sound field separation techniques // J. Acoust. Soc. Am. 2018. 143(3). P. 1346–1354.
4. *Celestinos A., Nielsen S.B.* Controlled acoustic bass system (CABS) a method to achieve uniform sound field distribution at low frequencies in rectangular rooms // J. Audio Eng. Soc. 2008. 56(11). P. 915–931.
5. *Lissek H., Boulandet R., Fleury R.* Electroacoustic absorbers: Bridging the gap between shunt loudspeakers and active sound absorption // J. Acoust. Soc. Am. 2011. 129(5). P. 2968–2978.
6. *Boulandet R., Rivet E., Lissek H.* Sensorless electroacoustic absorbers through synthesized impedance control for damping low-frequency modes in cavities // Acta Acustica united with Acustica. 2016. V. 102. № 4. C. 696–704.
7. *Канев Н.Г., Миронов М.А.* Активные резонаторы для гашения звука в узких трубах // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 505–512.
8. *Бобровницкий Ю.И., Морозов К.Д., Томилина Т.М.* Импедансный подход к проектированию эффективных поглотителей колебательной энергии // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 2. С. 137–144.
9. *Лапин А.Д.* Импеданс излучения поршня в волноводе // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 3. С. 427–429.
10. *Комкин А.И., Миронов М.А.* Импеданс излучения поршня на стенке прямоугольного канала // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 296–300.
11. *Канев Н.Г.* Присоединенная масса монополя и диполя в узкой трубе // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 5. С. 632–636.