АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2020, том 66, № 6, с. 669–674

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 532.546

О ДИНАМИКЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ВОЛН В ГИДРОРАЗРЫВНОЙ ТРЕЩИНЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО К СКВАЖИНЕ

© 2020 г. В. Ш. Шагапов[a], *, Е. П. Аносова[b], **, З. М. Нагаева[b], ***

[a]*Институт механики им. Р.Р. Малютова Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, Проспект Октября 71, Уфа, 450054 Россия*

[b]*Уфимский государственный нефтяной технический университет, ул. Космонавтов 1, Уфа, 450062 Россия*

**e-mail: shagapov@rambler.ru*

***e-mail: ae0809@mail.ru*

****e-mail: Nagaeva_Zilya@mail.ru*

Поступила в редакцию 23.07.2019 г.
После доработки 28.05.2020 г.
Принята к публикации 07.07.2020 г.

Изучено распространение низкочастотных гармонических волн давления в трещине, образованной гидроразрывом пласта и расположенной перпендикулярно к скважине в пористой и проницаемой среде. Проанализировано влияние коллекторских характеристик пласта и трещины (например, их проницаемости, ширины трещины). Установлено, что при распространении волн от скважины по радиальным трещинам характерные расстояния проникания возмущений давления могут быть значительно выше по сравнению с глубиной проникания возмущений от открытой скважины в пласте, когда трещина отсутствует.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, трещина, гармонические волны давления, интегродифференциальное уравнение, аналитическое решение

DOI: 10.31857/S0320791920060106

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных способов интенсификации добычи нефти из низкопроницаемых пластов является гидравлический разрыв пласта (ГРП). Большое количество работ посвящено математическому моделированию процессов фильтрации в окрестности скважин с трещинами гидроразрыва. Впервые описание течения флюида в трещине и окружающей ее пористой среде было дано в работах M. Muskat [1]. И.А. Чарным [2], Г.И. Баренблатом [3], Р.Д. Каневской [4] и другими исследователями достаточно подробно были изучены вопросы фильтрации флюида в трещине и окружающем пласте в стационарном случае. В связи с тем, что растет доля месторождений, где проницаемость пластов низкая, а вязкость флюида высокая, время выхода распределения давления на стационарный режим становится соизмеримым со временем работы скважины. Модель нестационарной фильтрации билинейного потока была предложена H. Cinco-Ley, V.F. Samaniego [5]. Наиболее детальное изучение динамики волн давления в вертикальной гидроразрывной трещине с учетом притока флюида через стенки трещины рассмотрено в работах В.Ш. Шагапова и З.М. Нагаевой [6, 7]. Следует также отметить работы И.Л. Хабибуллина и А.А. Хисамова [8], в которых изучено распределение давления в трещине ГРП при постоянном перепаде давления в скважине и постоянном расходе. В работе [9] приведены результаты численного моделирования распределения давления в зоне действия горизонтальной скважины, пересеченной вертикальными трещинами гидроразрыва в зависимости от технических и природных показателей. В [10] исследуется распределение притоков в скважину с горизонтальным стволом после проведения поинтервального гидроразрыва пласта, рассматривается влияние на распределение давления проводимости трещины, геометрии трещины, угла перекоса между трещиной и скважиной. В работах [11, 12] представлены результаты исследования эволюции акустических волн в цилиндрических каналах в случае, когда вокруг канала имеются радиальные трещины, изучены количественные и качественные особенности динамики волн в зависимости от состояния неоднородной пористой среды.

Представляется, что контроль качества гидроразрыва, расположение трещин в пласте можно в

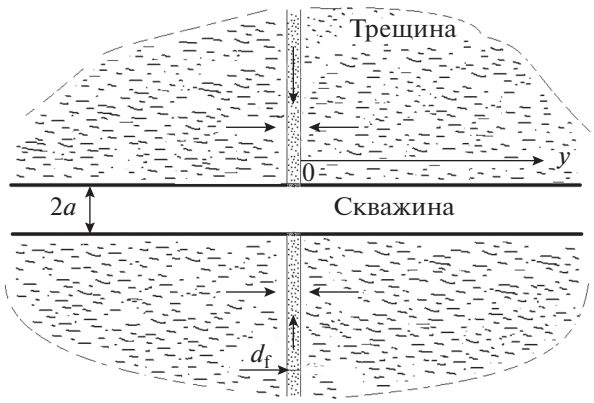

Рис. 1. Схема трещины ГРП, расположенной перпендикулярно к скважине.

значительной степени осуществлять акустическим зондированием, гидропрослушиванием и гидродинамическим испытанием скважин (ГДИС).

В настоящей работе рассмотрено в радиальной постановке распространение гармонических волн давления в трещине, расположенной перпендикулярно к скважине, сопровождаемое фильтрационными потоками между трещиной и пористым пластом.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть трещина ширины d_f, образованная гидроразрывом пласта, находится между плоскостями, перпендикулярными к цилиндрической скважине (рис. 1). Примем, что течение в трещине, инициированное функционированием скважины, радиально симметричное. Тогда уравнение неразрывности для флюида в трещине запишем в виде

$$\frac{\partial(m_f\rho_f)}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\rho_f v_f)}{\partial r}=-2\frac{(\rho_p v_p)}{d_f}\bigg|_{y=0}\quad (a<r),\qquad (1.1)$$

где m_i и ρ_i – пористость и плотность флюида (здесь и в дальнейшем нижние индексы f и p соответствуют значениям параметров в трещине и окружающей ее пористой среде), v_i – скорость фильтрации жидкости, a – радиус скважины. Отметим, что слагаемое в правой части (1.1) выражает приток флюида из пласта в трещину. Чтобы определить это слагаемое, в свою очередь, необходимо параллельно решить сопряженную фильтрационную задачу в пласте вне трещины. Для этого запишем уравнение неразрывности в пористой среде, как

$$\frac{\partial(m_p\rho_p)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_p v_p)}{\partial y}=0\quad (0<y<\infty).\qquad (1.2)$$

Здесь ось Oy отсчитывается от стенки трещины.

Для процесса фильтрации в трещине и в пласте примем закон Дарси

$$v_f=-\frac{k_f}{\mu}\frac{\partial P_f}{\partial r}(a<r<\infty),$$
$$v_p=-\frac{k_p}{\mu}\frac{\partial P_p}{\partial y}\quad (a<r<\infty,\ 0<y<\infty),\qquad (1.3)$$

где $k_i(i=\mathrm{f},\mathrm{p})$ – коэффициент проницаемости, μ – динамическая вязкость флюида. Сжимаемость жидкости будем учитывать в акустическом приближении

$$P_i-P_0=C^2(\rho_i-\rho_0)\quad (i=\mathrm{f},\mathrm{p}),\qquad (1.4)$$

где C – скорость звука для жидкости, нижний индекс 0 у давления и плотности соответствует их невозмущенным значениям. Флюид будем считать слабо сжимаемым $(|\rho_i-\rho_0|\ll\rho_i\approx\rho_0)$. Тогда уравнения (1.1) и (1.2) с учетом (1.3) и (1.4) можно привести к виду

$$\frac{\partial P_f}{\partial t}=\frac{\varkappa_f}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_f}{\partial r}\right)+2\frac{m_p}{m_f}\frac{\varkappa_p}{d_f}\left(\frac{\partial P_p}{\partial y}\right)\bigg|_{y=0}\quad (a<r<\infty),\qquad (1.5)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t}=\varkappa_p\frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}\quad (a<r<\infty,\ 0<y<\infty),\qquad (1.6)$$

где

$$\varkappa_i=\frac{k_i\rho_0C^2}{m_i\mu}(i=\mathrm{f},\mathrm{p}).$$

Отметим, что P_f является функцией от переменных t и r, а P_p – функция от переменных t, r и y. Система уравнений (1.5) и (1.6) может быть сведена к одному интегро-дифференциальному уравнению для P_f. Действительно, величина давления P_p на поверхности стенки трещины $(y=0)$ должна быть равна P_f. Запишем это условие:

$$P_p=P_f\quad (a<r<\infty,\ y=0).\qquad (1.7)$$

Вдали от трещины будем считать, что в пористой среде давление однородное и равно P_0, т.е.

$$P_p=P_0(a<r<\infty,\ y=\infty).\qquad (1.8)$$

Согласно принципу Дюамеля [13] решение уравнения (1.6), удовлетворяющее начальному и граничному условиям

$$P_p=P_0(t\le t_0,\ 0<y<\infty),$$
$$P_p=P_f\quad (t>t_0,\ y=0),\qquad (1.9)$$

может быть записано в виде

$$P_p-P_0=\int_{t_0}^{t}\frac{\partial u(y,t-\tau)}{\partial t}(P_f(\tau,r)-P_0)\,d\tau,\qquad (1.10)$$

где

$$u(y,t-\tau) = 1 - \Phi\left(y\Big/\left(2\sqrt{\varkappa_{\text{p}}(t-\tau)}\right)\right) = \\ = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{y/\left(2\sqrt{\varkappa_{\text{p}}(t-\tau)}\right)}^{+\infty} e^{-\alpha^2}d\alpha. \tag{1.11}$$

После несложных преобразований с учетом условий (1.9) решение (1.10) можно привести к виду

$$P_{\text{p}} - P_0 = \int\limits_{t_0}^{t}\frac{\partial\left(P_{\text{f}}(\tau,r) - P_0\right)}{\partial\tau}u(y,t-\tau)\,d\tau. \tag{1.12}$$

Подставляя (1.12) в уравнение (1.5) и полагая $t_0 = -\infty$, получим следующее линейное интегро-дифференциальное уравнение для P_{f}:

$$\frac{\partial P_{\text{f}}}{\partial t} = \frac{\varkappa_{\text{f}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_{\text{f}}}{\partial r}\right) - 2\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{f}}}\frac{\varkappa_{\text{p}}}{d_{\text{f}}}\times \\ \times\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{\partial\left(P_{\text{f}}(\tau,r) - P_0\right)}{\partial\tau}\frac{d\tau}{\sqrt{\pi\varkappa_{\text{p}}(t-\tau)}}. \tag{1.13}$$

Для нахождения решений уравнения могут быть использованы методы конечных элементов (МКЭ) или конечных разностей, широко применяемые при решении подобных задач (см., например, [14, 15]). В рамках данной работы нас интересуют решения типа гармонических волн.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН

Уравнение (1.13) является линейно-однородным для функции

$$\Delta P_{\text{f}} = P_{\text{f}} - P_0. \tag{2.1}$$

Пусть возмущение давления в скважине меняется по гармоническому закону:

$$P_{(w)} - P_0 = A_{(w)}^{(p)}\cos(\omega t) = \text{Re}\left(A_{(w)}^{(p)}e^{-i\omega t}\right). \tag{2.2}$$

Полагаем, что источник гармонических волн функционирует достаточно долгое время, так что в трещине и в пористой среде вблизи нее устанавливаются периодические колебания (начальные условия в трещине и в пласте “забываются”). Тогда на основе полученных выше теоретических построений можно искать решение, описывающее распространение давления в трещине и удовлетворяющее граничному условию (2.2) при $r = a$.

Будем искать решение в виде

$$\Delta P_{\text{f}} = \text{Re}\left(A_{\text{f}}^{(p)}(r)e^{-i\omega t}\right). \tag{2.3}$$

Подставляя (2.3) в (1.13), получим

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}A_{\text{f}}^{(p)}\right) = z^2A_{\text{f}}^{(p)}, \\ z^2 = -i\left(\frac{\omega}{\varkappa_{\text{f}}} + \frac{2}{d_{\text{f}}}\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{f}}}\frac{\sqrt{\varkappa_{\text{p}}}}{\varkappa_{\text{f}}}\sqrt{i\omega}\right). \tag{2.4}$$

Здесь параметр z^2 выражает упругоемкость системы “трещина–пласт”.

Из анализа зависимости этого параметра от круговой частоты следует, что упругоемкость флюида, находящегося в трещине, не существенна $\left(\frac{\omega}{\varkappa_{\text{f}}} \ll \left|z^2\right|\right)$ в плане распространения гармонических колебаний для частот, удовлетворяющих условию

$$\omega \ll \omega_*, \quad \omega_* = 4\frac{m_{\text{p}}^2}{m_{\text{f}}^2}\frac{\varkappa_{\text{p}}}{d_{\text{f}}^2}. \tag{2.5}$$

В большинстве случаев, представляющих практический интерес, это условие всегда выполняется, и поэтому в дальнейшем для z^2 будем использовать выражение

$$z^2 = \frac{2}{d_{\text{f}}}\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{f}}}\frac{\sqrt{\varkappa_{\text{p}}}}{\varkappa_{\text{f}}}\sqrt{-i\omega}. \tag{2.6}$$

Из (2.6) следует

$$z = \sqrt{A}\omega^{\frac{1}{4}}e^{\frac{3\pi}{8}i}, \quad A = \frac{2}{d_{\text{f}}}\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{f}}}\frac{\sqrt{\varkappa_{\text{p}}}}{\varkappa_{\text{f}}}. \tag{2.7}$$

Давление на бесконечности равно невозмущенному значению, т.е.

$$P_{\text{f}} = P_0 \quad \text{или} \quad \Delta P_{\text{f}} = 0 \ \ (r = \infty). \tag{2.8}$$

Тогда решение уравнения (2.4), которое в соответствии с (2.2) и (2.8) должно удовлетворить следующим граничным условиям

$$A_{\text{f}}^{(p)} = A_{(w)}^{(p)} \ \ (r = a) \ \ \text{и} \ \ A_{\text{f}}^{(p)} = 0 \ \ (r = \infty), \tag{2.9}$$

будет иметь вид [16]

$$A_{\text{f}}^{(p)} = A_{(w)}^{(p)}\frac{K_0(zr)}{K_0(za)}, \\ K_0(zr) = \int\limits_0^{\infty}\exp(-zr\,\text{ch}(\xi))\,d\xi. \tag{2.10}$$

Здесь $K_0(zr)$ – функция Макдональда нулевого порядка.

С учетом (2.10) решение (2.3) можно записать как

$$\Delta P_{\text{f}} = A_{\text{f}}^{'(p)}\cos(\omega t - \Delta\varphi_{\text{f}}), \tag{2.11}$$

где

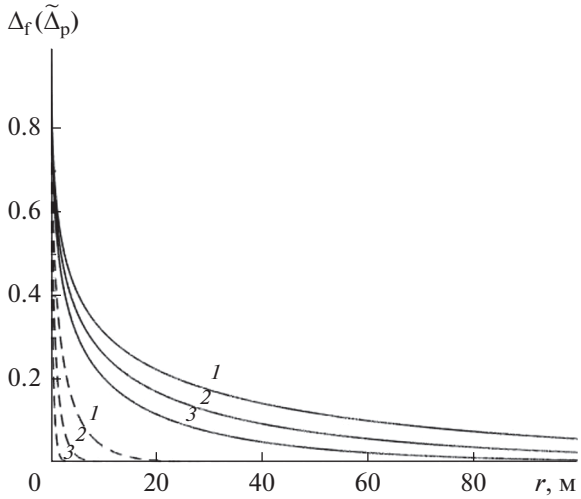

Рис. 2. Распределение безразмерной амплитуды колебаний давления Δ_f по трещине (сплошные линии) и Δ_p в пласте при отсутствии трещины (пунктирные линии) при различных значениях круговой частоты: *1* – $\omega = 10^{-4}$, *2* – $\omega = 10^{-3}$, *3* – $\omega = 10^{-2}$ с$^{-1}$.

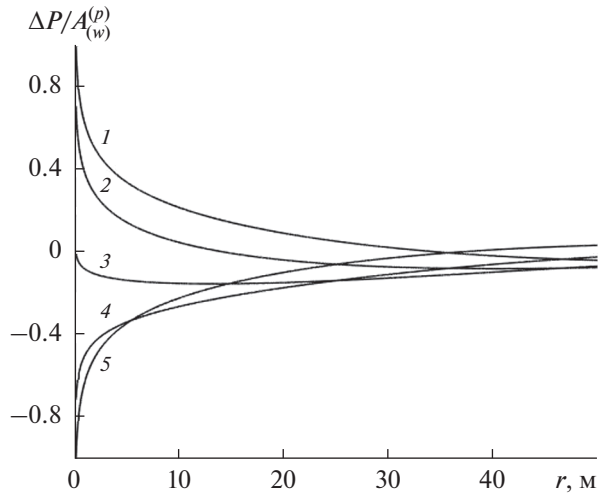

Рис. 3. Эволюция безразмерных полей возмущений давления в трещине $\frac{\Delta P_f}{A_{(w)}^{(p)}}$ в течение полупериода колебаний давления в скважине: *1* – $\omega t = 0$, *2* – $\omega t = \frac{\pi}{4}$, *3* – $\omega t = \frac{\pi}{2}$, *4* – $\omega t = \frac{3\pi}{4}$, *5* – $\omega t = \pi$.

$$A_f^{'(p)} = A_{(w)}^{(p)}\left|\frac{K_0(zr)}{K_0(za)}\right|, \quad \Delta\varphi = \arg\left(\frac{K_0(zr)}{K_0(za)}\right).$$

На рис. 2 сплошными линиями представлено распределение безразмерной амплитуды $\Delta_f = \frac{A_f^{'(p)}}{A_{(w)}^{(p)}}$ по радиальной координате r. Для параметров трещины, пласта и радиуса скважины здесь и в дальнейшем (если специально не оговорено) приняты следующие величины: $d_f = 10^{-2}$ м, $k_f = 10^{-10}$ м^2, $k_p = 10^{-15}$ м^2, $m_f = 3\times10^{-1}$, $m_p = 10^{-1}$, $a = 10^{-1}$ м. В качестве флюида принята нефть: $\rho_0 = 860\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\mu = 10^{-2}$ Па с. Линии *1*, *2* и *3* соответствуют значениям круговой частоты $\omega = 10^{-4}$, 10^{-3} и 10^{-2} с$^{-1}$.

На рис. 3 показана эволюция безразмерных полей давления $\frac{\Delta P_f}{A_{(w)}^{(p)}}$ в трещине в соответствии с решением (2.11) при $\omega = 10^{-3}$ с$^{-1}$. Линии *1*, *2*, *3*, *4* и *5* соответствуют фазам колебаний давления в скважине $\omega t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ и π.

На основе системы (1.5), (1.6) с учетом решения (2.11) можно получить решение, описывающее поле давления в пористой среде вблизи трещины:

$$P_p = P_0 + A_{(w)}^{(p)}\left|\frac{K_0(zr)}{K_0(za)}\right|e^{-\delta y}\cos(\omega t - \Delta\varphi_f - ky), \quad (2.12)$$

где

$$k = \delta = \sqrt{\frac{\omega}{2\varkappa_p}}.$$

Следовательно, в каждой точке пористой среды ($r > a$, $y > 0$) давление флюида будет совершать гармонические колебания с амплитудой

$$A_p^{'(p)} = A_{(w)}^{(p)}\left|\frac{K_0(zr)}{K_0(za)}\right|e^{-\delta y} \quad (2.13)$$

и со сдвигом по фазе от колебаний давления в скважине

$$\Delta\varphi_p = \Delta\varphi_f + ky. \quad (2.14)$$

На рис. 4 представлено распределение безразмерной амплитуды давления $\Delta_p = \frac{A_p^{'(p)}}{A_{(w)}^{(p)}}$ по координате y при $\omega = 10^{-3}$ с$^{-1}$. Линии *1*, *2*, *3* и *4* соответствуют значениям радиальной координаты $r = 0.1$, 10, 20, 50 м, где r – расстояние от скважины.

Для сравнительного анализа рассмотрим также расходящиеся от скважины гармонические волны в однородной пористой и проницаемой среде (трещины отсутствуют). В этом случае основное уравнение фильтрации для осесиммет-

ричного упругого режима фильтрационного течения запишется, как

$$\frac{\partial P_{\text{р}}}{\partial t} = \frac{\varkappa_{\text{р}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_{\text{р}}}{\partial r}\right) \quad (a < r < \infty). \qquad (2.15)$$

Пусть давление в скважине меняется по закону, аналогичному (2.2), а на бесконечности удовлетворяет условию (2.8). Решение ищем в виде

$$\Delta\widetilde{P}_{\text{р}} = \widetilde{P}_{\text{р}} - P_0 = \mathrm{Re}\left(\tilde{A}_{\text{р}}^{(p)}(r)\mathrm{e}^{-i\omega t}\right) \quad (a < r < \infty). \qquad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в (2.15), получим уравнение для $\tilde{A}_{\text{р}}^{(p)}$ в виде

$$-\frac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}\tilde{A}_{\text{р}}^{(p)} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\tilde{A}_{\text{р}}^{(p)}}{dr}\right). \qquad (2.17)$$

Его решение, удовлетворяющее выше отмеченным граничным условиям, имеет вид

$$\tilde{A}_{\text{р}}^{(p)} = A_{(w)}^{(p)}\frac{K_0\left(r\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}, \quad K_0(z) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-z\mathrm{ch}\xi}\mathrm{d}\xi. \qquad (2.18)$$

Подставляя (2.18) в (2.16), получим решение, описывающее распространение давления вокруг скважины, в виде

$$\Delta\widetilde{P}_{\text{р}} = \tilde{A}_{\text{р}}^{'(p)}\cos\left(\omega t - \Delta\tilde{\varphi}_{\text{р}}\right), \qquad (2.19)$$

где

$$\tilde{A}_{\text{р}}^{'(p)} = A_{(w)}^{(p)}\left|\frac{K_0\left(r\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}\right|, \quad \Delta\tilde{\varphi}_{\text{р}} = \arg\left(\frac{K_0\left(r\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\dfrac{i\omega}{\varkappa_{\text{р}}}}\right)}\right).$$

На рис. 2 пунктирными линиями представлены распределения безразмерной амплитуды $\tilde{\Delta}_{\text{р}} = \dfrac{\tilde{A}_{\text{р}}^{'(p)}}{A_{(w)}^{(p)}}$ колебаний давления в пористой среде. Для параметров пласта и круговой частоты колебаний давления в скважине использованы выше принятые значения. Линии *1*, *2* и *3* соответствуют значениям круговой частоты $\omega = 10^{-4}$, 10^{-3} и 10^{-2} с$^{-1}$.

Из сравнения графиков, представленных на рис. 2, следует, что характерное расстояние затухания гармонических возмущений давления, распространяющихся вдоль трещины, может значительно превышать аналогичное расстояние от скважины при отсутствии радиальной трещины. В частности, из анализа графиков затухания амплитуд колебаний давления, приведённых на рис. 2, видно, что если амплитуда волны с круговой частотой $\omega = 10^{-4}$ с$^{-1}$ в пласте при отсутствии трещины составляет 10% от амплитуды волны на скважине на расстоянии около 5 м, то в случае распространения волны по трещине амплитуда волны составляет 10% от амплитуды волны на скважине на расстоянии около 80 м.

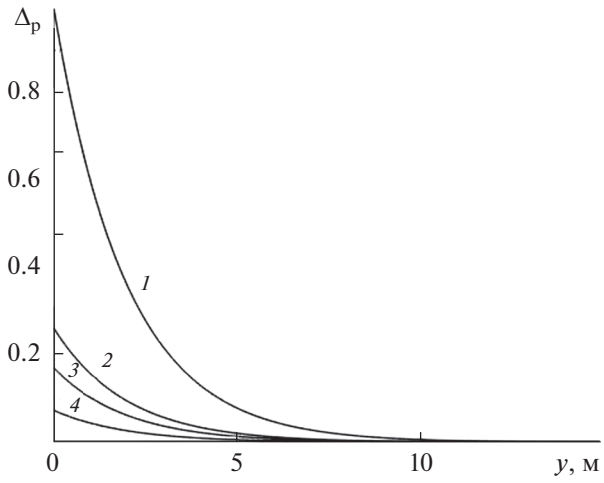

Рис. 4. Распределение безразмерной амплитуды колебаний давления $\Delta_{\text{р}}$ в пласте в зависимости от расстояния до трещины y при различных значениях r – расстояния от скважины: *1* – $r = 0.1$, *2* – $r = 10$, *3* – $r = 20$, *4* – $r = 50$ м.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе анализа решений типа гармонических волн в трещинах, находящихся в низкопроницаемых пластах и расположенных перпендикулярно скважине, показано, что трещины для низкочастотных колебаний давления в скважине являются своеобразным волновым каналом. Таким образом, характерное расстояние затухания волн в трещинах, а также в пласте вблизи нее может быть значительно выше, чем в однородной пористой среде при отсутствии трещины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Muskat M.* The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media. New–York City: McGraw–Hill Book Co. Inc., 1937. 763 p.
2. *Чарный И.А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1948. 196 с.
3. *Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик М.В.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
4. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999. 212 с.

5. *Cinco-Ley H., Samaniego V.F.* Transient pressure analysis for fractured wells // J. Petroleum Technology. 1981. V. 33. № 9. С. 1749–1766.
6. *Шагапов В.Ш., Нагаева З.М.* К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // ПМТФ.2017.Т. 58. № 5(345). С. 121–130.
7. *Шагапов В.Ш., Нагаева З.М.* Гармонические волны давления в трещинах, находящихся в нефтяных и газовых пластах // ИФЖ. 2017. Т. 90. № 5. С. 1109–1117.
8. *Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А.* К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва // Вестник БашГУ. 2018. Т.23. № 4. С. 958–963.
9. *Васильев В.А., Верисокин А.Е.* Гидроразрыв пласта в горизонтальных скважинах // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2013. № 6. С. 101–110.
10. *Feng Q., Xia T., Wang S., Singh H.* Pressure transient behavior of horizontal well with time-dependent fracture conductivity in tight oil reservoirs // Geofluids. 2017. V. 2017. Article ID 5279792. 19 p.
11. *Булатова З.А., Гумерова Г.А., Шагапов В.Ш.* Об эволюции акустических волн в каналах, имеющих участки с проницаемыми стенками и окруженных неоднородной пористой средой // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 3. С. 300–308.
12. *Шагапов В.Ш., Булатова З.А.* К теории акустического зондирования прискважинных областей пористых и проницаемых горных пород // Геофизический журн. 2002. Т. 24. № 2. С. 79–91.
13. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.
14. *Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Евдокимов А.А.* Гибридная численно-аналитическая схема для расчета дифракции упругих волн в локально неоднородных волноводах // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 3–12.
15. *Рыбянец А.Н., Наседкин А.В., Щербинин С.А., Петрова Е.И., Швецова Н.А., Швецов И.А., Луговая М.А.* Конечно-элементное моделирование низкочастотных биморфных преобразователей для диагностики и активации нефтяных скважин // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 685–691.
16. *Зайцев В.Ф., Полянин А.Д.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2001. 576 с.