

## О ВОЗМОЖНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЯВЛЕНИЯХ СЛИВАЮЩИХСЯ ЧЕРНЫХ ДЫР

© 2019 г. Д. В. Бисикало\*, А. Г. Жилкин\*\*, Е. П. Курбатов\*\*\*

*Институт астрономии РАН, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 01.08.2018 г.; принята в печать 25.08.2018 г.

Рассматривается сценарий слияния двух черных дыр, окруженных аккреционным диском. В результате излучения гравитационных волн масса центрального объекта уменьшается, и аккреционный диск испытывает возмущение. По результатам расчетов показано, что основным следствием этого возмущения является формирование ударной волны, распространяющейся от центра к периферии диска. Рассчитана кривая блеска и оценена продолжительность вспышки, в предположении, что при снижении светимости до исходного значения вспышка заканчивается. Показано, что если масса сливающейся двойной составляет  $55 M_{\odot}$  (как в случае события GW170814), то вспышка от ударной волны вызовет рост болометрической светимости диска на 4–6 порядков, до  $10^{45}$  эрг/с (абсолютная звездная величина  $-23.8^m$ ). При расстоянии до источника 540 Мпк и разумных предположениях о параметрах аккреционного диска оказывается, что видимая яркость вспышки в максимуме спектральной плотности потока должна составить  $12.8^m-14.2^m$ , длительность вспышки — несколько минут. Основной поток излучения от ударной волны лежит в рентгеновском и гамма-диапазонах. В спектральной полосе инструмента EPIC обсерватории XMM-Newton или телескопа eROSITA обсерватории Спектр-РГ (0.3–10 кэВ) рост светимости составит 3–4 порядка ( $7.5^m-10^m$ ), вплоть до  $10^{44}$  эрг/с, что соответствует видимой звездной величине примерно  $17^m$ . В полосе наблюдения инструмента IBIS обсерватории INTEGRAL (20 кэВ – 10 МэВ) светимость максимальна и составит  $10^{44}-10^{45}$  эрг/с, что соответствует видимому потоку  $10^{-4}$  фотонов/см<sup>2</sup>/с/кэВ на длине волны  $\sim 100$  кэВ. Начиная с дальнего ультрафиолетового диапазона, в сторону больших длин волн, поярчение практически отсутствует — на длине волны 10 эВ светимость вырастает примерно в два раза и соответствует абсолютной величине  $-6^m$  и видимой  $32^m$ .

DOI: 10.1134/S000462991901002X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

К моменту написания этой работы (июль 2018 г.) гравитационный детектор LIGO зафиксировал 5 слияний черных дыр звездных масс. Слияния сопровождались излучением 2.3%–5.8% энергии покоя исходной двойной системы в виде гравитационных волн. Параметры сливающихся объектов приведены в табл. 1 (массы объектов, доля теряемой массы, расстояние) [1–5].

В исследованиях черных дыр (ЧД) часто предполагается, что они окружены аккреционными дисками. Источником вещества диска может быть молекулярное облако, через которое пролетают ЧД, ветер от соседних астрофизических объектов, остатки разрушенной приливным воздействием звезды и т.п. Вполне реально возможность существования аккреционного диска и вокруг двой-

ной ЧД. Очевидно, что такой диск не может образоваться на стадии звезд главной последовательности или звезд-гигантов — предшественников ЧД — поскольку сильный звездный ветер и взрывы сверхновых разрушат диск. Образование аккреционного диска на стадии двойной ЧД представляется возможным, если время жизни системы до слияния достаточно велико, причем в этом случае могут быть эффективны те же механизмы, которые приводят к формированию диска вокруг одиночной ЧД. Время жизни двойной ЧД до слияния можно оценить как характерное время потери углового момента тесной двойной системой с круговыми орбитами [6]:

$$\tau_{\text{GWR}} = (10^8 \text{ лет}) \left( \frac{a}{R_{\odot}} \right)^4 \frac{M_{\odot}^3}{M_1 M_2 (M_1 + M_2)}, \quad (1)$$

где  $a$  — межкомпонентное расстояние;  $M_1$  и  $M_2$  — массы компонентов. Чтобы двойная ЧД с параметрами объекта GW170814 [5] (последнее на сегодняшний момент зарегистрированное событие)

\*E-mail: bisikalo@inasan.ru

\*\*E-mail: zhilkin@inasan.ru

\*\*\*E-mail: kurbatov@inasan.ru

**Таблица 1.** Параметры двойных сливающихся ЧД по данным гравитационно-волновых наблюдений. Столбцы, слева направо: название объекта, массы компонентов, относительное изменение массы, расстояние до объекта

Объект	$M_1, M_2 [M_\odot]$	$\Delta M / (M_1 + M_2) [\%]$	$D [Mpc]$
GW150914 [1]	$36_{-4}^{+5}, 29_{-4}^{+4}$	3.3–5.2	$410_{-180}^{+160}$
GW151226 [2]	$14.2_{-3.7}^{+8.3}, 7.5_{-2.3}^{+2.3}$	2.9–5.5	$440_{-190}^{+180}$
GW170104 [3]	$31.2_{-6.0}^{+8.4}, 19.4_{-5.9}^{+8.3}$	2.3–5.7	$880_{-390}^{+450}$
GW170608 [4]	$12_{-2}^{+7}, 7_{-2}^{+2}$	2.8–5.1	$340_{-140}^{+140}$
GW170814 [5]	$30.5_{-3.0}^{+5.7}, 25.3_{-4.2}^{+2.8}$	4.0–5.8	$540_{-210}^{+130}$

слилась за хаббловское время,  $13.7 \times 10^9$  лет, необходимо, чтобы ее начальное межкомпонентное расстояние не превышало  $48 R_\odot$ . Таким образом, при любом разумном предположении об исходном расстоянии между компонентами двойной ЧД, время жизни системы будет достаточным для формирования циркумбинарного аккреционного диска.

Отличия аккреционного диска вокруг двойной звезды от диска вокруг одиночной звезды невелики [7, 8] и заключаются, главным образом, в довольно большом внутреннем радиусе диска — на уровне 1.5–2 расстояний между компонентами системы. Процесс стремительного слияния двойной черной дыры начинается, когда расстояние между компонентами составляет примерно  $a \approx 6r_g$ , где  $r_g$  — гравитационный радиус акретора, т.е. внутренний радиус аккреционного диска  $r_{in}$  составляет порядка  $10r_g$ . Это позволяет предположить, что диск вокруг двойной ЧД звездной массы является стандартным (нерелятивистским) и его свойства могут быть описаны при помощи общепринятой модели  $\alpha$ -диска Шакуры—Сюняева [9]. Использование этой модели позволяет сразу оценить светимость исходного диска: при довольно консервативных предположениях о его параметрах (температура внутренней части диска порядка  $10^7$  К, темп аккреции не превышает нескольких сотых от критического значения) светимость в мягком и среднем рентгеновском диапазоне составит  $10^{40 \pm 1}$  эрг/с.

Во многих теоретических работах было показано, что слияние двойной ЧД и последующее гравитационно-волновое излучение непосредственно ведет к нескольким эффектам для аккреционного диска. Во-первых, потеря массы центральным компактным объектом после слияния приводит к нарушению (квази-)железоровского равновесия в диске и последующему возбуждению волн плотности большой амплитуды [10]. Во-вторых, в зависимости от отношения масс сливающихся объектов и ориентации их собственных угловых моментов, гравитационно-волновое излучение может быть асимметричным. В результате вещество диска испытывает импульс отдачи,

который может привести к возникновению сверхзвуковых возмущений [11]. В-третьих, изменения пространственно-временной метрики в гравитационных волнах может непосредственно вызывать в диске механические напряжения, которые диссипируют на вязкой шкале времени [12]. Все эти явления приводят к электромагнитному отклику аккреционного диска: поярчанию, квазипериодическим вариациям светимости.

Большое число работ, посвященных этому явлению, касались сверхмассивных черных дыр в ядрах сливающихся галактик (см., например, [13–16]). Так, если двойная ЧД суммарной массой  $10^6 M_\odot$  после слияния теряет 5% своей массы, то светимость аккреционного диска должна вырасти на порядок, до  $10^{43}$  эрг/с [15]. Эффект импульса отдачи приводит к сравнимому росту светимости, однако его величина существенным образом зависит от плохо определенных параметров сливающейся двойной [17, 18].

В качестве примера работы, относящейся к ЧД звездных масс, можно отметить статью [19], где были получены приближенные оценки светимости возмущенного диска как функции параметров диска и двойной системы. Характерная величина светимости оказалась  $\lesssim 10^{43}$  эрг/с с максимумом в рентгеновской области электромагнитного спектра.

Основной целью статьи является исследование отклика аккреционного диска вокруг двойной ЧД звездной массы на уменьшение массы ЧД после слияния. Для исследования этого эффекта была разработана численная модель и проведена серия расчетов для дисков с доминирующим газовым давлением. Был выполнен анализ применимости модели, рассчитаны спектры электромагнитного излучения и получены оценки длительности вспышки. Как оказалось, основная часть энергии электромагнитного излучения высвечивается в рентгеновском и гамма-диапазонах, где светимость достигает  $10^{45}$  эрг/с. Были определены условия регистрации электромагнитного сигнала обсерваториями XMM-Newton и INTEGRAL.

Статья организована следующим образом. В следующем разделе дано описание параметров стационарных аккреционных дисков, используемых в данной работе. В третьем разделе описана модель для численного решения нестационарной задачи. В четвертом разделе приведены расчеты спектра электромагнитного излучения и рассмотрены возможности наблюдения моделируемых систем. Выводы содержатся в пятом разделе.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Одной из универсальных моделей стационарной дисковой аккреции является стандартная модель  $\alpha$ -диска Шакуры–Сюняева [9]. Эта модель описывает геометрически тонкий диск, в котором диссипация и перенос углового момента обеспечиваются турбулентной вязкостью. Турбулентность характеризуется единственным параметром  $\alpha$ , значение которого не превышает единицы. Темп диссипации углового момента влияет как на скорость аккреции, так и на темп энерговыделения в диске, и, в конечном итоге, задает распределение плотности и температуры по диску.

Структура аккреционного диска в стандартной модели Шакуры–Сюняева зависит от следующих параметров: безразмерная масса аккректора  $m \equiv M/M_\odot$ , безразмерный темп аккреции  $\dot{m} \equiv \dot{M}/\dot{M}_{\text{cr}}$ , эффективность отвода углового момента (параметр турбулентности)  $\alpha$ ; эффективность высвечивания гравитационной энергии (эффективность аккреции)  $\eta$ ; внутренний радиус аккреционного диска  $r_{\text{in}}$ .

В рассматриваемом случае двойной ЧД перед слиянием масса аккректора равна суммарной массе компонентов двойной системы,  $M \equiv M_1 + M_2$ . Критический темп аккреции определяется величиной эддингтоновской светимости [9]:

$$\frac{\dot{M}_{\text{cr}}}{M_\odot/\text{год}} = 3 \times 10^{-8} \frac{0.06}{\eta} m. \quad (2)$$

Параметр  $\eta$  в случае одиночной невращающейся черной дыры примерно равен 0.06–0.08 [20]. Учет вращения повышает эффективность стационарной аккреции до  $\sim 0.32$  [21, 22]. В сценарии эпизодической аккреции эффективность может достигать 0.43 [23]. Значение этого параметра, однако, не критично в рассматриваемой модели, т.к. определяющую роль играет величина безразмерного темпа аккреции  $\dot{m}$ .

Предположение о размере внутреннего радиуса диска было получено из численного моделирования аккреции в конкретной системе двойной ЧД [24]. Из расчета следовало, что внутренний радиус диска приблизительно равен двум межкомпонентным расстояниям. Нетрудно показать, что эта оценка

верна и для любой двойной ЧД. Действительно, гравитационный радиус аккректора может быть записан в виде

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad \text{или} \quad \frac{r_g}{R_\odot} = 4.2 \times 10^{-6} m. \quad (3)$$

Двойная ЧД начинает сливаться, когда расстояние между ее компонентами составляет примерно  $a \approx 6r_g$ . Вблизи внутренней границы аккреционного диска течение газа возмущено приливной силой со стороны двойной ЧД. Положение  $r_{\text{in}}$  можно оценить из условия равенства приливной силы и гравитационной силы от точечного источника той же массы:

$$\frac{2GM}{r_{\text{in}}^2} \frac{a/2}{r_{\text{in}}} = \frac{GM}{r_{\text{in}}^2}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что  $r_{\text{in}} = 6r_g$ , что дает оценку нижней границы для внутреннего радиуса диска, так как газодинамические эффекты приводят к увеличению  $r_{\text{in}}$ . Ниже мы будем полагать  $r_{\text{in}} = 10r_g$ . Эта оценка согласуется с результатами [25] для двойной системы с круговыми орбитами компонентов и отношением их масс, близким к единице. Для  $m = 55$  будем иметь  $r_{\text{in}} = 1.6 \times 10^8$  см.

В зависимости от величины темпа аккреции  $\dot{m}$  (а так же от  $\alpha$  и  $m$ , но в меньшей степени), в диске можно выделить несколько зон, в которых преобладает либо газовое, либо радиативное давление и которые различаются механизмами поглощения излучения. В данной работе мы ограничимся рассмотрением дисков, в которых в равновесном состоянии преобладает газовое давление. Согласно [9], это так называемые зоны “В” и “С”. Условие, при котором в диске отсутствует область, где существенно давление излучения (зона “А”), выглядит так<sup>1</sup>:

$$\dot{m} < \dot{m}_{\text{low}} \equiv \frac{7}{170} \frac{1}{(\alpha m)^{1/8}}. \quad (5)$$

Зависимость от произведения  $\alpha m$  довольно слабая. Так, для  $m = 55$  и  $0.001 \leq \alpha \leq 1$  имеем  $0.025 \lesssim \dot{m}_{\text{low}} \lesssim 0.059$ .

Характерная шкала температур в зонах “В” и “С” порядка  $10^6$ – $10^7$  К, а плотности — порядка  $1 \text{ г/см}^3$ . В работе Шакуры и Сюняева были получены радиальные профили объемной плотности газа, усредненной по толщине диска, а также поверхностной температуры (на единичной оптической глубине). Температура во внутренних слоях диска зависит от эффективности переноса тепловой

<sup>1</sup>Множитель в правой части выражения (5) отличается соответствующего множителя в формуле (2.18) из работы [9]: во-первых, в оригинальной статье полагалось  $r_{\text{in}} = 3r_g$ ; во-вторых, мы уточнили этот множитель численным расчетом.

энергии. В условиях зон “В” и “С” поглощение излучения определяется как томсоновским рассеянием, так и свободно-свободными переходами. Их сечения равны соответственно  $\sigma_T = 0.40 \text{ см}^2/\text{г}$  и  $\sigma_{\text{ff}} = 0.11N/T^{7/2} \text{ см}^2/\text{г}$ , где  $N$  — концентрация. Оптическую толщину диска в вертикальном направлении можно оценить как  $\tau = (\sigma_T + \sigma_{\text{ff}})\Sigma \gtrsim \gtrsim 10^5$ , причем  $\sigma_T \gg \sigma_{\text{ff}}$ . В условиях большой оптической толщины поверхностная температура  $T_s$  (на оптической глубине порядка единицы) и температура в середине диска,  $T$ , связаны соотношением [26]

$$T^4 \approx \frac{3\tau}{8} T_s^4. \quad (6)$$

Таким образом, если перенос тепловой энергии осуществляется путем лучистой теплопроводности, то  $T/T_s \gtrsim 10$ .

Если же за перенос энергии в вертикальном направлении отвечает конвекция, перепад температуры можно оценить, полагая распределение газа изэнтропическим:

$$\frac{T}{T_s} = \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^{\gamma-1}, \quad (7)$$

где  $\rho$  и  $\rho_s$  — объемная плотность газа соответственно в середине и на поверхности диска;  $\gamma$  — показатель адиабаты. Согласно оценкам [9],  $\rho/\rho_s \approx \approx 2$ , откуда для одноатомного газа ( $\gamma = 5/3$ ) получаем  $T/T_s \approx 1.6$ .

Характерное время лучистой теплопроводности есть

$$t_{\text{rad}} \sim \tau \frac{H}{c} \sim \frac{\tau c_s}{\Omega}, \quad (8)$$

где  $\tau$  — оптическая толщина диска (см. выше);  $H \sim \sim c_s/\Omega$  — полутолщина диска;  $c_s$  — скорость звука;  $\Omega$  — кеплеровская частота. Время конвекции оценим как

$$t_{\text{conv}} \sim \frac{H}{\alpha c_s} \sim \frac{1}{\alpha \Omega}. \quad (9)$$

Их отношение показывает, какой из процессов переноса энергии более эффективен,

$$\frac{t_{\text{rad}}}{t_{\text{conv}}} \sim \alpha \tau \frac{c_s}{c} \sim 400\alpha \left( \frac{T}{10^7 \text{ К}} \right)^{1/2}. \quad (10)$$

Видно, что в зонах “В” и “С” конвекция более эффективно переносит энергию. Исходя из оценок, сделанных выше, далее будем полагать, что значения температуры в середине и на поверхности диска относятся друг к другу как

$$\frac{T}{T_s} \equiv 2. \quad (11)$$

Зададим равновесные профили температуры и плотности как степенные функции радиальной координаты:

$$T = T_* \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-k_t}, \quad (12)$$

$$\rho = \rho_* \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-k_d}, \quad (13)$$

где  $r_* = r_{\text{in}}$ . Характерные масштабы температуры и плотности в этих распределениях зависят от параметров  $\alpha$ -модели. Для зоны “В” имеем [9]

$$T_* = 8.3 \times 10^7 (\alpha m)^{-1/5} \dot{m}^{2/5} = \quad (14)$$

$$= 2.7 \times 10^7 \text{ К}, \quad k_t = 9/10,$$

$$\rho_* = 0.76 (\alpha m)^{-7/10} \dot{m}^{2/5} = \quad (15)$$

$$= 0.33 \text{ г/см}^3, \quad k_d = 33/20.$$

В этом выражении подразумевается температура внутри диска, а не на его поверхности. Множитель (11) уже учтен. Для зоны “С”

$$T_* = 2.9 \times 10^7 (\alpha m)^{-1/5} \dot{m}^{3/10} = \quad (16)$$

$$= 1.3 \times 10^7 \text{ К}, \quad k_t = 3/4,$$

$$\rho_* = 3.8 (\alpha m)^{-7/10} \dot{m}^{11/20} = \quad (17)$$

$$= 1.0 \text{ г/см}^3, \quad k_d = 15/8.$$

Как видно, профили в зонах “В” и “С”, хотя и имеют различный наклон, но нормированы на схожие значения температуры. Чтобы не усложнять модель, далее будет подразумеваться, что диск состоит только из зоны “В”.

Диапазон допустимых значений величин  $T_*$  и  $\rho_*$  довольно широк и ограничен только условием (5). Если положить, что  $\alpha = 0.001$  есть наименьшее реалистичное значение параметра турбулентности, то подставляя  $m = 55$  и  $\dot{m} = \dot{m}_{\text{low}}$  в выражения (14), (15), получим  $T_* = 4.8 \times 10^7 \text{ К}$ ,  $\rho_* = 1.87 \text{ г/см}^3$  — эти значения температуры и плотности следует рассматривать как верхнюю оценку соответствующих величин. Нижнюю оценку получим, положив  $\alpha = 1$ ,  $\dot{m} = 0.01$ . В этом случае  $T_* = 5.9 \times 10^6 \text{ К}$ ,  $\rho_* = 7.29 \times 10^{-3} \text{ г/см}^3$ .

Распределение углового момента по диску близко к кеплеровскому, при этом вклад давления газа и радиальной составляющей кинетической энергии в радиальный баланс сил — мал (порядка квадрата отношения толщины диска к радиальному масштабу [27, 28]). Тепловой структурой диска, однако, нельзя пренебречь, она определяет интенсивность ударной волны и важна для оценки реакции диска на потерю массы аккректором. Напротив, радиальная составляющая скорости представляется несущественной в этом процессе.

Суммируем постановку задачи. Дан осесимметричный аккреционный диск в гравитационном поле точечной массы. Распределение термодинамических величин по диску соответствует зоне “В” модели Шакуры и Сюняева [9]. Центробежная сила в диске полностью уравнивает силу гравитации и газового давления (радиальная скорость всюду равна нулю). В начальный момент времени масса аккретора уменьшается на 5%. Это состояние диска неравновесно. Дальнейшая эволюция состояния рассчитывается в приближении бездиссипативной газовой динамики. Нас интересует решение в средней плоскости диска, при этом вертикальной структурой диска мы пренебрегаем (основания для этого будут даны в п. 5). В качестве начальных условий примем распределения для температуры и плотности (12)–(15).

В следующем разделе будут даны описание уравнений и процедура их численного решения.

### 3. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

В осесимметричном случае в цилиндрических координатах вместо радиальной координаты  $r$  удобно ввести массовую лагранжеву координату  $q$ , которая удовлетворяет соотношению  $dq = r^2 \rho dr$ . В результате уравнения газовой динамики, описывающие эволюцию аккреционного диска после слияния черных дыр, можно записать в виде:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial q} (rv_r), \quad (18)$$

$$\frac{dv_r}{dt} = -r \frac{\partial P}{\partial q} + \frac{v_\varphi^2}{r} - (1 - \xi) \frac{GM}{r^2}, \quad (19)$$

$$\frac{dv_\varphi}{dt} = -\frac{v_r v_\varphi}{r}, \quad (20)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -P \frac{\partial}{\partial q} (rv_r), \quad (21)$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r. \quad (22)$$

Здесь  $\rho$  — плотность,  $v_r$  — радиальная скорость,  $v_\varphi$  — азимутальная скорость,  $P$  — давление,  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия,  $M$  — полная масса двойной черной дыры до их слияния,  $\xi$  — доля массы черных дыр, излученная в виде гравитационных волн. Отметим, что вместо уравнения (18) можно использовать эквивалентное уравнение

$$\frac{1}{\rho} = r \frac{\partial r}{\partial q}. \quad (23)$$

Кроме того, из уравнений (20) и (22) следует закон сохранения удельного углового момента  $l = rv_\varphi$ ,

$$\frac{dl}{dt} = 0. \quad (24)$$

В области диска, где давлением излучения можно пренебречь по сравнению с газовым давлением, уравнение состояния определяется соотношениями:

$$P = P(\rho, T) = A\rho T, \quad (25)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T) = \frac{AT}{\gamma - 1}, \quad (26)$$

где  $A = k_B/m$ ,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $m = 0.5m_p$  — средняя молекулярная масса,  $m_p$  — масса протона,  $\gamma = 5/3$  — показатель адиабаты, а средний молекулярный вес для полностью ионизированной водородной плазмы принят равным 0.5.

Положим начальные распределения температуры и плотности,  $T(r, 0)$  и  $\rho(r, 0)$ , степенными функциями радиуса, (12) и (13). Из этих определений и из уравнений состояния (25), (26) можно получить соответствующие распределения для давления и удельной внутренней энергии:

$$P(r, 0) = \rho_* c_*^2 \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-k_d - k_t}, \quad (27)$$

$$\varepsilon(r, 0) = \frac{c_*^2}{\gamma - 1} \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-k_t}, \quad (28)$$

где обозначено  $c_*^2 = AT_*$ . Считая, что начальная радиальная скорость равна нулю, из условия радиального равновесия в диске

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{l^2}{r^3} \quad (29)$$

можно получить

$$l^2 = r_*^2 c_*^2 \left[ \mu^2 \left( \frac{r}{r_*} \right) - (k_d + k_t) \left( \frac{r}{r_*} \right)^{2 - k_t} \right] \quad (30)$$

или

$$v_\varphi = c_* \left[ \mu^2 \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-1} - (k_d + k_t) \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-k_t} \right]^{1/2}, \quad (31)$$

где обозначено

$$\mu = \left( \frac{GM}{r_* c_*^2} \right)^{1/2} \equiv 165 \left( \frac{T_*}{10^7 \text{ K}} \right)^{-1/2}. \quad (32)$$

По своему смыслу параметр  $\mu$  равен числу Маха на радиусе  $r = r_*$ .

Для последующих оценок нам также понадобится характерная полутолщина диска. Определим ее как вертикальную шкалу равновесного диска:

$$H = \frac{r}{v_\phi} (AT)^{1/2} = \quad (33)$$

$$= r_* \left[ \mu^2 \left( \frac{r}{r_*} \right)^{k_t-3} - (k_d + k_t) \left( \frac{r}{r_*} \right)^{-2} \right]^{-1/2}.$$

При построении вычислительного алгоритма удобно перейти к безразмерным переменным. Это достигается путем выделения характерных масштабов по схеме:  $f \rightarrow f_0 f$ , где  $f$  — какая-либо величина, а  $f_0$  — ее размерный масштаб. Чтобы не загромождать запись, безразмерные переменные будем далее обозначать теми же символами, что и сами исходные размерные переменные. В качестве размерных масштабов выберем следующие величины:

$$\begin{aligned} r_0 &= r_*, & \rho_0 &= \rho_*, & v_0 &= c_*, & (34) \\ t_0 &= r_*/c_*, & P_0 &= \rho_* c_*^2, & \varepsilon_0 &= c_*^2, & q_0 &= r_*^2 \rho_*. \end{aligned}$$

В безразмерных переменных уравнение для радиальной скорости (19), а также уравнения сгорания (25), (26) примут вид:

$$\frac{dv_r}{dt} = -r \frac{\partial P}{\partial q} + \frac{v_\varphi^2}{r} - \frac{(1-\xi)\mu}{r^2}, \quad (35)$$

$$P = \rho T, \quad \varepsilon = \frac{T}{\gamma - 1}. \quad (36)$$

Остальные уравнения после соответствующих переобозначений своего вида не изменяют.

Для численного решения этих уравнений использовалась неявная полностью консервативная разностная схема Самарского—Попова [29], некоторые детали которой описаны в Приложении. Следует подчеркнуть, что в этой схеме выполняются не только разностные аналоги законов сохранения массы, импульса и энергии, но и дополнительные соотношения, описывающие баланс по определенным видам энергии. Кроме того, в нашем случае в схеме выполняется разностный аналог закона сохранения удельного углового момента (24).

В безразмерной формулировке задача имеет только два параметра:  $\xi$  и  $\mu$ . Долю теряемой массы зададим, пользуясь оценкой, полученной по гравитационно-волновым наблюдениям [5],  $\xi = 0.05$ . В предыдущем разделе мы показали, что в реалистичном диапазоне значений параметра турбулентности  $\alpha$  и безразмерного темпа аккреции  $\dot{m}$  характерные значения температуры  $T_*$  лежат в интервале  $5.9 \times 10^6 - 4.8 \times 10^7$  К. Этому интервалу соответствует интервал чисел Маха  $\mu = 75 - 215$ . В численном расчете мы задавали определенные значения  $\mu$  и по ним, в соответствии с (32), получали  $T_*$ ,  $c_*$  и  $t_*$ .

Мы рассчитали три численные модели: для  $\mu = 100, 150, 200$ . Эти значения  $\mu$ , а также доля теряемой массы  $\xi$ , соответствовали объекту GW170814 [5] — последнему, на момент написания

**Таблица 2.** Некоторые характеристики дисков. Столбцы: число Маха, температура в центральной части невозмущенного диска, скачок температуры за ударной волной

$\mu$	$T_*$ [K]	$T/T(t=0)$
100	$2.7 \times 10^7$	7.5
150	$1.2 \times 10^7$	15.5
200	$0.43 \times 10^7$	27

статьи, зарегистрированному событию слияния двойной ЧД. Графики безразмерной плотности, температуры, радиальной и тангенциальной скоростей приведены на рис. 1–4. Все три расчета обнаружили качественно схожие свойства течения: в центральной области диска возникает одна, либо две ударные волны, в зависимости от  $\mu$ . Волна распространяется по диску с замедлением. Плотность на ударной волне испытывает скачок в три и более раз, температура — примерно от 7.5 до 27 раз, по сравнению с исходным значением (см. табл. 2). Радиальная скорость испытывает осцилляции с амплитудой порядка скорости звука и более. Тангенциальная скорость меняется слабо. Характеристики течения перед ударной волной остаются практически постоянными на протяжении времени расчета.

Течение газа в возмущенной части диска представляет собой совокупность волн плотности, температуры и радиальной скорости большой амплитуды. Для  $\mu = 200$  и 150 на внешней границе возмущенной области возникает одна ударная волна с предвестником (каустика на распределении плотности и температуры), при  $\mu = 100$  каустика превращается в ударную волну. Мы также провели расчеты для чисел Маха  $\mu = 50$  и  $\mu = 10$  (не показаны на рисунках). Интересно то, что для малых значений  $\mu$  в диске имеется лишь одна ударная волна с предвестником.

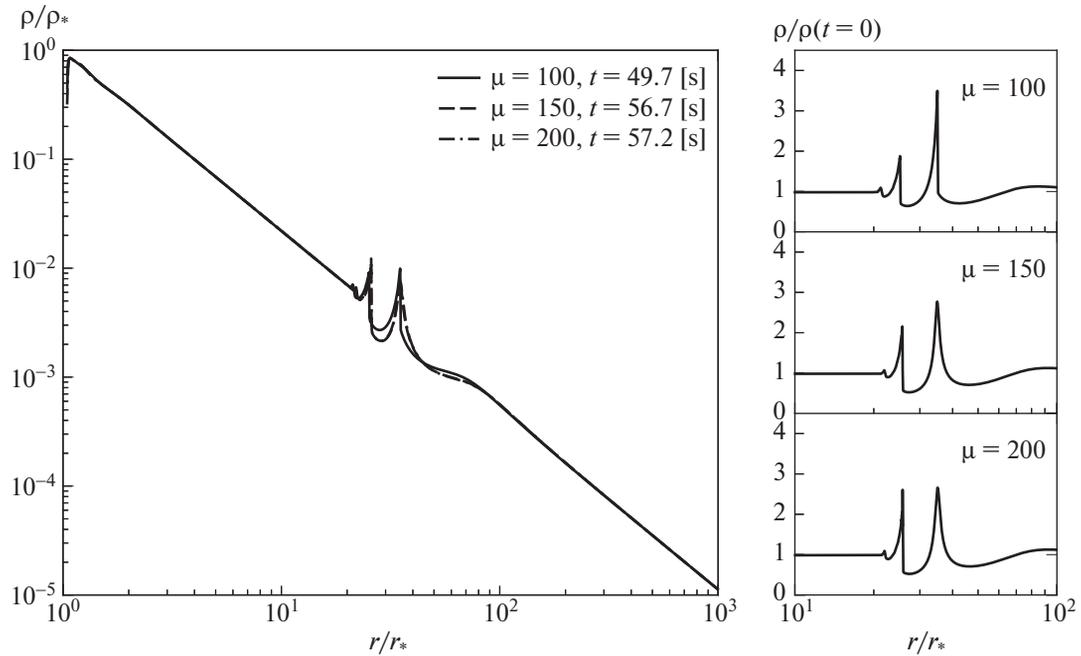
Оказалось, что положение ударной волны как функция времени не зависит от числа Маха в диске,  $\mu$ , и допускает простую аппроксимацию<sup>2</sup> (рис. 5):

$$r_D = 1.76 r_* t^{2/3}. \quad (37)$$

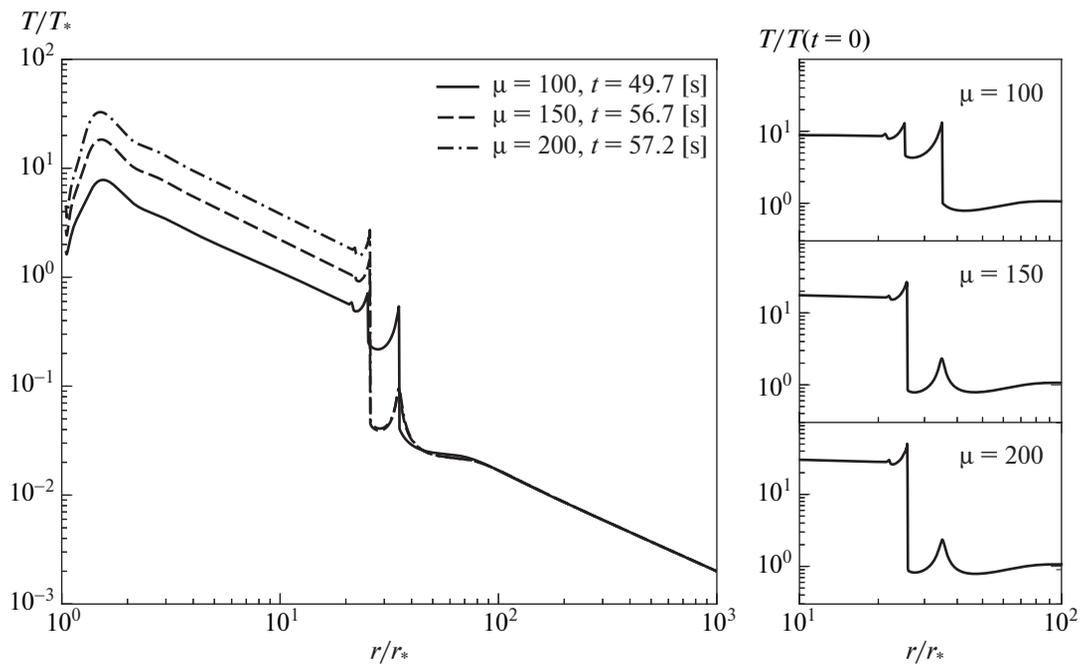
Отсюда можно получить скорость ударной волны,

$$D = \frac{dr_D}{dt} = 1.2 r_* t^{-1/3} = 1.59 r_* \left( \frac{r_D}{r_*} \right)^{-1/2}. \quad (38)$$

<sup>2</sup>Несовпадение графиков для  $\mu = 100$  и остальных связано с тем, что в программном коде осуществляется поиск УВ со стороны правой (внешней) части расчетной области. В то же время для этого значения числа Маха в течении возникают две ударных волны (см. рис. 2), причем положение внутренней совпадает с положением УВ для  $\mu = 150$  и  $\mu = 200$ .



**Рис. 1.** Радиальное распределение плотности в моделях с различными значениями числа Маха  $\mu$ . Моменты времени подобраны таким образом, чтобы положения ударной волны совпадали во всех случаях.



**Рис. 2.** Радиальное распределение температуры. Обозначения те же, что и на рис. 1.

#### 4. СПЕКТР ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И КРИВЫЕ БЛЕСКА

Ударная волна, возникающая в диске, приводит к росту температуры в 7.5–27 раз, в зависимости от числа Маха (рис. 2, табл. 2). В результате этого газ во внутренней части диска разогревается до

температуры примерно  $2 \times 10^8$  К, что соответствует тепловой энергии, в расчете на одну частицу, порядка 17.2 кэВ. В условиях немагнитного аккреционного диска спектр электромагнитного излучения в этой области энергий определяется двумя процессами [30]: тормозным излучением электронов и комптоновским рассеянием. Последний меха-

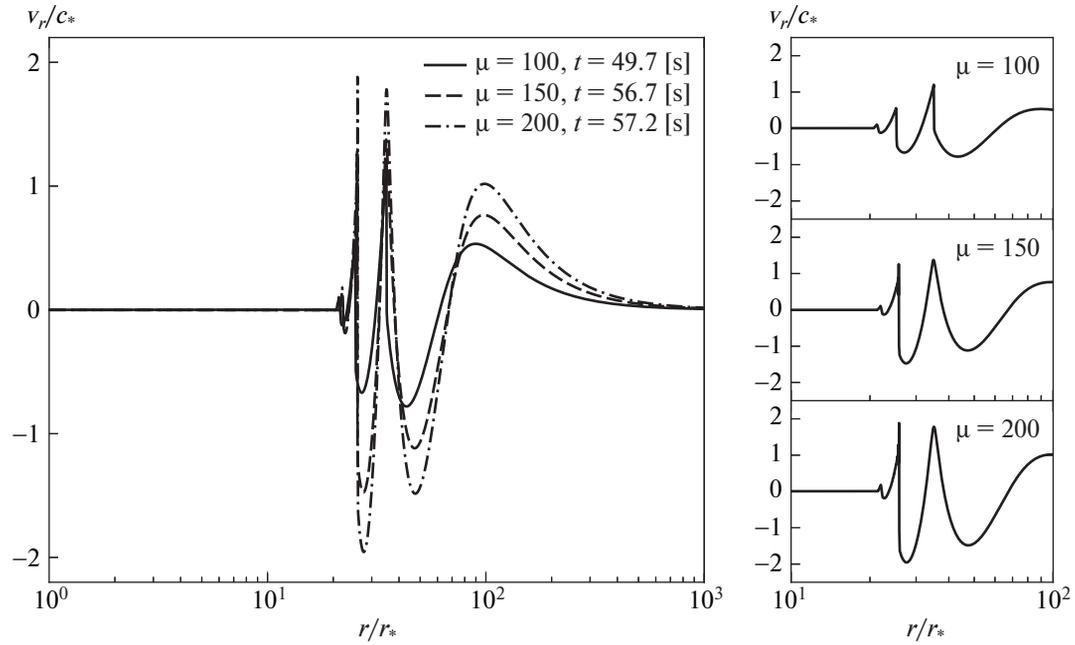


Рис. 3. Радиальное распределение радиальной скорости. Обозначения те же, что и на рис. 1.

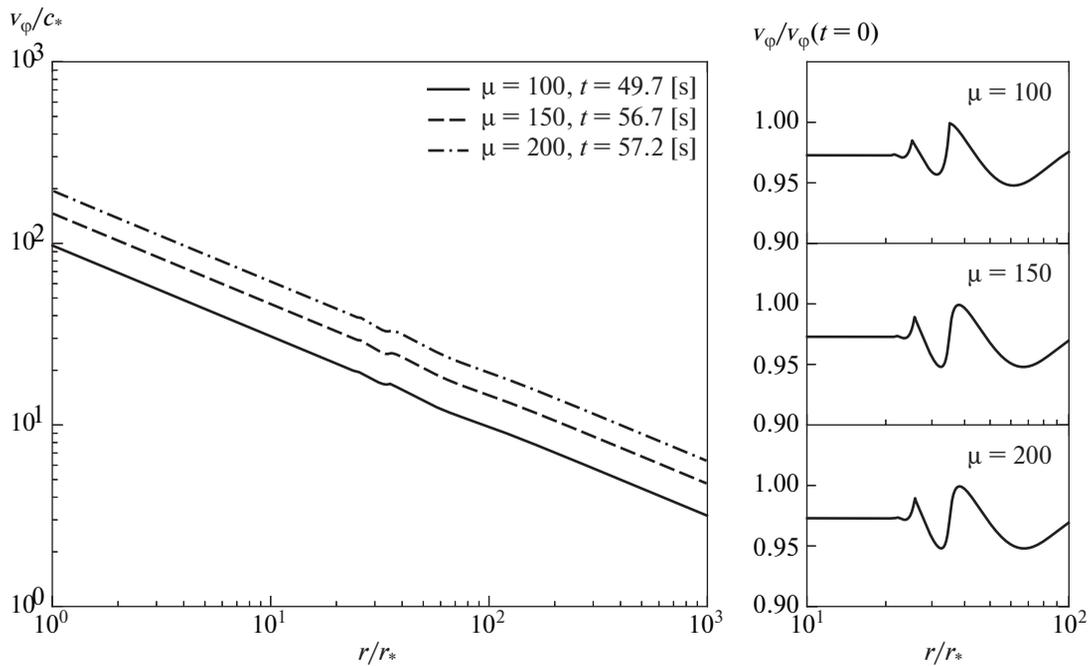


Рис. 4. Радиальное распределение тангенциальной скорости. Обозначения те же, что и на рис. 1.

низм может приводить к росту энергии фотонов и искажению спектра — снижению интенсивности на частотах планковского максимума и появлению “хвоста” в области высоких энергий [31, 32]. Однако комптонизация спектра эффективна, только если слой, через который проходит излучение, про-

зрачен [30, 32]. Оценим оптическую толщину диска:

$$\tau_\nu = (\sigma_T + \sigma_{\text{ff},\nu})\Sigma. \quad (39)$$

Подставляя выражение для сечений поглощения, например из работы [31], можно показать, что в центральной части диска ( $\rho \sim 1$  г/см<sup>3</sup>,  $T \sim 10^8$  К,

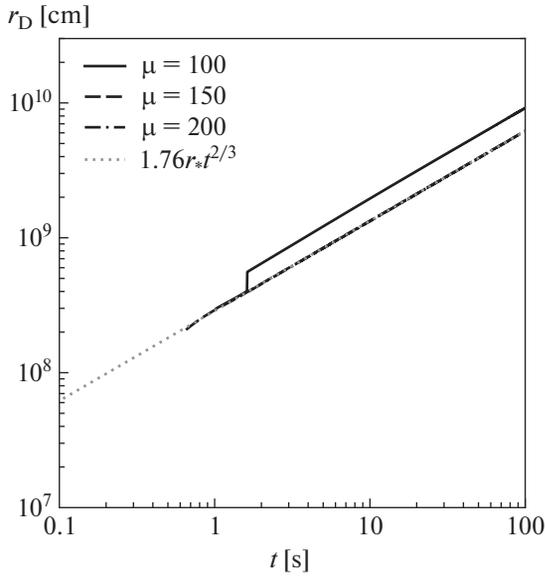


Рис. 5. Положение ударной волны как функция времени. Серым цветом показана аппроксимация.

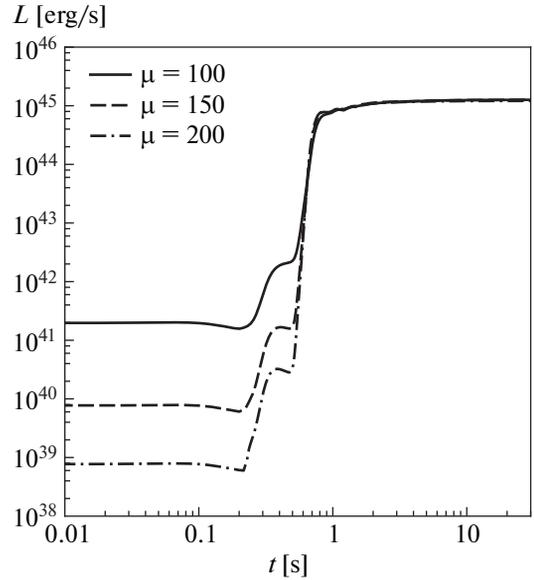


Рис. 6. Болومترические кривые блеска в моделях с различными значениями числа Маха.

$H \sim 10^6$  см) оптическая толщина во всем спектре много больше единицы и на длинах волн короче 10 нм определяется комптоновским рассеянием. Это свойство выполняется и во внешних частях диска. Искажение спектра в оптически тонком слое вблизи поверхности диска также несущественно, поскольку отношение геометрической толщины этого слоя к толщине диска (его можно оценить как  $\tau_\nu^{-1}$ ) пренебрежимо мало на всех частотах. Таким образом, можно полагать, что излучение с поверхности диска имеет всюду планковский спектр<sup>3</sup>:

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T_s} - 1}, \quad (40)$$

где  $T_s$  — поверхностная температура (см. п. 2 и соотношение (11)).

На рис. 6 показаны кривые изменения болометрической светимости диска во времени, рассчитанной как

$$L(t) = 2\pi \int_{r_*}^{\infty} dr r \sigma_{\text{SB}} T_s^4(t, r). \quad (41)$$

Примечательно то, что разные значения параметра  $\mu$  привели в итоге к одной и той же светимости диска, порядка  $10^{45}$  эрг/с. Аналитически светимость можно оценить как  $L \sim \pi r_*^2 \sigma_{\text{SB}} f^4 T_*^4$ , где  $f$  — скачок температуры на ударной волне (третья колонка

табл. 2). Из оценки максимальной светимости и с помощью формулы (32) получаем

$$f = 27 \left( \frac{\mu}{200} \right)^2. \quad (42)$$

Напомним, что в данной работе мы основывались на гидродинамической модели, без учета радиативных процессов. На рис. 2 и 6 видно, что после ударного скачка температура газа практически не меняется. Это приближение заведомо несправедливо на больших временах, т.к. процесс радиативного охлаждения должен приводить к остыванию диска после прохождения ударной волны и постепенному установлению нового равновесного состояния, где темп высвечивания энергии будет равен скорости вязкого нагрева. Оценим время радиативного охлаждения как время диффузии излучения:

$$t_{\text{rad}} \sim (\sigma_T + \sigma_{\text{ff}}) \Sigma \frac{H}{c}, \quad (43)$$

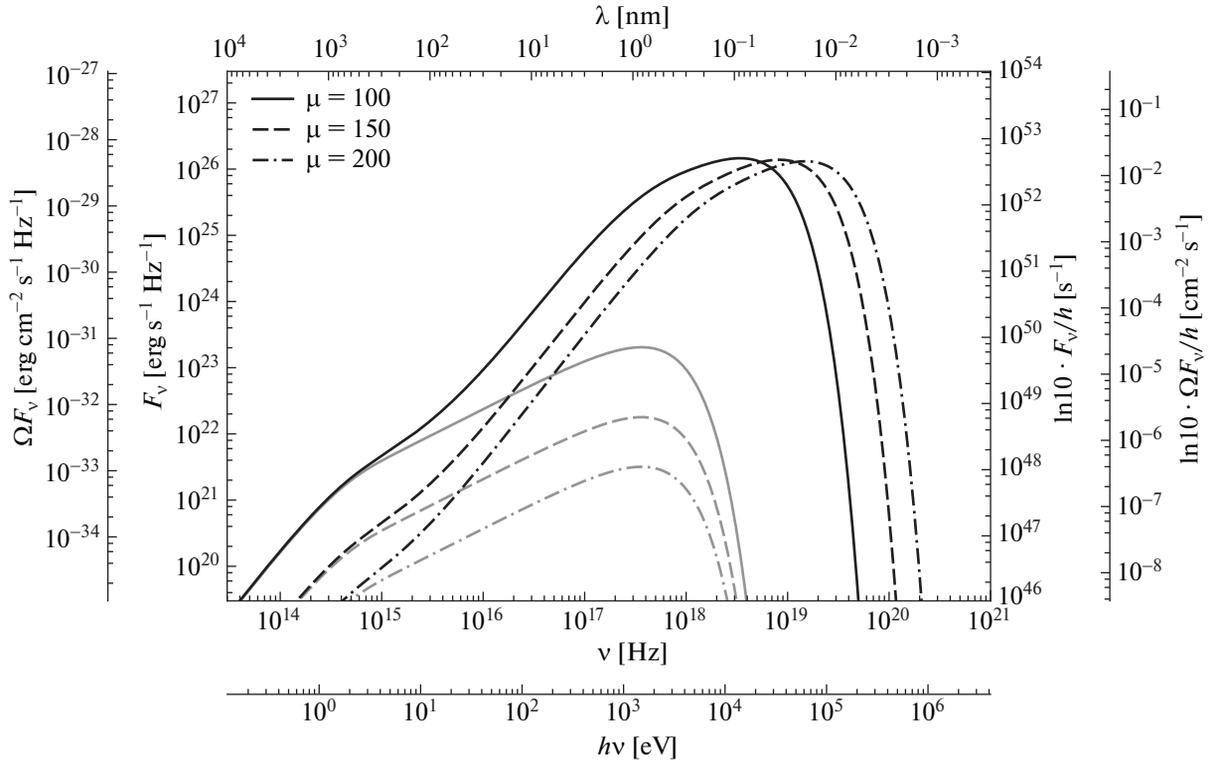
где  $\sigma_T = 0.40$  см<sup>2</sup>/г и  $\sigma_{\text{ff}} = 0.11 N/T^{7/2}$  см<sup>2</sup>/г;  $N$  — концентрация;  $\Sigma = 2\rho H$ . Например, в окрестности внутреннего радиуса диска имеем  $\rho \sim 1$  г/см<sup>3</sup>,  $T \sim 10^8$  К и  $H \sim 10^6$  см, откуда получаем  $t_{\text{rad}} \approx 31.6$  с. Более общее выражение имеет вид (при таких температурах сечение  $\sigma_{\text{ff}}$  не вносит вклада в поглощение)

$$t_{\text{rad}} = \frac{2\sigma_T \rho_* H_*^2}{c} \left( \frac{r}{r_*} \right)^{3-(k_d+k_t)}. \quad (44)$$

Характерную ширину горячей области за ударной волной можно оценить как

$$\Delta r_D = D t_{\text{rad}}, \quad (45)$$

<sup>3</sup>Комптонизация электромагнитного излучения эффективна в зоне “А” стандартного  $\alpha$ -диска [9]. В используемой нами модели диска зона “А” отсутствует, а в зоне “В” поверхностная плотность на 4–5 порядков больше, чем можно оценить для зоны “А”.



**Рис. 7.** Спектр электромагнитного излучения. Внутренние вертикальные шкалы: спектральная плотность потока (слева) и оценка потока фотонов в расчете на единичный логарифмический интервал частот (справа). Внешние вертикальные шкалы соответствуют источнику, удаленному на расстояние 540 Мпк: спектральная плотность потока через единичную площадку (слева) и оценка потока фотонов через единичную площадку (справа). Серым цветом обозначены спектры невозмущенных дисков для соответствующих значений  $\mu$ .

где  $D$  — скорость ударной волны (38). Подставив  $r_D$  вместо  $r$  в выражения (44) и (45), можно увидеть, что ширина горячей области  $\Delta r_D$  слабо зависит от времени (как  $t^{-0.075}$ ) и приближенно равна

$$\Delta r_D \approx 42.4 r_*. \quad (46)$$

Это означает, что эффекты радиативного охлаждения не должны сильно изменить распределение температуры на рис. 2. Время уменьшения температуры до исходного значения оценим следующим образом:

$$t_{\text{cool}} = t_{\text{rad}} \frac{T}{T(t=0)}. \quad (47)$$

Если температура за ударной волной возрастает в 7.5 – 27 раз, то время спада кривой блеска составит от 4 до 14 минут.

Спектральная плотность потока излучения с одной стороны диска, в перпендикулярном направлении:

$$F_\nu = 2\pi^2 \int_{r_*}^{\infty} dr r B_\nu [T_s(r)]. \quad (48)$$

На рис. 7 видно, основная часть энергии излучается в рентгеновском и гамма-диапазоне.

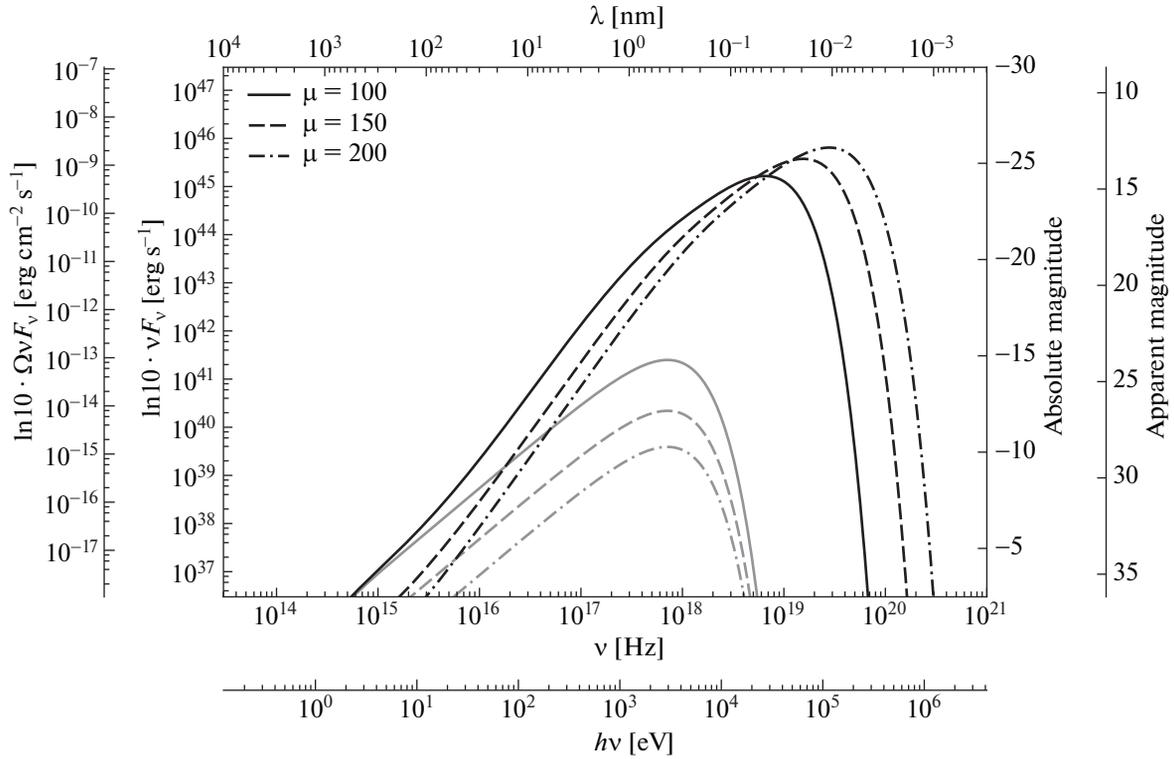
Для гамма-диапазона удобно использовать оценку числа фотонов, излучаемых за единицу времени в единичном логарифмическом интервале частот (правая шкала на рис. 7):

$$\begin{aligned} & \int_{\nu}^{10\nu} d\nu' \frac{F_{\nu'}}{h\nu'} = \quad (49) \\ & = \ln 10 \int_{\nu}^{10\nu} d(\lg \nu') \frac{F_{\nu'}}{h} \sim \ln 10 \frac{F_\nu}{h}. \end{aligned}$$

На внешних вертикальных шкалах отложены величины потока через площадку  $1 \text{ cm}^2$  при условии, что наблюдаемый объект удален на расстояние 540 Мпк (система GW170814 [5]). Для этого поток корректировался на множитель

$$\Omega = \frac{1}{(540 \text{ Мпк})^2} = 3.6 \times 10^{-55} \text{ cm}^{-2}. \quad (50)$$

Аналогичным образом можем приближенно считать энергию, излучаемую за единицу времени



**Рис. 8.** Оценка светимости в расчете на единичный логарифмический интервал частот. Внутренние вертикальные шкалы: светимость (слева) и абсолютная болометрическая звездная величина (справа). Внешние вертикальные шкалы соответствуют источнику, удаленному на расстояние 540 Мпк: поток через единичную площадку детектора (слева) и видимая звездная величина (справа). Серым цветом обозначены спектры невозмущенных дисков для соответствующих значений  $\mu$ .

в единичном логарифмическом интервале частот (рис. 8):

$$\int_{\nu}^{10\nu} d\nu' F_{\nu'} \sim \ln 10 \cdot \nu F_{\nu}. \quad (51)$$

Эту величину можно рассматривать как оценку светимости в полосе частот шириной один порядок величины.

Рис. 7 и 8 показывают, что основная часть энергии излучения лежит в диапазоне среднего и жесткого рентгеновского излучения (1–100 кэВ), а также гамма-излучения ( $\gtrsim 100$  кэВ).

В среднем рентгеновском диапазоне, до 10 кэВ, светимость газа, разогретого ударной волной, равна  $10^{43}$ – $10^{45}$  эрг/с, что на 2–4 порядка (в зависимости от  $\mu$ ) превышает светимость невозмущенного диска, которая, в свою очередь, сопоставима со светимостью рентгеновских пульсаров [20] и ультраярких рентгеновских источников [33, 34]. После коррекции на расстояние до источника GW170814 [5], 540 Мпк, наблюдаемый поток от возмущенного диска в этой области спектра составит  $\gtrsim 10^{-9}$  эрг/см<sup>2</sup>/с, что на несколько порядков превышает порог чувствительности

инструмента EPIC обсерватории XMM-Newton (уровень  $5\sigma$  с экспозицией  $10^5$  с) [35].

Поток излучения  $10^{45}$  эрг/с и выше, на частотах 10–300 кэВ, могут обеспечить “горячие”  $\alpha$ -диски ( $\sim 10^9$  К) вокруг ЧД звездных масс [32, 36], либо аккрецирующая сверхмассивная ЧД. Наблюдаемая плотность потока в жестком рентгеновском диапазоне будет лишь на один-два порядка меньше светимости крабовидной туманности (1 краб =  $2.4 \times 10^{-8}$  эрг/см<sup>2</sup>/с).

В гамма-диапазоне поток излучения на много порядков превышает поток от невозмущенного диска и сравним с потоком от мягких гамма-источников,  $\gtrsim 10^{26}$  эрг/с/Гц [37]. На длине волны 100 кэВ наблюдаемый поток составляет  $10^{-2}$  фотонов/см<sup>2</sup>/с, в расчете на единичный логарифмический интервал длин волн (dex), или  $10^{-4}$  фотонов/см<sup>2</sup>/с/кэВ. Отметим, что предельная чувствительность инструмента IBIS обсерватории INTEGRAL на этой длине волны составляет  $2.85 \times 10^{-6}$  фотонов/см<sup>2</sup>/с/кэВ (уровень  $3\sigma$  с экспозицией  $10^5$  с) [38, 39].

В экстремальном ультрафиолетовом диапазоне, 10– $10^2$  эВ, поярчение диска может превышать по-

рядок величины или  $2.5^m$  и достигать  $3 \times 10^{40} - 3 \times 10^{41}$  эрг/с. В дальнем ультрафиолете поярчение не превышает двух раз. На больших длинах волн поярчение практически отсутствует. В ближнем ультрафиолетовом диапазоне светимость диска на 4–5 порядков ниже светимости типичной сверхновой ( $10^{41}$  эрг/с).

Оценки светимости, приведенные выше, являются весьма приближенными также и вследствие неточно определенного расстояния до двойной системы. Так, минимальная и максимальная оценки расстояния до источника GW170814 [5] различаются в два раза (см. табл. 1). При этом изменению расстояния в два раза соответствует изменение видимой яркости в четыре раза или изменению видимой величины на  $1.5^m$ .

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В численной модели, описанной в п. 3, мы пренебрегли вертикальной структурой диска. Сейчас, по результатам расчетов, мы можем убедиться в справедливости этого приближения. После того, как черная дыра потеряла долю  $\xi$  своей массы, вещество диска приобрело ускорение в вертикальном направлении величиной  $\dot{v}_z \sim \xi H \Omega^2$ . Характерное время отклика диска есть

$$t_z \sim \frac{f^{1/2} c_s}{\dot{v}_z} \sim t_* \frac{f^{1/2}}{\xi \mu} \left( \frac{r}{r_*} \right)^{3/2}, \quad (52)$$

где  $f$  — фактор повышения температуры (см. предыдущий раздел); здесь мы использовали определения из п. 3. Это время нужно сравнить со временем распространения ударной волны,  $t_D \sim r/D$ . С учетом оценок для  $f$  и  $D$  из п. 4 получаем

$$\frac{t_z}{t_D} \sim \frac{40}{\xi \mu}. \quad (53)$$

Для  $\xi = 0.05$  и  $\mu \sim 100$  видно, что релаксация диска в вертикальном направлении не оказывает влияния на распространение ударной волны. Можно показать, однако, что время  $t_z$  оказывается одного порядка со временем  $t_{\text{cool}}$ , поэтому расчет излучения на больших временах потребует более полного учета вертикальной структуры диска.

В данной работе мы рассчитали реакцию циркумбинарного аккреционного диска на уменьшение массы двойной черной дыры. Идея состояла в том, что сливающаяся черная дыра теряет около 5% суммарной массы-энергии посредством излучения гравитационных волн. В результате этого вещество изначально равновесного квазикеплеровского диска приобретает избыточный импульс в направлении от аккретора. Импульс вызван дисбалансом между центробежной силой и уменьшившейся гравитационной силой со стороны

аккретора. Это различие сильнее во внутренней части диска, что должно приводить к распространению по диску сильного возмущения.

Мы применили эти соображения к объекту GW170814 — двойной ЧД суммарной массой около  $55 M_\odot$ , удаленной на расстояние 540 Мпк. В качестве модели циркумбинарного диска была взята стандартная модель Шакуры и Сюняева. В диске преобладало газовое давление, для этого температура исходного диска полагалась достаточно низкой,  $\lesssim 3 \times 10^7$  К. Мы нашли, что из внутренней области аккреционного диска начинает распространяться возмущение, которое быстро становится ударной волной. Температура за ударной волной испытывает скачок в 7.5–27 раз, в зависимости от начальной температуры диска.

Расчет болометрических кривых блеска показал, что светимость диска возрастает на 4–6 порядков, до  $10^{45}$  эрг/с, что соответствует абсолютной звездной величине  $-23.8^m$ . Максимум потока излучения лежит в рентгеновском и гамма-диапазонах. В спектральной полосе инструмента EPIC обсерватории XMM-Newton или инструмента eROSITA обсерватории Спектр-РГ рост светимости, по сравнению с невозмущенным диском, составит 3–4 порядка ( $7.5^m - 10^m$  в абсолютных величинах); это соответствует видимой звездной величине  $17^m$ . В полосе наблюдения инструмента IBIS обсерватории INTEGRAL светимость максимальна и соответствует видимому потоку  $10^{-4}$  фотонов/см<sup>2</sup>/с/кэВ на длине волны  $\sim 100$  кэВ. В дальнем ультрафиолетовом диапазоне, и в сторону больших длин волн, возмущение диска практически не приводит к его поярчению: на длине волны 10 эВ светимость вырастает примерно в два раза и соответствует видимой величине  $32^m$ . Оценки видимых потоков в рентгеновском диапазоне превышают порог чувствительности инструмента EPIC на несколько порядков величины (до четырех, в зависимости от экспозиции). Поток в гамма-диапазоне примерно на полтора порядка превышает порог чувствительности инструмента IBIS.

Использование реалистичных параметров аккреционного диска приводит к оценке времени спада кривой блеска порядка нескольких минут. Интересно то, что болометрическая светимость не зависит от начальной температуры диска, но определяется, по-видимому, массой аккретора и долей теряемой массы. При этом форма спектра чувствительна к температуре: рост начальной температуры диска приводит к смещению спектра в коротковолновую область.

В следующих работах мы планируем продолжить исследование эффекта потери массы сливающейся черной дырой для более полной модели

аккреционных дисков, с учетом радиативного давления и выхолаживания газа.

Авторы благодарят А.В. Тутукова, Я.Н. Павлюченкова и О.Ю. Малкова за ценные замечания. Работа Курбатова Е.П. поддержана Программой Президиума РАН №28 “Космос: исследования фундаментальных процессов и их взаимосвязей”.

Приложение

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА

Зададим в расчетной области разностную сетку  $q_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, N$ , координаты узлов которой связаны с массовой лагранжевой координатой  $q$ . Шаг сетки  $\Delta q_{i+1/2} = q_{i+1} - q_i$  выберем таким образом, чтобы в логарифмическом масштабе расстояния между соседними узлами были одинаковыми, т.е.  $\ln(q_{i+1}/q_i) = \text{const}$ . Радиальную координату и скорость в моменты времени  $t^n$  будем относить к узлам сетки:  $r_i^n$ ,  $v_{r,i}^n$ ,  $v_{\varphi,i}^n$ , а термодинамические величины будем относить к центрам ячеек, которые нумеруются полуцелыми индексами:  $\rho_{i+1/2}^n$ ,  $P_{i+1/2}^n$ ,  $\varepsilon_{i+1/2}^n$ ,  $T_{i+1/2}^n$  [29]. Для упрощения дальнейших записей будем использовать следующие обозначения для операторов конечных разностей:

$$\begin{aligned} (\Delta_t f)^{n+1/2} &= \frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t}, & (54) \\ (\Delta_q f)_{i+1/2} &= \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta q_{i+1/2}}, \\ (\Delta_q f)_i &= \frac{f_{i+1/2} - f_{i-1/2}}{\Delta q_i}, \end{aligned}$$

где  $\Delta q_i = (\Delta q_{i+1/2} + \Delta q_{i-1/2})/2$ . При этом всюду, где это не вызывает недоразумений, индексы у операторов будем опускать.

Уравнения (23), (35), (22), (21), (36) можно аппроксимировать следующей разностной схемой:

$$\frac{1}{\rho_{i+1/2}^{n+1}} = \frac{1}{2} \Delta_q (r^{n+1})^2, \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \Delta_t v_{r,i} &= -r_i^{n+1/2} \Delta_q \Pi^{n+\sigma} + & (56) \\ &+ \frac{(v_{\varphi,i}^{n+1/2})^2}{r_i^{n+1/2}} - \frac{(1-\xi)\mu^2}{r_i^{n+1} r_i^n}, \end{aligned}$$

$$\Delta_t r_i = v_{r,i}^{n+1/2}, \quad (57)$$

$$\Delta_t \varepsilon_{i+1/2} = -\Pi_{i+1/2}^{n+\sigma} \Delta_q \left( r^{n+1/2} v_r^{n+1/2} \right), \quad (58)$$

$$\Delta_t v_{\varphi,i} = -\frac{v_{r,i}^{n+1/2} v_{\varphi,i}^{n+1/2}}{r_i^{n+1/2}}, \quad (59)$$

$$P_{i+1/2}^{n+1} = \rho_{i+1/2}^{n+1} T_{i+1/2}^{n+1}, \quad (60)$$

$$\varepsilon_{i+1/2}^{n+1} = \frac{T_{i+1/2}^{n+1}}{\gamma - 1}, \quad (61)$$

$$\Pi_{i+1/2}^{n+1} = P_{i+1/2}^{n+1} + \omega_{i+1/2}^{n+1}, \quad (62)$$

$$\omega_{i+1/2}^{n+1} = \Omega \left( \rho_{i+1/2}^{n+1}, r_i^{n+1}, r_{i+1}^{n+1}, v_i^{n+1}, v_{i+1}^{n+1} \right), \quad (63)$$

где обозначено

$$\Pi_{i+1/2}^{n+\sigma} = \sigma \Pi_{i+1/2}^{n+1} + (1 - \sigma) \Pi_{i+1/2}^n.$$

Параметр  $\sigma$  характеризует степень неясности схемы и изменяется в пределах от 0 до 1. Этим параметром определяется порядок аппроксимации по времени. В случае  $\sigma = 1/2$  схема имеет второй порядок аппроксимации по  $\Delta t$ , а в остальных случаях — первый. Величина  $\omega$  описывает искусственную вязкость, необходимую для более корректного описания решений с ударными волнами и контактными разрывами. Явный вид функции  $\Omega$  определяется конкретной моделью искусственной вязкости. В наших расчетах использовалась линейная вязкость вида

$$\omega = -\frac{\eta \rho}{2} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} - \left| \frac{\partial v_r}{\partial r} \right| \right), \quad (64)$$

где коэффициент  $\eta_{i+1/2} = \eta_0 \Delta q_{i+1/2}$ . Значение  $\eta_0$  задавалась в диапазоне от 3 до 5.

Эта схема является полностью консервативной в том смысле, что она обеспечивает не только баланс полной энергии, но и отдельных ее видов (тепловой, кинетической, вращательной и гравитационной). Кроме того, нетрудно показать, что в данной схеме выполняется разностное соотношение

$$\Delta_t (r_i v_{\varphi,i}) = 0, \quad (65)$$

описывающее закон сохранения углового момента. Это означает, что имеет место равенство

$$r_i^n v_{\varphi,i}^n = r_i^0 v_{\varphi,i}^0 = l_i, \quad (66)$$

где  $l_i$  — сеточная функция для удельного углового момента. Отсюда следует, что

$$v_{\varphi,i}^n = \frac{l_i}{r_i^n}. \quad (67)$$

Система алгебраических уравнений (55)–(63) является нелинейной. Для ее решения используется комбинация метода Ньютона и метода прогонки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **818**, L22 (2016).

2. B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, *et al.*, *Physical Review Lett.* **116**(24), 241103 (2016).
3. B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya, *et al.*, *Physical Review Lett.* **118**(22), 221101 (2017).
4. B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya, *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **851**, L35 (2017).
5. B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya, *et al.*, *Physical Review Lett.* **119**(14), 141101 (2017).
6. A. V. Tutukov and A. M. Cherepashchuk, *Astronomy Reports* **61**, 833 (2017).
7. P. V. Kaigorodov, D. V. Bisikalo, A. M. Fateeva, and A. Y. Sytov, *Astronomy Reports* **54**, 1078 (2010).
8. A. Y. Sytov, P. V. Kaigorodov, A. M. Fateeva, and D. V. Bisikalo, *Astronomy Reports* **55**, 793 (2011).
9. N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, *Astron. and Astrophys.* **24**, 337 (1973).
10. N. Bode and S. Phinney, *APS April Meeting Abstracts*, S1.010 (2007).
11. J. D. Bekenstein, *Astrophys. J.* **183**, 657 (1973).
12. B. Kocsis and A. Loeb, *Physical Review Lett.* **101**(4), 041101 (2008).
13. M. Megevand, M. Anderson, J. Frank, E. W. Hirschmann, L. Lehner, S. L. Liebling, P. M. Motl, and D. Neilsen, *Physical Review D* **80**(2), 024012 (2009).
14. S. M. O'Neill, M. C. Miller, T. Bogdanović, C. S. Reynolds, and J. D. Schnittman, *Astrophys. J.* **700**, 859 (2009).
15. L. R. Corrales, Z. Haiman, and A. MacFadyen, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **404**, 947 (2010).
16. G. P. Rosotti, G. Lodato, and D. J. Price, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **425**, 1958 (2012).
17. M. J. Fitchett, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **203**, 1049 (1983).
18. H. Pietilä, P. Heinämäki, S. Mikkola, and M. J. Valtonen, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **62**, 377 (1995).
19. S. E. de Mink and A. King, *Astrophys. J.* **839**, 7 (2017).
20. V. M. Lipunov, G. Börner, and R. S. Wadhwa, *Astrophysics of Neutron Stars* (Springer, 1992).
21. J. M. Bardeen, *Nature* **226**, 64 (1970).
22. K. S. Thorne, *Astrophys. J.* **191**, 507 (1974).
23. L.-X. Li and B. Paczyński, *Astrophys. J. Lett.* **534**, L197 (2000).
24. D. B. Bowen, V. Mewes, M. Campanelli, S. C. Noble, J. H. Krolik, and M. Zilhro, *Astrophys. J. Lett.* **853**, L17 (2018).
25. P. Artymowicz and S. H. Lubow, *Astrophys. J.* **421**, 651 (1994).
26. R. Dong, E. Vorobyov, Y. Pavlyuchenkov, E. Chiang, and H. B. Liu, *Astrophys. J.* **823**, 141 (2016).
27. P. J. Armitage, e-Print arXiv:astro-ph/0701485 (2007).
28. E. P. Kurbatov and D. V. Bisikalo, *Astronomy Reports* **61**, 475 (2017).
29. A. A. Samarskii and I. P. Popov, *Difference methods for solving problems of gas dynamics (2nd revised and enlarged edition)* (Moscow, Izdatel Nauka, 1980).
30. V. L. Ginzburg, *Theoretical physics and astrophysics* (Pergamon, Oxford, 1979).
31. A. F. Illarionov and R. A. Sunyaev, *Soviet Ast.* **16**, 45 (1972).
32. G. G. Pavlov, Y. A. Shibanov, and P. Mészáros, *Phys. Rep.* **182**, 187 (1989).
33. H. Feng and P. Kaaret, *Astrophys. J. Lett.* **650**, L75 (2006).
34. S. Fabrika, *ASP Conf. Ser.* **510**, 395 (2017).
35. XMM-Newton Community Support Team, *XMM-Newton Users Handbook. Issue 2.16* URL: [https://xmm-tools.cosmos.esa.int/external/xmm\\_user\\_support/documentation/uhb/XMM\\_UHB.html](https://xmm-tools.cosmos.esa.int/external/xmm_user_support/documentation/uhb/XMM_UHB.html).
36. L. Maraschi and S. Molendi, *Astrophys. J.* **353**, 452 (1990).
37. R. L. C. Starling, K. Wiersema, A. J. Levan, T. Sakamoto, *et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **411**, 2792 (2011).
38. P. Ubertini, *IBIS: Imager on Board the INTEGRAL Satellite* URL: <https://www.cosmos.esa.int/web/integral/instruments-ibis>.
39. P. Ubertini, F. Lebrun, G. Di Cocco, A. Bazzano, *et al.*, *Astron. and Astrophys.* **411**, L131 (2003).