

УДК 524.338

О ВОЗМОЖНОМ МЕХАНИЗМЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛЯРАХ

© 2019 г. Е. П. Курбатов*, А. Г. Жилкин**, Д. В. Бисикало***

Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию 15.05.2018 г.; принята в печать 22.06.2018 г.

Предложен способ генерации радиоизлучения в полярных, в основе которого лежит механизм циклотронного излучения тепловых электронов на фоне флуктуирующего магнитного поля. Источником флуктуаций является альфвеновская волновая турбулентность. Получены выражения для спектра излучения и степени поляризации. На примере системы полярара AM Her были рассчитаны потоки радиоизлучения от аккреционной струи. В рамках предложенной модели эмиссии оказывается возможным получить наблюдаемые потоки излучения в диапазоне частот VLA при реалистичных характеристиках плазмы.

DOI: 10.1134/S0004629919010055

1. ВВЕДЕНИЕ

Излучение в радиодиапазоне наблюдается у многих катаклизмических переменных звезд. Оно отличается большой переменностью как интенсивности, так и степени поляризации, вплоть до полного исчезновения. Длительность спокойных или тихих периодов может многократно превышать период обращения двойной звезды. Среди источников с постоянно наблюдаемым радиоизлучением можно отметить AM Her, AR UMa и AE Aqr [1]. Излучение детектируется на частотах порядка единиц и десятков ГГц (диапазон работы VLA), однако лишь небольшое число систем проявляют себя в этом интервале [2].

Среди катаклизмических переменных с магнитным полем принято различать полярные и промежуточные полярные [3]. Такие системы обычно состоят из белого карлика (аккретор) и звезды позднего спектрального класса (донор), как правило, красного карлика. Орбитальный период двойной звезды составляет несколько часов [4]. Критерием различия полярных и промежуточных полярных является степень поляризованности наблюдаемого излучения. Эту характеристику связывают с величиной магнитного поля белого карлика, которое в полярных превышает 10^6 Гс, а в промежуточных полярных лежит в интервале 10^5 – 10^6 Гс. Значение поля 10^6 Гс также разделяет два типа аккреционного течения: в системах промежуточных полярных может формироваться аккреционный диск, тогда как в полярных

радиус магнитосферы белого карлика настолько велик, что диск не образуется [5].

Начиная с первых радионаблюдений системы полярара AM Her [6], рядом авторов предлагались разные механизмы генерации радиоизлучения в полярных и промежуточных полярных для диапазона частот от единиц до десятков ГГц: циклотронный — на нетепловых или релятивистских электронах (гиротронный и синхротронный соответственно) [6–8] — и мазерный [7]. Циклотронное излучение действительно наблюдается на длинах волн ~ 6000 – 7000 Е; по нему проводятся оценки величины магнитного поля. Мазерное усиление привлекается как механизм генерации радиовспышек.

В настоящей работе мы предлагаем еще один механизм генерации радиоизлучения, основанный на циклотронном излучении электронов во флуктуациях магнитного поля. Наличие флуктуаций связано с установлением в плазме волновой альфвеновской турбулентности. Данная работа является продолжением исследования эффектов альфвеновской турбулентности в катаклизмических двойных системах [9].

Структура работы такова. Во втором разделе описано аккреционное течение в системах полярных и даны оценки характеристик течения на примере полярара AM Her. В третьем разделе приведены примеры наблюдательных данных и рассмотрены различные пути генерации излучения, предлагавшиеся ранее. В четвертом разделе предложен механизм циклотронной эмиссии на флуктуациях магнитного поля. В пятом разделе рассчитаны потоки излучения от аккреционной струи полярара в рамках предложенного механизма эмиссии. Выводы приведены в шестом разделе.

*E-mail: kurbatov@inasan.ru

**E-mail: zhilkin@inasan.ru

***E-mail: bisikalo@inasan.ru

2. ОБЩАЯ КАРТИНА ТЕЧЕНИЯ В ПОЛЯРАХ

В полярах аккретором выступает белый карлик с массой порядка $1 M_{\odot}$ и магнитным полем $\gtrsim 10^6$ Гс. Звезда-донор чаще всего представляет собой карлик спектрального класса M с меньшей массой, чем аккретор. Донор заполняет свою полость Роша, в результате чего вещество перетекает на главный компонент. Собственное вращение компонентов синхронизовано с орбитальным вращением. Орбитальный период в системе поляра AM Нег составляет $P_{\text{orb}} = 3.09$ часа, а межкомпонентное расстояние можно оценить как $A = 1.07 R_{\odot}$, при условии, что массу аккретора и донора мы примем равными соответственно $M_a = 0.7 M_{\odot}$ и $M_d = 0.3 M_{\odot}$. В этом случае расстояние от аккретора до точки L_1 составит $R_{L_1} \approx A/[1.0015 + (M_d/M_a)^{0.4056}] = 0.58 R_{\odot}$ [4]. Расстояние до AM Нег примем равным $D = 88.6$ пк [10].

Темп аккреции в типичных катаклизмических двойных обычно оценивают величиной $\dot{M} = 10^{-9} - 10^{-8} M_{\odot} \text{ год}^{-1}$. Он связан с темпом истечения вещества из донора, вообще говоря, нетривиальным образом. Причина в том, что вещество, покидающее донор, испытывает воздействие не только гравитационного поля аккретора, но и межзвездной среды и магнитного поля. Однако, учитывая, что система поляра AM Нег в данной работе выступает лишь в качестве источника типичных параметров аккреционного течения, мы примем величину $10^{-9} M_{\odot} \text{ год}^{-1}$ в качестве оценки темпа массообмена.

В катаклизмических системах без магнитного поля основной массообмен происходит через окрестность точки Лагранжа L_1 (хотя не исключается принципиальная возможность истечения через точку L_3 [11]). Вещество, покидая точку L_1 в виде аккреционной струи, приобретает угловой момент относительно аккретора и под действием вязкости формирует аккреционный диск. Наличие магнитного поля у главного компонента может сильно изменить эту картину: в области, где магнитное давление превышает динамическое, течение газа контролируется магнитным полем. В случае поляров магнитное поле достаточно сильно, чтобы исключить возможность формирования аккреционного диска [3, 4]. Это подтверждается и численным моделированием [5, 12] — аккреционное течение имеет форму струи, которая начинается в точке L_1 , доходит до границы магнитосферы и далее перетекает в полярную область белого карлика вдоль магнитных силовых линий. Это, однако, не единственный возможный сценарий аккреции. Некоторые наблюдательные данные говорят в пользу конфигурации аккреционного потока в виде шторки (см. ссылки в книге [3]). Численное

моделирование аккреции в полярах говорит о том, что течение может иметь сложную иерархическую структуру [13].

На рис. 1 представлен результат трехмерного численного моделирования структуры течения вещества в типичном поляре. Расчеты проводились на сетке с числом ячеек $384 \times 384 \times 192$ в рамках численной модели, описанной в работе [13]. Параметры двойной системы соответствуют AM Нег. Расчетная область выбиралась так, чтобы она частично включала в себя также полость Роша звезды-донора. Магнитное поле на поверхности белого карлика задавалось равным 10^9 Гс. Угол наклона магнитной оси аккретора к его оси вращения составлял 30° , угол между обеими этими осями и направлением на донор был равен 90° . Цветом показан логарифм плотности, белая сфера соответствует поверхности звезды-аккретора, красная линия соответствует магнитной оси, а синяя — оси вращения белого карлика, зелеными линиями со стрелками показаны магнитные силовые линии. Струя вещества, вытекающего из оболочки звезды-донора, расщепляется в магнитном поле на два отдельных потока, движется вдоль магнитных силовых линий и попадает на поверхность белого карлика в районе его магнитных полюсов, формируя два горячих пятна.

Сечение аккреционной струи в окрестности точки L_1 оценим, пользуясь методикой, изложенной в работах [4, 14]. Течение газа через окрестность внутренней точки Лагранжа происходит аналогично расширению газа в пустоту из полости с точечным отверстием. Это означает, что скорость потока через точку L_1 примерно равна скорости звука c_s . Отклонение траектории истекающего газа от границы полости Роша в окрестности этой точки определяется балансом потенциальной и кинетической энергии:

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right|_{L_1} \frac{x^2}{2} + \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right|_{L_1} \frac{y^2}{2} = c_s^2, \quad (1)$$

где x и y — координаты в плоскости, ортогональной струе. Как видно, в сечении струя имеет форму эллипса, при этом производные потенциала определяют длины полуосей. Подставив выражение для потенциала Роша, отсюда можно получить площадь эллипса:

$$S_{\text{str}} \approx \frac{\pi}{4} \left(\frac{c_s}{\Omega_{\text{orb}}} \right)^2, \quad (2)$$

где $\Omega_{\text{orb}} = 2\pi/P_{\text{orb}}$ — угловая частота орбитального движения двойной системы. Течение газа в струе, вне магнитосферы белого карлика, определяется главным образом гравитацией (точнее, эффективным потенциалом Роша), а не газовым давлением. Кроме того, после истечения из точки L_1 газ довольно быстро ускоряется до нескольких десятков

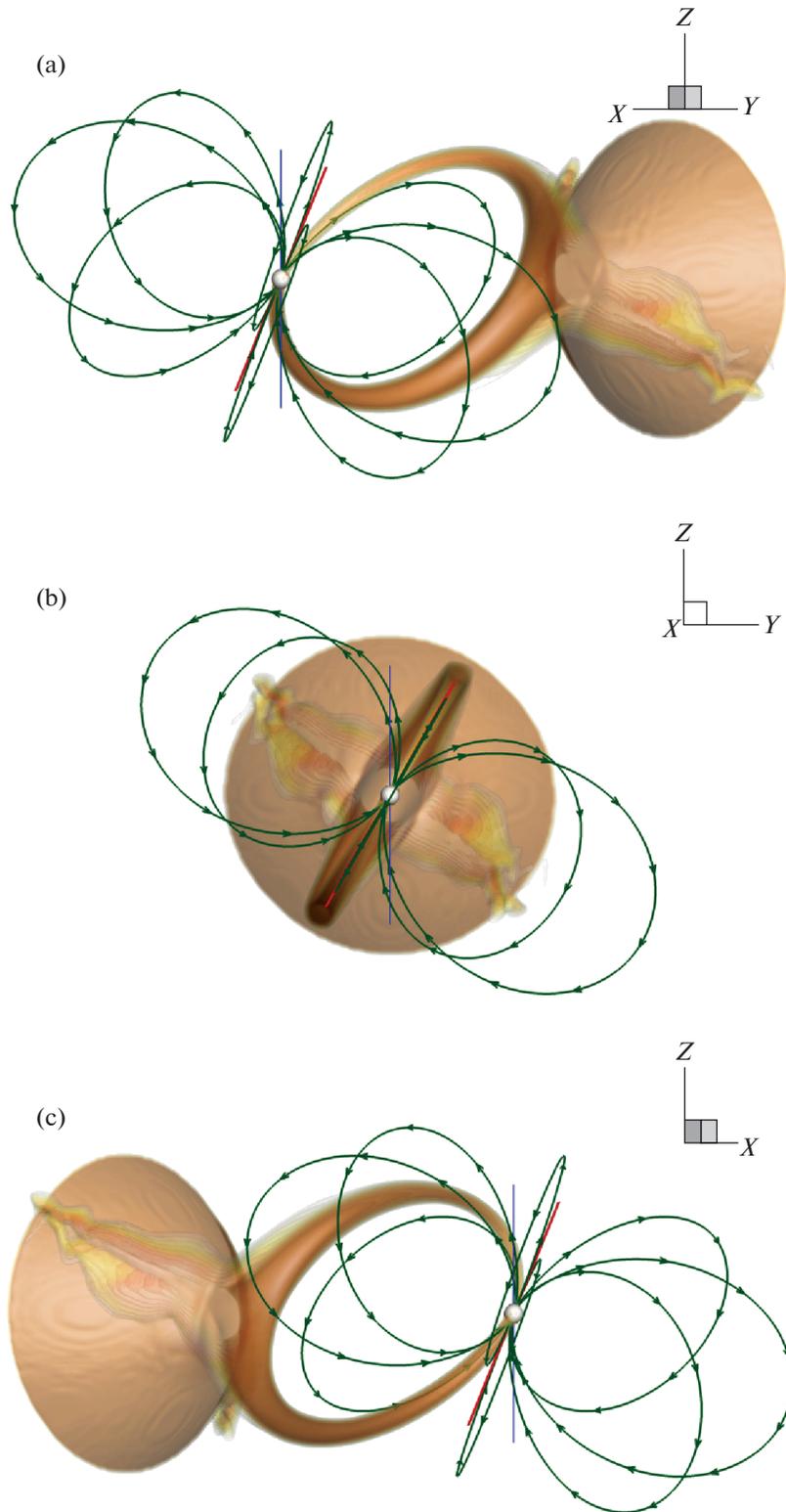


Рис. 1. Трехмерная структура течения в типичном полюсе. Показаны изоповерхности логарифма плотности (цвет), магнитные силовые линии (со стрелками), магнитная ось (красная линия) и ось вращения (синяя линия). Для наглядности на диаграммах представлены виды, соответствующие трем фазам орбитального периода: 0.375 (а), 0.5 (b) и 0.625 (с). Угол наклона плоскости вращения двойной звезды равен $i = 90^\circ$. Цветной вариант рисунка доступен в электронной версии журнала.

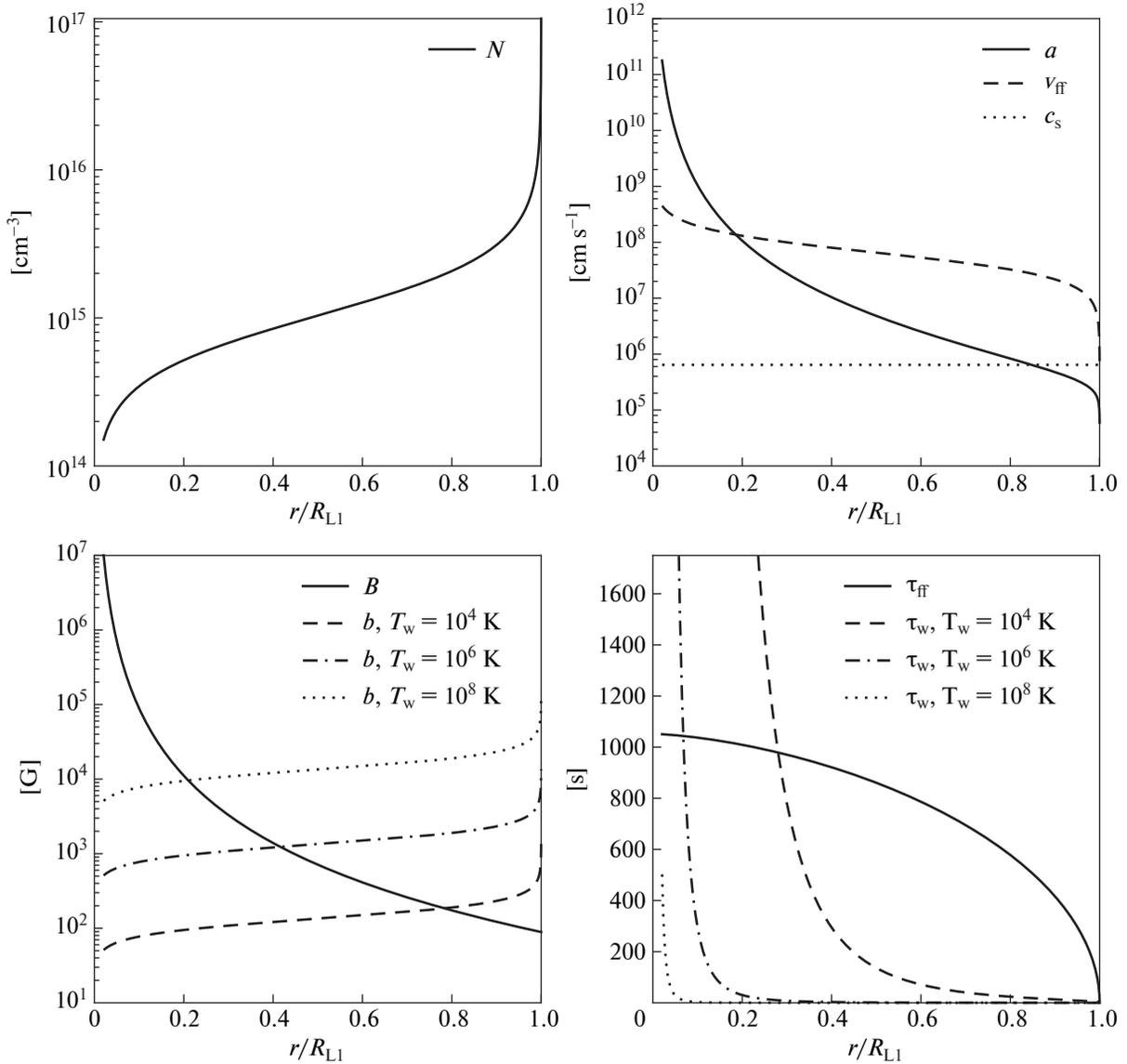


Рис. 2. Распределение параметров плазмы при радиальном течении в системе поляра. *Верхний левый рис.:* концентрация электронов. *Верхний правый рис.:* альфвеновская скорость, скорость свободного падения и скорость звука. *Нижний левый рис.:* магнитное поле аккретора (сплошная линия), амплитуда альфвеновских флуктуаций для различных значений T_w (остальные линии). *Нижний правый рис.:* время свободного падения из точки R_{L1} (сплошная линия), время установления турбулентности для различных значений T_w (остальные линии).

Махов (см. рис. 2). Следовательно, выражение (2) можно рассматривать как оценку ширины аккреционной струи по всей ее длине.

Покинув точку L_1 , плазма будет двигаться по широкой дуге под действием силы Кориолиса и электромагнитной силы. Однако для простоты будем полагать, что плазма движется по прямолинейной траектории. Допустим, магнитное поле белого карлика имеет зависимость от радиуса дипольного типа,

$$B = B_a \left(\frac{r}{R_a} \right)^{-3}, \quad (3)$$

где $B_a = 10^7$ Гс — магнитное поле на поверхности аккретора, $R_a = 0.013 R_\odot$ — радиус аккретора. Найдем радиус магнитосферы R_m из условия равенства альфвеновской скорости и скорости свободного падения, полагая, что сечение аккреционной струи не меняется по пути течения газа из точки L_1 :

$$\frac{B(R_m)}{\sqrt{4\pi\rho(R_m)}} = v_{ff}(R_m), \quad (4)$$

$$\dot{M} = S_{str}\rho v_{ff}, \quad (5)$$

$$v_{\text{ff}}^2 - \frac{2GM_a}{r} = c_s^2 - \frac{2GM_a}{R_{L_1}}. \quad (6)$$

В последнем равенстве мы учли то, что газ вытекает из точки L_1 со скоростью звука. Для принятых нами параметров двойной системы имеем $R_m = 0.13 R_\odot = 0.22 R_{L_1}$. На рис. 2 показаны графики радиальных распределений концентрации частиц и скорости газа, рассчитанные по уравнениям (5) и (6) в предположении, что температура газа равна 10^4 К. Как видно, основную часть времени аккреции элемент газа проводит во внешней части своей траектории, при том, что в используемом нами приближении траектория движения вещества является прямой. Если учесть, что траектория имеет кривизну, время аккреции еще более увеличится.

В работе [9] мы рассматривали проблемы моделирования течений плазмы в сильных магнитных полях. В таких условиях альфвеновские и магнитозвуковые волны могут оказывать существенное влияние на динамику течения. При этом известно, что альфвеновские волны менее подвержены затуханию, чем магнитозвуковые. Волны конечной амплитуды, поляризованные поперек фонового (регулярного) магнитного поля, взаимодействуют между собой, и это проявляется как волновая альфвеновская турбулентность [15, 16]. Для ее установления необходимо взаимодействие волн двух семейств: у одних групповая скорость сонаправлена с фоновым магнитным полем, у других — направлена противоположно. Турбулентность этого типа характеризуется величиной фонового магнитного поля, спектром мощности, продольным и поперечным пространственными масштабами.

Ранее авторами этой работы была предложена модель модифицированной магнитной гидродинамики, в которой альфвеновская турбулентность учитывается через стохастические источники импульса и магнитного поля, действующие на усредненное течение среды. В работе [9] мы ограничивались случаем т.н. сбалансированной турбулентности, где энергетические спектры альфвеновских флуктуаций обоих семейств совпадают. Следствием этого является то, что полный поток энергии альфвеновских волн вдоль фонового поля равен нулю. Энергетический спектр был рассчитан в работе [17]. Для заданного спектра $P(\mathbf{k})$ энергию турбулентных флуктуаций магнитного поля, в расчете на единицу массы, обозначим [9]

$$\frac{W}{2} \equiv \frac{\langle |\mathbf{b}|^2 \rangle}{8\pi\rho} = \int d^3k P(\mathbf{k}) \approx 1.17 \sqrt{\epsilon a} \frac{L_\perp}{L_\parallel}, \quad (7)$$

при этом ρW есть объемная плотность энергии турбулентности (т.е. суммарная энергия пульсаций скорости и магнитного поля). Здесь ϵ — поток

энергии через турбулентный каскад; a — альфвеновская скорость, соответствующая фоновому полю; L_\perp и L_\parallel — поперечный и продольный масштабы турбулентности. В качестве продольного масштаба естественно выбрать продольный масштаб аккреции, например, $R_{L_1} \approx 4 \times 10^{10}$ см. Поперечный масштаб следует связать с поперечным размером аккреционной струи $\sqrt{S_{\text{str}}} \approx 0.025 R_{L_1} \approx 10^9$ см. Величина ϵ является параметром, характеризующим энергию турбулентности и определяется конкретным механизмом возбуждения альфвеновских волн.

В статье [17] энергетический спектр турбулентности был дан в приближении однородного фонового поля. В реалистичной постановке задачи необходимо учитывать то, что аккреционный поток, вообще говоря, меняет форму и сечение, следуя линиям магнитного поля. Перенос энергии альфвеновских волн был корректно рассмотрен в работах [18, 19]. В стационарном течении уравнение переноса имеет вид

$$\nabla[\rho W_\pm(\mathbf{v} \pm \mathbf{a})] = 0, \quad (8)$$

где W_\pm — турбулентная энергия, соответствующая одному семейству волн; \mathbf{v} — локальная скорость газа; \mathbf{a} — вектор альфвеновской скорости. Для сбалансированной турбулентности имеем $W_+ = W_- \equiv W$. Тогда, складывая оба уравнения (8), получим

$$\nabla(\rho W \mathbf{v}) = 0, \quad (9)$$

Как видно, величина W не меняется вдоль линий тока. В данной работе мы припишем турбулентности некоторую “эффективную” температуру T_w :

$$W = \frac{3k_B T_w}{m_p}. \quad (10)$$

Не обращаясь к конкретному механизму возбуждения альфвеновских волн, можно выделить два предельных случая: (а) турбулентная энергия равна тепловой энергии среды с температурой порядка 10^4 К; (б) величина энергии определяется температурой вещества в основании аккреционной колонки, которая по порядку величины равна 10^8 К [3]. Согласно определению (7), первый случай соответствует амплитуде альфвеновских волн $b \lesssim 10^3$ Гс, второй — $b \lesssim 10^5$ Гс. В обоих случаях регулярное магнитное поле доминирует над флуктуациями в той части аккреционного потока, которая ближе к аккретору, как видно на рис. 2. Во внешней части потока, ближе к точке L_1 вклад флуктуаций в суммарное магнитное поле преобладает. С другой стороны, плазма, покинув точку L_1 , половину времени свободного падения проводит на

расстоянии $0.8 R_{L1}$ и более (см. рис. 2). Таким образом, основную часть времени плазма подвержена воздействию флуктуирующего магнитного поля. Сами флуктуации при этом могут генерироваться вблизи аккретора как альфвеновские волны малой амплитуды и переноситься в соответствии с (8).

Полезно оценить время установления волновой турбулентности. В работе [9] оно упоминалось как время перераспределения энергии в турбулентном каскаде:

$$\tau_w = \frac{L_{\perp}^2 a}{L_{\parallel} W}. \quad (11)$$

Как видно на рис. 2, для описания флуктуирующего компонента магнитного поля вполне применимы представления о волновой альфвеновской турбулентности.

3. НАБЛЮДЕНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В КАТАКЛИЗМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Радиоизлучение катаклизмических звезд показывает большую переменность на широкой шкале времен: ~ 100 с для ТТ Агі и V603 Aql [2], $\gtrsim 10$ с для АМ Нег [7]; прослеживается также модуляция потока от АМ Нег с орбитальным периодом двойной звезды [10], хотя прежде она не была обнаружена [6, 7]. На временах много больше орбитального периода радиоизлучение также обнаруживает вспышки и спокойные периоды. В диапазоне частот $\sim 1-10$ ГГц спектральная плотность потока радиоизлучения в спокойном состоянии во многих системах обычно не превышает 1 мЯн. Часто радиоизлучение обладает круговой и линейной поляризацией, степень которой также отличается большой переменностью. В состоянии вспышки поток может возрастать в несколько раз. Так, в системе АМ Нег в спокойном состоянии степень поляризации может изменяться от 0% до 25% [20], а во время вспышки достигает 100% с потоком 9.7 мЯн [7]. Примеры спектров радиоизлучения от системы поляр АМ Нег [7, 10, 21] и катаклизмических систем с белым карликом без магнитного поля ТТ Агі и V603 Aql [2] даны на рис. 3.

Зависимость спектральной плотности потока от частоты различается для разных катаклизмических систем. Если ее аппроксимировать степенной функцией, она будет иметь спектральный индекс от ~ 0.2 до 2. Для интерпретации спектра с наклоном, близким к 2, можно попробовать модель чернотельного излучения. Тогда оценка яркостной температуры излучения для системы с параметрами АМ Нег получается из формулы Релея–Джинса [2]:

$$F_{\nu} = \Omega \frac{2k_B T_b \nu^2}{c^2}. \quad (12)$$

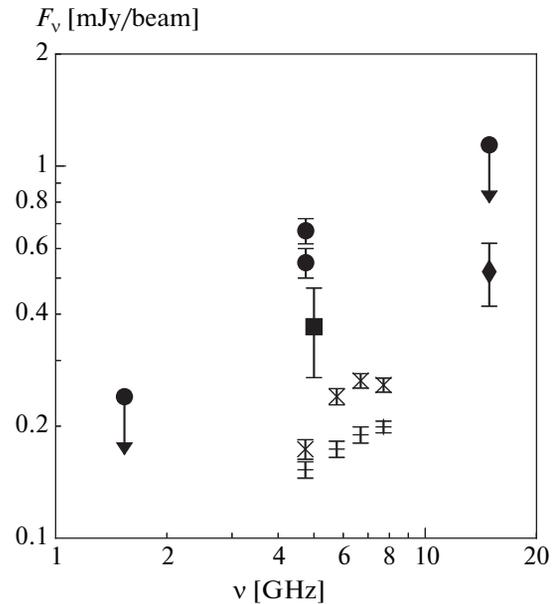


Рис. 3. Примеры спектров радиоизлучения в катаклизмических звездах. Сплошные символы — поляр АМ Нег: по данным [7] (кружки), [10] (квадрат) и [21] (ромб). Кресты — система ТТ Агі, по данным [2]. Плюсы — V603 Aql, по данным [2].

Определим телесный угол области излучения как $\Omega = \pi R^2/D^2$, где R — радиус области, тогда получим

$$T_b = 1.8 \times 10^{11} \left(\frac{F_{\nu}}{\text{мЯн}} \right) \times \left(\frac{D}{100 \text{ пк}} \right)^2 \left(\frac{R}{A} \right)^{-2} \left(\frac{\nu}{\text{ГГц}} \right)^{-2} \text{ К}, \quad (13)$$

где F_{ν} — спектральная плотность потока энергии; ν — частота излучения; A — межкомпонентное расстояние. Подставляя $F_{\nu} = 1$ мЯн, $\nu = 10$ ГГц и параметры системы АМ Нег (см. предыдущий п.), получаем $T_b = 4.5 \times 10^8 (R/A)^{-2}$ К. Источником теплового излучения выступает оптически толстая среда, поэтому T_b должна соответствовать температуре среды, порядка 10^4 К. Отсюда следует, что $R \gg A$, т.е. размер излучающей области должен быть много больше расстояния между компонентами двойной системы. В то же время излучение от катаклизмических звезд переменное на коротких временах, как отмечалось выше. Это говорит о том, что размер области излучения не может сильно превышать размер двойной системы. Другим аргументом против чернотельного излучения будет также то, что наблюдаемое радиоизлучение обладает значительной поляризацией, в то время как тепловой поток неполяризован.

Рассмотрим гиротронное излучение ансамбля нетепловых слаборелятивистских электронов. Положим, что максимум излучения приходит-

ся на частоту $\nu_* \equiv 4.9$ ГГц и соответствует гармонике s циклотронного излучения, т.е. $\nu_* = s\nu_B$. Для дипольной конфигурации магнитного поля белого карлика (см. предыдущий п.) получаем, что излучение на частоте ν_* формируется в окрестности радиуса $R_s = 0.2As^{1/3} = 1.6 \times 10^{10}s^{1/3}$ см, причем поле в этой точке равно $B = 2.2 \times 10^3 s^{-1}$ Гс. Оценка яркостной температуры по формуле (13) при $F_\nu = 1$ мЯн, $R = R_s$ и $\nu = \nu_*$, дает [6]:

$$T_b = 1.3 \times 10^{11} s^{-2/3} \text{ К.} \quad (14)$$

С другой стороны, выпишем эффективную температуру излучения для нетепловых электронов (см. подробности в [2, 8]):

$$T_{\text{эфф}} = 2.8 \times 10^8 s^{0.755} \text{ К.} \quad (15)$$

В оптически толстой среде имеем $T_b = T_{\text{эфф}}$, откуда получается $s \approx 75$ и $T_{\text{эфф}} = 1.6 \times 10^{10}$ К. Если предположить, что максимум излучения находится на частоте 20 ГГц (максимум потока, допустим, также будет на уровне 1 мЯн, см. рис. 3), то при тех же остальных параметрах получаем $s \approx 10$ и $T_{\text{эфф}} = 2.1 \times 10^9$ К.

Как видно, если предполагать гиросинхротронный механизм эмиссии, можно добиться наблюдаемого уровня потока излучения при одновременном условии того, что размер излучающей области не превосходит масштаба двойной системы. Остается неясным, однако, источник электронов с энергией ~ 100 кэВ, которая соответствует температуре излучения $\gtrsim 10^9$ К. Температура рентгеновского излучения в основании аккреционной колонки белого карлика порядка 10^8 К [3, 22], чего явно недостаточно для комптоновского ускорения электронов до энергии 100 кэВ. Другая возможность ускорения электронов — перезамыкание магнитных силовых линий. В работе [10] авторы предположили, что вторичный компонент системы AM Her обладает магнитным полем порядка нескольких килогаусс¹. Перезамыкание случается в результате взаимодействия аккреционного потока, в который вморожено магнитное поле вторичного компонента, и поля белого карлика. Это должно происходить в области, где поля обоих компонентов сравниваются по величине (примерно в окрестности точки L_1) [10].

Мазерный механизм излучения был предложен ранее для объяснения всплесков радиоизлучения [24] (см. также ссылки в этой работе). Особенности этого механизма в следующем: эмиссия происходит в основной или нескольких младших циклотронных гармониках; необходима анизотропия

функции распределения электронов по скоростям (например, дефицит электронов с низкими поперечными скоростями, по отношению к магнитному полю); излучение сопровождается быстрой релаксацией функции распределения и, следовательно, носит всплесочный характер; излучение в высокой степени поляризовано (имеет круговую поляризацию). Было показано, что в условиях магнитной силовой трубки на белом карлике нетрудно создать указанную анизотропию функции распределения, если задать источник электронов на некотором удалении от звезды. Таким источником может быть область перезамыкания магнитных силовых линий [7], как и в случае гиросинхротронного механизма.

Выше подразумевалось, что оба этих механизма работают в регулярном, т.е. медленно изменяющемся, магнитном поле. В следующем разделе мы рассмотрим процесс циклотронного излучения электронов во флуктуирующем магнитном поле.

4. ЦИКЛОТРОННАЯ ЭМИССИЯ НА ФЛУКТУАЦИЯХ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Предположим, что кроме однородного и стационарного фонового магнитного поля \mathbf{B} присутствует неоднородная добавка \mathbf{b} , связанная с альфвеновскими флуктуациями, вообще говоря, не малыми по величине (см. рис. 2). Из формулы (7) видно, что наибольшую энергию несут флуктуации с характерным пространственным масштабом порядка поперечного масштаба задачи, L_\perp . В рассматриваемом случае это много больше циклотронного радиуса электронов. Кроме того, из рис. 2 видно, что характерный период альфвеновских волн, L_\parallel/a , довольно велик и во внешней части аккреционного потока может превышать орбитальный период системы. Таким образом, генерация излучения происходит на масштабах и временах, на которых магнитное поле можно с большой точностью считать однородным и стационарным.

Движение нерелятивистского электрона в магнитном поле \mathbf{H} описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m_e c} \mathbf{v} \times \mathbf{H}. \quad (16)$$

Обозначим $\mathbf{\Omega}$ вектор направления на наблюдателя и зададим ортонормированные базисные векторы \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z следующим образом:

$$\mathbf{H} = b_x \mathbf{e}_x + b_y \mathbf{e}_y + B \mathbf{e}_z, \quad (17)$$

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{e}_y \sin \theta + \mathbf{e}_z \cos \theta. \quad (18)$$

В плоскости, ортогональной \mathbf{H} , частица движется по окружности с угловой частотой $\omega_H = eH/(m_e c)$, а вдоль направления \mathbf{H} движение частицы равномерно. Движение по окружности дает магнитотормозное излучение на частоте ω_H . Движение

¹ Основанием для этого предположения стало обнаружение сравнимого по величине поля у карлика M9 TVLM 513-46546 [23].

частицы вдоль магнитного поля приводит к доплеровскому сдвигу частоты излучения на величину $(\mathbf{\Omega}\mathbf{v}/c)\omega_H$.

Это излучение, в общем случае, эллиптически поляризовано и может быть представлено как сумма линейно поляризованных волн. Определим единичные векторы поляризации:

$$\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{e}_x, \quad (19)$$

$$\mathbf{p}^{(2)} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{e}_y \cos \theta - \mathbf{e}_z \sin \theta. \quad (20)$$

Вектор $\mathbf{p}^{(2)}$ лежит в плоскости, образованной векторами \mathbf{e}_z и $\mathbf{\Omega}$ и направлен вдоль проекции фонового магнитного поля на небесную сферу. Вектор $\mathbf{p}^{(1)}$ лежит в ортогональном направлении.

Поток излучения с поляризацией α через площадку величиной $R^2 d\Omega$ равен

$$\mathcal{P}^{(\alpha)} d\Omega \equiv \frac{c}{4\pi} |\mathbf{p}^{(\alpha)} \mathbf{E}|^2 R^2 d\Omega, \quad (21)$$

где $\mathcal{P}^{(\alpha)}$ — мощность излучения с поляризацией α , в единичном телесном угле; \mathbf{E} — электрическое поле излучения на расстоянии R от источника. Определим спектральную плотность мощности как функцию частоты излучения, скомбинировав $\mathcal{P}^{(\alpha)}$ с дельта-функцией Дирака:

$$\mathcal{P}_\omega^{(\alpha)} \equiv \mathcal{P}^{(\alpha)} \delta[\omega - (1 + \mathbf{\Omega}\mathbf{v}/c)\omega_H]. \quad (22)$$

Частота излучения в циклотронном механизме определяется периодом обращения электрона в магнитном поле, при этом излучение от одного электрона формируется в области с размером циклотронного радиуса частицы. Если электрон обладает нерелятивистской скоростью, циклотронный радиус оказывается много меньше длины волны генерируемого излучения. С другой стороны, это есть условие применимости дипольного приближения [25]. Вектор электрического поля тормозного излучения в дипольном приближении имеет следующий вид:

$$\mathbf{E} = \frac{e}{c^2 R} (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{\Omega}) \times \mathbf{\Omega}. \quad (23)$$

Проекция электрического поля на векторы поляризации:

$$\mathbf{p}^{(1)} \mathbf{E} = \frac{e^2}{m_e c^3 R} (v_y B - v_z b_y), \quad (24)$$

$$\mathbf{p}^{(2)} \mathbf{E} = \frac{e^2}{m_e c^3 R} \times \quad (25)$$

$$\times \left[(v_z b_x - v_x B) \cos \theta - (v_x b_y - v_y b_x) \sin \theta \right].$$

Рассмотрим ансамбль тепловых электронов. Мощность излучения от всех электронов может быть описана суммой выражений вида (21), с учетом соотношений (24) и (25). Будем понимать

эту сумму в статистическом смысле и выражать как среднее по ансамблю реализаций скоростей электронов и флуктуаций магнитного поля. Выше мы заметили, что масштабы переменности поля намного превышают масштабы изменений координат и скоростей электронов. Кроме того, электроны подвержены столкновениям, причем длина и время свободного пробега также малы. Это позволяет интерпретировать флуктуации поля и скорости электронов как независимые случайные величины.

Положим, что электроны имеют максвелловское распределение скоростей, а амплитуды флуктуаций магнитного поля подчинены распределению Гаусса. Выражение (22) представляет собой мгновенную мощность для определенной фазы движения частицы. Нас же интересует мощность излучения, генерируемая стационарным, в статистическом смысле, распределением электронов. Выражение (22) необходимо усреднить по времени, а также по ансамблю скоростей частиц и амплитудам флуктуаций магнитного поля. После этого спектральная плотность мощности излучения в единичном интервале частот и единичном интервале телесных углов будет иметь следующий вид (вывод см. в Приложении):

$$P_\omega^{(1)} = \frac{e^2 k_B T}{8\pi c m_e c^2} \frac{\omega^2 + \omega_B^2}{2\omega_w^2} \times \quad (26)$$

$$\times \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B),$$

$$P_\omega^{(2)} = \frac{e^2 k_B T}{8\pi c m_e c^2} \times \quad (27)$$

$$\times \left[\frac{\omega_B^2}{\omega_w^2} \cos^2 \theta + \frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2} (1 + \sin^2 \theta) \right] \times$$

$$\times \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B),$$

где T — температура электронного газа; θ — угол между направлением фонового магнитного поля \mathbf{B} и направлением на наблюдателя $\mathbf{\Omega}$; ω_B — циклотронная частота для электрона в поле B ; ω_w — циклотронная частота для электрона в поле, соответствующем средней амплитуде флуктуаций (см. определение (7)),

$$\omega_B = \frac{eB}{m_e c}, \quad (28)$$

$$\omega_w = \frac{e}{m_e c} \sqrt{4\pi\rho W}; \quad (29)$$

функция Θ равна единице, если условие в ее аргументе выполняется, и нулю — в противном случае. Наличие этого множителя говорит о том, что в области частот $\omega < \omega_B$ излучение электронов отсутствует, при этом в области больших частот

спектр излучения имеет характерную ширину порядка ω_w . Такое поведение спектра объясняется тем, что векторы напряженности однородного магнитного поля и флуктуаций взаимно ортогональны, см. (17), поэтому их сумма по модулю всегда не меньше величины однородного поля. Следовательно, спектр излучения, который в однородном поле имел бы вид дельта-функции, “уширяется” в сторону больших частот. Необходимо заметить, что при выводе выражений (26) и (27) мы пренебрегли доплеровским сдвигом частоты излучения, вызванного тепловым движением электронов — см. аргумент дельта-функции в определении (22). В следующем разделе будет показано, что в условиях аккреционного потока полярных тепловым доплеровским уширением можно пренебречь по сравнению с уширением, которое вызвано флуктуациями магнитного поля. Выпишем также выражения для спектров, усредненных по полному телесному углу:

$$\begin{aligned} \overline{P}_\omega^{(1)} &\equiv \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta P_\omega^{(1)} = & (30) \\ &= \frac{e^2}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2} \frac{\omega^2 + \omega_B^2}{2\omega_w^2} \times \\ &\times \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{P}_\omega^{(2)} &\equiv \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta P_\omega^{(2)} = & (31) \\ &= \frac{e^2}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2} \left[\frac{\omega_B^2}{3\omega_w^2} + \frac{5}{3} \frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2} \right] \times \\ &\times \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B). \end{aligned}$$

Графики зависимости $P_\omega^{(1,2)}$ от частоты и направления на наблюдателя показаны на рис. 4. При $\omega_w \gtrsim \omega_B$ максимум мощности для обеих поляризаций имеет максимум, который приходится на частоту $\omega = \sqrt{3}\omega_w$. Также можно показать, что при $\omega \sim \omega_w \gtrsim 10\omega_B$ для степени поляризации излучения справедлива оценка

$$\left| \frac{P_\omega^{(1)} - P_\omega^{(2)}}{P_\omega^{(1)} + P_\omega^{(2)}} \right| \approx \frac{\sin^2 \theta}{2 + \sin^2 \theta} \leq \frac{1}{3}. \quad (32)$$

Заметим, что в этом случае основная часть потока излучения поляризована вдоль направления фонового магнитного поля, при этом максимум степени поляризации достигается при $\theta = 90^\circ$. Это вызвано тем, что турбулентные пульсации магнитного поля сосредоточены в плоскости, ортогональной направлению фонового поля. Напомним, что цикло-

тронное излучение в однородном поле максимально поляризовано при $\theta = 0^\circ$.

При выполнении условий $\omega_w \gg \omega \gg \omega_B$ мощность излучения зависит от частоты степенным образом, как $P_\omega^{(1)} \approx P_\omega^{(2)} \propto \omega^3$. Полная же мощность излучения, проинтегрированная по всем частотам, имеет простой вид:

$$P^{(1)} \equiv \int d\omega P_\omega^{(1)} = \frac{e^2}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2} (\omega_B^2 + \omega_w^2), \quad (33)$$

$$\begin{aligned} P^{(2)} &\equiv \int d\omega P_\omega^{(2)} = & (34) \\ &= \frac{e^2}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2} [\omega_B^2 \cos^2 \theta + \omega_w^2 (1 + \sin^2 \theta)], \end{aligned}$$

а интеграл от полной мощности по всем направлениям равен

$$\begin{aligned} 2\pi \int_0^\pi d\theta \sin \theta (P^{(1)} + P^{(2)}) &= & (35) \\ &= \frac{2e^2}{3c} \frac{k_B T}{m_e c^2} (\omega_B^2 + 2\omega_w^2). \end{aligned}$$

Как и должно быть, в отсутствие флуктуаций магнитного поля, $\omega_w = 0$, мощность излучения описывается формулой Лармора.

Выше мы сделали предположение о гауссовом распределении амплитуд флуктуаций магнитного поля. Если это предположение неверно, качественный вывод не должен измениться: циклотронная линия будет по-прежнему уширяться в сторону больших частот и иметь характерную ширину порядка ω_w .

5. РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ В АККРЕЦИОННОЙ СТРУЕ AM Her

Поток излучения от полярных в радиодиапазоне VLA, как правило, не превышает 1 мЯн (см. п. 3). Оценим принципиальную возможность того, что механизм, предложенный в этой работе, способен генерировать радиоизлучение в диапазоне частот и энергий, которые наблюдаются в полярах. При этом мы не будем рассматривать механизмы поглощения в плазме, а ограничимся лишь формальным учетом непрозрачности.

Для известной мощности поток излучения от оптически тонкой среды в единичном интервале частот имеет вид:

$$F_\nu = \Omega L N P_\nu, \quad (36)$$

где Ω — телесный угол источника; L — геометрическая толщина излучающего слоя вдоль луча зрения; N — концентрация электронов; P_ν — спектральная плотность мощности излучения как функция линейной частоты ($P_\nu d\nu = P_\omega d\omega$, $\omega = 2\pi\nu$).

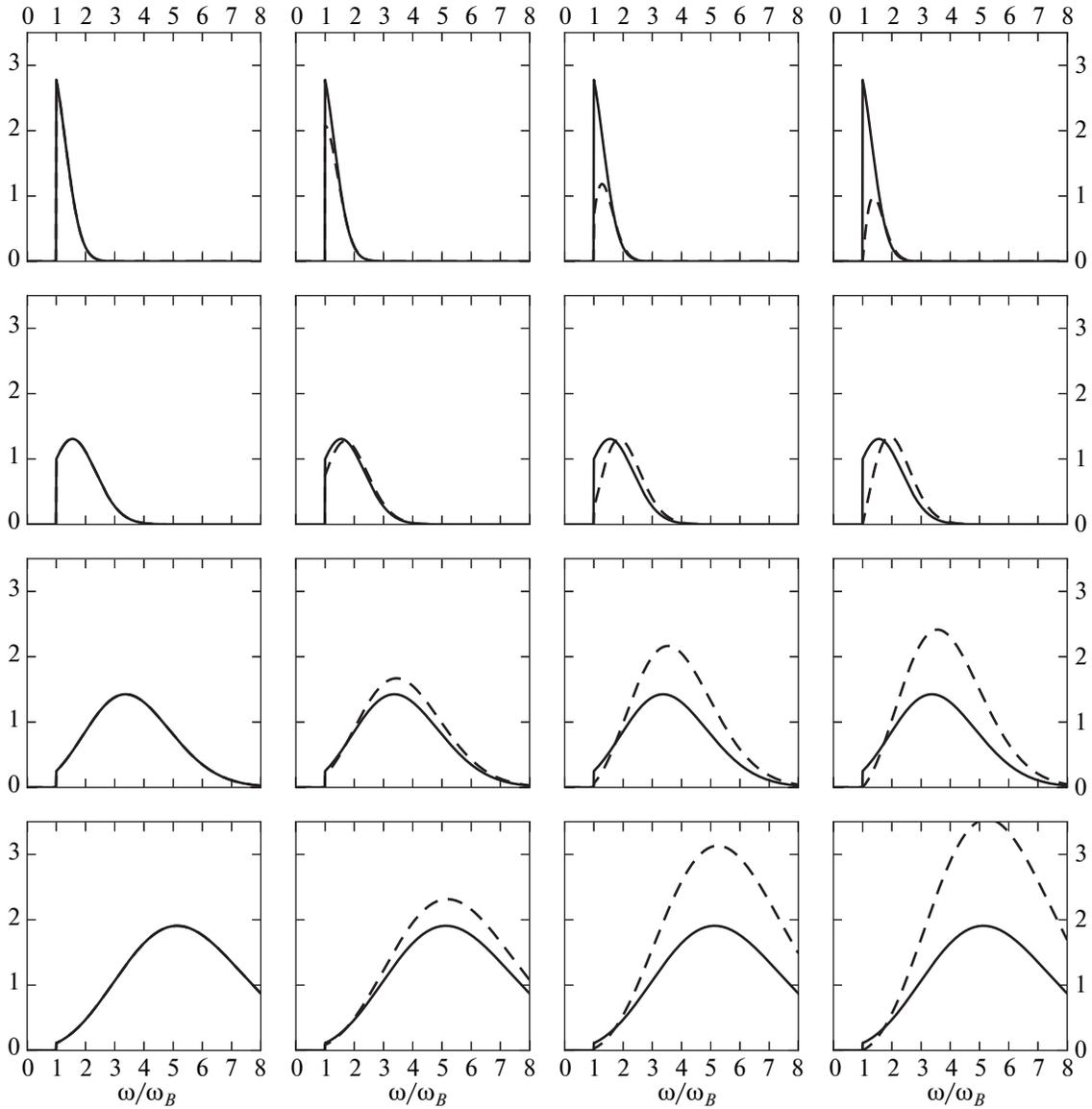


Рис. 4. Спектральная мощность излучения, $\left(\frac{e^2\omega_B}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2}\right)^{-1} P_\omega^{(1,2)}$, для различных значений ω_w и θ . Ряды, сверху вниз: $\omega_w = 0.6\omega_B, \omega_B, 2\omega_B, 3\omega_B$. Столбцы, слева направо: $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Сплошные линии — излучение поляризовано поперек магнитного поля (вектор поляризации $\mathbf{p}^{(1)}$); штриховые линии — вдоль поля (вектор поляризации $\mathbf{p}^{(2)}$).

Выразим телесный угол через площадь излучающей области S и расстояние до источника D , $\Omega = S/D^2$. Тогда плотность потока можно записать как

$$F_\nu = \frac{\mathcal{N}}{D^2} P_\nu, \quad (37)$$

где $\mathcal{N} = SLN$ — полное число электронов в излучающей области.

Простые оценки в п. 2 показали, что волновая альфвеновская турбулентность эффективно влияет на течение лишь вне магнитосферы белого карлика. Предложим, что в этой области фоновое магнитное поле много меньше амплитуды флуктуаций, $B \ll$

$\ll \langle |\mathbf{b}|^2 \rangle^{1/2}$ или $\omega_B \ll \omega_w$. Оценим в этом приближении мощность излучения с обеими поляризациями в точке максимума ($\omega = \sqrt{3}\omega_w$), усредненную по всем направлениям (сумма выражений (30) и (31)):

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\max} &\approx 1.5 \frac{e^2\omega_w}{8\pi c} \frac{k_B T}{m_e c^2} \approx \quad (38) \\ &\approx 3.1 \times 10^{-26} \left(\frac{\nu_w}{\text{ГГц}} \right) \frac{\text{эрг}}{\text{Гц с}}, \end{aligned}$$

где $\nu_w = \omega_w/(2\pi)$; температура плазмы принята равной 10^4 К. Учитывая, что $D = 88.6$ пк [10], по формуле (37) получаем оценку полного числа излучающих электронов, которое необходимо для

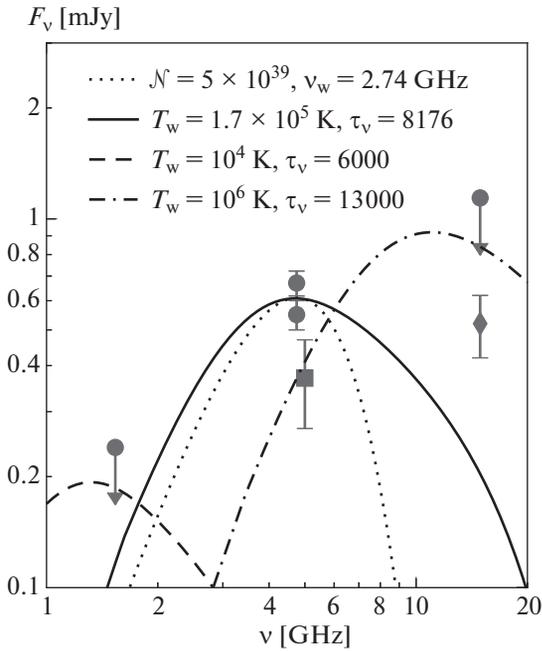


Рис. 5. Спектр радиоизлучения в поляре AM Her. Символы — наблюдательные данные [7] (кружки), [10] (квадрат) и [21] (ромб). Кривые — теоретические модели, см. описание в п. 5.

генерации потока F_ν на частоте максимума, $\nu = \sqrt{3}\nu_w$:

$$\mathcal{N} \approx 2.4 \times 10^{40} \left(\frac{F_\nu}{\text{мЯн}} \right) \left(\frac{\nu_w}{\text{ГГц}} \right)^{-1}. \quad (39)$$

Интенсивность радиоизлучения от системы AM Her на частотах в полосе 4.5–5 ГГц лежит в интервале 0.5–0.7 мЯн (см. п. 3). Принимая $F_\nu = 0.6$ мЯн и $\sqrt{3}\nu_w = 4.7$ ГГц, получаем для полного числа излучающих электронов оценку $\mathcal{N} = 5 \times 10^{39}$ (см. рис. 5). Заметим, что при концентрации $N = 3 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ указанное число электронов содержится в кубе со стороной примерно $0.1L_\perp = 10^8$ см. Это означает, что механизм циклотронного излучения на альфвеновских флуктуациях способен выдать наблюдаемую величину потока с большим запасом.

В более реалистическом подходе необходимо учитывать, что источник излучения протяжен, а его характеристики меняются внутри области излучения. Возьмем модель аккреции из п. 2 и рассчитаем поток излучения от участка струи в ее внешней части, там где выполняется условие $\omega_w > \omega_B$. Изменение интенсивности на единичном пути вдоль луча зрения запишем в виде

$$\frac{dI_\nu}{dr} = j_\nu - \mu_\nu I_\nu, \quad (40)$$

где j_ν — объемный коэффициент излучения,

$$j_\nu = N \left(\overline{P}_\nu^{(1)} + \overline{P}_\nu^{(2)} \right). \quad (41)$$

Ранее мы заметили, что для типичных значений концентрации в аккреционной струе формула (39) приводит к сильно завышенной оценке потока. По этой причине в уравнение переноса (40) мы формально вводим коэффициент непрозрачности μ_ν , с помощью которого в дальнейшем оценим долю электронов, непосредственно участвующих в формировании наблюдаемого радиоизлучения. Сделаем еще несколько предположений: (а) толщина излучающего слоя равна L_\perp , (б) излучение формируется только в этом слое, (в) коэффициент μ_ν не зависит от координат. Тогда интенсивность выходящего излучения на границе слоя примет следующий вид:

$$I_\nu = \frac{1 - e^{-\tau_\nu}}{\tau_\nu} L_\perp j_\nu, \quad (42)$$

где $\tau_\nu = \mu_\nu L_\perp$ — оптическая толщина излучающего слоя. Поток получается интегрированием интенсивности по телесному углу, под которым видна излучающая область:

$$F_\nu = \int d\Omega I_\nu. \quad (43)$$

В качестве излучающей области примем участок аккреционной струи поляр, где преобладают флуктуации магнитного поля, т.е. $\omega_w > \omega_B$. Обозначим через z координату вдоль струи и определим элемент телесного угла как $d\Omega = L_\perp dr / D^2$. Наконец учтем, что концентрация и амплитуда флуктуаций, а значит и объемный коэффициент излучения (41), зависят от координаты вдоль струи, тогда окончательно получим

$$F_\nu = \frac{1 - e^{-\tau_\nu}}{\tau_\nu} \frac{L_\perp^2}{D^2} \int_{\substack{\omega_w > \omega_B \\ r < R_{L1}}} dr j_\nu. \quad (44)$$

Нижний предел интегрирования в этом выражении определяется амплитудой флуктуаций, или, что то же самое, “температурой” T_w . Концентрация электронов N , параметры ω_B и ω_w как функции координаты вдоль аккреционной струи задаются по формулам из пп. 2 и 4.

Интегральные спектры (44) для различных значений параметров T_w и τ_ν приведены на рис. 5. Спектр сильно несимметричен, имеет широкий максимум и на половине высоты имеет ширину семь-восемь ГГц. Для параметра $T_w = 1.7 \times 10^5$ К положение спектра по частоте наилучшим образом согласуется с наблюдениями 1982-го года [7], учитывая то, что на частотах 1.4 ГГц и 15.0 ГГц потоки в этих наблюдениях детектированы не были,

а интервалы на рис. 5 обозначают верхнюю границу шума, которая соответствует статистическому уровню 3σ [6]. На рисунке также присутствует поток 0.52 мЯн на частоте 14.9 ГГц, полученный в наблюдениях 1983-го года [21]. Если учитывать и эту точку, то приемлемой окажется модель с параметром $T_w \lesssim 10^6$ К. Для справки на рис. 5 даны интегральные спектры для параметров $T_w = 10^4$ К и $T_w = 10^6$ К. Спектр, соответствующий $T_w = 10^8$ К, лежит вне наблюдательного интервала частот.

Совпадение по величине потока между наблюдениями и модельными спектрами достигается, если выбрать $\tau_\nu \sim 10^4$. Таким образом, в рамках рассмотренной простой модели аккреционной струи при сохранении геометрии течения эффективная толщина излучающего слоя должна быть $L_\perp/\tau_\nu \sim 10^6$ см.

Заметим, что значительная доля излучения возникает в области, в которой $\omega_w \gg \omega_B$, поэтому излучение обладает поляризацией, близкой к максимальному значению $1/3$. Поскольку спектр имеет ширину порядка ω_w , а температура электронного газа мала ($k_B T/(m_e c^2) \ll 1$), уширением спектра вследствие теплового движения электронов можно пренебречь.

6. ВЫВОДЫ

В данной работе мы предложили способ генерации радиоизлучения, наблюдаемого в полярах. В основе лежит механизм циклотронного излучения электронов во флуктуирующем магнитном поле. Источником флуктуаций выступает альфвеновская волновая турбулентность. Предполагается, что в этом механизме участвуют тепловые электроны с температурой порядка 10^4 К. Были рассчитаны спектры мощности излучения с двумя состояниями поляризации и для различных направлений относительно ориентации фонового магнитного поля. Если амплитуда флуктуаций магнитного поля сравнима или больше величины фонового поля, спектр излучения будет иметь ширину порядка циклотронной частоты, соответствующей характерной величине флуктуаций. Степень поляризации излучения в этом случае лежит в интервале от 0 до $1/3$, в зависимости от направления на наблюдателя.

Предложенный механизм эмиссии был применен к простой модели аккреционной струи в системе поляра AM Нег. Оказалось, что спектр, соответствующий наблюдениям, формируется во внешней части аккреционной струи, вне магнитосферы белого карлика. Спектр можно охарактеризовать эффективной температурой турбулентности $T_w \sim 10^5 - 10^6$ К, а область излучения — оптической толщиной $\tau_\nu \sim 10^4$. Таким образом, рассмотренный

механизм эмиссии способен обеспечить наблюдаемый поток радиоизлучения с запасом в четыре порядка величины.

Нет никакого принципиального запрета на то, что предложенный механизм излучения может работать в промежуточных полярах и даже в системах немагнитных катаклизмических звезд (точнее, в системах, где величина поля не превышает 10^6 Гс). Здесь, однако, мы ограничились случаем полярных, поскольку их отличает, по-видимому, более простая морфология течения, чем в системах со слабым магнитным полем.

В п. 3 мы кратко рассмотрели механизмы генерации радиоизлучения, предлагавшиеся ранее: гиросинхротронный и мазерный. При не слишком ограничительных условиях (наличие области перезамыкания магнитных силовых линий как источника сверхтепловых электронов) эти механизмы могут обеспечить наблюдаемый уровень потока излучения. Следует отметить, однако, что эти модели эмиссии могут работать лишь в областях достаточно малой концентрации электронов. В противном случае излучение будет затухать вследствие плазменного поглощения². При этом в случае гиросинхротронной эмиссии концентрация не может быть слишком низкой, иначе, из-за малой оптической толщины излучающего слоя, для того, чтобы набрать наблюдаемый поток, понадобятся электроны релятивистских энергий. Существенно то, что оценки потоков излучения для обоих упомянутых механизмов носят оптимистический характер.

Механизм эмиссии, предложенный нами в настоящей работе, обеспечивает поток излучения, на четыре порядка превышающий наблюдаемый. При этом подразумевается, что излучение генерируется тепловыми электронами в аккреционной колонке, типичная концентрация в которой составляет величину порядка 10^{16} см⁻³. Изотропная плазма с такой концентрацией безусловно непрозрачна. Однако магнитное поле создает в плазме окна прозрачности, которые позволяют доставить излучение в область низкой электронной концентрации. В настоящей работе мы не касались процессов, которые определяют непрозрачность плазмы в радиодиапазоне. Вместо этого мы ограничились формальным введением коэффициента непрозрачности, величина которого подбиралась из условия соответствия наблюдаемого и теоретического потоков. В следующей работе мы планируем более полно исследовать задачу о переносе излучения в магнитоактивной плазме с флуктуирующим магнитным полем.

² Условие прозрачности плазмы, в смысле поглощения на частотах, не превышающих ленгмюровскую, имеет вид: $\nu \gg [2e^2 N/(\pi m_e)]^{1/2}$ или $N/(10^{10} \text{ см}^{-3}) \ll 0.5(\nu/\text{ГГц})$.

Авторы благодарят Г. Товмасына за консультации при подготовке этой работы.

Работа Е.П. Курбатова, А.Г. Жилкина была поддержана Программой Президиума РАН № 28 “Космос: исследования фундаментальных процессов и их взаимосвязей” (подпрограмма II “Астрофизические объекты как космические лаборатории”).

Приложение

Возьмем ансамбль тепловых электронов в магнитном поле, которое складывается из однородной части и флуктуаций: $\mathbf{H} = b_x \mathbf{e}_x + b_y \mathbf{e}_y + B \mathbf{e}_z$. На масштабах времени, намного превышающих циклотронный период, суммарную мощность излучения, в расчете на одну частицу, можно вычислить следующим образом:

$$P_{\omega}^{(\alpha)} = \hat{J}_b \hat{J}_v \hat{J}_t [\mathcal{P}_{\omega}^{(\alpha)}], \quad (45)$$

где $\mathcal{P}_{\omega}^{(\alpha)}$ — мощность излучения от одной частицы; \hat{J}_t — оператор усреднения по циклотронному периоду,

$$\hat{J}_t = \frac{\omega_H}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_H} dt; \quad (46)$$

\hat{J}_v — оператор усреднения по скорости с одномерным максвелловским распределением,

$$\hat{J}_v = \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T}} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k_B T}\right); \quad (47)$$

\hat{J}_b — оператор усреднения по флуктуациям магнитного поля,

$$\hat{J}_b = \int \frac{db_x db_y}{2\pi\sigma_b^2} \exp\left(-\frac{b_x^2 + b_y^2}{2\sigma_b^2}\right), \quad (48)$$

где $\sigma_b^2 = 2\pi\rho W$ — одномерная дисперсия флуктуаций магнитного поля.

Если подставить в выражение (21) соотношения (24) и (25), то можно заметить, что расчет величины (45) сведется к вычислению слагаемых вида $\hat{J}_b \hat{J}_v \hat{J}_t [v_i^2 B^2]$ и $\hat{J}_b \hat{J}_v \hat{J}_t [v_i^2 b_j^2]$. При этом, в силу изотропии распределения частиц по скоростям (в плоскости, ортогональной \mathbf{e}_z), а также изотропии поляризации альфвеновских волн (то же самое), эти выражения не зависят от выбора конкретных значений индексов.

Пренебрежем доплеровским сдвигом частоты в определении (22), тогда

$$P_{\omega}^{(\alpha)} = \hat{J}_b \hat{J}_v \hat{J}_t [\mathcal{P}^{(\alpha)} \delta(\omega - \omega_H)]. \quad (49)$$

Вследствие этого становится возможным расщепить операторы усреднения:

$$\hat{J}_b \hat{J}_v \hat{J}_t [v_i^2 B^2] = \hat{J}_v \hat{J}_t [v_i^2] \hat{J}_b [B^2]. \quad (50)$$

То же справедливо и для величин $v_i^2 b_j^2$.

Усреднение по времени и скоростям частиц выполняется следующим образом. Поскольку циклотронный радиус много меньше шкалы пространственной переменности магнитного поля, можно полагать, что $v_x = v \cos \omega_H t$, с точностью до фазы аргумента. Как следствие,

$$\hat{J}_t [v_x^2] = \frac{v^2}{2}. \quad (51)$$

Усреднение по скоростям частиц тривиально:

$$\hat{J}_v \left[\frac{v^2}{2} \right] = \frac{k_B T}{2m_e}. \quad (52)$$

Усреднение по магнитным флуктуациям рассмотрим подробнее. Запишем исходное выражение в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{J}_b \left[\frac{e^2 B^2}{m_e^2 c^2} \right] &= \quad (53) \\ &= \int \frac{db_x db_y}{2\pi\sigma_b^2} \exp\left(-\frac{b_x^2 + b_y^2}{2\sigma_b^2}\right) \times \\ &\times \frac{e^2 B^2}{m_e^2 c^2} \delta\left[\omega - \sqrt{\frac{e^2}{m_e^2 c^2} (b_x^2 + b_y^2 + B^2)}\right]. \end{aligned}$$

От переменных (b_x, b_y) перейдем к переменным (β, α) с помощью замены

$$\frac{e^2 b_x^2}{m_e^2 c^2} = \omega_w^2 \beta \cos^2 \alpha, \quad (54)$$

$$\frac{e^2 b_y^2}{m_e^2 c^2} = \omega_w^2 \beta \sin^2 \alpha;$$

заметим при этом, что $\beta = (b_x^2 + b_y^2)/\sigma_b^2$. В новых переменных получим

$$\begin{aligned} \hat{J}_b \left[\frac{e^2 B^2}{m_e^2 c^2} \right] &= \quad (55) \\ &= \frac{\omega_B^2}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} \int_0^{\infty} d\beta e^{-\beta/2} \times \\ &\times \delta\left(\omega - \sqrt{\omega_w^2 \beta + \omega_B^2}\right). \end{aligned}$$

Воспользуемся следующим свойством дельта-функции:

$$\delta(f(x)) = \sum_a \frac{\delta(x - x_a)}{|f'(x_a)|}, \quad (56)$$

где $f(x_a) = 0$.

С помощью этого свойства выполним преобразование:

$$\begin{aligned} \delta\left(\omega - \sqrt{\omega_w^2 \beta + \omega_B^2}\right) &= \\ &= \frac{2\omega}{\omega_w^2} \delta\left(\beta - \frac{\omega^2 - \omega_B^2}{\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B). \end{aligned} \quad (57)$$

В правой части появилась функция Хевисайда, она равна единице, если $\omega > \omega_B$ и нулю — в противном случае. Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{J}}_b \left[\frac{e^2 B^2}{m_e^2 c^2} \right] &= \\ &= \frac{\omega_B^2}{\omega_w^2} \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B). \end{aligned} \quad (58)$$

Заметим, что

$$\int_0^\infty d\omega \hat{\mathcal{J}}_b \left[\frac{e^2 B^2}{m_e^2 c^2} \right] = \omega_B^2. \quad (59)$$

Тем же способом можно показать, что

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{J}}_b \left[\frac{e^2 b_x^2}{m_e^2 c^2} \right] &= \frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2} \times \\ &\times \omega \exp\left(-\frac{\omega^2 - \omega_B^2}{2\omega_w^2}\right) \Theta(\omega > \omega_B), \end{aligned} \quad (60)$$

причем

$$\int_0^\infty d\omega \hat{\mathcal{J}}_b \left[\frac{e^2 b_x^2}{m_e^2 c^2} \right] = \omega_w^2. \quad (61)$$

Собрав все вместе, получим выражения (26) и (27).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. A. Mason and C. L. Gray, *Astrophys. J.* **660**, 662 (2007).
2. D. L. Coppejans, E. G. K rding, J. C. A. Miller-Jones, M. P. Rupen, C. Knigge, G. R. Sivakoff, and P. J. Groot, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **451**, 3801 (2015).
3. B. Warner, *Cataclysmic Variable Stars* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003).
4. Д. В. Бисикало, А. Г. Жилкин, А. А. Боярчук, *Газодинамика тесных двойных звезд* (М.: Физматлит, 2013).
5. А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, А. А. Боярчук, *Успехи физ. наук* **182**, 121 (2012).
6. G. Chanmugam and G. A. Dulk, *Astrophys. J.* **255**, L107 (1982).
7. G. A. Dulk, T. S. Bastian, and G. Chanmugam, *Astrophys. J.* **273**, 249 (1983).
8. A. O. Benz and M. Guedel, *Astron. and Astrophys.* **218**, 137 (1989).
9. Е. П. Курбатов, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, *Успехи физ. наук* **187**, 857 (2017).
10. M. P. Gawroński, K. Go dziewski, K. Katarzyński, and G. Rucyk, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **475**, 1399 (2018).
11. А. Ю. Сытов, П. В. Кайгородов, Д. В. Бисикало, О. А. Кузнецов, А. А. Боярчук, *Астрон. журн.* **84**, 926 (2007).
12. А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, *Астрон. журн.* **87**, 913 (2010).
13. П. Б. Исакова, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, *Астрон. журн.* **95**, 1 (2018).
14. G. J. Savonije, *Astron. and Astrophys.* **62**, 317 (1978).
15. П. С. Ирошников, *Астрон. журн.* **40**, 742 (1963).
16. S. Galtier, S. V. Nazarenko, A. C. Newell, and A. Pouquet, *Journal of Plasma Physics* **63**, 447 (2000).
17. S. Galtier, e-Print arXiv:1201.1370 (2012).
18. R. L. Dewar, *Physics of Fluids* **13**, 2710 (1970).
19. А. Е. Дудоров, С. Н. Замоздра, *Вестник ЧелГУ* **25**, 55 (2009).
20. G. Chanmugam, *Astrophys. and Sp. Sci.* **130**, 53 (1987).
21. T. S. Bastian, G. A. Dulk, and G. Chanmugam, *Radio Stars, ed. R. M. Hjellming and D. M. Gibson* (Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1985), p. 225.
22. J. Frank, A. King, and D. J. Raine, *Accretion Power in Astrophysics: Third Edition* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002).
23. P. K. G. Williams, S. L. Casewell, C. R. Stark, S. P. Littlefair, C. Hellwig, and E. Berger, *Astrophys. J.* **815**, 64 (2015).
24. D. B. Melrose and G. A. Dulk, *Astrophys. J.* **259**, 844 (1982).
25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. II. Теория поля*, 7-е изд, испр. (М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988).