УДК 539.123, 524.35

КРУПНОМАСШТАБНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ГРАВИТАЦИОННОМ КОЛЛАПСЕ И СПЕКТР ВЫХОДЯЩИХ НЕЙТРИНО ПРИ ВЗРЫВЕ СВЕРХНОВОЙ

© 2019 г. А. Г. Аксенов^{1*}, В. М. Чечеткин²

¹Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия ²Институт прикладной математики РАН, Москва, Россия Поступила в редакцию 02.04.2019 г.; после доработки 24.05.2019 г.; принята к публикации 31.05.2019 г.

Большая часть энергии, высвобождаемой при гравитационном коллапсе ядер массивных звезд, уносится нейтрино. Нейтрино играют главную роль в объяснении коллапсирующих сверхновых. С помощью 2D газовой динамики с учетом спектрального переноса нейтрино в рамках диффузии с ограничением потоков решается самосогласованная задача о гравитационном коллапсе. Показано, что крупномасштабная конвекция приводит к увеличению средней энергии нейтрино от 10 до 15 МэВ, что важно как для объяснения явления сверхновой, так и для постановки эксперимента по регистрации высокоэнергичных нейтрино от сверхновой.

DOI: 10.1134/S000462991911001X

1. ВВЕДЕНИЕ

Сверхновые типа II (СН II), так называемые коллапсирующие, связаны с эволюцией массивных звезд с массой $\gtrsim 10 M_{\odot}$, в центре которой в результате термоядерного горения образовалось железное ядро с массой $\sim 1.4 M_{\odot}$. Полная энергия взрыва СН достигает 1054 эрг и уносится в основном нейтрино. Малая доля этой энергии ~10⁵¹ эрг поглощается веществом звезды. При коллапсе объекта с массой 1.4 M_☉ в нейтронную звезду с радиусом ~ 10 км выделяется ~ 100 МэВ на нуклон в виде нейтрино, в то время как термоядерная энергия может обеспечить только 8 МэВ на нуклон. Соответственно нейтринный механизм взрыва, связанный с поглощением энергии от нейтрино, является наиболее перспективным [1]. Кроме того, нейтрино играют важную роль в термоядерном горении в СН типа I [2]. Происхождение нейтрино в СН типа I и II разное: это нейтрино либо с участием продуктов горения, либо нуклонов.

Нейтринные процессы в ядрах звезд впервые рассмотрены в работе [1]. Вопрос о доле поглощения энергии нейтрино в 1% в предсверхновой остается до конца не решенной задачей [3–5] изза необходимости кинетического описания переноса нейтрино, наличия разных масштабов времени для реакций слабого взаимодействия и газодинамического переноса, многомерности задачи на фоне разных пространственных масштабов предсверхновой, нейтронной звезды и области развития неустойчивости. От указанных процессов зависит количество поглощенной энергии нейтрино и сброс оболочки, наблюдаемый как СН II. Впервые физика процесса гравитационного коллапса, пригодная для расчетов на доступных вычислительных мощностях, была сформулирована в работах [6, 7] путем введения нейтринной теплопроводности и введением в расчеты двух областей, прозрачной и непрозрачной для нейтрино, разделенных нейтриносферой. Принципиальное ограничение подхода состоит в зависимости нейтриносферы от энергий нейтрино и их типа. Вообще говоря, нейтриносфер надо вводить несколько. А в случае конвекции в многомерном случае прозрачная и непрозрачная области, разделенные нейтриносферой, могут становиться неодносвязными.

Следующий шаг состоял в рассмотрении спектрального переноса нейтрино в рамках диффузии с ограничением потоков [8]. Этот подход точен в двух случах: в оптически плотном веществе диффузия нейтрино, а в прозрачной области свободное распространение нейтрино. Ограничение потока относится к введению нелинейной теплопроводности, некоторой произвольной сшивки потоков в промежуточном случае [9–10]. Фактически нелинейная диффузия устроена таким образом, что уравнения переноса для каждой спектральной плотности энергии из диффузионного (параболического) в непрозрачной области переходит в

^{*}E-mail: aksenov@icad.org.ru

гиперболическое (перенос) в прозрачной области. Сферически-симметричные расчеты в рамках диффузии с ограничением потоков [12–16] дали большее значение средней энергии нейтрино в сравнении с нейтринной теплопроводностью.

Вероятная причина неудачи в построении модели взрыва коллапсирующей СН состоит в определяющей роли 3D неустойчивостей при коллапсе и учете конвекции. Одна область конвективной неустойчивости формируется в центре коллапсирующего ядра звезды, является протяженной и существует в течение >10 мс, в то время как другая неустойчивая область в области аккреции тонкая, но существует все время коллапса. Конвекция в центре может иметь два важных эффекта: помимо увеличения потока энергии нейтрино центр содержит много высокоэнергичных нейтрино в сравнении с нейтрино вблизи нейтриносферы в 1D модели [17, 18]. 2D модели [19, 20] и 3D [21, 22] демонстрируют крупномасштабный характер конвекции и приводят к взрыву СН. В то же время уточненные расчеты 3D ставят под сомнение крупномасштабную конвекцию и взрыв [23, 24].

Крупномасштабная конвекция в центре звезды впервые предложена для СН в работе [25]. Начальное условие выбрано стационарным с плотностью в центре 2×10^{13} г·см⁻³ и постоянной энтропией, за исключением центральной области с избытком энтропии. 3D расчеты газовой динамики показывают развитие крупномасштабной конвекции в неустойчивой области $\mathbf{g}\nabla s > 0$.

Конвекция в центральной области протонейтронной звезды в 3D идеальной газовой динамике с начальным реалистичным профилем удельной энтропии, соответствующей решению 1D с кинетическим переносом нейтрино, рассмотрена в работе [26] без учета переноса нейтрино в 3D. Предположение о применимости критерия конвективной неустойчивости Шварцшильда для газовой динамики было спорным. Оказалось, имеется нейтронизация, потери нейтрино, и сильное вырождение [27, 28]. Упрощенная газодинамическая модель позволила получить количественно правильные результаты. Конвекция развилась за газодинамическое время ~10 мс в центральной области $\rho_c \sim 10^{12}$ г · см⁻³, ее масштаб крупный из-за протяженной неустойчивой центральной области, а также наличия небольшого вращения звезды¹.

Был сделан вывод о необходимости учитывать конвекцию в расчетах коллапса, а вращение способствует выделению длинноволновых возмущений и приближает 3D расчеты к 2D случаю [26].

Неравновесная нейтронизация вследствие учетов процессов слабого взаимодействия при начальной высокой плотности энергии рассмотрена [29] в рамках однородной изотропной модели для функций распределения нейтрино при расширении однородного пузыря. Сделан вывод о предположительно высокой энергии при наступлении непрозрачности, ≥40 МэВ. Это много больше нейтрино с энергиями 10 МэВ в 1D сферически симметричной модели с излучением вблизи нейтриносферы.

Поглощение нейтрино оболочкой коллапсирующего ядра звезды для постоянного потока нейтрино рассмотрено в работе [30]. Задание средней энергии нейтрино в интервале 30-60 МэВ обеспечивает кинетическую энергию оболочки в интервале $(1.5-50) \times 10^{51}$ эрг. Это следствие пропорциональности сечения рассеяния и доли передаваемой энергии веществу средней энергии нейтрино [31–33].

Самосогласованная 2D задача о коллапсе с переносом нейтрино рассмотрена в работах [27, 28]. Газодинамический код использовал оригинальный решатель задачи Римана для многокомпонентной смеси газов, включая нейтрино. Код имеет достаточно хорошее пространственное разрешение разрывов [34-36]. В литературе присутствует единственная альтернатива — код CASTRO [20], отличающийся приближенным "решателем" задачи Римана. Другие многочисленные модели газовой динамики для расчета коллапса используют раздельное описание газовой динамики для вещества и перенос доступных нейтрино. С точки зрения математики отличие от совместного описания нейтрино с веществом в газовой динамике не принципиально, поскольку учет реакций взаимодействия вещества и нейтрино уравнивают оба подхода. Но для расчетов реальной задачи раздельное описание упирается в ограничения доступных вычислительных мощностей. В методе разделения задачи по физическим процессам газовая динамика используется явная. В оптически плотной области есть непрозрачная область, и число временных шагов для расчета обмена энергиями между нейтрино разных энергий будет определять толща для наиболее быстрой реакции, поскольку независимый перенос вещества — это большое возмущение для последующего шага расчета кинетики реакций. При совместном рассмотрении вещества и нейтрино перенос слабо меняет тепловое равновесие, а реакции, вычисляемые по неявной схеме на отдельном шаге, не влияют на количество временных шагов газодинамического переноса. Единственное существенное ограничение на временной шаг в сравнении с газовой

¹ Термин "небольшое вращение" означает долю процента энергии вращения относительно абсолютной величины гравитационной энергии твердотельно вращающейся политропы *n* = 3. Вириальный тест допускает предельное значение *E*_{rot}/*E*_{gr} = 0.5, возможное при дифференциальном вращении.

динамикой получается из-за прозрачной области, где скорость переноса нейтрино равна скорости света *с*, по крайней мере, на порядок больше скорости звука и газодинамической скорости вещества.

Моделирование коллапса с переносом нейтрино показало развитие крупномасштабной конвекции в центре за время ~10 мс благодаря неравновесной нейтронизации из-за потерь части нейтрино. А учет в подходе небольшого вращения ядра привел к выделению крупномасштабных мод [37]. Как показано в наших прошлых расчетах коллапса с переносом нейтрино без учета их спектра, конвекция в центре успевает развиться за время существования неустойчивого профиля энтропии [27, 28, 32]. Благодаря потери части нейтрино нейтронизация оказывается необратимой, реализуется сценарий неустойчивости, близкий к Шварцшильду [27, 28].

Следующий ключевой вопрос состоит во влиянии конвекции на спектр исходящих нейтрино. Если интересоваться только спектром нейтрино, но не интересоваться взаимодействием нейтрино с оболочкой, можно использовать разработанную простую модель взаимодействия нейтрино с веществом. Вместо описания задачи двумя типами электронных нейтрино и антинейтрино с расчетом интегралов столкновений в каждом узле сетки в каждом интервале энергии нейтрино для всех реакций слабого взаимодействия можно применить использованную ранее модель [27, 28]. Вместо плотности энергии нейтрино вводится спектральная плотность энергии нейтрино, которая релаксирует к равновесному значению с температурой и химпотенциалом, определяемыми температурой вещества и химпотенциалом электронов, с характерным постоянным сечением слабого взаимодействия $\sigma_0 = 1.7 \times 10^{-40}$ см². А количество электронов на нуклон (точнее, разница чисел электронов и позитронов на нуклон) релаксирует к приближенному аналитическому табличному значению из работы [38], где исследовалось β равновесие для двух реакций, $e^- + p \rightarrow n + \nu$ и $e^+ n \rightarrow p + \tilde{\nu}$, при условии свободного выхода нейтрино. Такое же приближение свободного выхода нейтрино было использовано в более ранней работе [39] при изучении термодинамических свойств вещества при высокой плотности из-за нейтронизации для выводов об устойчивости относительно коллапса звезды. Строго говоря, β равновесие реализуется вблизи нейтриносферы, там, где важно учесть потоки энергии нейтрино. В глубоко непрозрачной области нейтрино никуда не уходят, простая модель β равновесия количественно неправильная, но и потоки энергии нейтрино в непрозрачной области пренебрежимо малы. В сравнении со старыми расчетами с учетом переноса энергии нейтрино учет спектра нейтрино — более трудоемкая задача в число раз, равное числу энергетических интервалов для нейтрино (15 интервалов в данных расчетах). Если интересоваться взаимодействием нейтрино с оболочкой ядра звезды, необходимо считать интегралы столкновений нейтрино с веществом и их аннигиляцию. Трудоемкость задачи повысится, по крайней мере, квадратично числу интервалов для представления энергии нейтрино.

В данной работе мы произвели самосогласованный расчет газодинамического коллапса со спектральным переносом энергии нейтрино с целью выяснения влияния конвекции на спектр уходящих нейтрино. Несомненно, для подтверждения модели коллапса и взрыва важно наблюдение нейтрино от СН. От СН1987А зарегистроировано только 20 нейтринных событий, первые публикации указывают на высокие энергии: 20–40 МэВ IMB [40], 9–35 МэВ Kamiokande-II [41], 20 МэВ Baksan-LSD [42, 43], что ближе к модели крупномасштабной конвекции, чем к сферически симметричному коллапсу.

2. КОНВЕКЦИЯ ПРИ КОЛЛАПСЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЯДРА ЗВЕЗДЫ С УЧЕТОМ ПЕРЕНОСА НЕЙТРИНО

Физическая задача о гравитационном коллапсе включает плотность нуклонов, разницу чисел электронов и позитронов, уравнение для плотности энергии вещества, определение гравитационного поля, кинетические уравнения для нейтрино разных сортов. Помимо зависимости от пространственных переменных и времени функции распределения, нейтрино зависят от импульса (двух углов и энергии частицы). Решение усложняет наличие прозрачных и непрозрачных областей для нейтрино. Из-за различных характерных времен процессов полная физическая задача может быть численно рассмотрена только в сферически симметричном случае (функции распределения нейтрино зависят от радиуса, от одного угла, энергии частицы, времени, т.е. на две независимых переменных меньше в сравнении с 2D) в рамках неявного кинетического кода. В нужном многомерном случае привлекательна модель диффузии с ограничением потоков, впервые предложенная в работе [8] для сферически симметричного коллапса. В этой модели нет зависимости функций распределений от углов, содержится неопределенный на границе прозрачной и непрозрачной областей параметр сшивки решений для потоков в прозрачной и непрозрачной областях. Сами потоки пропорциональны градиентам спектральных плотностей энергий. Модель легко расширяется на многомерный случай, как только решена проблема разрешения многокомпонентной газовой динамики на неподвижной эйлеровой сетке.

Наш многокомпонентный гидродинамический код [34, 35, 44] содержит независимые переменные: плотности компонентов ρ_i или плотности концентраций $n_i = \rho/m_p$ и внутренние энергии ϵ_i компонентов *i*. Имеем систему уравнений Эйлера для описания гравитационного коллапса. Уравнение для плотности числа барионов

$$\frac{\partial \rho/m_p}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho/m_p \mathbf{v}) = 0, \qquad (1)$$

уравнение для разницы концентраций электронов и позитронов

$$\frac{\partial \Delta n_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\Delta n_e \mathbf{v}) = \dot{Y}_e \rho / m_p.$$
(2)

Скорости всех компонентов с ненулевой массой предполагаются равными, а для безмассовых частиц присутствует перенос энергии. Закон сохранения импульса вещества

$$\frac{\partial \rho v_j}{\partial t} + \nabla_i \Pi_{ij}^{\rm m} = \rho g_j, \qquad (3)$$

уравнение для плотности энергии вещества

$$\frac{\partial \rho E_{\rm m}}{\partial t} + \operatorname{div}(E_{\rm m}\rho + P_{\rm m})\mathbf{v} = \rho \mathbf{vg} + \rho q_{\rm m} \quad (4)$$

с тензором $\Pi_{ij}^{m} = \rho v_i v_j + P_m \delta_{ij}$. $E_m = \varepsilon_m + \mathbf{v}^2/2$ есть сумма удельных внутренней и кинетических энергий, а ρq_m — нагрев вещества нейтрино. Ускорение силы тяжести есть градиент потенциала $\mathbf{g} = -\text{grad}\Phi$, получаемого из уравнения Пуассона [45]

$$\Delta \Phi = 4\pi G\rho. \tag{5}$$

Для нейтрино сорта *v* есть уравнение переноса Больцмана

$$\frac{1}{c}\frac{\partial f_{\nu}\left(\mathbf{r},\mathbf{p},t\right)}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{p}\nabla f_{\nu} = \sum_{q}\left(\eta_{\nu}^{q} - \chi_{\nu}^{q}f_{\nu}\right) \quad (6)$$

с коэффициентами испускания и поглощения $\eta^q_{\nu}, \chi^q_{\nu}$ в реакции q. Главное упрощение состоит в переходе к спектральной плотности энергии нейтрино

$$\rho \varepsilon_{\nu} \left(\mathbf{r}, t \right) = \int d\varepsilon U_{\nu} \left(\varepsilon \right),$$
$$U_{\nu} \left(\varepsilon \right) = \frac{\varepsilon^{3}}{c^{3}} \int do f_{\nu} = \frac{4\pi \varepsilon^{3}}{c^{3}} f_{\nu}.$$

Примем одинаковые функции распределения в лабораторной и сопутствующей веществу системах отсчета ($v \ll c$), и спектр нейтрино в тепловом равновесии в виде

$$f_{\nu}^{\text{eq}} = \frac{2}{\left(2\pi\hbar c\right)^3} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu_{\nu}}{kT_{\nu}}\right)}, \quad \mu_{\nu} \approx \mu_e.$$
(7)

Мы хотим не только продемонстрировать крупномасштабную конвекцию, но и получить спектр уходящих нейтрино. Для этого надо ввести сетку для энергий нейтрино и использовать спектральные плотности энергии нейтрино и антинейтрино

$$\Delta \rho \varepsilon_{\nu,\omega} \equiv \int_{\varepsilon_{\omega-1/2}}^{\varepsilon_{\omega+1/2}} d\varepsilon \varepsilon_{\nu} f_{\nu} \tag{8}$$

в каждом интервале ($\varepsilon_{\omega-1/2}$, $\varepsilon_{\omega+1/2}$). Отдельно антинейтрино рассматривать не будем.

Уравнение переноса спектральной плотности энергии есть

$$\frac{\partial \rho \Delta \varepsilon_{\nu,\omega}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \left(\rho \Delta \varepsilon_{\nu,\omega} \right) =$$
(9)
= div $\Delta \mathbf{F}_{\nu,\omega} - \rho \Delta q_{\mathrm{m},\omega},$

где поток определяется градиентом нулевого момента. В непрозрачном случае $\Delta \mathbf{F}_{\nu,\omega}^{\text{thick}} =$ $= -\frac{1}{3\chi} \text{grad} \Delta U_{\nu,\omega}$, в прозрачном $\Delta F_{\nu,\omega}^{\text{max}} = c \Delta U_{\nu,\omega}$. В произвольном случае используется сшивка (так называемое ограничение потоков)

$$\mathbf{\Delta F}_{\nu,\omega} = \frac{\Delta \mathbf{F}_{\nu,\omega}^{\text{thick}}}{\left| \Delta \mathbf{F}_{\nu,\omega}^{\text{thick}} \right| / \Delta F_{\nu,\omega}^{\text{max}} + 1}.$$
 (10)

Обмен энергиями между нейтрино и веществом описывается релаксацией к тепловому равновесию $\rho\Delta q_{\rm m} = c\chi \left(\Delta U_{\nu,\omega} - \Delta U_{\nu,\omega}^{\rm th}\right)$, где $\sum_{\omega} \Delta U_{\nu,\omega}^{\rm th}(T_{\rm eq}) + \rho\epsilon(\rho, T_{\rm eq}, Y_e) = \sum_{\omega} \Delta U_{\nu,\omega} + \rho\epsilon$. Скорость релаксации выбрана пропорциональной концентрации свободных нуклонов $\chi \approx \sigma_0 n_n$ с постоянным сечением $\sigma_0 = 1.7 \times 10^{-40}$ см². Данная модель позволит определить спектр испускаемых нейтрино, а для точного учета их поглощения в оболочке постоянного сечения недостаточно. Сечение рассеяния с веществом оболочки для энергий выходящих нейтрино от 10 МэВ и много больше энергии Ферми электронов оболочки оказывается пропорциональным энергии нейтрино [31].

Уравнение состояния вещества $P_{\rm m} = P_{\rm m} (\rho, \varepsilon_{\rm m}, Y_e)$ содержит свободные нуклоны и ядра в статистическом равновесии. Разница чисел электронов и позитронов на нуклон Y_e определяется из кинетики нейтронизации $\frac{\partial Y_e}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla Y_e = \dot{Y}_e (\rho, T_{\rm m}, \varepsilon_{\nu})$. Ограничиваясь упрощенным описанием кинетики вместо всех реакций слабого взаимодействия принимаем время релаксации Y_e

$$\tau_0 = 10^{-3} \frac{10^{12} \mathrm{rcm}^{-3}}{\rho} \left(\frac{5 \times 10^{10} \mathrm{K}}{T^{\mathrm{eq}}}\right)^3 \mathrm{c}$$

$$\begin{split} \dot{Y}_e &= -\tau_0^{-1}(Y_e - Y_e^{\text{eq}}(\rho, T(\rho, \epsilon))) \approx \\ &\approx -\tau_0^{-1}(Y_e - Y_e^{\text{eq}}(\rho, T)) \end{split}$$

к β -равновесию $Y_e^{
m eq}(
ho,\ T)$ из работы [38], где рассмотрены только две реакции, $e^- + p \to n + p$ $+\nu, e^+ + n \rightarrow p + \tilde{\nu}$, со свободным выходом нейтрино. Строго говоря, свободный выход годится в прозрачной области около нейтриносферы, но, поскольку в непрозрачной области диффузия мала, формулу для приближенного равновесного числа электронов можно использовать.

Для электронов используется уравнение состояния ультрарелятивистских пар

$$k_{\rm B}T \ll \rho \epsilon/m_p, \quad \mu_e \gg m_e c^2:$$

$$\frac{Y_e \rho}{m_p} = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 (\mu_e^3 + \pi^2 \mu_e),$$

$$P_e = \left(\frac{4}{3} - 1\right) \rho \epsilon_e =$$

$$= \frac{1}{12\pi^2 (\hbar c)^3} \left(\mu_e^4 + 2\pi^2 \mu_e^2 (k_{\rm B}T)^2 + \frac{7}{15}\pi^4 (k_{\rm B}T)^4\right)$$

В качестве начальных данных принята связь давления и плотности как в политропе, $P\propto
ho^{1+1/n}$, с индексом n = 3, соответствующим ультрарелятивистским электронам с небольшим начальным вращением. Закон вращения выбран в виде постоянного отношения центробежной силы к силе тяжести в экваториальной плоскости ($\alpha = \text{const}$ обобщение твердотельного вращения для несжимаемой жидкости) из [46]. Отношение полярного радиуса $r_{\rm p}$ к экваториальному $r_{\rm eq}$ выбрано равным 0.9, энергия вращения получилась 1.25% от гравитационной. Политропная начальная модель содержит три независимых физических параметра: гравитационная постоянная G, центральная плотность ho_0 и экваториальный радиус $r_{
m eq}$. Для выбранной центральной плотности $ho_c = 2 imes 10^{12} \, \mathrm{r\cdot cm^{-3}}$ для заданной типичной массы коллапсирующего ядра $1.4M_{\odot}$ политропа дает экваториальный радиус $r_{
m eq}=2.68 imes10^7$ см, гравитационную энергию $E_{
m gr}=$ = $-2.93 imes10^{52}$ эрг, момент импульса $J_z=9.87 imes$ $\times \, 10^{48}$ эрг · с. Для заданных профилей плотности и давления надо пересчитать параметры T, Ye = $=Y_e^{
m eq}(
ho,\ T)$ с температурой $T=T(
ho,\epsilon=3P/
ho),$ обеспечивающие начальное равновесие (без учета потерь энергии нейтрино) в момент времени t == 0 (см. рис. 1). Выбранная центральная плотность в начальном равновесии соответствует уже продолжающемуся коллапсу реального ядра звезды. Малый начальный радиус позволяет обойтись меньшей неподвижной эйлеровой расчетной

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 96 Nº 11 2019

тронной звезды с радиусом ~10 км. В реальности коллапс начинается при радиусе звезды $\sim 10^8$ см, однако начальная стадия потерь энергии нейтрино продолжается несколько секунд и значительно превышает газодинамическое время $(G\rho)^{-1/2}$ даже для малой начальной центральной плотности $\sim 10^9 \,\mathrm{f\cdot cm^{-3}}$ [31].

В результате реконструкции решения в 2D задаче мы получаем тот же снижающийся в центре профиль энтропии ds/dr < 0 (рис. 1), как в сферически симметричном расчете коллапса с большим реалистичным начальным радиусом [31]. Спадающий профиль возникает из-за нейтронизации. Нейтронизация уменьшает число электронов Y_e, и удельная энергия из электронного компонента переходит к нуклонам. Дополнительно рис. 1 показывает переход показателя адиабаты $\Gamma \equiv (\rho c_s^2/P)$ от релятивистских электронов, 4/3, к нуклонам, 5/3 при высокой плотности. В задаче о коллапсе [31] мы получали две предположительно неустойчивые области для конвекции (если использовать крите-

рий устойчивости Шварцшильда $\frac{ds}{dr} < 0$ без учета переноса нейтрино). Первая область вблизи центра звезды существует в течение $\gtrsim 10$ мс. Области соответствует спадающей профиль энтропии на рис. 1. А вторая узкая область вблизи аккрецирующей ударной волны существует долгое время. Другой критерий возникновения конвекции для газовой динамики с химическим превращением (нейтронизация вещества происходит за газодинамическое время) есть критерий устойчивости Леду [47, 48], $\frac{ds}{dr}\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_{\rho Y_l} + \left(\frac{\partial P}{\partial Y_l}\right)_{\rho s} \frac{dY_l}{dr} < 0$, где l есть число лептонов. Но критерий Леду не учитывает перенос нейтрино, которое оказывается важным.

Для расчетов 2D задачи в сферических координатах $(r, 0 < \theta < \pi/2)$ использовалась сетка 60 × 30 для большой части политропы (расчетная область ограничена $r \leq 0.6 r_{\rm eq}$) в предположении аксиальной симметрии $\partial/\partial \phi = 0$, и плоскости симметрии $\theta = \pi/2$. Для учета спектра нейтрино используется логарифмическая сетка из 15 интервалов от 0 до 40 МэВ.

Вычислительная сложность задачи заключается в малых газодинамических скоростях вещества и звука в сравнении со световой скоростью переноса нейтрино в прозрачной области. В случае запертых нейтрино временной шаг ограничивает условие Куранта для газовой динамики $\Delta t \lesssim \Delta r/(c_{
m s}+|v|).$ Хотя диффузия и обмен энергиями с нейтрино считаются по неявной схеме, нет возможности за один временной шаг просчитать перенос нейтрино через несколько пространственных интервалов без



Рис. 1. Начальная модель (0, $t \approx 0$) и окончание расчетов ($f, t_f = 15.77$ мс) в экваториальной плоскости в 2D задаче. Вверху — зависимости плотности ρ (сплошная кривая) и температуры T (пунктир) от радиуса. Внизу — зависимости энтропии на нуклон s/k_B (сплошная кривая), числа электронов Y_e (штриховая линия) и показателя адиабаты Γ (пунктир) от радиуса.

потери точности. Непрозрачная область не ограничивает временны́е шаги явной газодинамической схемы. На практике временной шаг газовой динамики выбирается из требования ограниченного числа временны́х шагов неявной схемы, описывающей перенос энергии нейтрино и реакции нейтрино, на один газодинамический шаг. Это требование автоматически приводит к условию временно́го шага $\Delta t \lesssim \Delta r/c$.

Линии уровня плотности на рис. 2 в момент времени t = 15.78 мс показывают развитие крупномасштабной конвекции за газодинамическое время $(G\bar{\rho})^{-1/2} = 4$ мс для средней плотности $\bar{\rho} \approx$ $\approx 10^{11}$ г · см⁻³. При этом происходит перестройка профиля энтропии в неустойчивой области на пологий (рис. 1). В этой части нейтрино теряются, благодаря необратимой нейтронизации реализуются условия конвекции, близкие к условию Шварц-



Рис. 2. Линии уровня плотности в плоскости y = 0 ($\phi = 0$) в задаче о коллапсе массы $1.4M_{\odot}$ с учетом переноса нейтрино и их спектра в момент t = 13.83 мс ($\lg \rho_{\min} = 7$, $\lg \rho_{\max} = 13$, $\Delta \lg \rho = 0.1$) демонстрируют развитие крупномасштабной конвекции.

шильда. Расчеты с учетом вращения демонстрируют выделение более длинноволновых возмущений, чем в случае без вращения [27, 28]. Также предполагается, что в более реалистичном 3D случае вращение будет способствовать выделению длинноволновых возмущений [49].

В центральной области с высокой плотностью вещества нейтрино захвачены веществом, нейтронизация обратима, конвекция развивается хуже. Мы проводили расчеты с выключенным переносом нейтрино, когда задача является математически строгой задачей об устойчивости. И конвекция развивалась за время 100 мс, начинаясь из области с малой плотностью вещества. Пересчет удельной энтропии в предположении быстрой релаксации числа электронов Y_e к равновесному значению Y_e^{eq} убирает неустойчивый профиль энтропии.

Важный результат новых расчетов — это спектральный поток нейтрино вблизи границы расчетной области. Рис. 3 показывает спектральную нейтринную светимость при коллапсе, $dL/d\epsilon$, и спектральный поток частиц, $dn/d\epsilon$, в момент времени 15.8 мс для 2D расчета и в сферически симметричной постановке для того же кода на той же сетке. 1D расчет дает значение средней энергии 10 МэВ, как сферически симметричные расчеты с точным учетом основных реакций слабого взаимодействия [31]. 2D расчет демонстрирует повышение средней энергии нейтрино в сравнении с 1D. Спектр уходящих нейтрино становится жестче в сравнении со сферически симметричным расчетом из-за конвекции в центральной области с высокоэнергичными нейтрино, запертыми оптически плотным веществом в 1D. Средние энергии равны

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 96 № 11 2019

отношению светимости к потоку частиц $\langle \epsilon_{1\mathrm{D}} \rangle \approx$ ≈ 10.5 МэВ и $\langle \epsilon_{2D} \rangle \approx 15$ МэВ в 1D и 2D случаях соответственно. Максимумы спектральных светимостей достигаются при энергиях 11.2 и 17.5 МэВ, а максимумы спектральных потоков частиц при энергиях 7.7 и 13.3 МэВ в 1D и 2D расчетах соответственно. Таким образом конвекция увеличивает среднюю энергию выходящих частиц примерно в 1.5 раза. Профили химпотенциала электронов в начале и конце расчетов показаны на рис. 4. Химпотенциал нейтрино близок к химпотенциалу электронов в непрозрачной области. Энергия выходящих нейтрино примерно равна максимуму химпотенциала электронов. Понижение химпотенциала в центре есть следствие нейтронизации, понижающей число электронов.

В работе [33] качественно исследовалось взаимодействие высокоэнергичных нейтрино с оболочкой коллапсирующего ядра звезды в рамках сферически симметричной газодинамической задачи. Профиль плотности и скорости в оболочке задавался из решения Бонди об аккреции газа на формирующуюся протонейтронную зведу, создающую гравитационный потенциал. Светимость нейтрино определялась из времени коллапса и полной энергии нейтронной звезды, а их температура задавалась. Удельный нагрев вещества оболочки от нейтрино пропорционален нейтринной температуре и нейтринной светимости. Был продемонстрирован сброс оболочки, соответствующий СН II, в случае высокоэнергетичных нейтрино с энергиями 20-70 МэВ. Также было указано на отличие их энергии от 5 МэВ в сферически симметричной модели с нейтринной теплопроводностью. В реальности испускает нейтрино не горячая протонейтронная



Рис. 3. Спектральная нейтринная светимость при коллапсе, $dL/d\epsilon$ (сплошные линии), и спектральный поток частиц $dn/d\epsilon$ (штриховые линии). Энергия ϵ пересчитана на МэВ, полная светимость (площадь под кривой $dL/d\epsilon$) измеряется в эрг/с. 2D расчет демонстрирует повышение средней энергии нейтрино в сравнении с 1D. Спектр уходящих нейтрино становится жестче в сравнении со сферически-симметричным расчетом из-за конвекции в центральной области с высокоэнергичными нейтрино, запертыми оптически плотным веществом в 1D.

звезда, а холодное и сильновырожденное вещество с высоким химпотенциалом электронного газа², $\mu_e \gg k_{\rm B}T$. Помимо увеличения средней энергии нейтрино важную роль при сбросе оболочки может играть увеличение светимости при конвекции.

Полученный нами рост энергии уходящих нейтрино согласуется со старыми работами [50] (энергия уходящих нейтрино в 2D расчетах до 20 МэВ). Сравнивая результаты данной работы с современными газодинамическими моделями без магнитного поля зарубежных исследователей, следует отметить принятую нами 2D модель в сравнении с широко используемыми 3D моделями расчета коллапса с упрощенным переносом нейтрино. А также продвинутость этих моделей в части уточнения уравнения состояния, полный набор реакций взаимодействия нейтрино с веществом и даже учет эффектов ОТО, которые не важны при размерах формирующейся протонейтронной звезды в десятки километров. Основной упор этих моделей делается на объяснение сброса оболочки без детального объяснения физики процессов. В частности, ключевой вопрос о масштабе конвекции в области аккреции и выводах о сбросе оболочки СН оказывается зависящим от принятой размерности математической задачи. Как было упомянуто во введении, в 2D моделях [19, 20] необходимое вложение энергии для объяснения СН наблюдается вместе с крупномасштабной конвекцией. В более реалистичной 3D постановке [23, 24] конвекция в области аккреции остается мелкомасштабной, а необходимого энерговложения в оболочку нет. В нашем анализе это означает недостаточное влияние мелкомасштабной конвекции в 3D постановке прежде всего на энергию выходящих нейтрино. Действительно, расчеты [20] демонстрируют средние энергии нейтрино 10-20 МэВ и светимость нейтрино на десятки процентов выше сферически симметричной модели. Напомним, что в сферически симметричной модели искусственного повышения средней энергии нейтрино до величины 30 МэВ оказалось достаточно для объяснения СН даже при неизменной светимости нейтрино [32]. 3D

²Во внутренней области химпотенциал электронов в начале и в конце данных расчетов $\mu_e \approx 20$ МэВ (см. рис. 4). Начальная температура сильновырожденного вещества 5 МэВ увеличивается до значения 10 МэВ благодаря сжатию и нейтронизации (рис. 1). Нейтронизация уменьшает число электронов на нуклон и переводит энергию от вырожденных электронов в нуклоны. Но все равно вырождение вносит главный вклад в давление и внутреннюю энергию.



Рис. 4. Химический потенциал электронов в начале ($t \approx 0$) и в конце ($t_f = 15.77$ мс) 2D расчетов в экваториальной плоскости.

модели [23, 24] сосредоточены на анализе развития неустойчивости, а детали нейтринного излучения не раскрывают. Представленная нами модель с естественным небольшим вращением коллапсирующего ядра содержит ключ к приближению 3D физической картины к 2D математической задаче. Связанное с вращением развитие длинноволновых возмущений переводит трехмерную физическую задачу в класс математических 2D задач.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена крупномасштабная конвекция в задаче о коллапсе ядра звезды со слабым вращением с учетом переноса нейтрино и их спектра. Конвекция возникает в центральной части за газодинамическое время ~10 мс благодаря неравновесной нейтронизации при потере части нейтрино. Выделению длинноволновой моды способствует небольшое начальное вращение. Полученное значение средней энергии нейтрино 15 МэВ в 1.5 раза превышает значение сферически симметричных расчетов и в соответствующее число раз увеличит энергию, передаваемую от нейтрино расширяющейся оболочке. Этот эффект существенен для объяснения взрыва СН. Предположительно для объяснения взрыва СН потребуется уточнить начальную модель. Более реалистичная постановка задачи должна начинаться при меньшем значении

центральной плотности и большем радиусе коллапсирующего ядра звезды. Также важно изучить влияние конвекции на повышение нейтринной светимости, в том числе и при развитии конвекции в узкой области аккреции.

Наша методика [34] позволяет решать поставленные задачи. Для учета процессов взаимодействия нейтрино с оболочкой требуется точный учет реакций слабого взаимодействия со значительным увеличением времени счета пропорционально кубу числа энергетических интервалов нейтрино при численном расчете якобианов в неявной схеме, описывающей взаимодействия.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за внимательное прочтение рукописи, за высказанные замечания и уточняющие вопросы. Работа А.Г. Аксенова выполнена в рамках Госзадания ИАП РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. W. A. Fowler and F. Hoyle, Astrophys. J. Suppl. **9**, 201 (1964).
- S. S. Gershtein, L. N. Ivanova, V. S. Imshennik, M. Y. Khlopov, and V. M. Chechetkin, Sov. J. Experim. Theoret. Phys. Letters 26, 178 (1977).

- 3. V. S. Imshennik and D. K. Nadezhin, Astrophys. Space Sci. Rev. 8, 1 (1989).
- 4. H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. 62, 801 (1990).
- 5. H.-T. Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martínez-Pinedo, and B. Müller, Phys. Rep. 442, 38 (2007).
- 6. V. S. Imshennik and D. K. Nadezhin, Sov. J. Experim. Theoret. Phys. **36**, 821 (1973).
- 7. D. K. Nadezhin, Astrophys. Space Sci. **49**, 399 (1977).
- 8. S. Bruenn, Astrophys. J. Suppl. 58, 771 (1985).
- 9. L. Dessart, A. Burrows, E. Livne, and C. D. Ott, Astrophys. J. **673**, L43 (2008).
- F. D. Swesty and E. S. Myra, Astrophys. J. Suppl. 181, 1 (2009).
- 11. B. Müller, H.-T. Janka, and H. Dimmelmeier, Astrophys. J. Suppl. **189**, 104 (2010).
- 12. A. Mezzacappa and S. W. Bruenn, Astrophys. J. **405**, 637 (1993).
- 13. A. Mezzacappa and S. W. Bruenn, Astrophys. J. **405**, 669 (1993).
- 14. A. Mezzacappa and S. W. Bruenn, Astrophys. J. **410**, 740 (1993).
- A. Mezzacappa, M. Liebendurfer, O. E. Messer, W. R. Hix, F.-K. Thielemann, and S. W. Bruenn, Phys. Rev. Lett. 86, 1935 (2001).
- E. J. Lentz, A. Mezzacappa, O. E. B. Messer, M. Liebendurfer, W. R. Hix, and S. W. Bruenn, Astrophys. J. 747 id. 73 (2012).
- 17. M. Herant, W. Benz, W. R. Hix, C. L. Fryer, and S. A. Colgate, Astrophys. J. **435**, 339 (1994).
- A. Burrows, J. Hayes, and B. A. Fryxell, Astrophys. J. 450, 830 (1995).
- 19. J. W. Murphy, and C. Meakin, Astrophys. J. **742**, id. 74 (2011).
- J. C. Dolence, A. Burrows, and W. Zhang, Astrophys. J. 800, id. 10 (2015).
- 21. S. M. Couch, and C. D. Ott, Astrophys. J. **778**, id. L7 (2013).
- 22. A. Wongwathanarat, E. Müller, and H.-T. Janka, Astron. and Astrophys. **577**, id. A48 (2015).
- 23. S. M. Couch and C. D. Ott, Astrophys. J. **799**, id. 5 (2015).
- D. Radice, C. D. Ott, E. Abdikamalov, S. M. Couch, R. Haas, and E. Schnetter, Astrophys. J. 820, id. 76 (2016).
- 25. V. M. Chechetkin, S. D. Ustyugov, A. A. Gorbunov, and V. I. Polezhaev, Astron. Letters **23**, 30 (1997).
- A. G. Aksenov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. 60, 655 (2016).
- A. G. Aksenov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. 62, 251 (2018).

- 28. V. M. Chechetkin and A. G. Aksenov, Phys. Atomic Nuclei **81**, 128 (2018).
- 29. V. M. Suslin, S. D. Ustyugov, V. M. Chechetkin, and G. P. Churkina, Astron. Rep. 45, 241 (2001).
- I. V. Baikov, V. M. Suslin, V. M. Chechetkin, V. Bychkov, and L. Stenflo, Astron. Rep. 51, 274 (2007).
- 31. A. G. Aksenov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. **56**, 193 (2012).
- 32. A. G. Aksenov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. **58**, 442 (2014).
- 33. I. V. Baikov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. 48, 229 (2004).
- 34. A. G. Aksenov, Comp. Math. and Math. Physics 55, 1752 (2015).
- 35. G. V. Vereshchagin and A. G. Aksenov, *Relativistic Kinetic Theory With Applications in Astrophysics and Cosmology* (Cambridge University Press, 2017).
- 36. A. G. Aksenov, Astron. Letters 24, 482 (1998).
- A. G. Aksenov and V. M. Chechetkin, Astron. Rep. 62, 834 (2018).
- 38. G. S. Bisnovatyi-Kogan, Astrophysics 55, 387 (2012).
- V. S. Imshennik and V. M. Chechetkin, Soviet Astron. 14, 747 (1971).
- 40. R. M. Bionta, G. Blewitt, C. B. Bratton, D. Casper, and A. Ciocio, Phys. Rev. Lett. 58, 1494 (1987).
- 41. K. Hirata, T. Kajita, M. Koshiba, M. Nakahata, and Y. Oyama, Phys. Rev. Lett. 58, 1490 (1987).
- E. N. Alekseev, L. N. Alekseeva, V. I. Volchenko, and I. V. Krivosheina, Sov. J. of Exp. and Theor. Phys. Lett. 45, 589 (1987).
- 43. R. Schaeffer, Y. Declais, and S. Jullian, Nature **330**, 142 (1987).
- 44. A. G. Aksenov, V. F. Tishkin, and V. M. Chechetkin, Math. Models Computer Simulations **11**, 360 (2019).
- 45. A. G. Aksenov, Astron. Letters 25, 185 (1999).
- 46. A. G. Aksenov and S. I. Blinnikov, Astron. and Astrophys. **290**, 674 (1994).
- 47. P. Ledoux, Astrophys. J. 105, 305 (1947).
- 48. G. S. Bisnovatyj-Kogan, *Physical problems of the theory of stellar evolution* (Moskva (USSR): Nauka, 1989).
- S. Chandrasekhar and N. R. Lebovitz, Astrophys. J. 138, 185 (1963).
- 50. A. Burrows, Astrophys. J. 318, L57 (1987).