

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЛИПСОИДА ОСТАТОЧНЫХ СКОРОСТЕЙ ГОРЯЧИХ СУБКАРЛИКОВ ИЗ КАТАЛОГА GAIA DR2

© 2019 г. В. В. Бобылев^{1*}, А. Т. Байкова¹

¹ Главная астрономическая обсерватория РАН, Пулково, Россия

Поступила в редакцию 05.03.2019 г.; после доработки 27.04.2019 г.; принята к публикации 31.05.2019 г.

Прослежена эволюция параметров эллипсоида остаточных скоростей горячих субкарликов (ГС) в зависимости от их положения относительно плоскости Галактики. Для этого использованы ГС, отобранные Гейером и др. по данным каталога Gaia DR2. Определены параметры галактического вращения в двух зонах $|z|$. По ним получена оценка градиента скорости вращения V_0 в зависимости от $|z|$, составляющая $\Delta V_0/\Delta|z| = -71 \pm 7$ км/с/кпк. Эллипсоид остаточных скоростей имеет следующие размеры: $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (36.1, 27.6, 22.8) \pm (0.4, 0.8, 0.6)$ км/с у ГС из зоны $|z| < 0.5$ кпк и $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (56.9, 55.8, 39.7) \pm (0.9, 1.1, 0.8)$ км/с у ГС из зоны $|z| < 0.5$ кпк. При формировании остаточных скоростей ГС учет вращения Галактики произведен на основе индивидуального подхода для каждой зоны z . Найдены также параметры эллипсоидов остаточных скоростей ГС, расположенных в четырех плоскопараллельных слоях. Показано, что с ростом z увеличивается размер эллипсоида, а также возрастает наклон первой оси относительно плоскости Галактики. В частности, в зонах, близких к галактической плоскости, $z \sim +0.2$ кпк, такой наклон близок к нулю, а при $z \sim +0.9$ кпк наклон первой оси эллипсоида составляет уже $\mp 12 \pm 4^\circ$.

DOI: 10.1134/S0004629919110021

1. ВВЕДЕНИЕ

Горячие субкарлики (sdO, sdB, sdOB) занимают на диаграмме Герцшпрунга-Рассела (Г-Р) компактную область на голубом конце горизонтальной ветви, таким образом они находятся на позднем этапе эволюции достаточно массивных звезд. Их особенностью является горение гелия в ядре. Впервые такие звезды были обнаружены Хьюмсоном и Цвикки [1] при изучении сверхъярких голубых звезд, расположенных вблизи северного полюса Галактики. Дальнейшие спектроскопические исследования выявили дефицит водорода у многих горячих субкарликов. Измерение их температуры и значения поверхностной гравитации [2] позволило определить корректное положение таких звезд на диаграмме Г-Р.

Публикация высокоточных данных космического эксперимента Gaia [3, 4] дала возможность проведения масштабного статистического анализа различных галактических подсистем. Каталог содержит тригонометрические параллаксы и собственные движения около 1.3 млрд. звезд. Средние ошибки параллаксов ярких звезд ($G < 15^m$) лежат в интервале 0.02–0.04 миллисекунд дуги (мсд), а для слабых звезд ($G = 20^m$) они достигают 0.7 мсд.

Аналогично, ошибки собственных движений составляют от 0.05 мсд/год для ярких ($G < 15^m$) до 1.2 мсд/год для слабых ($G = 20^m$) звезд [5].

В работе Иорио и Белокурова [6] по $\sim 230\,000$ звездам типа RR Лиры из каталога Gaia DR2 уточнена форма гало Млечного Пути. Ровелл и Килич [7] провели анализ $\sim 79\,000$ белых карликов из каталога Gaia DR2, получили новую оценку значения пекулярной скорости Солнца относительно местного стандарта покоя, а также нашли существенные колебания вертекса (направление первой оси эллипсоида остаточных скоростей в плоскости xy). По звездам главной последовательности Gaia DR2 выполнен анализ вертикальных колебаний в галактическом диске [8, 9]. По шаровым скоплениям с собственными движениями, вычисленными по данным каталога Gaia DR2 [10, 11], получена новая оценка массы Галактики [12]. Значительное количество работ посвящено уточнению кинематических параметров тонкого диска [13–15], спиральной структуры [16, 17], рассеянных звездных скоплений [18, 19]) с использованием данных о молодых звездах из каталога Gaia DR2.

Большой интерес представляют статистические и кинематические характеристики горячих субкарликов, так как по сравнению с другими галактическими подсистемами их немного, их свойства мало-

*E-mail: vbobylev@gaoran.ru

изучены. Анализ относительно небольших выборок показывает, что часть их имеет свойства тонкого, другая — толстого дисков, а также гало [20–22], что похоже на кинематику белых карликов [23]. Разработаны методы поиска и выделения таких звезд в массовых обзорах [24], появились первые большие каталоги горячих субкарликов [25], содержащие необходимые данные (собственные движения, параллаксы) о десятках тысяч горячих субкарликов.

Бобылевым и Байковой [26] было показано, что в зависимости от положения на небесной сфере эти звезды имеют различную кинематику. При этом рассматривались две выборки, разделенные по галактической широте — низкоширотные и высокоширотные, что было продиктовано необходимостью в определении значений шкалы высот. Целью настоящей работы является продолжение исследования [26] с разбивкой звезд на зоны по координате z , определение параметров вращения Галактики в этих зонах и детальное изучение параметров эллипсоида скоростей полученных выборок.

2. МЕТОДЫ

2.1. Параметры вращения Галактики

В настоящей работе мы рассматриваем звезды только с собственными движениями. Таким образом, из наблюдений известны две скорости $V_l = 4.74r\mu_l \cos b$ и $V_b = 4.74r\mu_b$, направленные вдоль галактической долготы l и широты b , соответственно, выраженные в км/с. Коэффициент 4.74 является отношением числа километров в астрономической единице к числу секунд в тропическом году, а $r = 1/\pi$ — гелиоцентрическое расстояние звезды в кпк, которое мы вычисляем через параллакс звезды π . Компоненты собственного движения $\mu_l \cos b$ и μ_b выражены в мсд/год.

Для определения параметров кривой галактического вращения используем уравнения, полученные из формул Боттлингера, в которых произведено разложение угловой скорости Ω в ряд до членов второго порядка малости r/R_0 :

$$V_l = U_\odot \sin l - V_\odot \cos l + r\Omega_0 \cos b - (R - R_0)(R_0 \cos l - r \cos b)\Omega'_0 - 0.5(R - R_0)^2(R_0 \cos l - r \cos b)\Omega''_0, \quad (1)$$

$$V_b = U_\odot \cos l \sin b + V_\odot \sin l \sin b - W_\odot \cos b + R_0(R - R_0) \sin l \sin b \Omega'_0 + 0.5R_0(R - R_0)^2 \sin l \sin b \Omega''_0, \quad (2)$$

где R — расстояние от звезды до оси вращения Галактики (цилиндрический радиус-вектор):

$$R^2 = r^2 \cos^2 b - 2R_0r \cos b \cos l + R_0^2. \quad (3)$$

$(U, V, W)_\odot$ — групповая скорость выборки, которая отражает пекулярное движение Солнца относительно местного стандарта покоя (МСП), кроме того, в V_\odot входит компонент V_{lag} отставания выборки от МСП из-за эффекта асимметричного дрейфа, Ω_0 — угловая скорость вращения Галактики на солнечном расстоянии R_0 , параметры Ω'_0 и Ω''_0 — соответствующие производные угловой скорости, линейная скорость галактического вращения $V_0 = |R_0\Omega_0|$. Знаки при неизвестных взяты таким образом, чтобы положительные вращения происходили от оси x к y , от y к z и от z к x . Таким образом, угловая скорость вращения Галактики будет отрицательной, в противоположность многим другим работам [27–29], где ее для удобства считают положительной.

В системе условных уравнений (1)–(2) определяемыми являются шесть неизвестных: U_\odot , V_\odot , W_\odot , Ω_0 , Ω'_0 и Ω''_0 . Их значения мы находим в результате решения условных уравнений методом наименьших квадратов (МНК). Используются веса вида $w_l = S_0/\sqrt{S_0^2 + \sigma_{V_l}^2}$ и $w_b = S_0/\sqrt{S_0^2 + \sigma_{V_b}^2}$, где S_0 — “космическая” дисперсия (для каждой выборки ее значение находим заранее, близкой к ошибке единицы веса σ_0 , полученной в результате предварительного решения уравнений), σ_{V_l} и σ_{V_b} — дисперсии ошибок соответствующих наблюдаемых скоростей. Значение S_0 сопоставимо со среднеквадратической невязкой σ_0 (ошибка единицы веса), которая вычисляется при решении условных уравнений вида (1)–(2). Решение ищется в несколько итераций с применением критерия 3σ для исключения звезд с большими невязками.

Отметим ряд работ, посвященных определению среднего значения расстояния от Солнца до центра Галактики с использованием индивидуальных определений этой величины, полученных в последнее десятилетие независимыми методами. Например, $R_0 = 8.0 \pm 0.2$ кпк [30], $R_0 = 8.4 \pm 0.4$ кпк [31] или $R_0 = 8.0 \pm 0.15$ кпк [32]. На основе этих обзоров в настоящей работе принято значение $R_0 = 8.0 \pm 0.15$ кпк.

2.2. Эллипсоид остаточных скоростей

Для оценки дисперсий остаточных скоростей звезд используем следующий известный метод [33]. Пусть U , V , W — скорости, направленные вдоль соответствующих координатных осей x , y , z . Рассматриваются шесть моментов второго порядка a , b , c , f , e , d :

$$\begin{aligned} a &= \langle U^2 \rangle - \langle U_\odot^2 \rangle, \\ b &= \langle V^2 \rangle - \langle V_\odot^2 \rangle, \\ c &= \langle W^2 \rangle - \langle W_\odot^2 \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} f &= \langle VW \rangle - \langle V_{\odot} W_{\odot} \rangle, \\ e &= \langle WU \rangle - \langle W_{\odot} U_{\odot} \rangle, \\ d &= \langle UV \rangle - \langle U_{\odot} V_{\odot} \rangle, \end{aligned}$$

которые являются коэффициентами уравнения поверхности

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2ezx + 2dxy = 1, \quad (5)$$

а также компонентами симметричного тензора моментов остаточных скоростей

$$\begin{pmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для определения значений этого тензора, при отсутствии данных о лучевых скоростях, используются три следующих уравнения:

$$V_l^2 = a \sin^2 l + b \cos^2 l \sin^2 l - 2d \sin l \cos l, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} V_b^2 &= a \sin^2 b \cos^2 l + b \sin^2 b \sin^2 l + \\ &+ c \cos^2 b - 2f \cos b \sin b \sin l - \\ &- 2e \cos b \sin b \cos l + 2d \sin l \cos l \sin^2 b, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V_l V_b &= a \sin l \cos l \sin b + b \sin l \cos l \sin b + \\ &+ f \cos l \cos b - e \sin l \cos b + \\ &+ d(\sin^2 l \sin b - \cos^2 l \sin b), \end{aligned} \quad (9)$$

которые решаются методом наименьших квадратов относительно шести неизвестных a, b, c, f, e, d . Затем находятся собственные значения тензора (6) $\lambda_{1,2,3}$ из решения векового уравнения

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & d & e \\ d & b - \lambda & f \\ e & f & c - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Собственные значения этого уравнения равны обратным значениям квадратов полуосей эллипсоида моментов скоростей и, в то же время, квадратам полуосей эллипсоида остаточных скоростей:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \sigma_1^2, \quad \lambda_2 = \sigma_2^2, \quad \lambda_3 = \sigma_3^2, \\ \lambda_1 &> \lambda_2 > \lambda_3. \end{aligned} \quad (11)$$

Направления главных осей тензора (10) $L_{1,2,3}$ и $B_{1,2,3}$ находятся из соотношений

$$\operatorname{tg} L_{1,2,3} = \frac{ef - (c - \lambda)d}{(b - \lambda)(c - \lambda) - f^2}, \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} B_{1,2,3} = \frac{(b - \lambda)e - df}{f^2 - (b - \lambda)(c - \lambda)} \cos L_{1,2,3}. \quad (13)$$

Ошибки определения $L_{1,2,3}$ и $B_{1,2,3}$ оцениваются согласно следующей схеме:

$$\begin{aligned} \varepsilon(L_2) &= \varepsilon(L_3) = \frac{\varepsilon(\overline{UV})}{a - b}, \\ \varepsilon(B_2) &= \varepsilon(\varphi) = \frac{\varepsilon(\overline{UW})}{a - c}, \\ \varepsilon(B_3) &= \varepsilon(\psi) = \frac{\varepsilon(\overline{VW})}{b - c}, \\ \varepsilon^2(L_1) &= \frac{\varphi^2 \varepsilon^2(\psi) + \psi^2 \varepsilon^2(\varphi)}{(\varphi^2 + \psi^2)^2}, \\ \varepsilon^2(B_1) &= \frac{\sin^2 L_1 \varepsilon^2(\psi) + \cos^2 L_1 \varepsilon^2(L_1)}{(\sin^2 L_1 + \psi^2)^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\varphi = \cot B_1 \cos L_1, \quad \psi = \cot B_1 \sin L_1.$$

Заранее необходимо вычислить три величины: $\overline{U^2V^2}$, $\overline{U^2W^2}$ и $\overline{V^2W^2}$, тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(\overline{UV}) &= (\overline{U^2V^2} - d^2)/n, \\ \varepsilon^2(\overline{UW}) &= (\overline{U^2W^2} - e^2)/n, \\ \varepsilon^2(\overline{VW}) &= (\overline{V^2W^2} - f^2)/n, \end{aligned} \quad (15)$$

где n — количество звезд. Метод интересен тем, что позволяет оценить ошибку каждой оси независимым способом. Исключение составляют направления L_2 и L_3 , ошибки которых совпадают, так как вычисляются по одной формуле.

3. ДАННЫЕ

В настоящей работе мы используем каталог Гейера и др. [25]. В нем содержатся 39 800 кандидатов в горячие субкарлики (ГС), отобранные из каталога Gaia DR2 [4, 5] в сочетании со спутниковыми и наземными многополосными фотометрическими и спектроскопическими обзорами неба, такими как GALEX, APASS, SDSS, VISTA, 2MASS, UKIDSS, WISE и др.

Предполагается, что большинство кандидатов являются горячими субкарликами спектральных классов O и B, поздними B-звездами на голубой части горизонтальной ветви, горячими звездами асимптотической ветви гигантов (post-AGB stars) и центральными звездами планетарных туманностей. Авторы каталога считают, что загрязнение более холодными звездами составляет около 10%. Отобранные горячие субкарлики распределены почти по всей небесной сфере. Согласно оценкам Гейера и др. [25], за исключением узкой области вблизи галактической плоскости и зон с Магеллановыми облаками, каталог полон до расстояния 1.5 кпк. Для каждой звезды в этом каталоге даны значения тригонометрического параллакса π и двух

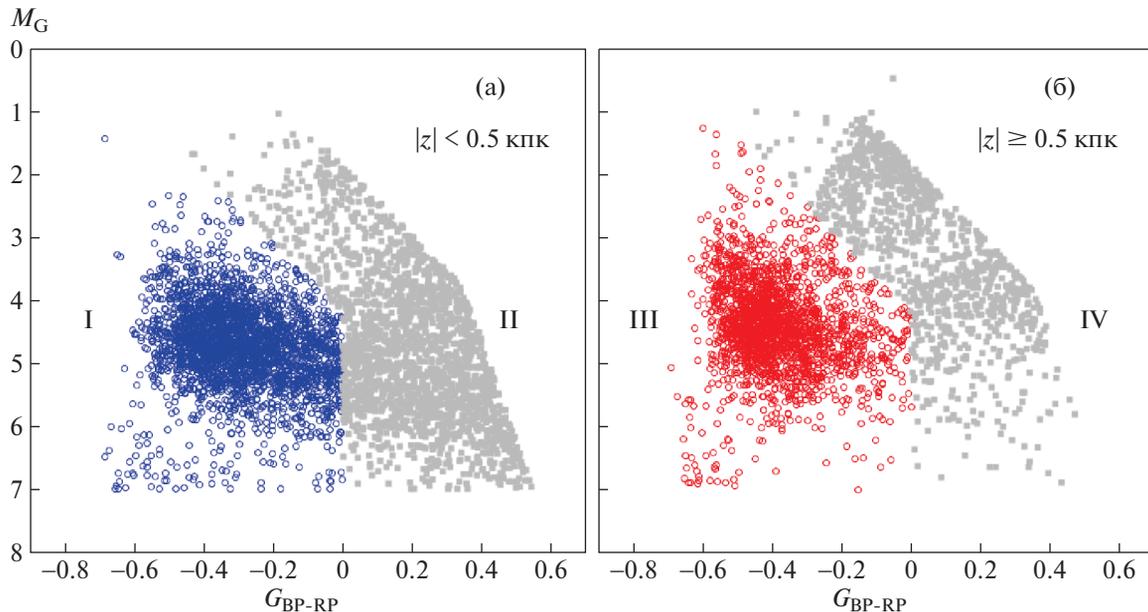


Рис. 1. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела для кандидатов в горячие субкарлики с относительными ошибками параллакса менее 15%, подробности см. в тексте.

компонент собственного движения $\mu_\alpha \cos \delta$ и μ_δ . Лучевых скоростей нет. Имеется также обширная фотометрическая информация.

В настоящей работе к параллаксам Gaia DR2 была добавлена поправка нуля-пункта $\Delta\pi$, поэтому новое значение параллакса звезды составляет $\pi + 0.050$ мсд. О необходимости учета такой систематической поправки $\Delta\pi = -0.029$ мсд (здесь знак минус означает, что поправку необходимо прибавить к параллаксам звезд Gaia DR2 для приведения их к эталону) впервые было сказано Линдгреном и др. [5] и подтверждено Арену и др. [34]. Чуть позже, из анализа различных высокоточных источников шкал расстояний, в работах [35–39] было показано, что значение поправки составляет около $\Delta\pi = -0.050$ мсд с ошибкой в несколько единиц последнего знака.

Отметим, что вопрос о конкретном значении среднего сдвига нуля-пункта параллакса собственно для ГС дискутируется. Согласно некоторым данным эта поправка может оказаться менее значительной, от около -0.020 до около -0.030 мсд. Об этом может говорить, например, зависимость систематического эффекта от цвета [39, 40].

В настоящей работе мы рассматриваем несколько подвыборок кандидатов в ГС. Во-первых, в работе Geier et al. [25] отмечено, что среди отобранных кандидатов около 10% могут быть шумом. Поэтому интересно было понять, как меняются кинематические параметры ГС в зависимости от положения на диаграмме Г–Р. Во-

вторых, в работе [26] была обнаружена зависимость кинематических параметров кандидатов в ГС от галактической широты. Более корректным является выявление зависимости этих параметров от координаты z . Поэтому в настоящей работе мы формируем несколько выборок ГС, расположенных на различных расстояниях от галактической плоскости. Наконец, в-третьих, качество определяемых кинематических параметров сильно зависит от относительных ошибок тригонометрических параметров σ_π/π рассматриваемых звезд. Поэтому в настоящей работе мы рассматриваем выборки с различными ошибками, $\sigma_\pi/\pi = 30\%$ и 15% .

На рис. 1 дана диаграмма Г–Р для выборки горячих субкарликов. Абсолютные звездные величины M_G и показатели цвета G_{BP-RP} ($G_{GaiaBP-RP}$) взяты из каталога Гейера и др. [25]. На рисунке даны все кандидаты в горячие субкарлики с относительными ошибками тригонометрических параллакса менее 15%. Эта выборка разбита нами на четыре части, пронумерованные римскими цифрами. На рис. 1а даны звезды из интервала $|z| < 0.5$ кпк, а на рис. 1б — из интервала $|z| \geq 0.5$ кпк. И на каждом рисунке звезды еще разделены приблизительно поровну в зависимости от их положения на диаграмме. Разбивка на две части осуществлена следующим образом. При показателе цвета $G_{BP-RP} < 0^m$ разделительная линия удовлетворяет выражению $M_G = \text{tg}(80^\circ) \times G_{BP-RP} + 4.2^m$. Второй ограничительной линией является вертикаль при $G_{BP-RP} = 0^m$. Обе ограничительные линии подобраны нами эмпирически с целью полу-

Таблица 1. Параметры вращения Галактики, найденные по звездам с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 15%

Параметры	Все звезды	$ z < 0.5$ кпк	$ z \geq 0.5$ кпк
N_*	7766	4680	3086
\bar{r} , кпк	1.32	1.07	1.72
$ \bar{z} $, кпк	0.50	0.24	0.81
U_\odot , км/с	11.80 ± 0.55	9.42 ± 0.56	14.4 ± 1.1
V_\odot , км/с	35.00 ± 0.80	25.44 ± 0.84	52.6 ± 1.6
W_\odot , км/с	6.02 ± 0.50	7.31 ± 0.45	4.2 ± 1.2
Ω_0 , км/с/кпк	-26.78 ± 0.50	-28.68 ± 0.58	-23.89 ± 0.90
Ω'_0 , км/с/кпк ²	2.67 ± 0.12	3.30 ± 0.14	2.45 ± 0.22
Ω''_0 , км/с/кпк ³	0.43 ± 0.16	-0.07 ± 0.20	0.19 ± 0.28
σ_0 , км/с	38.2	29.2	52.0
A , км/с/кпк	10.67 ± 0.49	13.20 ± 0.57	9.80 ± 0.90
B , км/с/кпк	-16.11 ± 0.70	-15.48 ± 0.81	-14.09 ± 1.27
V_0 , км/с	214 ± 6	229 ± 6	191 ± 8
σ_1 , км/с	44.81 ± 0.70	36.74 ± 0.53	55.22 ± 1.29
σ_2 , км/с	39.20 ± 1.10	27.23 ± 0.82	50.39 ± 1.82
σ_3 , км/с	27.54 ± 0.66	22.40 ± 0.74	36.00 ± 0.98
L_1, B_1	$11 \pm 1^\circ, \quad 0 \pm 1^\circ$	$7 \pm 9^\circ, \quad 2 \pm 3^\circ$	$14 \pm 6^\circ, \quad -2 \pm 1^\circ$
L_2, B_2	$101 \pm 6^\circ, \quad -10 \pm 2^\circ$	$97 \pm 3^\circ, \quad 5 \pm 2^\circ$	$104 \pm 12^\circ, \quad -10 \pm 2^\circ$
L_3, B_3	$100 \pm 6^\circ, \quad 80 \pm 3^\circ$	$254 \pm 3^\circ, \quad 84 \pm 4^\circ$	$93 \pm 12^\circ, \quad 80 \pm 4^\circ$

Примечание. N_* — количество использованных звезд, \bar{r} — среднее расстояние выборки звезд, σ_0 — ошибка единицы веса. В нижней части таблицы даны главные оси и направления главных осей эллипсоида остаточных скоростей соответствующих выборок.

чить примерно равное количество звезд в выборках, не сильно нарушая при этом общий характер исходного распределения.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Параметры галактического вращения

Вначале вся выборка была разделена на группы в зависимости от значения модуля координаты $|z|$. Сделано также разделение по признаку относительной ошибки параллаксов. Использование звезд с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 30% позволяет взять большое количество объектов и получать оценки искомых параметров с меньшими ошибками. С другой стороны, выборка звезд с ошибками параллаксов менее 15% позволяет получить более локальные параметры, в частности, более достоверные оценки скоростей $(U, V, W)_\odot$ и Ω_0 .

Значения найденных для этих звезд кинематических параметров даны в табл. 1 и 2. В них, помимо шести искомых кинематических параметров, даны следующие значения: среднее расстояние выборки звезд \bar{r} , среднее значение $|z|$, ошибка единицы веса σ_0 , оценку которой получаем в процессе поиска МНК-решения системы условных уравнений вида (1)–(2), значения постоянных Оорта A и B , которые вычисляются на основе следующих соотношений:

$$A = 0.5\Omega'_0 R_0, \quad B = -\Omega_0 + A. \quad (16)$$

Дано также значение линейной скорости вращения Галактики на околосолнечном расстоянии $V_0 = |R_0\Omega_0|$. Отметим, что при вычислении кинематических параметров, представленных в табл. 1 и 2, звезды были взяты из интервала $r < 6$ кпк, а также были отброшены звезды с большими (более 40 км/с) случайными ошибками измерения собственных движений.

Таблица 2. Параметры вращения Галактики, найденные по звездам с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 30%

Параметры	Все звезды	$ z < 0.5$ кпк	$ z \geq 0.5$ кпк
N_*	13 253	6395	6858
\bar{r} , кпк	1.81	1.31	2.28
$ \bar{z} $, кпк	0.69	0.35	1.08
U_\odot , км/с	12.41 ± 0.48	9.84 ± 0.49	13.18 ± 0.80
V_\odot , км/с	39.96 ± 0.66	25.81 ± 0.70	58.12 ± 1.15
W_\odot , км/с	6.05 ± 0.44	7.11 ± 0.39	5.25 ± 0.85
Ω_0 , км/с/кпк	-24.69 ± 0.31	-28.40 ± 0.39	-21.85 ± 0.46
Ω'_0 , км/с/кпк ²	2.53 ± 0.08	3.46 ± 0.09	2.29 ± 0.12
Ω''_0 , км/с/кпк ³	-0.04 ± 0.06	-0.55 ± 0.10	-0.29 ± 0.09
σ_0 , км/с	42.7	29.0	53.7
A , км/с/кпк	10.12 ± 0.31	13.83 ± 0.37	9.16 ± 0.46
B , км/с/кпк	-14.57 ± 0.43	-14.57 ± 0.54	-12.68 ± 0.65
V_0 , км/с	198 ± 5	227 ± 5	175 ± 5
σ_1 , км/с	47.30 ± 0.57	36.08 ± 0.44	56.91 ± 0.86
σ_2 , км/с	45.65 ± 0.84	27.55 ± 0.76	55.76 ± 1.12
σ_3 , км/с	31.29 ± 0.57	22.83 ± 0.59	39.67 ± 0.76
L_1, B_1	$41 \pm 6^\circ, -4 \pm 1^\circ$	$10 \pm 7^\circ, 2 \pm 2^\circ$	$37 \pm 8^\circ, -4 \pm 1^\circ$
L_2, B_2	$131 \pm 14^\circ, -6 \pm 1^\circ$	$100 \pm 2^\circ, 5 \pm 2^\circ$	$128 \pm 19^\circ, -3 \pm 2^\circ$
L_3, B_3	$96 \pm 14^\circ, 83 \pm 2^\circ$	$254 \pm 2^\circ, 85 \pm 3^\circ$	$73 \pm 19^\circ, 85 \pm 2^\circ$

Примечание. Пояснения к таблице те же, что в табл. 1.

С помощью найденных скоростей $(U, V, W)_\odot$ и постоянных Оорта A, B можно исправить скорости V_l и V_b :

$$V_l^* = V_l - (U_\odot \sin l - V_\odot \cos l) - (A \cos 2l + B)r \cos b, \quad (17)$$

$$V_b^* = V_b - (U_\odot \cos l \sin b + V_\odot \sin l \sin b - W_\odot \cos b) + Ar \sin 2l \sin b \cos b.$$

После этой процедуры остаточные скорости V_l^* и V_b^* необходимо использовать в левых частях уравнений (7)–(9). С другой стороны, остаточные скорости можно сформировать и с найденными параметрами Ω_0, Ω'_0 и Ω''_0 , последний член, впрочем, можем не учитывать, так как его влияние в рассматриваемой нами области ничтожно.

4.1.1. Влияние эффекта Лутца–Келкера. Использование величины, обратной параллаксу, для оценки расстояния ведет к систематическим искажениям получаемых расстояний [27, 41–43]. Значение таких систематических искажений суще-

ственно зависит от относительной точности параллаксов и увеличивается с расстоянием.

Для двух выборок звезд мы вычислили параметры вращения Галактики и параметры их эллипсоидов остаточных скоростей с учетом эффекта Лутца–Келкера [41]. Для каждой звезды с входным значением σ_π/π вычислялась функции распределения $G(Z)$ по формуле, модифицированной в работе [27] для случая плоского пространственного распределения объектов:

$$G(Z) \sim Z^{-3} \exp \left[-\frac{(Z-1)^2}{2(\sigma_\pi/\pi)^2} \right], \quad (18)$$

где $Z = \pi/\pi_{true}$. На основе функции распределения $G(Z)$ определялось значение множителя Z и новое значение расстояния r_{true} (в итоге исходные расстояния необходимо уменьшать).

Для этого были взяты горячие субкарлики с относительными ошибками параллаксов менее 15% (столбец “Все звезды” в табл. 1) и менее 30%

Таблица 3. Параметры вращения Галактики, найденные с учетом эффекта Лутца–Келкера

Параметры	$\sigma_\pi/\pi < 15\%$	$\sigma_\pi/\pi < 30\%$
N_*	7656	14 415
\bar{r} , кпк	1.29	1.55
U_\odot , км/с	11.56 ± 0.53	10.66 ± 0.40
V_\odot , км/с	34.50 ± 0.80	33.52 ± 0.55
W_\odot , км/с	5.90 ± 0.48	5.36 ± 0.37
Ω_0 , км/с/кпк	-26.82 ± 0.50	-24.87 ± 0.31
Ω'_0 , км/с/кпк ²	2.69 ± 0.12	2.44 ± 0.07
Ω''_0 , км/с/кпк ³	0.38 ± 0.17	0.38 ± 0.07
σ_0 , км/с	37.3	37.7
A , км/с/кпк	10.77 ± 0.48	9.74 ± 0.30
B , км/с/кпк	-16.06 ± 0.68	-15.13 ± 0.43
V_0 , км/с	215 ± 6	199 ± 5
σ_1 , км/с	42.35 ± 0.59	42.52 ± 0.47
σ_2 , км/с	36.15 ± 0.77	40.07 ± 0.76
σ_3 , км/с	26.55 ± 0.48	27.73 ± 0.46
L_1, B_1	$9 \pm 1^\circ, \quad 0 \pm 1^\circ$	$23 \pm 4^\circ, \quad -2 \pm 1^\circ$
L_2, B_2	$99 \pm 4^\circ, \quad -6 \pm 1^\circ$	$114 \pm 12^\circ, \quad -7 \pm 1^\circ$
L_3, B_3	$99 \pm 4^\circ, \quad 84 \pm 2^\circ$	$96 \pm 12^\circ, \quad 83 \pm 2^\circ$

Примечание. Пояснения к таблице те же, что в табл. 1.

(столбец “Все звезды” в табл. 2). Результаты представлены в табл. 3.

Эти вычисления показали следующее. Для звезд с относительными ошибками параллакса менее 15% учет эффекта Лутца–Келкера на определение скоростей движения Солнца и галактического вращения приводит к ничтожно малому изменению определяемых параметров. Чуть более заметно такое влияние на определение значений дисперсий остаточных скоростей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, хотя это влияние также мало. В целом полученные результаты находятся в согласии с выводами Лутца–Келкера [41] о том, что критическое (меньше которого можно не учитывать эффект) значение ошибки параллакса лежит в интервале $\sigma_\pi/\pi \sim 15\text{--}20\%$. Это также согласуется с выводами работы [42], где “хорошей” звездной выборкой с параллаксами из каталога Gaia DR2 предлагается считать выборку с ошибками индивидуальных звезд $\sigma_\pi/\pi < 20\%$. На основании этого эксперимента далее при анализе звезд с ошибками $\sigma_\pi/\pi < 15\%$ мы не используем поправки за эффект Лутца–Келкера.

Из сравнения соответствующих величин, представленных в табл. 2 и 3, можно видеть, что для звезд с ошибками $\sigma_\pi/\pi < 30\%$ учет эффекта Лутца–Келкера приводит к более заметному изменению кинематических параметров. При этом введение поправки благоприятно сказалось на результатах, полученных по этим звездам. Действительно, после учета поправки сблизилась значения дисперсий скоростей и параметры ориентации эллипсоидов скоростей между двумя выборками звезд, представленными в табл. 3.

4.1.2. Оценка градиента $\Delta V_0/\Delta|z|$. На рис. 2 даны три кривых вращения Галактики. Первая построена согласно работе Бобылева, Байковой [15], которая была вычислена по выборке молодых рассеянных звездных скоплений. Вторая построена согласно решению, указанному в предпоследнем столбце табл. 2, и третья согласно решению, указанному в последнем столбце табл. 2. Как видно из рисунка, разница скорости галактического вращения на околосолнечном расстоянии между двумя найденными кривыми составляет $\Delta V_0 = 52$ км/с.

По данным табл. 1 и 2 можно оценить градиент скорости кругового вращения V_0 в зависимости от $|z|$. Оказалось, что $\frac{\Delta V_0}{\Delta|z|} = -67 \pm 10$ км/с/кпк по выборке звезд с относительными ошибками параллакса $< 15\%$, и $\frac{\Delta V_0}{\Delta|z|} = -71 \pm 7$ км/с/кпк по несколько более далеким и более “высоким” звездам с относительными ошибками параллакса $< 30\%$. В работе Чибы, Бирса [44] по выборке малометаллических звезд околосолнечной окрестности были получены следующие оценки подобных градиентов: $\frac{\Delta V_0}{\Delta|z|} = -30 \pm 3$ км/с/кпк для звезд тонкого диска с эллипсоидом скоростей $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (46, 50, 35) \pm (4, 4, 3)$ км/с; $\frac{\Delta V_0}{\Delta|z|} = -52 \pm 6$ км/с/кпк для звезд гало с очень вытянутым эллипсоидом скоростей $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (141, 106, 94) \pm (11, 9, 8)$ км/с.

4.2. Параметры эллипсоидов скоростей

В табл. 4 даны параметры эллипсоидов остаточных скоростей четырех выборок горячих субкарликов, расположенных в четырех зонах z , две из них расположены под галактической плоскостью и две над ней. Граничные условия выбраны таким образом, чтобы в каждой выборке было примерно одинаковое количество звезд. Учет вращения Галактики производился в зависимости от $|z|$, то есть были использованы две кривые вращения, которые отражены на рис. 2. Особое внимание здесь привлекает положение первой оси L_1, B_1 , которое

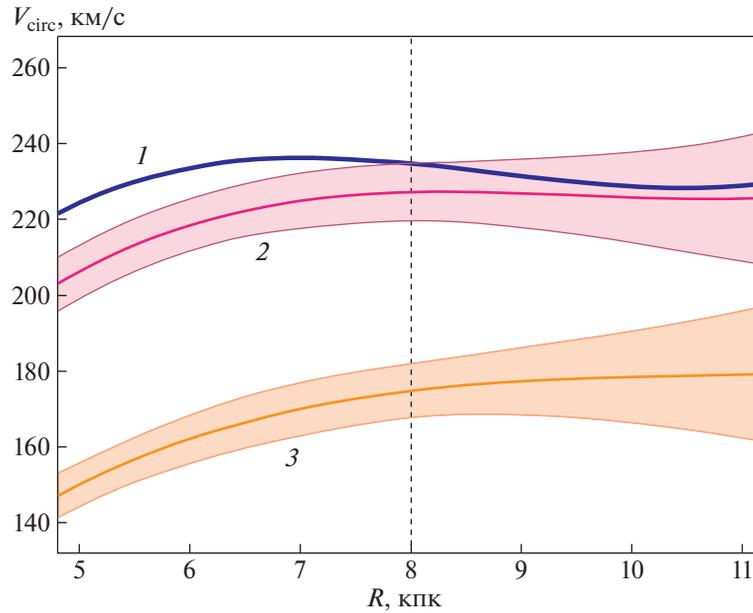


Рис. 2. Кривые вращения Галактики, построенные согласно [15] (кривая 1), согласно решению в предпоследнем столбце табл. 2 (кривая 2), и согласно решению в последнем столбце табл. 2 (кривая 3). Границы доверительных интервалов соответствуют уровню 1σ ; вертикальным пунктиром обозначено положение Солнца.

подтверждается независимо найденным положением третьей оси.

Так, в первом столбце $B_1 = 12 \pm 4^\circ$ при наиболее отрицательных z , и $B_1 = -13 \pm 4^\circ$ в последнем столбце при наиболее положительных z . Близки значения направлений L_1 , хотя они и определены в этих зонах с большими ошибками (поэтому не даны в таблице). Таким образом, имеем два эллипса в плоскости UW , симметрично расположенных относительно плоскости Галактики на высотах $\bar{z} = \pm 0.9$ кпк, первые оси которых направлены на центр Галактики под одинаковыми углами $\mp 12^\circ$. На рис. 3 без соблюдения масштаба даны проекции четырех найденных эллипсов остаточных скоростей UW в проекции на галактическую плоскость xz .

Отметим также, что в двух областях, прилегающих к галактической плоскости ($|z| < 0.5$ кпк), третья ось ближе к направлению на полюс по сравнению с лежащими выше областями. Существуют, по-видимому, и проявления каких-то локальных неоднородностей в других плоскостях, так как некоторые значения B_2 значительно отличаются от нуля.

Из анализа собственных движений и параллаксов звезд из каталога Gaia DR1 [3] Ангиано и др. [45] нашли следующие дисперсии: $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (33, 28, 23) \pm (4, 2, 2)$ км/с для звезд тонкого и $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (57, 38, 37) \pm (6, 5, 4)$ км/с для толстого диска. Они показали, что для различных звездных группировок тонкого диска отклонение вертекса в UV -плоскости меняется в очень широких пределах, от -5° до

$+40^\circ$, а угол наклона в UW -плоскости колеблется от -10° до $+15^\circ$. Как можно видеть из табл. 1 и 2, применяемая нами разбивка по z позволяет выделить звезды со свойствами, близкими к кинематике тонкого и толстого дисков.

В работе Бобылева, Байковой [26] по выборке низкоширотных горячих субкарликов с ошибками параллаксов менее 15% были найдены следующие дисперсии: $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (37.4, 28.1, 22.8) \pm (0.9, 0.7, 0.9)$ км/с, по выборке высокоширотных $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (51.9, 46.6, 34.8) \pm (1.1, 1.8, 0.8)$ км/с. Видим, что имеется согласие с результатами анализа этих же звезд, которые даны в табл. 1, хотя значения σ_1 и σ_2 у высокоширотных горячих субкарликов меньше, чем соответствующее значение, полученное при разбивке по слоям $|z|$ (последний столбец табл. 1). Такое различие, в первую очередь, вызвано граничными условиями, использованными при формировании выборок.

По данным каталога Gaia DR2 Хаген и др. [46] провели масштабное изучение плоскости скоростей (V_R, V_z) в зависимости от положения звезд в пространстве. Была рассмотрена область радиусом около 4 кпк вокруг Солнца с использованием звезд из каталога Gaia DR2. Показаны эволюция размера и ориентации эллипсоида остаточных скоростей в зависимости от R и z . А именно, построены карты с большим количеством эллипсов, первые оси которых почти всегда (далеко за солнечным кругом при $R \sim 12$ кпк наклон становится близким к нулю при любых z) направлены на центр

Таблица 4. Параметры эллипсоидов остаточных скоростей четырех выборок горячих субкарликов, расположенных в четырех зонах z . Используются звезды с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 15%

Параметры	$z < -0.5$ кпк	$-0.5 \leq z < 0$ кпк	$0 \leq z < 0.5$ кпк	$z \geq 0.5$ кпк
N_*	1563	2494	2185	1523
\bar{r} , кпк	1.71	1.07	1.06	1.75
\bar{z} , кпк	-0.91	-0.23	0.22	0.93
σ_1 , км/с	57.1 ± 1.8	36.3 ± 0.9	36.9 ± 0.6	55.9 ± 1.7
σ_2 , км/с	52.0 ± 2.6	28.5 ± 1.1	26.9 ± 1.2	49.1 ± 2.6
σ_3 , км/с	30.7 ± 1.8	22.3 ± 1.3	21.6 ± 0.7	34.3 ± 1.3
L_1, B_1	$1^\circ, 12 \pm 4^\circ$	$7 \pm 4^\circ, 6 \pm 5^\circ$	$11 \pm 2^\circ, 0 \pm 1^\circ$	$10^\circ, -13 \pm 4^\circ$
L_2, B_2	$89^\circ, -10 \pm 4^\circ$	$97 \pm 4^\circ, 0 \pm 4^\circ$	$101 \pm 3^\circ, 10 \pm 2^\circ$	$101^\circ, -5 \pm 3^\circ$
L_3, B_3	$140^\circ, 74 \pm 4^\circ$	$188 \pm 4^\circ, 84 \pm 5^\circ$	$283 \pm 3^\circ, 80 \pm 5^\circ$	$32^\circ, 76 \pm 5^\circ$

Примечание. Пояснения к таблице те же, что в табл. 1.

Галактики. В этом смысле наш рис. 3 находится в согласии с результатами Хагена и др. [46], а конкретные размеры эллипсов у каждой галактической подсистемы, конечно, свои.

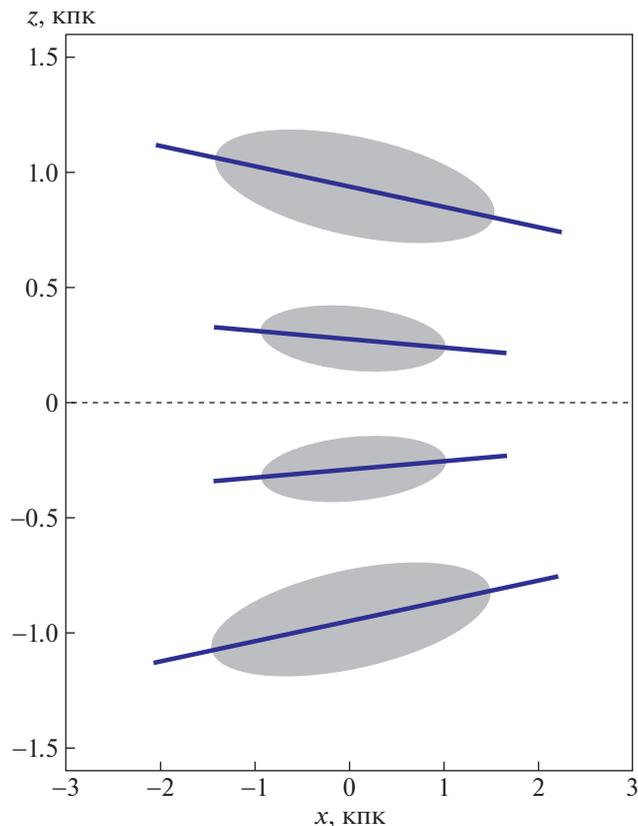


Рис. 3. Схематичное отражение четырех найденных эллипсов остаточных скоростей UW на галактической плоскости xz .

Глядя на рис. 1, складывается ощущение, что в число кандидатов вошло достаточно много звезд из области главной последовательности. Поэтому мы решили проследить, как изменяются кинематические параметры выборок I–IV. В табл. 5 даны кинематические параметры выборок звезд, разбивка которых соответствует четырем отмеченным римскими цифрами на рис. 1 выборкам.

Как можно видеть из рис. 1, в выборках I и III количество примесей мало. Особенно это относится к выборке III, где мы видим хорошо выраженное, практически изолированное, сгущение звезд именно там, где и располагаются горячие субкарлики. Это же относится и к выборке I, однако здесь, наоборот, часть “стопроцентных” горячих субкарликов отрезана и они находятся в выборке II. Это произошло из-за того, что основное сгущение горячих субкарликов на рис. 1а более растянутое по координате G_{BP-RP} по сравнению с рис. 1б. Таким образом, и выборка II содержит большой процент ($\geq 60\%$) горячих субкарликов. Наиболее проблемной в этом отношении выглядит выборка IV, где много звезд в области главной последовательности, они заметно отделены от основного сгущения III. Как следует из работы [25, рис. 2], в областях II и IV доминируют двойные, одним из компаньонов которой является холодная звезда главной последовательности. По-видимому, в области IV их количество достаточно велико.

Как можно видеть из табл. 5, в кинематическом отношении наиболее молодой выглядит выборка II, так как здесь звезды показывают наибольшую скорость вращения V_0 и наименьшие дисперсии остаточных скоростей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Наибольший кинематический возраст демонстрируют звезды выборки IV, так как они имеют наименьшую скорость

Таблица 5. Кинематические параметры выборок звезд с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 15%, расположенных в двух зонах $|z|$

Параметры	I $ z < 0.5$ кпк	II $ z < 0.5$ кпк	III $ z \geq 0.5$ кпк	IV $ z \geq 0.5$ кпк
N_*	2733	1947	2049	1037
\bar{r} , кпк	1.08	1.04	1.55	2.05
\bar{z} , кпк	-0.91	-0.23	0.22	0.93
U_\odot , км/с	10.40 ± 0.76	7.64 ± 0.83	13.7 ± 1.1	11.5 ± 2.5
V_\odot , км/с	28.98 ± 1.25	20.97 ± 1.14	49.2 ± 1.8	72.7 ± 3.8
W_\odot , км/с	8.15 ± 0.64	6.12 ± 0.63	5.1 ± 1.3	4.3 ± 2.7
Ω_0 , км/с/кпк	-28.23 ± 0.78	-29.44 ± 0.85	-24.48 ± 1.05	-21.2 ± 1.7
Ω'_0 , км/с/кпк ²	3.43 ± 0.20	3.18 ± 0.20	2.86 ± 0.26	1.89 ± 0.41
Ω''_0 , км/с/кпк ³	-0.53 ± 0.34	0.37 ± 0.23	-1.17 ± 0.41	-0.23 ± 0.46
σ_0 , км/с	30.8	26.7	43.9	65.1
A , км/с/кпк	13.73 ± 0.80	12.73 ± 0.80	11.4 ± 1.1	7.6 ± 1.6
B , км/с/кпк	-14.50 ± 1.11	-16.71 ± 1.17	-13.1 ± 1.5	-13.7 ± 2.3
V_0 , км/с	226 ± 8	236 ± 8	196 ± 9	170 ± 14
σ_1 , км/с	35.84 ± 0.45	31.02 ± 0.72	46.5 ± 1.2	67.5 ± 1.9
σ_2 , км/с	26.96 ± 0.55	25.08 ± 0.84	39.6 ± 1.3	61.3 ± 2.1
σ_3 , км/с	22.29 ± 0.41	19.21 ± 0.56	32.1 ± 0.8	41.8 ± 1.5
L_1, B_1	$6 \pm 8^\circ, 2 \pm 4^\circ$	$15 \pm 9^\circ, 3 \pm 3^\circ$	$7 \pm 1^\circ, 0 \pm 1^\circ$	$-13 \pm 7^\circ, 2 \pm 1^\circ$
L_2, B_2	$96 \pm 2^\circ, -1 \pm 4^\circ$	$106 \pm 5^\circ, 5 \pm 2^\circ$	$98 \pm 7^\circ, -7 \pm 3^\circ$	$77 \pm 14^\circ, -8 \pm 3^\circ$
L_3, B_3	$156 \pm 2^\circ, 87 \pm 4^\circ$	$252 \pm 5^\circ, 84 \pm 4^\circ$	$95 \pm 7^\circ, 83 \pm 6^\circ$	$90 \pm 14^\circ, 82 \pm 4^\circ$

Примечание. Пояснения к таблице те же, что в табл. 1.

вращения V_0 и наибольшие дисперсии остаточных скоростей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Отметим, что по выборке I в хорошем согласии с известными (и обсужденными нами выше) результатами определяются параметры кривой вращения Галактики, вплоть до второй производной угловой скорости вращения Ω''_0 .

Найденное по выборке II значение скорости $V_\odot \sim 21$ км/с показывает, что они всего на $V_{lag} = \Delta V_\odot \sim 8$ км/с отстают от МСП из-за так называемого асимметричного дрейфа. Здесь мы используем одно из надежных современных определений параметров пекулярного движения Солнца относительно МСП, найденное Шонрихом и др. [47] $(U_\odot, V_\odot, W_\odot) = (11.1, 12.2, 7.3) \pm \pm (0.7, 0.5, 0.4)$ км/с. Из-за эффекта асимметричного дрейфа у всех более старых галактических объектов увеличивается скорость V_{lag} . Как видно из последнего столбца табл. 5, отставание звезд выборки IV от МСП значительное и составляет

$V_{lag} \sim 60$ км/с. С другой стороны, как можем видеть из табл. 1, 2 и 5, нет существенных отличий от стандартного значения в скоростях U_\odot , и небольшое отличие в скорости W_\odot имеют звезды на больших z .

По “стопроцентным” горячим субкарликам, то есть по выборкам II и III можно оценить градиент скорости кругового вращения V_0 в зависимости от $|z|$. Он составляет $\frac{\Delta V_0}{\Delta |z|} = -52 \pm 11$ км/с/кпк. Здесь мы получили умеренное значение этого градиента, которое находится уже ближе к более надежным результатам Чибы, Бирса [44], полученным по большому количеству точек. По выборкам же I и IV получаем оценку $\frac{\Delta V_0}{\Delta |z|} = -74 \pm \pm 16$ км/с/кпк.

Параметры эллипсоидов остаточных скоростей звезд, приведенные в табл. 5, находятся в согласии с аналогичными параметрами из табл. 1. Так

как при рассмотрении слоев по $|z|$ происходит усреднение знаков скоростей, то здесь нет особых отклонений в ориентации эллипсоида относительно координатных осей x, y, z . Несмотря на то что главные полуоси эллипсоида скоростей, найденные по выборке IV, оказались наибольшими из найденных в настоящей работе, они все же не “дотягивают” до характеристик гало.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена кинематика горячих субкарликов из каталога Гейера и др. [25], отобранных ими из каталога Gaia DR2 в сочетании с данными из нескольких многополосных фотометрических обзоров неба. В настоящей работе использовано более 13000 собственных движений звезд с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 30%. Причем ко всем параллаксам из каталога Gaia DR2 была добавлена поправка нуль-пункта $\Delta\pi = 0.050$ мсд.

По двум выборкам звезд с относительными ошибками тригонометрических параллаксов менее 15% и 30% изучено влияние эффекта Лутца–Келкера [41]. Показано, что при ошибках менее 15% влияние этого эффекта на определение параметров пекулярной скорости Солнца, вращения Галактики и эллипсоида остаточных скоростей пренебрежимо мало.

Определены параметры галактического вращения в двух зонах $|z|$. Линейная скорость вращения, найденная по горячим субкарликам в зоне $|z| < 0.5$ кпк, составляет $V_0 = 227 \pm 5$ км/с. Это говорит об их принадлежности к тонкому диску Галактики, что подтверждается также размерами главных полуосей их эллипсоида остаточных скоростей: $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (36.1, 27.6, 22.8) \pm (0.4, 0.8, 0.6)$ км/с.

Горячие субкарлики из зоны $|z| \geq 0.5$ кпк вращаются со значительно меньшей скоростью, $V_0 = 175 \pm 5$ км/с, характерной для объектов толстого диска. Размеры главных полуосей их эллипсоида остаточных скоростей также говорят об их принадлежности к толстому диску: $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (56.9, 55.8, 39.7) \pm (0.9, 1.1, 0.8)$ км/с. По этим данным получена оценка градиента скорости кругового вращения V_0 в зависимости от $|z|$, составившая $\Delta V_0 / \Delta |z| = -71 \pm 7$ км/с/кпк.

Были также рассмотрены выборки с наиболее вероятными кандидатами в горячие субкарлики. По ним получена оценка $\Delta V_0 / \Delta |z| = -52 \pm 11$ км/с/кпк. По таким звездам (выборка III) из зоны $|z| \geq 0.5$ кпк найдены более умеренные

размеры главных полуосей их эллипсоида остаточных скоростей: $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (46.5, 39.6, 32.1) \pm (1.2, 1.3, 0.8)$ км/с.

При формировании остаточных скоростей звезд учет вращения Галактики был произведен на основе индивидуального подхода для каждой зоны z . Получены параметры эллипсоидов остаточных скоростей горячих субкарликов, расположенных в четырех плоскопараллельных слоях. Показано, что с ростом z увеличивается размер эллипсоида, а также возрастает угол наклона первой оси к галактической плоскости.

Показано, что в области $|z| < 0.5$ кпк возможные загрязнения выборки кандидатов в горячие субкарлики составляют небольшой процент, они вызваны в кинематическом отношении более холодными, более молодыми звездами главной последовательности, которые мало влияют на значения определяемых кинематических параметров. А в области $|z| \geq 0.5$ кпк такие загрязнения могут быть более существенными, их могут оказывать звезды с большей дисперсией скоростей, то есть в кинематическом отношении более горячие.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания, которые способствовали улучшению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. L. Humason and F. Zwicky, *Astrophys. J.* **105**, 85 (1947).
2. J. L. Greenstein and A. I. Sargent, *Astrophys. J. Suppl.* **28**, 157 (1974).
3. A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J. de Bruijne, et al., *Astron. and Astrophys.* **595**, id. A2 (2016).
4. A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, de Bruijne, et al., *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A1 (2018).
5. L. Lindgren, J. Hernandez, A. Bombrun, S. Klioner, et al., *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A2 (2018).
6. G. Iorio and V. Belokurov, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **482**, 3868 (2019).
7. N. Rowell and M. Kilic, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **484**, 3544 (2019).
8. T. Antoja, A. Helmi, M. Romero-Gómez, D. Katz, et al., *Nature* **561**, 360 (2018).
9. M. Bennett and J. Bovy, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **482**, 1417 (2019).
10. E. Vasiliev, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **484**, 2832 (2019).
11. H. Baumgardt, M. Hilker, A. Sollima, and A. Bellini, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **482**, 5138 (2019).
12. G. Eadie and M. Juric, *Astrophys. J.* **875**, id. 159 (2019).
13. D. Kawata, J. Bovy, N. Matsunaga, and J. Baba, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **482**, 40 (2019).

14. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astron. Letters* **44**, 675 (2018).
15. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astron. Letters* **45**, 109 (2019).
16. J. A. S. Hunt, J. Hong, J. Bovy, D. Kawata, and R. J. J. Grand, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 3794 (2018).
17. J. A. Sellwood, W. H. Trick, R. G. Carlberg, J. Coronado, and H.-W. Rix, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **484**, 3154 (2019).
18. W. S. Dias, H. Monteiro, J. R. D. Lépine, R. Prates, C. D. Gneiding, and M. Sacchi, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 3887 (2018).
19. C. Soubiran, T. Cantat-Gaudin, M. Romero-Gomez, L. Casamiquela, et al., *Astron. and Astrophys.* **619**, id. A155 (2018).
20. M. Altmann, H. Edelmann, and K. S. de Boer, *Astron. and Astrophys.* **414**, 181 (2004).
21. S. K. Randall, S. Bagnulo, E. Ziegerer, S. Geier, and G. Fontaine, *Astron. and Astrophys.* **576**, id. A65 (2015).
22. P. Martin, C. S. Jeffery, N. Naslim, and V. M. Woolf, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **467**, 68 (2017).
23. E.-M. Pauli, R. Napiwotzki, U. Heber, M. Altmann, and M. Odenkirchen, *Astron. and Astrophys.* **447**, 173 (2006).
24. Y. Bu, Z. Lei, G. Zhao, J. Bu, and J. Pan, *Astrophys. J. Suppl.* **233**, id. 2 (2017).
25. S. Geier, R. Raddi, N. P. Gentile Fusillo, and T. R. Marsh, *Astron. and Astrophys.* **621**, id. 38 (2019).
26. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astron. Letters* **45**, in press (2019).
27. A. S. Rastorguev, N. D. Utkin, M. V. Zabolotskikh, A. K. Dambis, A. T. Bajkova, and V. V. Bobylev, *Astrophys. Bull.* **72**, 122 (2017).
28. V. V. Vityazev, A. S. Tsvetkov, V. V. Bobylev, and A. T. Bajkova, *Astrophysics* **60**, 462 (2017).
29. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astron. Letters* **43**, 452 (2017).
30. J. P. Vallée, *Astrophys. Space Sci.* **362**, 79 (2017).
31. R. de Grijs and G. Bono, *Astrophys. J. Suppl.* **232**, 22 (2017).
32. T. Camarillo, M. Varun, M. Tyler, and R. Bharat, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **130**, 4101 (2018).
33. K. F. Ogorodnikov, *Dynamics of stellar systems* (Oxford: Pergamon, 1965).
34. F. Arenou, X. Luri, C. Babusiaux, C. Fabricius, et al., *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A17 (2018).
35. K. G. Stassun and G. Torres, *Astrophys. J.* **862**, id. 61 (2018).
36. A. G. Riess, S. Casertano, W. Yuan, L. Macri, et al., *Astrophys. J.* **861**, id. 126 (2018).
37. J. C. Zinn, M. H. Pinsonneault, D. Huber, and D. Stello, arXiv:1805.02650 [astro-ph.SR] (2018).
38. L. N. Yalyalieva, A. A. Chemel, E. V. Glushkova, A. K. Dambis, and A. D. Klinichev, *Astrophys. Bull.* **73**, 335 (2018).
39. H. W. Leung and J. Bovy, arXiv:1902.08634 [astro-ph.GA] (2019).
40. D. Graczyk, G. Pietrzynski, W. Gieren, J. Storm, et al., *Astrophys. J.* **872**, id. 85 (2019).
41. T. E. Lutz and D. H. Kelker, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **85**, 573 (1973).
42. C. A. L. Bailer-Jones, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **127**, 994 (2015).
43. X. Luri, A. G. A. Brown, L. M. Sarro, F. Arenou, et al., *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A9 (2018).
44. M. Chiba and T. C. Beers, *Astron. J.* **119**, 2843 (2000).
45. B. Anguiano, S. R. Majewski, K. C. Freeman, A. W. Mutschang, and M. C. Smith, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **474**, 854 (2018).
46. J. H. J. Hagen, A. Helmi, P. T. de Zeeuw, and L. Posti, arXiv:1902.05268 [astro-ph.GA] (2019).
47. R. Schönrich, J. Binney, and W. Dehnen, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **403**, 1829 (2010).