

УДК 524.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ. ПРОВЕРКА ЭНТРОПИЙНОГО ПОДХОДА К ПРОБЛЕМЕ КАСПОВ

© 2019 г. М. В. Ткачев^{1*}, С. В. Пилипенко^{1**}, Э. Карлеси^{2***}

¹Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Астрокосмический центр, Москва, Россия

²Институт астрофизики имени Лейбница (AIP), Потсдам, Германия

Поступила в редакцию 14.08.2018 г.; после доработки 14.12.2018 г.; принята к публикации 17.12.2018 г.

В данной работе мы исследуем и проверяем энтропийный подход к проблеме образования гало темной материи. Модель, описанная в данной статье, предсказывает, что профиль плотности гало определяется суммой начальной энтропии, связанной с флуктуациями плотности материи в ранней Вселенной, и энтропией, сгенерированной в ходе образования гало. Модель также предсказывает образование гало без каспа в большинстве галактик за счет высокой начальной энтропии. С помощью специальных численных моделей мы измеряем начальную энтропию гало. Наши исследования показывают, что начальная энтропия для гало оказывается на порядок меньше, чем рассчитанная по линейной теории, а следовательно, большинство гало галактических масс должны обладать каспами.

DOI: 10.1134/S0004629919050062

1. ВВЕДЕНИЕ

Гало темной материи — компонент галактик, окружающий галактический диск и простирающийся далеко за пределы их видимой части. Темная материя (ТМ) составляет около 25% от полной плотности Вселенной, и в несколько раз превосходит по массе обычную (барионную) материю, поэтому наблюдаемые свойства крупномасштабной структуры Вселенной, в основном, определяются распределением темной материи. Параметры этого распределения в масштабах более мегапарсека достаточно хорошо определяются наблюдениями, а также хорошо поддаются теоретическому описанию [1]. На меньших масштабах рядом авторов отмечаются проблемы при сравнении предсказаний теории и результатов наблюдений: проблемы спутников, карликовых галактик [2–5], и каспов (об этой проблеме речь пойдет ниже).

Аналитической теории, количественно описывающей зависимость параметров гало от начальных условий, не существует. Поэтому основным инструментом исследования гало являются численные модели. Для описания распределения массы внутри гало Наварро, Френком и Уайтом

(NFW) [6] в численных моделях эмпирически найдена следующая формула:

$$\rho = \frac{\rho_0}{x(1+x)^2}, \quad x = \frac{r}{r_0}, \quad (1)$$

где ρ — плотность, r — расстояние от центра, r_0 , ρ_0 — параметры. При оценке профиля плотности гало из наблюдений, формула NFW (1) хорошо описывает данные для гало скоплений галактик (с массой более $10^{13} M_{\odot}$) [6]. Однако для некоторых галактик эта формула не подходит, вместо нее Бюркертом [7] предложена формула:

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+x)(1+x^2)}. \quad (2)$$

Как видно, разница заключается в том, что в наблюдаемых галактиках имеется “ядро” — область с постоянной в пространстве плотностью. Тогда как результаты численного моделирования, выполненного различными группами исследователей [8, 9], показывают, что в численных моделях не наблюдается гало с профилем Бюркерта. Налицо несоответствие между результатами моделирования и наблюдениями. Это так называемая “проблема сингулярного гало” или “проблема каспов”.

Существуют ли каспы темной материи в природе? Как устроены каспы и каковы должны быть условия для их формирования? Ответы на эти вопросы важны не только для понимания процессов образования галактик, но и для физики частиц

*E-mail: mtkachev@asc.rssi.ru

**E-mail: spilipenko@asc.rssi.ru

***E-mail: ecarlesi@aip.de

темной материи. Например, один из методов поиска продуктов возможной аннигиляции частиц темной материи [10, 11] опирается на гипотезу о существовании центральных каспов в галактиках.

В данной работе мы пытаемся развить идею “энтропийной модели”, предложенной А.Г. Дорошкевичем, В.Н. Лукашом и Е.В. Михеевой в статьях [12, 13]. Для этого мы разработали метод, позволяющий измерить энтропию темного гало в численных моделях и сравнить ее с предсказаниями теории.

В разделе 2 изложены основные положения и выводы энтропийной модели. В разделе 3 описана методика измерения энтропии в численных моделях. В разделе 4 даны параметры наших численных экспериментов. В разделе 5 выполнено сравнение измерений энтропии с теоретическими предсказаниями и уточнен критерий формирования сингулярного гало темной материи. В последнем разделе сформулированы краткие выводы работы.

2. ЭНТРОПИЙНЫЙ ПОДХОД

В нашей работе мы предполагаем, что распределение скоростей частиц — изотропное. В этом случае равновесие гало определяется балансом градиента эффективного давления нерелятивистской материи,

$$p = nT = \rho\sigma^2, \quad (3)$$

и силы гравитации полной массы $M = M(r)$, где $M(r)$ — это масса внутри сферы радиусом r ,

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}. \quad (4)$$

Функции от радиуса $n = \rho/m$ и T соответствуют плотности и эффективной температуре частиц с массой $m = \text{const}$, соответственно. Измеряемыми переменными являются плотность ρ и дисперсия скорости частиц σ .

Уравнение гидростатического равновесия в предположении изотропности функции распределения скоростей позволяет найти профиль плотности вещества в гало по известному распределению дисперсии скорости $\sigma(r)$ и, наоборот, по заданному распределению плотности реконструировать дисперсию скорости. При адиабатическом изменении плотности $\sigma \propto n^{1/3}$, а коэффициент пропорциональности зависит от распределения энтропии. По аналогии со случаем идеального газа “функция энтропии” гало вводится следующим образом:

$$E = \sigma^2 \left(\frac{m_p}{\rho} \right)^{2/3} \propto \frac{T}{n^{2/3}} = \frac{p}{n^{5/3}}, \quad (5)$$

где m_p — масса протона, на которую нормирована масса частиц гало m .

Функция $E(r)$ является мерой совокупной энтропии частиц гало, накопленной за всю историю его образования. Главное предположение, сделанное в работе [13], состоит в том, что функцию энтропии гало можно представить в виде суммы вкладов фоновой энтропии E_b , заданной начальными мелкомасштабными течениями и неоднородностями “материи” в протогало, и приобретенной энтропии E_g , генерируемой в ходе бесстолкновительной и иерархической релаксации “материи” на нелинейной стадии формирования гало.

Таким образом, в процессе образования гало темной материи можно выделить несколько этапов:

1. Начальные движения ТМ потенциальны и сфазированы (см. приближение Зельдовича [14]), относительные скорости близких частиц малы, имеется гладкое поле скоростей ТМ. Случайные отклонения от средней скорости, задаваемые спектром начальных возмущений, увеличиваются с нарастанием масштаба, достигая насыщения на относительно больших масштабах (~ 40 МПк).

2. При сжатии протогало происходит сближение и перемешивание частиц в малых масштабах, теряется начальная фаза мелкомасштабной части случайной скорости: частицы ТМ “подогреваются” (возникает фоновая энтропийная функция E_b).

3. Хаотизация скорости регулярного сжатия и превращение кинетической энергии сжатия в тепловую энергию происходят несколько позднее в ходе бурной релаксации и слияния сгустков (генерируется энтропия E_g).

4. Результирующий профиль равновесных гало получается объединением фоновой (или начальной) энтропии E_b и приобретенной энтропии E_g .

Вопрос о формировании центрального каспа или ядра зависит от полной энтропии материи, приобретенной до образования гало, а также в процессе его образования — ее высокий уровень будет соответствовать гало с ядром, а низкий — с каспом. Как показано в [13], касп — это область с низкой энтропией, которая стремится к нулю в центре гало.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ФОНОВОЙ ЭНТРОПИИ

Для проверки энтропийного подхода с помощью численных расчетов было бы достаточно измерить по отдельности фоновую, сгенерированную и суммарную функции энтропии для гало, получаемых в численных моделях. Функцию энтропии стабильного гало легко измерить, пользуясь определением (5). Несмотря на то что для частиц, из которых состоит гало, имеется полная информация об их движениях, начиная от самых ранних моментов,

когда вещество распределено почти однородно, измерить фоновую энтропию не так просто. Применяя определение (5) к начальному распределению частиц, мы можем измерить функцию энтропии для некоторых групп соседних частиц, но после образования гало эти частицы, вообще говоря, не останутся соседями. Иными словами, чтобы получить дисперсию скорости, входящую в (5), необходимо усреднить квадраты скоростей частиц по некоторому объему, который нельзя строго определить, и ответ очень сильно зависит от формы и размера этого объема¹.

Чтобы преодолеть эту трудность, мы разработали совершенно иной оригинальный способ измерения фоновой энтропии. Выполняется два численных расчета образования гало при схожих начальных условиях. Последние задаются как реализации случайного гауссового процесса с заданным спектром мощности возмущений плотности, известным исходя из космологической модели. Обычно численно генерируется набор пространственных Фурье-гармоник с амплитудами, соответствующими заданному спектру, и случайными фазами. В нашем же случае пара начальных условий имеет одинаковые фазы возмущений плотности и скорости на масштабе порядка размера гало, а на меньших масштабах эти фазы разные. Одинаковость фаз на больших масштабах обеспечивает одинаковую историю образования гало в двух моделях, а следовательно, и одинаковую приобретенную (сгенерированную) энтропию. Поэтому разница между функциями энтропии гало, полученных из двух этих моделей, целиком определяется фоновой энтропией, которую можно измерить путем вычитания функций энтропий этих двух гало.

Предполагая, что фоновая энтропия распределена в соответствии с законом Гаусса около некоторой средней величины, нетрудно получить следующее соотношение:

$$\sigma(E_{sim_1} - E_{sim_2}) = \sqrt{2}\sigma(E_b), \quad (6)$$

где $\sigma(E_{sim_1} - E_{sim_2})$ — дисперсия разности значений полной энтропии E_{sim_1} и E_{sim_2} пар гало из двух расчетов (усреднение будем выполнять по разным реализациям гало), а $\sigma(E_b)$ — дисперсия фоновой энтропии. Но с другой стороны, известно, что дисперсия фоновой энтропии связана с самой величиной как $\sigma_{E_b} = \sqrt{3}E_b$ [13].

¹Мы иллюстрируем эту трудность путем измерения энтропии в табл. 1. Там приведены значения полной энтропии в центральной части гало $r < r_s$, а также энтропия частиц, из которых образовалось ядро, на начальный момент времени. Из сравнения значения энтропии, полученной таким образом, и энтропии, вычисленной в линейной теории, видно, что наблюдается большое расхождение между ними. А значит, как минимум одна из этих оценок неверна.

4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для проверки работоспособности и выяснения точности “энтропийного метода” на суперкомпьютере Ломоносов-2 был построен ряд численных моделей образования гало темной материи с переменным в пространстве разрешением. Размер куба в каждой численной модели составляет $64 h^{-1}$ Мпк. Решение получено в рамках космологической стандартной модели Λ CDM с параметрами $\Omega_\Lambda = 0.693$, $\Omega_m = 0.307$, $h = 0.677$, $\sigma_s = 0.829$, $n_s = 0.961$ [15].

Начальные условия были подготовлены с использованием массивно-параллельного публичного кода для расчетов с переменным разрешением “ginnungagap”² при начальном красном смещении $z_{init} = 49$. Сами расчеты были выполнены при помощи публичной версии кода GADGET2³ [16]. Для построения спектра мощности начальных возмущений использована переходная функция Эзенштейна-Ху [17].

Начальные условия для каждого расчета были заданы таким образом, что при одном и том же спектре мощности в разных расчетах крупномасштабная часть реализации начальных условий (масса соответствует $m \geq 10^{12} h^{-1} M_\odot$) остается неизменной, а мелкомасштабная часть ($m < 10^{12} h^{-1} M_\odot$) варьируется⁴. Максимальное разрешение расчетов соответствует 1024^3 частиц, при массе пробной частицы $m \approx 2.08 \times 10^7 h^{-1} M_\odot$. Выделенная область высокого разрешения задается сферой радиуса $8 h^{-1}$ Мпк с центром в самом массивном гало моделируемого куба (см. рис. 1).

Также было использовано два других расчета, полученных в рамках проекта по воспроизведению Местной Вселенной в численных расчетах CLUES [18] на суперкомпьютере MareNostrum в Вычислительном центре г. Барселоны (Barcelona Supercomputing Center). Эти расчеты выполнялись для других целей, однако они также содержат две реализации, отличающиеся фазами мелкомасштабных возмущений. Размер модельного куба составил $100 h^{-1}$ Мпк, эффективное разрешение — 4096^3 частиц. Область высокого разрешения радиусом $4 h^{-1}$ Мпк была центрирована на двух гало, напоминающих по своим параметрам Местную группу галактик. При каждом моделировании

²<https://github.com/ginnungagapgroup/ginnungagap>

³<https://www.mpa.mpa-garching.mpg.de/~volker/gadget/>

⁴Большие масштабы соответствуют области с разрешением от 128^3 до 256^3 частиц. Маленькие масштабы — от 512^3 до 1024^3 соответственно.

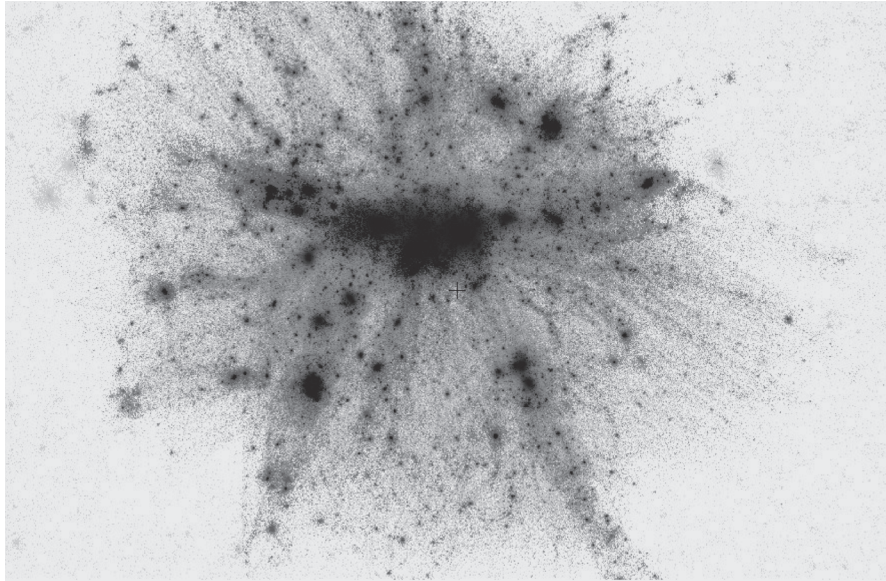


Рис. 1. Гало темной материи в момент $z = 0$ (область высокого разрешения). Более темный цвет означает более высокую плотность.

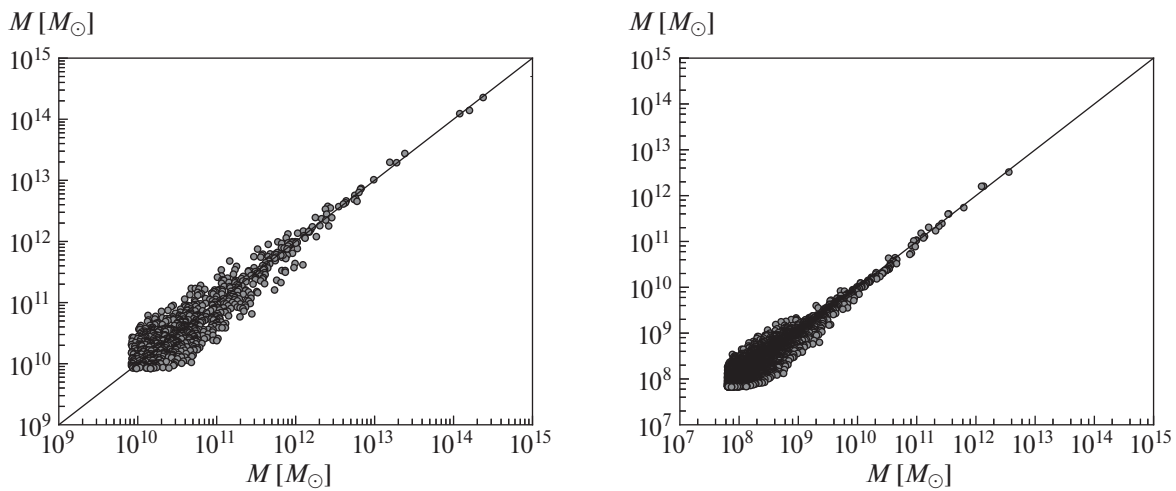


Рис. 2. Соответствие масс гало-двойников из парных расчетов. В случае, когда массы гало-двойников совпадают, точка лежит на прямой $M_1 = M_2$. Приведены наша численная модель (слева) и модель Местной группы (справа).

использовались следующие космологические параметры: $\Omega_\Lambda = 0.688$, $\Omega_m = 0.312$, $h = 0.677$, $\sigma_8 = 0.833$. Масштаб, на котором появляются различия в фазах, соответствует массе $6.5 \times 10^8 h^{-1} M_\odot$.

Для того, чтобы правильно вычислить разницу $\sigma(E_{sim_1} - E_{sim_2})$, для начала требуется кросс-идентифицировать гало из двух расчетов. Иначе говоря, i -е гало из расчета 1 (sim_1) должно соответствовать i -му гало из расчета 2 (sim_2). Для поиска гало использовался открытый код AMIGA Halo Finder⁵ [19], однако, как видно на рис. 2, только относительно массивные гало (от $M > 10^{12} M_\odot$ для наших численных моделей и

$M > 10^{10} h^{-1} M_\odot$ для моделей Местной группы) кросс-идентифицируются с высокой степенью точности⁶. Гало меньших масс имеют уже слишком разную историю образования, и соответственно сгенерированную энтропию, поэтому их использовать для нашей задачи нецелесообразно.

Для каждого гало был построен профиль функции энтропии $E(<M)$ для сфер, ограниченных полной массой M . Для пар гало из разных расчетов профили вычитались друг из друга, затем для каждого значения M была вычислена дисперсия разности функции энтропии по ансамблю всех используемых гало.

⁵popia.ft.uam.es/ANF/

⁶Различия масс кросс-идентифицированных гало из двух симуляций не превышают 0.10–0.15.

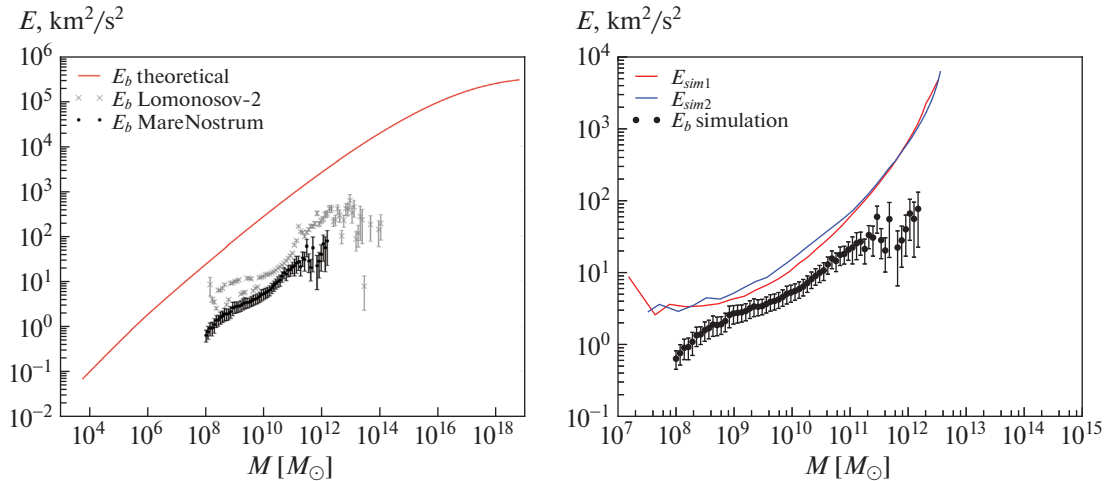


Рис. 3. Слева — фоновая энтропия E_b (точки), оцененная нашим методом, в зависимости от массы M_r , сосредоточенной внутри радиуса r , для численного расчета из данной работы и для модели Местной группы. Линией изображена теоретическая оценка фонового значения энтропии. О разнице между полученными значениями см. текст. Справа — полная энтропия E гало наподобие нашей Галактики в зависимости от массы M_r , сосредоточенной внутри радиуса r . Кривые синего и красного цвета соответствуют одному из двух расчетов, различающихся мелкомасштабными фазами. Точками с соответствующими погрешностями показана фоновая энтропия E_b , полученная после обработки модели Местной группы.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 3 слева показана оцененная нашим методом фоновая энтропия гало, а также ее теоретическая оценка, полученная путем вычисления дисперсии скорости частиц темной материи в сфере массой M по линейной теории и применения формулы (5). Видно, что результаты измерения показали существенно (на порядок) более низкую энтропию. Видимо, это связано с тем, что при теоретической оценке энтропии усреднение ведется по сферическому объему. Как обсуждалось нами в разделе 3, это может приводить к искаженной оценке энтропии.

В табл. 1 приведены значения:

1. фоновой энтропии массы $M = 4.83 \times 10^{13} M_\odot$ (симуляция Lomonosov-2), полученной при помощи нашего метода;
 2. фоновой энтропии массы $M = 4.83 \times 10^{13} M_\odot$, полученной теоретически (см. [13]);
 3. энтропия ядра самого массивного гало ($M = 4.83 \times 10^{13} M_\odot$) симуляции Lomonosov-2 на момент $z = 0$;
 4. начальная энтропия группы частиц, из которых на момент $z = 0$ образуется данное гало;
 5. начальная энтропия сферической области с центром, совпадающим с центром масс группы частиц из п. 4. Радиус области выбран таким образом, чтобы масса частиц, попадающих в нее, в точности соответствовала массе группы частиц из п. 2.
- Как видно из таблицы, начальная энтропия, вычисленная таким образом, на несколько порядков

отличается от фоновой энтропии, полученной при помощи нашего метода, а также и от теоретического значения фоновой энтропии.

Поскольку фоновая энтропия оказалась существенно меньше, чем следует из линейной теории, это существенно влияет на предсказание о распространенности каспов среди темных гало. Так, если мы сравним полную энтропию гало массой, как у нашей Галактики, т.е. $10^{12} M_\odot$, с фоновой энтропией, вычисленной по линейной теории, последняя оказывается выше первой уже для масс около $10^{11} M_\odot$, а это означает, что вся центральная часть галактики с такой массой должна иметь более пологий профиль плотности, чем NFW, в соответствии с предсказанием [13]. Из правой части рис. 3 видно, что оцененная нашим методом фоновая энтропия оказывается всюду ниже, чем полная энтропия гало, а значит, для гало таких масс должен наблюдаться касп.

Таблица 1. Результаты измерения энтропии ядра гало

Вид энтропии	Значение, $\text{км}^2/\text{с}^2$
Энтропия ядра на $z = 0$ (Lomonosov-2)	1005.29
Энтропия группы частиц на момент $z = 40$	4.27
Энтропия сферической группы на момент $z = 40$	3.29
Фоновая энтропия (рис. 3) (Lomonosov-2)	113.02
Фоновая энтропия (рис. 3) (теория)	14 632.61

Было бы интересно сравнить фоновую энтропию с полной для гало меньших масс, соответствующих карликовым галактикам с массой около $10^9 h^{-1} M_{\odot}$, однако такой диапазон масс слишком низкий для используемых нами численных расчетов.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен оригинальный способ проверки так называемого “энтропийного подхода” к проблеме образования гало темной материи, предложенного А.Г. Дорошкевичем, В.Н. Лукашем и Е.В. Михеевой [12, 13] и предназначенного для исследования структуры гало.

В этом подходе используется понятие функции энтропии, являющейся, фактически, мерой дисперсии скорости частиц, входящих в гало. Полная энтропия гало, определенная в соответствии с уравнением (5), условно разделена на две составляющие:

1. “фоновая” энтропия, характеризующая мелкомасштабные начальные неоднородности в распределении материи, и

2. “приобретенная” энтропия, характеризующая бесстолкновительную иерархическую релаксацию материи на нелинейной стадии формирования гало.

Чтобы измерить фоновую часть энтропии, мы выполнили два численных расчета образования гало, в которых мелкомасштабные фазы возмущений различаются. Это приводит к различиям в фоновой энтропии для каждого гало, при этом крупномасштабные фазы возмущений одинаковы, благодаря чему история образования гало одинакова, а значит, и приобретенная часть энтропии не должна значительно отличаться. Парное сравнение “гало-двойников” из двух расчетов и усреднение по ансамблю гало позволили нам извлечь величину фоновой энтропии.

В соответствии с выкладками, приведенными в статье [13], получена теоретическая оценка фоновой энтропии. Значение фоновой энтропии, полученное из численного расчета на основе описанной модели, отличается от него почти на порядок как для симуляции на Lomonosov-2, так и для симуляции CLUES. Причем в обоих случаях расхождения примерно соответствуют друг другу, несмотря на значительно более высокое разрешение симуляции CLUES.

Поэтому предположение о том, что симуляции высокого разрешения способны вносить добавочную фоновую энтропию и таким образом решить проблему каспов, скорее всего не соответствует действительности. Мы предполагаем, что такое расхождение связано, в первую очередь, с предположением о сферичности гало в теоретической модели [13].

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают глубокую благодарность Г. Йепесу за комментарии и консультации. Авторы благодарят Суперкомпьютерный комплекс МГУ им. М.В. Ломоносова за предоставление доступа к вычислительным ресурсам. Авторы также благодарят Red Española de Supercomputación за предоставление вычислительного времени на компьютере MareNostrum Supercomputer at the BSC-CNS, на котором была получена часть используемых данных. Работа подготовлена при поддержке Программы фундаментальных исследований 12 “Проблемы происхождения и эволюции Вселенной”. Работа М.В. Ткачева поддержана проектом № 01-2018 “Новые научные группы ФИАН”. Работа С.В. Пилипенко поддержана проектом РФФИ № 16-02-01043.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. Springel, C. S. Frenk, and S. D. M. White, *Nature*, **440**, 1137 (2006).
2. A. Klypin, A. V. Kravtsov, and O. Valenzuela, *Astrophys. J.* **522**, 82 (1999).
3. A. V. Tikhonov and A. Klypin, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **395** (4), 1915 (2009).
4. M. Boylan-Kolchin, J. S. Bullock, and M. Kaplinghat, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **422**, 1203 (2012).
5. A. Klypin, I. Karachentsev, D. Makarov, and O. Nasonova, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **454**, 1798 (2015).
6. J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, *Astrophys. J.* **462**, 563 (1996).
7. A. Burkert, *Astrophys. J.* **447**, L25 (1995).
8. J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, *Astrophys. J.* **490**, 493 (1997).
9. Y. P. Jing, *Astrophys. J.* **535**, 30 (2000).
10. E. Vasiliev, *Phys. Rev. D* **76**, id. 103532 (2007).
11. P. Gondolo and J. Silk, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1719 (1999).
12. E. V. Mikheeva, A. G. Doroshkevich, and V. N. Lukash, *Nuovo Cimento B* **122** (12), 1393 (2007).
13. А. Г. Дорошкевич, В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева, *Успехи физ. наук* **182**, 3 (2012).
14. Я. Б. Зельдович, *Астрофизика* **6**, 319 (1970).
15. P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, et al., *Astron. and Astrophys.* **571**, id. A16 (2014).
16. V. Springel, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **364**, 1105 (2005).
17. D. J. Eisenstein and W. Hu, arXiv:astro-ph/9710252 (1997).
18. E. Carlesi, J. G. Sorce, Y. Hoffman, S. Gottlöber, et al., *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **458**, 900 (2016).
19. S. R. Knollmann and A. Knebe, *Astrophys. J. Suppl.* **182**(2), 608 (2009).