

УДК 524.33

ЗАТМЕННАЯ СИСТЕМА PS UMa: ЭВОЛЮЦИОННЫЙ СТАТУС И ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМПОНЕНТОВ

© 2020 г. И. М. Волков^{1, 2, *}, А. С. Кравцова^{1, **}

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

² Институт астрономии РАН, Москва, Россия

*E-mail: hwp@yandex.ru

**E-mail: kravts@yandex.ru

Поступила в редакцию 09.10.2019 г.

После доработки 21.11.2019 г.

Принята к публикации 22.11.2019 г.

С помощью ПЗС-приемников впервые получены высокоточные $UBVRI(RI)c$ кривые блеска недавно открытой затменной системы PS UMa = GSC 4375 1733 ($P = 9^d27$, $V = 12^m42$). Найдены фотометрические решения, определены физические характеристики звезд-компонентов. Эксцентриситет орбиты оказался незначительным $e = 0.074$, что затрудняет измерение скорости апсидального вращения. Высокая точность наших наблюдений позволила надежно определить параметры системы. Компоненты (F7+G1) значительно продвинулись в своей эволюции, возраст системы равен 2.4 млрд лет. Компонент G1 имеет большую массу и размеры и опережает в эволюции компонент F7. Наилучшее совпадение построенной модели звезды с теоретическими расчетами получено для отсутствия перемешивания в ядре. Фотометрический параллакс из наших наблюдений $\pi = 0''.00102(2)$ в пределах ошибок совпадает со значением GAIA DR2 $\pi = 0''.00106(3)$. В поле PS UMa обнаружена новая переменная звезда типа EW с периодом $\approx 0^d40$.

DOI: 10.31857/S0004629920030056

1. ВВЕДЕНИЕ

Переменность звезды GSC 4375 1733 была открыта Отеро и др. [1] на основании анализа наблюдений обзора ROTSE [2] (рис. 1). Группой ОКПЗ звезде было присвоено обозначение PS UMa [3]. Звезда включена в каталоги затменных звезд с эксцентриситетными орбитами [4, 5], которые повторяют данные [1]. Наша наблюдательная программа [6] направлена в первую очередь на изучение затменных звезд с орбитами, имеющими заметный эксцентриситет, поэтому PS UMa вошла в список для наблюдений. После предварительного анализа наблюдательных данных стало понятно, что в работе [1] дается эфемерида, в которой главным обозначен менее глубокий минимум. Следуя общей традиции наблюдателей переменных звезд в данной статье, мы приводим эфемериду для вычисления моментов минимумов, в которой главным будет считаться более глубокий минимум. Как правило, звезда, которая затмевается в более глубоком минимуме, является одновременно и главным компонентом системы, т.е. тем, который обладает большей температурой и массой. Напомним, что более глубокий

минимум указывает на большую поверхностную яркость затмеваемого компонента, а значит, в соответствии с законом излучения Планка, на его более высокую температуру. Как правило, в разделенных затменных системах такой компонент имеет и большую массу. Но в PS UMa мы имеем не очень часто встречающийся в разделенных системах случай, когда главный компонент успел продвинуться в своей эволюции значительно дальше вторичного, радиус его увеличился, а температура поверхности стала меньше температуры вторичного компонента, вследствие чего минимумы поменялись местами. До обмена массами еще далеко, и этот компонент продолжает оставаться более массивным. В традиции исследования затменных систем одним и тем же прилагательным “главный” обозначается более глубокий минимум и более массивный компонент. Это может привести к путанице – в главном минимуме может затмеваться вторичный, то есть имеющий меньшую массу, компонент, что и наблюдается в системе PS UMa.

На основании полученных нами данных о массах и размерах компонентов, были сделаны оцен-

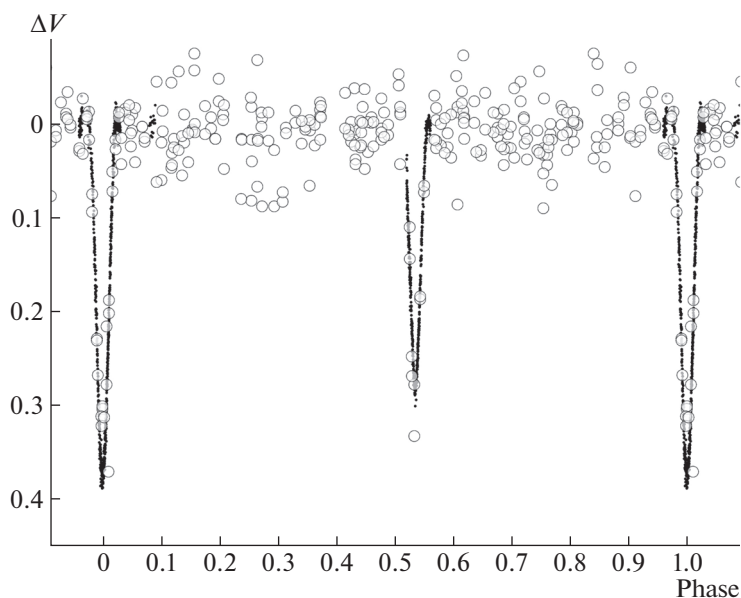


Рис. 1. Фазовая кривая PS UMa, построенная с начальной эпохой и периодом, найденными в данной работе. Наблюдения ROTSE — большие кружки, наши наблюдения в полосе V — черные точки. Между минимумами преобладают наблюдения ROTSE. Блеск звезды на плато принят равным нулю. Во вторичном минимуме затмевается более массивная звезда, но с меньшей температурой поверхности.

ки ожидаемой скорости апсидального вращения за счет классического и релятивистского эффектов. Классический определяется степенью концентрации звезд к центру, приливной и вращательной деформацией компонентов. Релятивистский эффект зависит только от массы звезд и от расстояния между компонентами. Оказалось, что основной вклад во вращение линии апсид PS UMa должен давать релятивистский эффект, долю которого мы оцениваем в 60%. Расчетное значение скорости классического апсидального вращения оказалось незначительным, и система оказывается бесперспективной с точки зрения изучения внутреннего строения звезд.

Полученные нами надежные данные о размерах, температурах и массах компонентов представляют независимый интерес. Их анализ позволил понять, что система находится на очень интересном этапе своей эволюции, когда более массивный компонент начал быстрое расширение с одновременным уменьшением температуры поверхности, а менее массивный только отходит от начальной главной последовательности. Наша не совсем точная оценка масс системы, полученная косвенным способом на основании только фотометрических данных, тем не менее позволяет сделать определенные выводы о значении фактора перемешивания вещества в ядре для звезды массой меньше 1.5 солнечных. Если дополнить наши фотометрические наблюдения кривой лучевых скоростей и получить более точные значения масс, то PS UMa окажется весьма ценным

объектом для проверки и уточнения эволюционных моделей звезд.

2. НАБЛЮДЕНИЯ И РЕДУКЦИЯ ДАННЫХ

Мы наблюдали звезду в течение двадцати ночей в 2008–2019 гг. Всего получено 4251 измерение в семи полосах системы $UBVRI(RI)c$ Джонсона-Кузенса. Наблюдения проводились в Симеизской обсерватории ИНАСАН на г. Кошка на телескопах Цейсс-1000 и Цейсс-600, в Астрономической обсерватории Словацкой академии наук (Старая Лесна, Высокие Татры) на 50-см рефлекторе. Нами использовались $UBVRI(RI)c$ -фотометры с ПЗС-матрицами VersArray 1300 × 1340, VersArray 512UV, FLI PL09000, FLI PL16803, ST-10XME, а также одноканальный UBV -фотометр конструкции Волкова с фотоумножителем EMI 9789. Инструментальные фотометрические системы всех приборов мы исследовали отдельно, они оказались достаточно близкими к полосам системы Джонсона-Кузенса, чтобы обеспечить надежный перевод инструментальных звездных величин в стандартные. Мы использовали такую же методику наблюдений и редукции данных, что и в наших предыдущих работах [7–10]. В качестве основной звезды сравнения при наблюдениях с ПЗС была выбрана GSC 4375 1924. Экспозиции зависели от величины сигнала в каждой из полос и составляли от 300 секунд в полосе U , где сигнал наименьший, до 10 секунд в R , где величина сигнала была максимальной.

Таблица 1. Звездные величины PS UMa на плато, фотоэлектрического и ПЗС-стандартов в системе Джонсона

Звезда	V	$U-B$	$B-V$	$V-R$	$R-I$	Примечание
PS UMa	12 ^m .419(2)	0 ^m .067(19)	0 ^m .583(4)	0 ^m .501(17)	0 ^m .305(31)	переменная, плато
GSC 4375 1924	12 ^m .822(4)	0 ^m .856(30)	1 ^m .020(10)	0 ^m .762(21)	0 ^m .544(33)	осн. зв. сравнения
HD 73392	7 ^m .230(4)	1 ^m .073(6)	1 ^m .208(4)	0 ^m .910(4)	–	ФЭУ-стандарт, [12]
GSC 471 1662	12 ^m .769(7)	0 ^m .243(19)	0 ^m .799(10)	0 ^m .730(8)	0 ^m .575(6)	ПЗС-стандарт, [13]

Звездные величины переменной вне затмений (на плато) были получены привязкой с помощью UBV -фотометра. Для этих калибровочных наблюдений была выбрана ночь 23/24 января 2018 г., отличавшаяся исключительно стабильной прозрачностью. Коэффициенты прозрачности для получения заатмосферных величин звезд по методу [11] были определены из специальных наблюдений стандартных звезд. Запись продолжалась несколько часов, что позволило с высокой точностью контролировать изменение коэффициентов прозрачности в ходе привязки. В качестве стандарта была использована звезда HD73392, находящаяся на удалении 77' от исследуемой области. Величины HD73392 были взяты из каталога ГАИШ [12]. Приводимые в этом каталоге ультрафиолетовые величины W мы пересчитали в стандартную систему U . Так как в каталоге [12] нет данных об инфракрасных величинах звезд I , и, к тому же, наш фотометр с фотоумножителем нечувствителен к полосе R , мы провели дополнительные измерения в полосах R, I с помощью фотометра на базе матрицы VersArray 512UV и 60-см телескопа ИНАСАН. Для калибровки была использована область V1343 Aql, звездные величины в которой были определены нами ранее [13]. Была использована звезда GSC 471 1662, имеющая номер 4 в табл. 1 из работы [13]. Звездные величины стандартов и переменной на плато представлены в табл. 1.

Всего мы получили наблюдения в девяти главных и четырех вторичных минимумах. Было обнаружено, что наблюдения в разные ночи показывают немного отличающиеся уровни внезатменного блеска. Для приведения внезатменного блеска звезды к одному уровню в ходе решения кривых блеска были определены ночные поправки, составившие не более $\pm 0^m.01$ от среднего значения во всех наблюдательных полосах, за исключением U , где они доходили до $\pm 0^m.04$. Все звезды из табл. 1 можно считать постоянными в указанных пределах. Ночные поправки учтены в результатах наблюдений (табл. 2, полностью приводится в электронном приложении к статье).

Эпизодически проводился мониторинг звезды на плато для проверки PS UMa и звезд окрестности на физическую переменность. Одна из соседних звезд, GSC 4375 1827, $V = 12.8$, действительно

оказалась переменной типа W UMa. Мы определили период этой новой системы, $P = 0^d.4011572$ и выяснили, что звезда обладает эффектом О'Коннела. Кривые блеска и подробное исследование GSC 4375 1827 будут опубликованы отдельно.

Используя основную звезду сравнения GSC 4375 1924 в качестве вторичного стандарта, с помощью ПЗС-матрицы VersArray 1340×1300, чувствительной к ультрафиолетовому излучению, и телескопа Цейсс-1000 Симеизской обсерватории ИНАСАН, мы измерили звездные величины $UBVRI$ звезд поля в области $6' \times 6'$ со звездой GSC 4375 1827 в центре. Для измерения были выбраны все звезды, для которых отношение сигнала к шуму в полосе U обеспечивало точность лучше $\pm 0^m.05$. Таких звезд в дополнение к приведенным в табл. 1 измерено 10 (табл. 3). Самая слабая из них имеет величину $U = 17.34$. Эти данные были использованы для исследования межзвездного поглощения в направлении PS UMa (рис. 2 и рис. 3).

Все индивидуальные измерения переменной и средние величины звезд окрестности приведены в табл. 2 (см. электронное приложение к статье) и табл. 3. Табл. 2 содержит последовательно индивидуальные измерения во всех полосах U, B, V, Rc, R, Ic, I . В первом столбце представлена Юлианская гелиоцентрическая дата наблюдения, отнесенная к середине экспозиции, во втором — звездная величина объекта, исправленная за атмосферную экстинкцию, редуцированная в стандартную систему $UBVRI(RI)c$ Джонсона-Кузенса. Небольшие ночные поправки, полученные при окончательном решении кривых блеска, также учтены. В первом столбце таблицы величин звезд окрестности, см. табл. 3,

Таблица 2. Таблица индивидуальных наблюдений (полностью приводится в электронном приложении к статье)

JD _{hel}	Зв. величина
U	
2454822.42359	13.540
2454822.42918	13.463
2454822.43290	13.447
2454822.43662	13.512

Таблица 3. Величины звезд в окрестности PS UMa

№	<i>U</i>	<i>B</i>	<i>V</i>	<i>R</i>	<i>I</i>	<i>U-B</i>	<i>B-V</i>	<i>V-R</i>	<i>R-I</i>	
1	14.698 0.029	13.841 0.009	12.822 0.004	12.060 0.021	11.516 0.025	0.857 0.030	1.019 0.010	0.762 0.021	0.544 0.033	GSC 4375 1924, main CCD ref
2	13.069 0.019	13.002 0.001	12.419 0.002	11.918 0.012	11.613 0.024	0.067 0.019	0.583 0.004	0.501 0.017	0.305 0.031	GSC 4375 1733=var=PS UMa
3	14.863 0.003	14.706 0.001	14.085 0.002	13.572 0.001	13.261 0.002	0.157 0.003	0.621 0.002	0.513 0.002	0.311 0.002	GSC 4375 1764
5	16.955 0.021	15.591 0.003	14.446 0.003	13.469 0.001	12.869 0.003	1.364 0.021	1.145 0.004	0.977 0.003	0.600 0.003	GSC 4375 1863
6	15.188 0.007	15.068 0.002	14.495 0.002	14.007 0.001	13.733 0.004	0.119 0.007	0.573 0.003	0.488 0.002	0.274 0.004	GSC 4375 2181
7	14.426 0.004	14.250 0.002	13.658 0.002	13.154 0.002	12.875 0.003	0.175 0.004	0.592 0.003	0.505 0.003	0.279 0.004	GSC 4375 2031
8	15.597 0.009	15.061 0.002	14.319 0.002	13.718 0.002	13.336 0.003	0.536 0.009	0.742 0.003	0.601 0.003	0.382 0.004	GSC 4375 2075
9	16.070 0.016	15.901 0.003	15.176 0.003	14.610 0.002	14.304 0.004	0.168 0.016	0.725 0.004	0.567 0.004	0.306 0.004	
11	14.870 0.019	14.656 0.038	13.994 0.009	13.446 0.005	13.099 0.009	0.214 0.042	0.662 0.039	0.548 0.010	0.347 0.010	GSC 4375 2300
13	15.302 0.000	13.677 0.000	12.333 0.000	11.405 0.000	10.788 0.000	1.625 0.000	1.344 0.000	0.928 0.000	0.617 0.000	GSC 4375 2183
16	16.496 0.016	16.429 0.007	15.827 0.003	15.299 0.003	14.971 0.006	0.067 0.017	0.602 0.008	0.528 0.004	0.328 0.007	
18	17.303 0.027	16.818 0.005	15.984 0.004	15.316 0.003	14.875 0.007	0.485 0.027	0.835 0.006	0.668 0.005	0.441 0.008	

стоит номер звезды, соответствующий прилагаемой карте окрестности (север вверху, восток слева), затем идут звездные величины *UBVRI* и показатели цвета *U-B*, *B-V*, *V-R*, *R-I*. Под каждой строкой с величинами идет строка с ошибками. В последнем столбце указан, если есть, GSC-номер звезды.

Звездные величины стандартной звезды GSC 4375 1924 в системе Кузенса (*RI*)_C были получены пересчетом из показателей цвета *V-R*, *R-I* из табл. 1 по формулам из [14]. Они оказались равными $V - R_C = 0^m.338(20)$, $V - I_C = 0^m.630(35)$ и были использованы при вычислении звездных величин *R_C*, *I_C*, которые приведены в таблице наблюдений в электронном виде.

3. МЕЖЗВЕЗДНАЯ ЭКСТИНКЦИЯ И ТЕМПЕРАТУРА КОМПОНЕНТОВ

Для определения температуры компонентов наблюдаемые показатели цвета *B-V* необходимо исправить за влияние межзвездного покраснения. Звезда находится достаточно далеко от Га-

лактического экватора, $b = 36^\circ$, поэтому межзвездное поглощение из общих соображений должно быть небольшим. Рассмотрим двухцветную диаграмму *U-B*, *B-V* которая представлена на рис. 4. Положение PS UMa соответствует спектральному классу G0 V. Такой комбинированный спектр имела бы звезда при нулевом межзвездном поглощении. Так как линия межзвездного покраснения идет в данной области вдоль линии нормальных показателей цвета, то с некоторыми допущениями положение звезды удовлетворяет любому межзвездному поглощению в интервале $0^m.0 < E(B - V) < 0^m.2$. Если продлить линию межзвездного покраснения дальше, то следующей точкой пересечения с линией нормальных показателей цвета будет область спектральных классов V7 при $E(B - V) \approx 0.7$, что значительно превышает величину среднего межзвездного поглощения в данном направлении. В некоторых системах с эксцентричными орбитами, например GG Ori [15], GSC 4292 0745 [16] и GSC 3152 1202 [17], нами было обнаружено аномально высокое

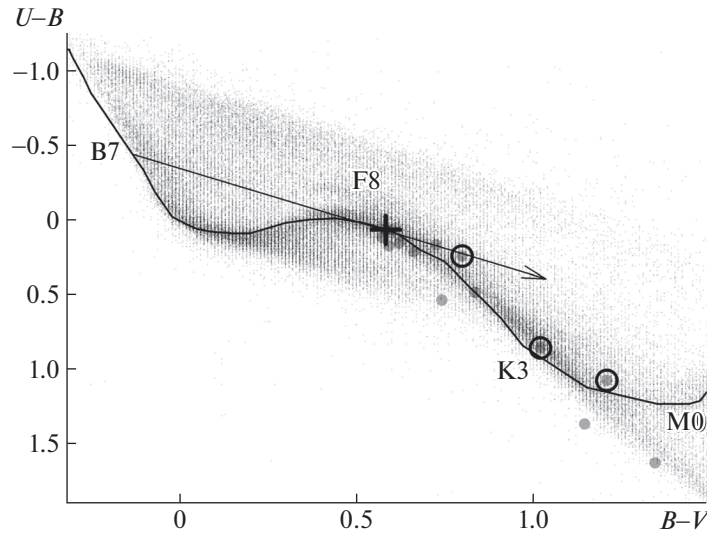


Рис. 2. Двухцветная диаграмма $U-B$, $B-V$. Крестиком показано положение PS UMa. Серыми кружками обозначено положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Кружками обведены фотоэлектрический и ПЗС стандарты. Сплошная линия показывает положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости согласно [23]. Штриховая линия – то же, но для звезд третьего класса светимости. Нормальные положения звезд взяты из [24], но при этом $B-V$ увеличены на 0^m02 , $V-R$ уменьшены на 0^m02 , по причинам, рассмотренным в [21]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Указаны спектральные классы в месте пересечения этой линии с графиком нормальных показателей цвета. Облако точек – данные фотоэлектрического каталога [42]. Значительного межзвездного поглощения для звезд области незаметно.

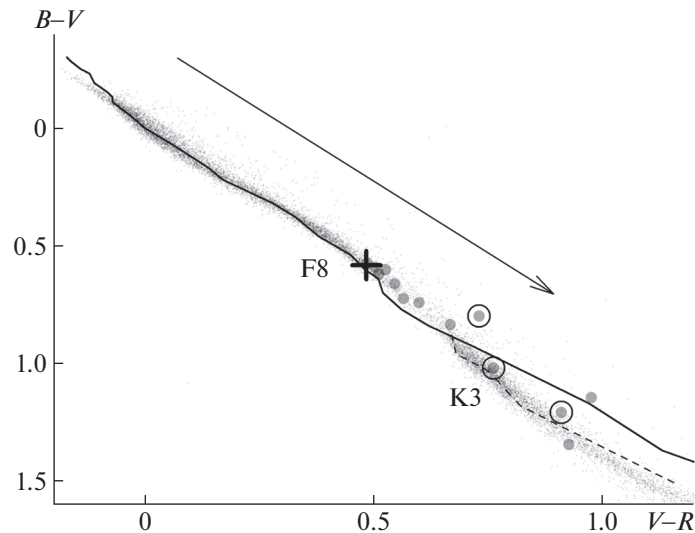


Рис. 3. Двухцветная диаграмма $B-V$, $V-R$. Крестиком показано положение PS UMa. Серыми кружками обозначено положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Кружками обведены фотоэлектрический и ПЗС стандарты. Сплошная линия показывает положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости, штриховая линия – то же, но для звезд третьего класса светимости. Нормальные положения звезд взяты из [24], но при этом $B-V$ увеличены на 0^m02 , $V-R$ уменьшены на 0^m02 , по причинам, рассмотренным в [21]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Облако точек – данные фотоэлектрического каталога [12].

поглощение, поэтому полностью исключить такую возможность для PS UMa мы не можем.

Из обзоров [18–20] можно получить оценку величины межзвездного поглощения для PS UMa. Чтобы воспользоваться данными обзоров, необ-

ходимо знать расстояние до системы. В следующем разделе данной работы мы покажем, что фотометрический параллакс равен 980 пк, что очень близко к прямому измерению GAIA, $d = 940$ пк. В работе [7] было указано, что определяемый из

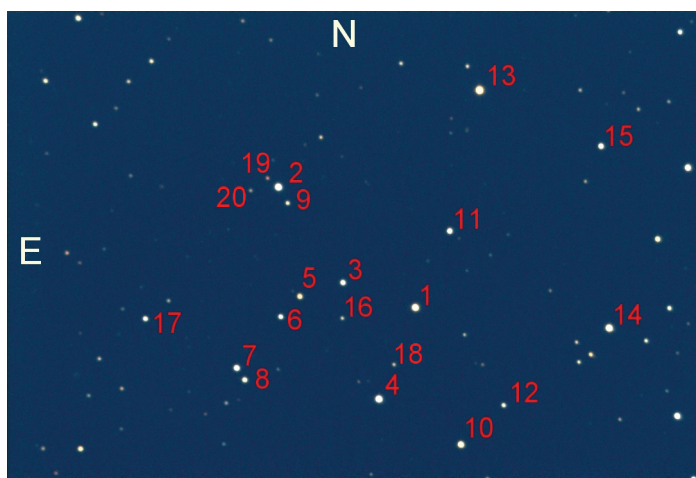


Рис. 4. Карта окрестностей звезды PS UMa.

UBV-фотометрии фотометрический параллакс слабо зависит от величины межзвездного поглощения, поэтому даже при грубой начальной оценке поглощения итерации быстро сходятся. Значения межзвездного поглощения, полученные для звезды из всех обзоров, представлены в табл. 4.

Мы предлагаем еще один метод независимой оценки показателей цвета звезды, свободных от влияния межзвездного покраснения. Алгоритм поиска изложен в [21], здесь вкратце его напомним. Сначала оценим температуру компонентов затменной системы в предположении нулевого межзвездного поглощения. Для этого нужно, пока без решения кривых блеска, определить цвета потери света в затмениях (рис. 5). Показатели цвета компонентов оказались равными: $(B - V)_1 = 0.536$, $(B - V)_2 = 0.591$. Из этих значений с помощью калибровок [22] мы определяем температуру каждого из компонентов, $T_1 = 6110$ К, $T_2 = 5920$ К. Эти значения соответствуют $E(B - V) = 0.0$ и принимаются в качестве начальных при итерационном поиске окончательных значений. Также мы получим разность показателей цвета компонентов $(V - R)_1 - (V - R)_2$, которая от межзвездного поглощения вообще не зависит. С помощью калибро-

вочных таблиц [23], которые представляют зависимость поверхностной яркости звезды в полосе V от показателя цвета $V - R$, мы строим график зависимости разностей поверхностной яркости компонентов для разных значений показателя цвета $V - R$ более горячего компонента (рис. 6). Далее нашей программой решений кривых блеска, алгоритм которой описан в [24], вычисляем отношение поверхностных яркостей компонентов в полосе V : I_{v2}/I_{v1} . По формуле $F_{v2} - F_{v1} = 0.25 \log I_{v2}/I_{v1}$ определяем разность поверхностных яркостей компонентов и откладываем это значение на графике по оси ординат. Абсцисса дает нам значение показателя цвета $V - R$ более горячего компонента, а по известной разности $(V - R)_1 - (V - R)_2$ получаем температуру вторичного компонента. Эти показатели цвета от межзвездного поглощения уже не зависят. По разности полученных значений и наблюдаемых мы определяем значение $E(V - R)$, из которого вычисляем $E(B - V)$, [25] и новые температуры компонентов, исправленные за влияние межзвездного поглощения. Подправив под новые температуры коэффициенты потемнения к краю, снова решаем кривую блеска в полосе V и определяем уточненное значение I_{v2}/I_{v1} . В случае PS UMa хватило всего двух циклов, чтобы прийти к окончательному значению межзвездного поглощения $E(B - V) = 0.043$, что в пределах ошибок совпало со средним значением, которое дают обзоры: $E(B - V) = 0.036$. Для последующих вычислений параметров компонент нами было принято среднее значение величины межзвездного поглощения $E(B - V) = 0.040$, см. табл. 4. Различие полученных значений соответствует неопределенности в температуре всего в 20 К, что лучше точ-

Таблица 4. Значения межзвездного поглощения PS UMa по разным источникам

$E(B - V)$	Ошибка	Источник
0.0323	± 0.0013	[21]
0.0376	± 0.0005	[22]
0.039	+0.03/-0.02	[20]
0.043	± 0.009	получено из решения
0.040	± 0.004	среднее

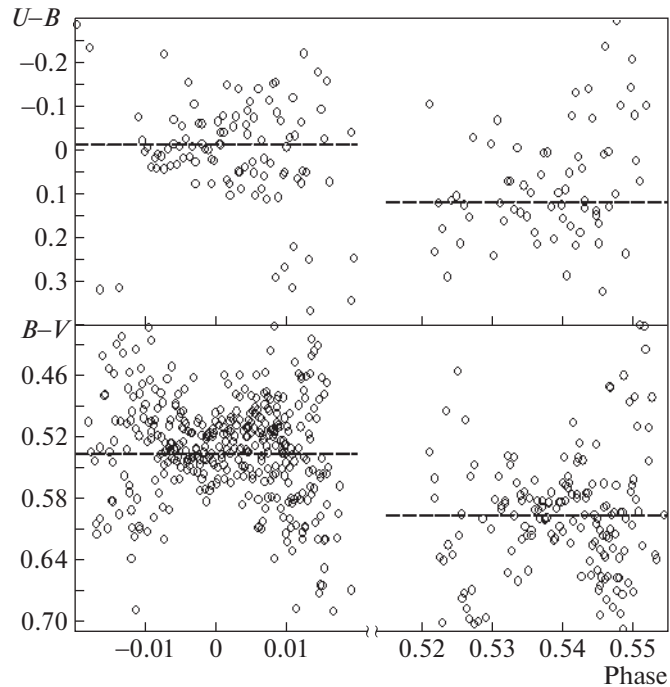


Рис. 5. График, демонстрирующий метод определения индивидуальных показателей цвета для каждой из компонент. Слева данные для главного минимума — определяются показатели цвета главного компонента. Справа вторичный минимум и показатели цвета вторичного компонента. Горизонтальные штриховые линии соответствуют средним значениям показателей цветов.

ности температурной калибровки показателя цвета $B-V$ по таблицам [22].

Чтобы использовать все возможности, предоставляемые многоцветной фотометрией, мы также провели численный эксперимент по исследованию зависимости невязок модельной кривой блеска от температуры, с которой они связаны через коэффициенты потемнения к краю. Подобное исследование проводилось нами в работе [10] для звезды V1176 Cas и дало хорошие результаты — была получена независимая от межзвездного поглощения оценка температуры звезд-компонентов. В работе [21] при исследовании системы V2647 Cyg этот способ также позволил получить независимую оценку температур компонентов, но с ошибкой в 400 К. Для PS UMa результат оказался неудовлетворительным, минимумы невязок оказались неглубокими и далеко отстоящими от истинных значений температур. Мы считаем, что метод не сработал для случая PS UMa, потому что угол наклона орбиты звезды существенно отличается от 90 градусов: $i = 86.8^\circ$. Поэтому затмения неглубокие ($< 0^m.4$), см. рис. 1 и 7, нецентральные, и коэффициенты потемнения к краю оказывают значительно меньшее влияние на кривые блеска, чем в случае V1176 Cas ($i = 89.1^\circ$) и V2647 Cyg ($i = 89.7^\circ$).

В результате проведенного исследования заключаем, что аномалий в межзвездном поглощении для PS UMa нет.

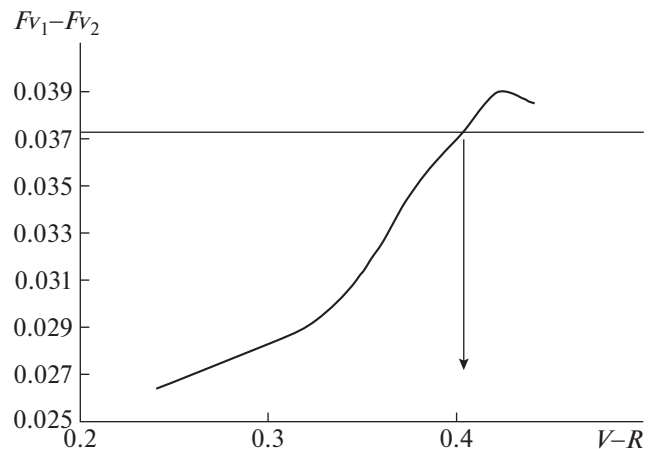


Рис. 6. Зависимость разности поверхностных яркостей компонент в полосе V от нормального показателя цвета $V-R$ главного компонента. Горизонтальная линия — значение разности поверхностных яркостей, полученное из решения кривых блеска. Стрелкой указано принятое значение $V-R$ для главного компонента.

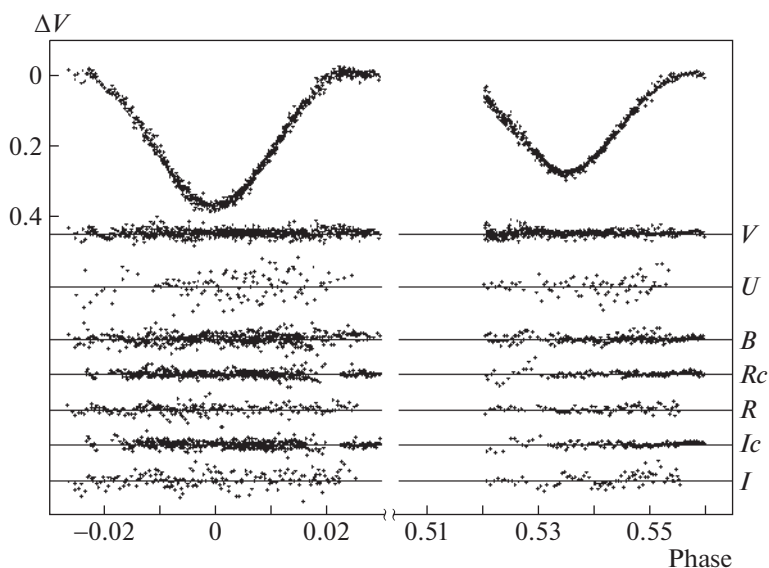


Рис. 7. Наблюдения в минимумах в полосе V , верхняя панель. Ниже представлены уклонения $O-C$ наблюдаемых точек от модельной кривой для всех фотометрических полос. Мы не получили наблюдений в начале входа во вторичный минимум. Но выход из минимума прописан очень хорошо и ввиду симметрии кривой блеска на окончательное решение влияния данный факт практически не оказывает.

4. РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА

В наших исследованиях мы решаем комплексную задачу по определению всей совокупности связанных между собой характеристик двойной системы, когда, по мере приближения к окончательному решению, весь набор параметров на каждом шаге перевычисляется заново. Поэтому в предыдущем разделе уже шла речь о решениях кривых блеска. В данном разделе мы разьясняем некоторые детали метода применительно к конкретному случаю и приводим окончательные результаты.

Наши наблюдения, а также наблюдения ROTSE [2] (рис. 1), показывают, что система практически не изменяет блеск между минимумами, эффекты близости незначительны. Поэтому анализ кривых блеска проводился в модели двух сферических звезд с линейным законом потемнения к краю, обращающихся на эллиптической орбите. Кривые блеска моделировались с использованием простого алгоритма, описанного в работе [24]. Линейные коэффициенты потемнения к краю из решения кривых блеска для данной конкретной звезды не определяются и, как уже отмечалось в предыдущем разделе, мало влияют

Таблица 5. Фотометрические элементы PS UMa в полосах $UBVRcRcIcI$, а также принятые значения $L_2 = 1 - L_1$

Парам.	U	B	V	Rc	R	Ic	I	Принято
r_1	0.0503(14)	0.0568(15)	0.0577(13)	0.0642(45)	0.0565(28)	0.0580(23)	0.0488(9)	0.0575(4)
r_2	0.0848(14)	0.0907(8)	0.0908(6)	0.0873(33)	0.0903(13)	0.0912(11)	0.0898(10)	0.0908(2)
i°	88.507(4)	86.830(1)	86.767(1)	86.494(2)	86.868(3)	86.746(2)	87.674(2)	86.78(3)
e	0.135(14)	0.080(4)	0.074(2)	0.076(4)	0.079(5)	0.069(3)	0.076(7)	0.074(2)
ω°	294.03(4)	313.84(5)	318.25(3)	316.24(6)	313.98(6)	322.32(6)	316.49(10)	317.7(4)
L_1	0.204(5)	0.372(17)	0.363(14)	0.416(56)	0.3399(306)	0.328(24)	0.259(5)	—
L_1^*	0.4017(95)	0.3773(22)	0.3610(9)	0.3422(31)	0.3460(15)	0.3272(12)	0.3298(90)	—
u_1	0.757	0.706	0.587	0.507	0.472	0.445	0.424	—
u_2	0.833	0.764	0.631	0.545	0.506	0.478	0.454	—
$r_1 + r_2$	0.1351(20)	0.1475(17)	0.1485(14)	0.1505(56)	0.1468(31)	0.1492(25)	0.1386(13)	0.1483(4)
N	204	740	1276	569	293	568	263	—
σ_{o-c}	0^m0299	0^m0126	0^m0096	0^m0089	0^m0110	0^m0088	0^m0185	—

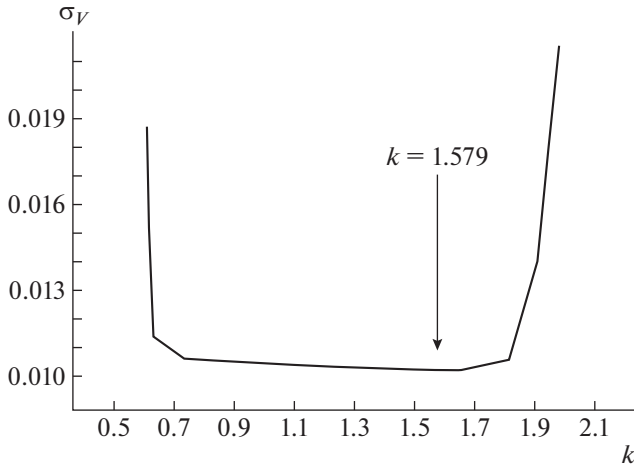


Рис. 8. Зависимость невязок решения V от отношения радиусов компонент $k = r_2/r_1$.

на ход кривой блеска. Поэтому на каждом итерационном шаге после уточнения косвенным методом [26, 27] температур компонент и ускорений свободного падения на их поверхности, значения линейных коэффициентов потемнения к краю определялись интерполяцией таблиц из работы [28]. Для достижения окончательного результата хватило всего двух итераций, третья итерация повторила вторую. Результаты решений кривых блеска в различных спектральных полосах приведены в табл. 5 и представлены на рис. 7.

В целом значения геометрических параметров системы для всех кривых блеска за исключением U , I совпали. Характерной особенностью изучае-

мой системы является то, что во всех решениях холодный, обозначенный вторичным, компонент оказывается по размерам больше горячего компонента, который затмевается в более глубоком минимуме. Обычно в разделенных системах компонент, имеющий наибольшую температуру, оказывается также больше по размерам и по массе. В данном случае это не так — решения кривых блеска во всех фотометрических полосах говорят именно об обратном соотношении размеров компонент. Для полной уверенности мы более подробно, чем обычно, исследовали вопрос единственности полученного решения. Параметры двойной системы не являются совершенно независимыми. Опыт показывает, что возможно получить несколько решений, которые одинаково хорошо будут удовлетворять наблюдаемой кривой блеска и выбирать окончательное решение приходится, привлекая дополнительные критерии.

Для начала нами была исследована зависимость остаточных уклонений $O-C$ от отношения радиусов компонент $k = r_2/r_1$. Результат для полосы V представлен на рис. 8. На этом графике видно, что дно минимума невязок плоское, и решения с обычным соотношением радиусов компонент, когда более горячая звезда больше по размерам, ненамного хуже. Для разрешения вопроса в работе [29] предлагается определить правильное соотношение радиусов по отсутствию систематических уклонений в графиках $O-C$, аналогичным представленным на рис. 6. Мы последовали этому совету и рассмотрели ход остатков для ряда решений в разных полосах, в которых значение k фиксировалось, а для остав-

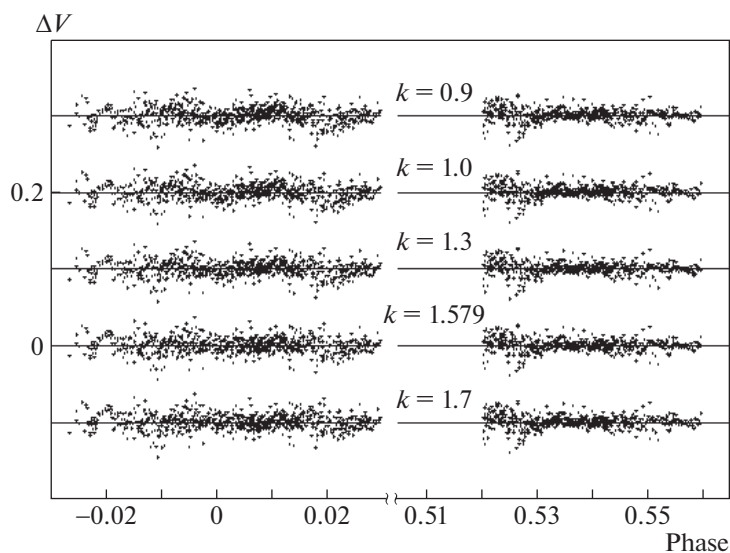


Рис. 9. Зависимость формы фазовой кривой невязок от $k = r_2/r_1$. Наименьшая систематика в $O-C$ соответствует принятому отношению радиусов.

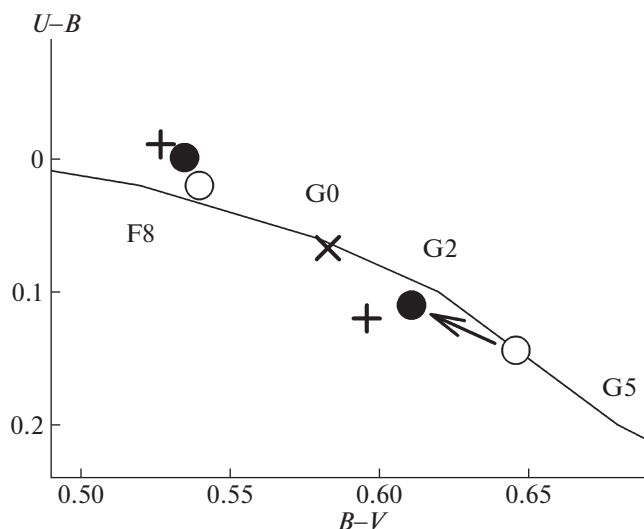


Рис. 10. Двухцветная диаграмма $U-B$, $B-V$, построенная в крупном масштабе. Косой крест – наблюдаемое положение комбинированного света звезды. Крестики – полученные из наблюдений показатели цвета потерей света в затмениях. Заполненные круги – показатели цвета из решений кривых блеска, соответствующие принятому соотношению $k = 1.579$. Пустые круги – то же самое для случая, когда размеры звезд совпадают, $k = 1.0$. Стрелкой показано направление смещения показателя цвета более холодного компонента при увеличении k . Межзвездное покраснение не учтено. Сплошная линия – нормальные показатели цвета из [24].

шихся свободных параметров искался минимум невязок. Оказалось, что решение со значением $k = 1.579$ является оптимальным, систематические отклонения в нем отсутствуют, в то время как при плавном уменьшении k на фазовой кривой $O-C$ в главном минимуме появляется волна (рис. 9).

Другую возможность выбора правильного значения k предоставляют наши одновременные наблюдения во многих фотометрических полосах. Мы уже говорили, что можно выделить вклад каждого из компонентов в общий блеск системы, определив цвета потери света в минимумах. На диаграмме $U-B$, $B-V$, представленной на рис. 10, нанесены показатели цвета суммарного излучения звезды и показатели цвета каждого из компонентов, полученные измерением цветов потери света в минимумах. На этот же график мы нанесли показатели цвета компонентов, которые получены из решения кривых блеска, см. строку L_1^* в табл. 5. Видно, что измеренные и полученные из решения показатели цвета для обоих компонентов хорошо совпадают. Начнем теперь варьировать значения k и из решений получать новые значения $U-B$ и $B-V$ для каждого компонента.

Стрелкой показано направление, в котором смещается позиция на диаграмме более холодного компонента при стремлении k к правильному значению. Положение более горячего компонента меняется в этом же направлении, но медленнее. Значения цветов потери света в затмениях относятся к поверхности каждого из компонентов и изменить их моделированием мы не можем. Это наблюдаемый, а не вычисляемый параметр. Если допустить, что вторичный компонент меньше по размерам и температуре, то наблюдаемая картина перестает соответствовать модели системы.

Все вышесказанное заставляет нас остановиться именно на тех параметрах системы, которые представлены в табл. 5. Приходится согласиться с тем, что вторичный компонент имеет меньшую температуру, но большие размеры. Соответственно и масса вторичного компонента оказывается больше, чем у главного. То есть в реальности именно вторичный компонент должен был бы считаться главным. За счет своей большей массы эта звезда дальше продвинулась в своей эволюции, чем менее массивный спутник. Размеры ее успели значительно возрасти, а температура поверхности уменьшиться. Ниже в данной статье мы проведем сравнение наших наблюдений с теорией эволюции звезд, и окажется, что существует теоретическая модель, для которой обе звезды удовлетворяют условию одинакового возраста. Сравнение с моделями позволит также уточнить значения масс звезд-компонентов.

Остановимся теперь на том способе, которым мы получили усредненное для всех фотометрических полос решение. Мы исходим из очевидного условия, что во всех фотометрических полосах геометрические параметры системы – размеры звезд, эксцентриситет орбитального эллипса и его ориентация – должны быть одинаковыми. Как известно, см., например [30], ошибки параметров, σ_{param} , которые дает программа дифференциальных поправок, являются сильно заниженными. Но эти ошибки являются заниженными одинаково для всех вычисляемых параметров и они могут быть использованы для вычисления весов. Также при вычислении весов следует учесть количество N и точность σ_{obs} наблюдений в каждой фотометрической полосе. Мы вычисляли вес как $\sim 1/\sigma_{\text{param}}^2 1/\sigma_{\text{obs}}^2 N$. С использованием этих весов были вычислены средневзвешенные значения каждого из параметров, за исключением относительной светимости компонентов, см. последнюю колонку в табл. 5. Основной вклад в средневзвешенную модель дают наблюдения в полосах V и B , при этом веса параметров из решения в V полосе в 3–4 раза выше, чем веса для полосы B . Полученная геометрическая модель си-

Таблица 6. Абсолютные параметры PS UMa

Параметр	Главный компонент	Вторичный компонент
Массы, M	$1.29 \pm 0.10 M_{\odot}$	$1.48 \pm 0.10 M_{\odot}$
Радиусы, R	$1.52 \pm 0.03 R_{\odot}$	$2.40 \pm 0.03 R_{\odot}$
Светимости, L	$3.14 \pm 0.10 L_{\odot}$	$5.87 \pm 0.09 L_{\odot}$
Эффективные температуры, T_{eff}	$6290 \pm 100 \text{ K}$	$5880 \pm 100 \text{ K}$
Сп. классы из UBV – фотометрии, Sp	F7 V	G1 IV
Гравитационное ускорение, $\lg g$, см/сек ²	4.184 ± 0.016	3.847 ± 0.018
V	$13^m 525 \pm 0.008$	$12^m 905 \pm 0.008$
$U-B$	$-0^m 001 \pm 0.016$	$0^m 110 \pm 0.016$
$B-V$	$0^m 535 \pm 0.012$	$0^m 611 \pm 0.012$
$V-R$	$0^m 455 \pm 0.015$	$0^m 526 \pm 0.015$
$R-I$	$0^m 253 \pm 0.020$	$0^m 332 \pm 0.020$
Межзвездное поглощение, $E(B-V)$	0.040 ± 0.004	
Болометрическая поправка, В.С.	$-0^m 011$	$-0^m 063$
Абс. визуальные величины, M_v	$3^m 46 \pm 0.08$	$2^m 83 \pm 0.07$
Большая полуось, a	$26.43 \pm 0.50 R_{\odot}$	
Расстояние до системы, d	$980 \pm 20 \text{ пс}$	
Фотометрический параллакс, π''_{ph}	0.00102 ± 0.00002	
Возраст системы, млрд. лет	2.40 ± 0.15	

стемы была взята за основу при вычислениях относительной светимости компонентов в каждой из фотометрических полос. Значения относительной светимости приведены в табл. 5 в строке L_1^* . Колонки в табл. 5 расположены слева направо в сторону увеличения длин волн. Из значений относительных светимостей в полосах были вычислены показатели цвета компонентов, см. табл. 6 и рис. 10. Относительная светимость более горячего компонента монотонно уменьшается в сторону более длинных волн. Немного выбиваются из монотонного ряда пары $R-R_C$, $I-I_C$. Средние длины волн полос у этих пар близки друг другу, полученное несоответствие меньше ошибок определения относительной светимости, поэтому на результаты вычислений это небольшое несоответствие не влияет.

Проверка решений на третий свет показала его отсутствие.

5. АБСОЛЮТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМЫ, СРАВНЕНИЕ С ТЕОРИЕЙ

Мы уже говорили, что в ходе поиска решения при каждой итерации вычислялись абсолютные параметры системы. Значения геометрических параметров, которые были получены на последнем шаге итераций, см. последнюю колонку табл. 5, были использованы для вычисления окончательно принятых абсолютных значений,

которые мы приводим в табл. 6. Ошибки определения масс, полученных косвенным способом [26, 27], мы оценили, проведя аналогичные вычисления для затменных звезд из каталога [31], в котором массы определены с высокой точностью из наблюдений лучевых скоростей. Для масс компонентов PS UMa ошибка составила $\pm 0.1 M_{\odot}$. Похожая неопределенность в массах получается если учесть ошибки относительных размеров компонентов, см. табл. 5, и ошибки температур звезд из табл. 6. Реальная ошибка определения масс может оказаться выше указанного значения. Приводимые в табл. 6 значения масс компонентов скорректированы сравнением с эволюционными моделями [32]. На рис. 11 (зависимость $\lg g - \lg T$), и рис. 12 ($\lg L - \lg T$, диаграмма Гершпрунга-Рессела) нанесены эволюционные треки для нескольких масс звезд солнечной металличности из таблиц [32]. Как и в случае с V798 Ser [9], лучшее согласие с теоретическими расчетами достигается в предположении солнечной металличности: никаких отклонений на диаграмме $U-B$, $B-V$ от звезд солнечного химического состава не наблюдается.

На диаграммах видно, что более холодный компонент системы значительно продвинулся в своей эволюции. Чтобы посмотреть, выполняется ли для обеих звезд условие равенства возраста, мы построили ряд изохрон по таблицам из [32],

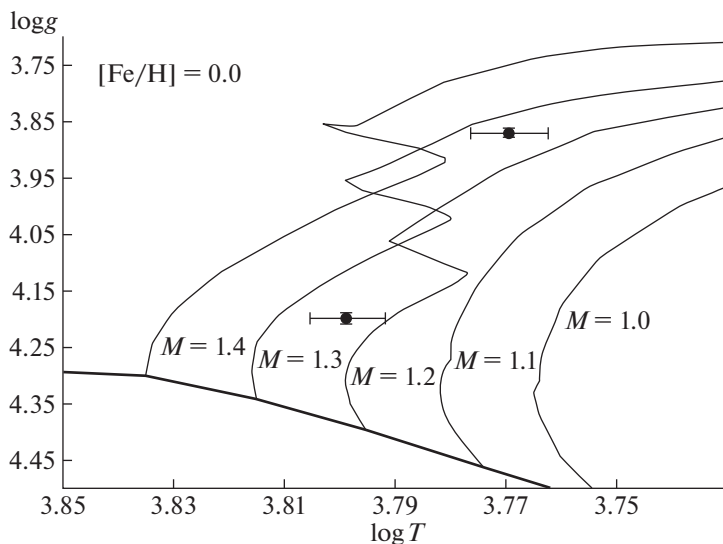


Рис. 11. Эволюционные треки, показывающие зависимость ускорения свободного падения от температуры звезды, построенные по данным [31] для избранных масс звезд. Сплошной жирной линией показано положение начальной Главной Последовательности, ZAMS. Главный компонент обозначен квадратом, вторичный – кружком. Показаны ошибки определения параметров.

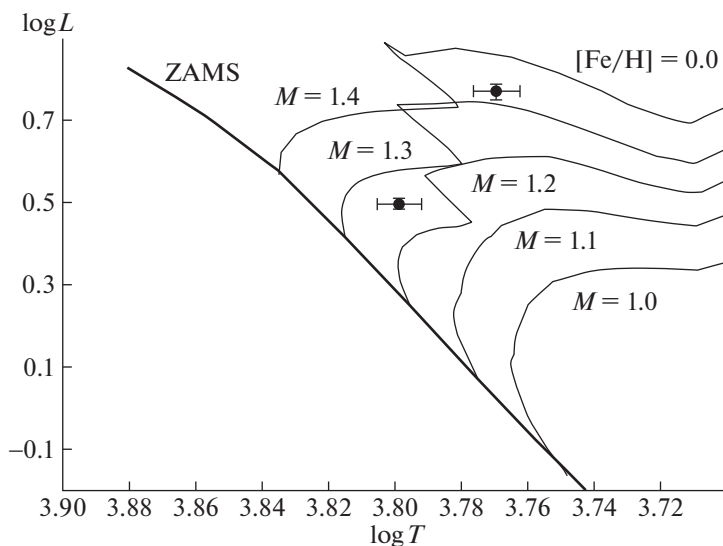


Рис. 12. Зависимость светимости звезд в солнечных единицах от температуры для избранных масс [31]. Сплошная жирная линия – положение начальной Главной Последовательности ZAMS. Главный компонент обозначен квадратом, вторичный – кружком. Показаны ошибки определения параметров.

см. рис. 13 и 14. Изохроны строились для двух случаев: наличия и отсутствия перемешивания вещества в центрах звезд. Известно [33, 34], что перемешивание оказывает существенное влияние на эволюцию звезд с конвекцией в ядре, т.е. для звезд с массой больше 1.5 солнечных. Наша система представляет особый интерес, так как более массивный компонент по нашей косвенной оценке обладает массой $1.6M_{\odot}$, а менее массив-

ный $1.3M_{\odot}$. То есть PS UMa могла бы представлять из себя пограничную систему, у которой каждый из компонентов движется по своему сценарию эволюции – с перемешиванием и без. Но мы считаем, что наши оценки масс завышены. Сравнение с моделями на рис. 11 и рис. 12 говорит о том, что массы компонентов должны быть меньше. Мы учли это и в табл. 6, где приводим усредненные данные, полученные косвенным

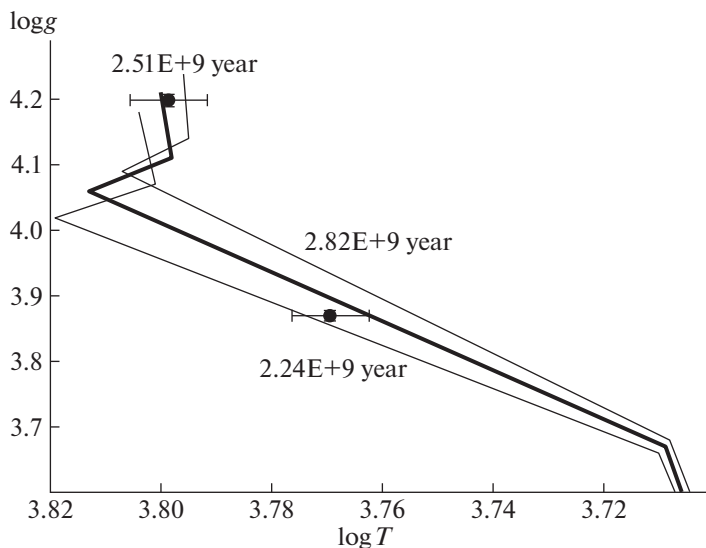


Рис. 13. Изохроны для нескольких возрастов звезд, построенные по данным [31] при условии отсутствия перемешивания в ядре. Главный компонент обозначен квадратом, вторичный – кружком. Показаны ошибки определения параметров. Возраст системы оценивается в 2.4 млрд. лет.

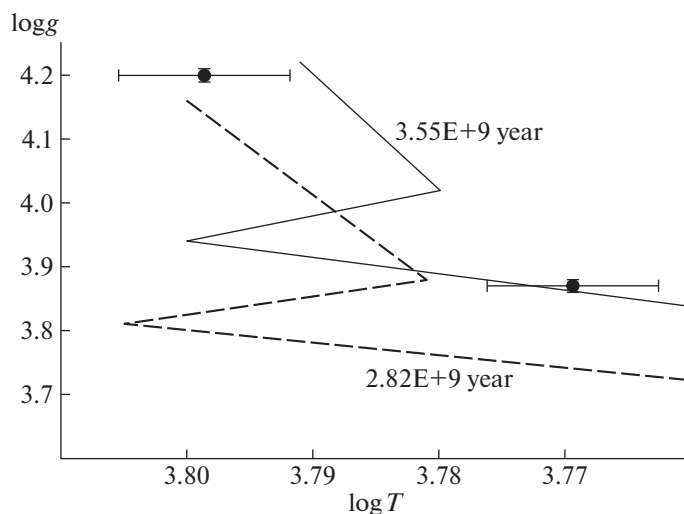


Рис. 14. Изохроны для нескольких возрастов звезд построенные по данным [31] при наличии перемешивания в ядре. Главный компонент обозначен квадратом, вторичный – кружком. Показаны ошибки определения параметров. Главный компонент ложится ближе к изохроне 2.82 млрд. лет, штриховая линия. Вторичный компонент лежит на изохроне 3.55 млрд. лет, сплошная линия.

методом и с помощью эволюционных моделей. Положение компонентов на рис. 11–14 фиксируется с достаточно хорошей точностью, так как такие параметры, как абсолютная светимость, размеры звезд и их температура определяются на основании решения кривых блеска в разных фотометрических полосах с хорошей точностью. Массы же выводятся из этих данных с использованием эмпирического закона масса-светимость, который имеет значительный разброс. На приводимых графиках массы являются неявным пара-

метром. Так что мы предлагаем в качестве компромисса принять средние между косвенным методом и моделями значения масс компонентов. При этом определенные косвенным методом массы должны быть уменьшены. Правильность такого подхода оправдывается еще и тем, что перемешивания в ядрах звезд-компонентов не наблюдается (рис. 13 и рис. 14), и следует ожидать, что массы обеих звезд должны быть менее 1.5 солнечных.

Таблица 7. Индивидуальные моменты минимумов

Моменты минимумов JD _{hel} , 2400000+	Эпоха	O–C	Примечание
Главные			
51623.6849(30)	–514	–0.00583	данные ROTSE, наши вычисления
56389.32245(52)	0	0.00003	V, VersArray 1300x1340, Цейсс-1000
56797.27573(26)	44	0.00040	UBVRI, VersArray 512UV, Цейсс-600
57140.32598(16)	81	–0.00066	UBVRI, VersArray 512UV, Цейсс-600
57789.34486(85)	151	0.00018	BVR _C I _C , FLI PL09000, Цейсс-1000
58132.39398(39)	188	0.00005	BVR _C I _C , FLI PL09000, Цейсс-1000
Вторичные			
51600.8401(30)	–477	0.00293	данные ROTSE, наши вычисления
56023.41501(66)	0	–0.00056	UBVRI, VersArray 1300x1340, Цейсс-1000
56431.36888(35)	44	0.00059	UBVRI, VersArray 1300x1340, Цейсс-600
57794.30167(60)	191	0.00041	BVR _C I _C , FLI PL09000, Цейсс-1000
58276.42679(84)	243	–0.00042	BVR _C I _C , FLI PL09000, Цейсс-1000

6. ДИАГРАММА O–C,
ПОИСК АПСИДАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Наши наблюдения проводились, как уже было сказано, в 13 затмениях, однако получить точные моменты минимумов оказалось возможным только для 9 минимумов, пяти главных и четырех вторичных. Точные моменты минимумов нужны для исследования апсидального вращения в системе, а также для поиска невидимых спутников, нередко встречающихся в затменных системах [27, 35–38]. Самым надежным способом выявления невидимых компонентов является исследование периодичностей в ходе остатков O–C моментов минимумов.

Для определения точных моментов минимумов мы воспользовались нашей программой решения кривых блеска. Варьируя только начальную эпоху, мы добивались наилучшего совпадения между теоретическими кривыми блеска, построенными с параметрами из табл. 5, и наблюдениями в конкретном минимуме. Если наблюдения проводились одновременно в нескольких фотометрических полосах, то вычислялось средневзвешенное значение. Результаты представлены в табл. 7, в скобках указаны ошибки определения конкретного момента минимума, полученные либо в результате усреднения данных разных фотометрических полос, либо методом дифференциальных поправок, если наблюдения проводились в одной фотометрической полосе. Линейная регрессия данных из табл. 7 с учетом индивидуальных весов каждого момента приводит к следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 \text{HJDMinI} &= 2456389.3224(3) + 9^d 271657(3)E, \\
 \text{HJDMinII} &= 2456023.4156(5) + 9^d 271653(4)E.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Остаточные отклонения от линейной формулы (1) приводятся в третьем столбце табл. 7 и на рис. 15. При наличии в системе апсидального и вращения периоды следования главных и вторичных минимумов должны отличаться. В данной конфигурации системы следует ожидать, что период следования вторичных минимумов будет больше. Теоретически ожидаемая скорость апсидального вращения вычисляется как простая сумма классического и релятивистского эффектов. Для учета классических эффектов мы воспользовались формулами, приведенными в работе [39], предположив, что система полностью синхронизирована, т.е. оси вращения компонентов параллельны орбитальному моменту и их угловые скорости вращения равны орбитальным скоростям в периастре. Константы концентрации к центру обеих звезд $k_{2,1} = 0.0058$, $k_{2,2} = 0.0045$ мы определили интерполяцией таблиц из работы [40] для значений физических параметров звезд из табл. 6. В результате мы получили $\dot{\omega}_{\text{class}} = 0.0074^\circ/\text{год}$. Для учета релятивистского вклада во вращение линии апсид воспользуемся формулой из [41] и получим $\dot{\omega}_{\text{rel}} = 0.0096^\circ/\text{год}$, что немного превышает классический вклад. Теоретически ожидаемая скорость вращения линии апсид: $\dot{\omega}_{\text{theor}} = 0.017^\circ/\text{год}$, то есть апсидальный период должен быть равен $U = 21000$ лет. Такое апсидальное вращение вполне можно было бы обнаружить в нашем исследовании, если бы эксцентриситет системы был 0.2 или выше. Здесь же мы видим, что в пределах ошибок оба значения периодов совпали, так что апсидальное вращение в системе на данном этапе исследований не определяется. Необходимо значительно увеличить интервал наблю-

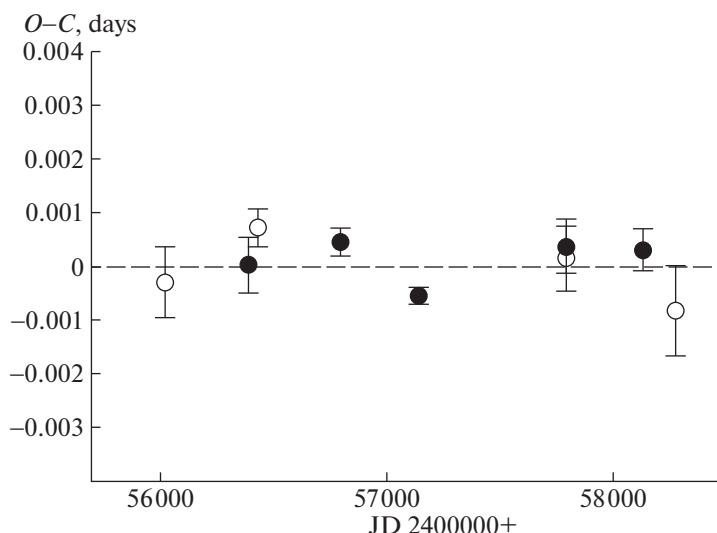


Рис. 15. График $O-C$, построенный с одинаковым для главных и вторичных минимумов значением периода, равным средневзвешенному значению из формулы (1), $P = 9^d 2716556$. Главные минимумы – заполненные кружки, вторичные – пустые кружки. Вертикальными отрезками показаны ошибки в определении моментов минимумов.

дений системы, продолжив регулярные наблюдения в минимумах в следующее десятилетие.

В данном исследовании точность определения индивидуального момента для главных минимумов составила 35 секунд при продолжительности самого минимума 9.6 часа, и 50 секунд для вторичных, при продолжительности минимума 8.9 часа. Точность определения моментов вторичных минимумов ниже, т.к. глубина их меньше (рис. 1 и рис. 7).

Эпоха наблюдений ROTSE далеко отстоит от наших наблюдений и мы попытались улучшить точность определения периодов (1) за счет удлинения интервала наблюдений. Для этого мы объединили наблюдения ROTSE в один средний главный и один средний вторичный минимумы и с помощью модельной кривой блеска определили моменты двух дополнительных минимумов. К сожалению, за счет того, что точность наблюдений ROTSE не очень высокая и в минимумы попало небольшое число точек, точность этих значений оказалась неудовлетворительной, см. табл. 7.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы получили надежные относительные и абсолютные параметры двойной затменной системы PS UMa. Эксцентриситет орбиты оказался небольшим, что исключает возможность исследования апсидального вращения. Система состоит из пары близких по массе звезд спектральных классов F7 V+G1 IV. Система очень интересна с точки зрения исследования синхронизации вращения звезд и циркуляризации орбит. Массы и размеры

звезд относительно невелики, поэтому, несмотря на солидный возраст системы в 2.4 млрд лет, орбита все еще находится в процессе циркуляризации. Для уточнения масс и абсолютных размеров звезд необходимо получить кривую лучевых скоростей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Наблюдения выполнены на 1-м и 60-см телескопах Симеизской обсерватории ИНАСАН. В работе использовались база данных SIMBAD Страсбургского центра астрономических данных (Франция) и служба библиографических ссылок ADS (NASA, США). Выражаем нашу признательность анонимному рецензенту, чьи важные замечания позволили устранить допущенные неточности.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа была выполнена при частичной поддержке стипендии Словацкого информационного агентства SAIA (АСК, ИМВ), гранта РФФ 14-12-00146 (ИМВ), гранта РФФИ № 11-02-01213а, 18-502-12025 (ИМВ). Работа выполнена при поддержке гранта Программа развития МГУ “Ведущая научная школа Физика звезд, релятивистских объектов и галактик”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. A. Otero, P. Wils, G. Hoogeveen, and P. A. Dubovsky, Inform. Bull. Variable Stars № 5681, 1 (2006).
2. P. R. Wozniak, W. T. Vestrand, C. W. Akerlof, et al., Astron. J. **127**, 2436 (2004).

3. *E. V. Kazarovets, N. N. Samus, O. V. Durevich, N. N. Kireeva, and E. N. Pastukhova*, Inform. Bull. Variable Stars № 6052, 1–23 (2013).
4. *I. Bulut and O. Demircan*, Monthly Not. Roy Astron. Soc. **378**, 179 (2007).
5. *C.-H. Kim, J. M. Kreiner, B. Zakrzewski, W. Ogloza, H.-W. Kim, and M.-J. Jeong*, Astron. J. Supp. Ser. **235:41**, 27 (2018).
6. *И. М. Волков, Н. С. Волкова*, Астрон. журн. **86**, 158 (2009).
7. *И. М. Волков, Н. С. Волкова, Д. Хохол*, Астрон. журн. **87**, 1 (2010).
8. *И. М. Волков, Н. С. Волкова, И. В. Николенко, Д. Хохол*, Астрон. журн. **88**, 1 (2011).
9. *И. М. Волков, Д. Хохол, А. С. Кравцова*, Астрон. журн. **94**, 436 (2017).
10. *Л. А. Багаев, И. М. Волков, И. В. Николенко*, Астрон. журн. **95**, 702 (2018).
11. *В. Г. Мошкалева, Х. Ф. Халиуллин*, Астрон. журн. **62**, 393 (1985).
12. *В. Г. Корнилов, И. М. Волков, А. И. Захаров, и др., WBVR Каталог ярких северных звезд* (МГУ, Москва, 1991).
13. *I. Volkov*, IBVS Inform. Bull. Variable Stars **6022**, 1 (2012).
14. *B. J. Taylor*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **60**, 577 (1986).
15. *И. М. Волков, Х. Ф. Халиуллин*, Астрон. журн. **79**, 747 (2002).
16. *I. Volkov, D. Chochol, and L. Bagaev*, in *Living Together: Planets, Host Stars and Binaries*, Ed. by S. M. Rucinski, G. Torres, and M. Zejda, Proc. Conference, Sept. 8–12, 2014, Litomyšl, Czech Republic, ASP Conf. Ser. **496**, 266 (2015).
17. *I. Volkov, D. Chochol, and L. Bagaev*, presented on the conference “The IMPACT of BINARIES on STELLAR EVOLUTION”, July 3–7, 2017, ESO Garching, Germany.
18. *G. M. Green, E. F. Schlafly, D. P. Finkbeiner, H.-W. Rix, N. Martin, W. Burgett, P. W. Draper, H. Flewelling, K. Hodapp, N. Kaiser, R. P. Kudritzki, E. Magnier, N. Metcalfe, P. Price, J. Tonry, and R. Wainscoat*, Astrophys. J. **810**, 25 (2015).
19. *E. F. Schlafly and D. P. Finkbeiner*, Astrophys. J. **737**, 103 (2011).
20. *D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner and M. Davis*, Astrophys. J. **500**, 525 (1998).
21. *А. С. Кравцова, И. М. Волков, Д. Хохол*, Астрон. журн. **96**, 508 (2019).
22. *P. J. Flower*, Astrophys. J. **469**, 355 (1996).
23. *T. G. Barnes, D. S. Evans and T. J. Moffett*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **183**, 285 (1978).
24. *Х. Ф. Халиуллин, А. И. Халиуллина*, Астрон. журн. **61**, 393 (1984).
25. *V. Straižys, Multicolor Stellar Photometry* (Pachart Publ. House, Tucson, 1992).
26. *Kh. F. Khaliullin*, Astrophys. J. **299**, 668 (1985).
27. *I. M. Volkov, D. Chochol, J. Grygar, M. Mašek and J. Jurýšek*, Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso **47**, 29 (2017).
28. *R. A. Wade and S. M. Rucinski*, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. **60**, 471 (1985).
29. *D. M. Popper*, Astrophys. J. **254**, 203 (1982).
30. *М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепашук*, Астрон. журн. **53**, 722 (2009).
31. *Z. Eker, S. Bilir, F. Soydugan, et al.*, Publ. Astron. Soc. Austral. **31**, e024 (2014).
32. *L. Girardi, A. Bressan, G. Bertelli, and C. Chiosi*, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. **141**, 371 (2000).
33. *V. M. Canuto*, Astrophys. J. **489**, L71 (1997).
34. *G. Torres, L. P. R. Vaz, C. H. S. Lacy, and A. Claret*, Astron. J. **147**, 36 (2014).
35. *I. M. Volkov, D. Chochol, N. S. Volkova, I. V. Nikolenko*, Proc. IAU **282**, 89 (2012).
36. *I. M. Volkov, N. S. Volkova*, ASP Conf. Ser. **435**, 323 (2010).
37. *N. Volkova, I. Volkov*, IBVS Inform. Bull. Variable Stars **5976**, 1 (2011).
38. *I. M. Volkov*, ASP Conf. Ser. **496**, 109 (2015).
39. *Н. И. Шакура*, Письма в Астрон. журн. **11**, 536 (1985).
40. *A. Claret and A. Gimenez*, Astron. and Astrophys. **424**, 919 (2004).
41. *T. Levi-Civita*, Amer. J. Math. **59**, 225 (1937).
42. *J. C. Mermilliod, M. Mermilliod, and B. Hauck*, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. **124**, 349 (1997).