УДК 521.1

# РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ НАВИГАЦИОННОЙ ПРИВЯЗКИ ОКОЛОЛУННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ К СЕЛЕНОЦЕНТРИЧЕСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

© 2020 г. А. О. Андреев<sup>1, 2, 3</sup>, Ю. А. Нефедьев<sup>1,\*</sup>, Н. Ю. Демина<sup>1</sup>, Н. К. Петрова<sup>1</sup>, А. А. Загидуллин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия
 <sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
 Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия
 <sup>3</sup> Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия
 \*E-mail: star1955@yandex.ru
 Поступила в редакцию 19.12.2019 г.
 После доработки 24.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

Современные космические оптические наблюдения в исходном виде содержат значительные геометрические и яркостные искажения. Данная проблема может быть решена на основе геометрической коррекции и преобразования координат опорных объектов в принятые картографические проекции. В настоящей работе рассматривается метод координатной трансформации к опорной селеноцентрической динамической системе с применением электронных карт, в качестве которых выступает база опорных селенографических объектов. Процесс трансформации предполагает формирование фотограмметрически скорректированного изображения, идентификацию наблюдаемых и включенных в электронные карты объектов. Зная наблюдаемые селенографические координаты искомой точки, программными средствами определяются ее высотные данные на поверхности Луны по отношению к опорным объектам. Предварительные селенографические координаты искомой точки могут быть определены с использованием как наземных позиционных наблюдений, так и с помощью бортовых угломерных устройств, таких как лазерный интерферометр. Статья основана на докладе, сделанном на конференции "Астрометрия вчера, сегодня, завтра" (ГАИШ МГУ, 14– 16 октября 2019 г.).

**DOI:** 10.31857/S0004629920100011

# 1. ВВЕДЕНИЕ

В направлении выполнения системного анализа селенофизических данных современных лунных миссий и развития метода приведения разнородных селенофизических наблюдений в единую селеноцентрическую систему и создания цифрового каталога селеноцентрических референтных точек необходимо отметить следующее [1]. Несмотря на достижения при определении селенофизических параметров на основе данных измерений космических аппаратов, задача создания точного координатно-временного ориентирования на поверхности Луны в настоящее время остается в достаточной степени не решенной. Согласно работе [2], существует вывод о том, что орбитальные параметры космических лунных миссий "GRAIL" и "LRO" были определены и привязаны к небесной системе координат с точностью 1 м на всем маршруте полета спутника.

Такое заключение основывается на той информации, что снимки, полученные с борта "LRO", были привязаны друг к другу с такой точностью для селенографических координат, когда каждый пиксель соответствует 0.5 м на поверхности Луны. Также считается, что модель гравитационного поля, построенная по измерениям "GRAIL", повсеместно уравнена и согласована с орбитальными элементами миссии "LRO". Однако, согласно статье [3], в которой проведен анализ наблюдений, полученных космическим аппаратом "LRO", практически все данные по сканированию лунного спутника для определения его положения в фазовом пространстве относятся к результатам доплеровского наземного слежения, в основном, выполненные с использованием системы DSN (Сеть дальней космической связи NASA Deep Space Network). Привязка к системе DSN не является достаточно точной ни по отно-

шению к небесной, ни к земной системам координат. Приведенные авторами работы [3] результаты лазерной альтиметрии лунной поверхности и структурные элементы селеноида Луны также не привязаны к какой-либо конкретной системе координат, а лишь определенным образом сориентированы по отношению к положению Луны. Каждый оборот космического аппарата вокруг небесного тела соответствует определенной орбите. Для окололунного спутника на основе разности элементов таких орбит в точках, в которых орбиты пересекаются, оценивается точность координатно-временной привязки. В данном случае можно говорить об определении адекватной "внутренней" точности орбитального передвижения. Использование современных альтиметрических космических измерений и учета гравитационных возмущений улучшает согласование орбитальных параметров и увеличивает "внутреннюю" точность. Тем не менее все сказанное выше не позволяет произвести оценку "внешней" точности координатно-временной привязки. Поэтому описанная методика может быть использована только в случае привязки спутниковых орбит друг к другу, не является исключением и миссия "LRO".

Для оценки "внешней" точности требуется другой вид наблюдательных данных, имеющих точность не ниже "внутренней". Такими наблюдениями может быть привязка космического аппарата к звездам и объектам на лунной поверхности [4]. В настоящей работе предложен метод регрессионного моделирования для приведения разнородных селенофизических измерений к единой селеноцентрической системе и построения цифрового селеноцентрического каталога (DSC) опорных лунных объектов на основе прямой привязки их к звездам и трансформации в систему DSC данных современных лунных миссий. Описанные результаты с учетом новых теорий физической либрации Луны позволяют создать динамическую селеноцентрическую опорную систему, оси координат которой совпадают с лунными осями инерции Луны, а начало координат с центром масс Луны. Следует отметить, что впервые в мировой практике попытка навигационной привязки к цифровому селенографическому каталогу была выполнена измерительными системами миссии "LRO". На платформе данного космического аппарата был установлен измерительный комплекс "LALT". "LALT" включал главную оп-тическую камеру "LROC", позволяющую получать снимки лунной поверхности с разрешением 0.5 м, и альтиметр "LOLA" для создания точной карты высотных данных. Цель использования комплекса "LALT" заключалась в определении наиболее подходящих мест для прилунения модулей будущих лунных миссий. Особое внимание при осуществления проекта "LRO" было направлено на увеличение точности нахождения элементов орбиты спутника.

Снимки высокого разрешения покрытия заданных лунных территорий были получены с использованием специальной панорамной камеры. При этом на основе фотограмметрических методов и специального программного обеспечения была осуществлена попытка привязать спутниковую орбиту к цифровому опорному каталогу лунных объектов. Перспективным направлением координатно-временного обеспечения является привязка к системе световых лазерных маяков (СЛМ). Такая система аналогична системе опорных лунных кратеров. но последние являются практически точечными объектами. к которым в принципе с помощью разработанного в настоящей работе метода можно осуществить координатную привязку с точностью, равной нескольким сантиметрам. Установка таких маяков планируется при осуществлении российских лунных миссий "Луна-25" (26, 27, 28). Использование СЛМ позволит осуществить высокоточное прилунение и выполнить высокодетальное сканирование Луны. Наш метод позволяет при навигационной привязке космических спутников к лунсистеме координат использовать ной как непосредственно объекты с известными координатами на поверхности Луны, так и квантово-оптические системы, аналогом которых являются СЛМ с определенными точными координатными положениями.

# 2. СИСТЕМА СЕЛЕНОГРАФИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

При создании опорного каталога лунных объектов видимой и обратной сторон Луны (КЛО) необходимо точно определить системы координат, в которых будут проведены все построения, так как в специальной литературе имеются определенные несогласия в данной области. Прямоугольные селенографические координаты отсчитываются в долях радиуса Луны R = 1738.1 км.

Направление осей (см. рис. 1):

ζ – направлена к Земле (x в декартовой системе координат);

 $\xi$  — совпадает с проекцией лунного экватора и направлена на восток (*у* в декартовой системе ко-ординат);

η — совпадает с проекцией нулевого меридиана и направлена к северному полюсу (*z* в декартовой системе координат).

Меридиан, проходящий через первый лунный радиус, т.е. через ось инерции X, имеет долготу  $0^{\circ}$ .

Долгота отсчитывается в градусах. Согласно классикам селенографии [5, 6], селенографическая долгота пункта равна двугранному углу меж-



Рис. 1. Системы селенографических координат.

ду нулевым меридианом и меридианом кратера. Она положительна в восточном и отрицательна в западном полушариях Луны. В ту и другую сторону долготы возрастают до 180° в первом случае и уменьшаются до –180° во втором. Меридиан 180° проходит через центр обратной стороны Луны, пересекая Море Мечты. Однако согласно [7], определение дается неправильно – положительные долготы отсчитываются к западу от нулевого меридиана, отрицательные – к востоку. Таким образом, нужно внимательно относиться к публикациям и определениям, которые даются в различных источниках, так как на их основании было впоследствии опубликовано большое количество научных работ.

Широта отсчитывается в градусах. Дуга, отсчитываемая от экватора по меридиану, проходящему через кратер до кратера, называется широтой. Измеряется от 0° до 90° к северному полюсу Луны и от 0° до -90° к южному.

Формулы связи сферических координат с прямоугольными имеют следующий вид:

~

\_ . .

$$\xi = R \sin \lambda \cos \beta, \quad \eta = R \sin \beta, \zeta = R \cos \lambda \cos \beta,$$
(1)

где λ, β – селенографические долгота и широта, а *R* – радиус-вектор лунного объекта.

### 3. МЕТОД СОЗДАНИЯ ОПОРНОГО КАТАЛОГА ЛУННЫХ ОБЪЕКТОВ ВИДИМОЙ И ОБРАТНОЙ СТОРОНЫ ЛУНЫ

С целью построения селеноцентрической динамической опорной системы координат необходимо использовать методы абсолютной привязки лунных точечных объектов к звездам. Для увеличения количества опорных координатных точек, входящих в DSC, осуществляется трансформация в нее других объектов, полученных из разнородных наблюдений. Метод создания опорного каталога лунных объектов видимой и обратной сторон Луны основан на алгоритме робастного моделирования. Так как трансформация селенографических положений требует объемных перевычислений, возникает необходимость предварительного анализа и оценки целесообразности таких вычислений. Для решения этой задачи и используются методы регрессионного моделирования:

1. Метод полного перебора элементов регрессионной модели. Основой данного метода служит полиномиальное разложение координатных данных. Разложение может содержать полиномы второй и третьей степеней. С помощью полного перебора членов регрессионной модели при выполнении трансформации каждой стандартной координаты находится оптимальная структура регрессионной модели с минимальной среднеквадратической ошибкой (СКО). Использование метода "плавающей" регрессионной модели позволяет увеличить точность трансформации селеноцентрических координат более чем на 10%.

2. Метод аффинных преобразований. Данный подход применяется для преобразования селеноцентрических координат из одной декартовой системы  $\vec{X}$  в другую  $\vec{Y}$ .

Эффективность применяемых процедур при преобразовании селеноцентрических координат определяется с помощью точного сравнительного анализа. К таким процедурам относятся:

1) оптимизация полиномиальных аппроксимаций;

2) аффинные трансформации;

 ортогональные трансформации с перебором систематических ошибок;

4) решение систем линейных уравнений.

Для приведения разнородных наблюдений координатных положений в единую селеноцентрическую систему был использован следующий метод. Строилась регрессионная модель, позволяющая производить робастную оценку разнородных наблюдаемых данных [8]:

$$X = AY + X_0 + \varepsilon, \tag{2}$$

где X — результирующая матрица приведенных в единую систему разнородных наблюдательных данных, Y — матрица разнородных наблюдательных данных, A — матрица поворота,  $X_0$  — вектор смещения систем координат и є — матрица ошибок. Решение системы (2) было осуществлено с использованием метода адаптационного регрессионного моделирования. Для этого были выполнены следующие действия:

1) диагностика качественных составляющих регрессионной модели разнородных данных;

2) анализ соблюдения основных условий использования метода наименьших квадратов (МНК) (например, условия Гаусса-Маркова);

3) применение численной адаптации в случае нарушения стандартных условий МНК.

Робастное оценивание искомых параметров предполагает следующие необходимые процедуры:

1) анализ критериев трансформаций систем;

2) создание спектра конкурирующих регрессионных моделей приведения разнородных данных в единую систему;

 построение достаточного количества структурированных параметрических методов идентификации моделей;

4) применение разнородных сценариев обработки наблюдений, дающих возможность проводить прогнозные оценки качественных свойств моделей, позволяющих определять возникающие нарушения условий алгоритма МНК и проводить адаптацию к оптимальным параметрам робастных оценок, если существует несоответствие с постулируемыми свойствами модели.

Сгущение и расширение каталога лунных объектов производится с применением следующей регрессионной модели:

$$A \times \Theta + \vec{\varepsilon} = Z, \tag{3}$$

где  $A(A_{ij})$  — матрица поворота,  $\Theta(\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta)$  — вектор смещения системы отсчета  $Z(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  по отношению к  $\vec{\epsilon}$ .

При адаптивном регрессионном моделировании (ARM-подход) необходимо учитывать, что структура трансформации искомых параметров для каждой пары систем остается неизвестной при решении регрессионной модели (3), и ее необходимо определить согласно заданным конкурентным данным [9]. В общем случае выражение (3) можно записать как уравнение матрицы регрессии [1]:

$$Y = X\overline{\beta} + \overline{\epsilon},\tag{4}$$

здесь  $\vec{\epsilon}$  — вектор ошибок, вектор  $\vec{\beta}$  представляет собой первую строку в матрице поворота *A*. Очевидно, что члены вектора *Y* для простого события (4) одновременно определяются по структурному идентификатору.

Матрица поворота A иногда не соответствует условиям преобразования ортогональности из системы Y в систему X из-за присутствия мультиколлинеарности и имеющихся ошибок при вычислении координат объектов, входящих в эти две системы. При этом необходимо соблюдение условия:

$$A^T A = E, \quad \det A = 1. \tag{5}$$

Уравнение (4) совместно с условием (5) можно интерпретировать как совместное детерминированное преобразование. Такая задача решается с помощью метода численной оптимизации, который характеризуется точностью в пределах отличия  $\vec{X}$  и  $\vec{Y}$  систем.

Нахождение искомых параметров  $\Theta(\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta)$  производится согласно выражению:

$$\Theta = (A^T P A)^{-1} (A^T P Z), \tag{6}$$

ошибки для поправок к координатам  $\Delta\xi$ ,  $\Delta\eta$ ,  $\Delta\zeta$  определяются согласно ковариационной матрице:

$$D(\Theta) = \frac{V^T P V}{2n - 3} (A^T P A)^{-1},$$
(7)

где *V* – вектор остаточных отклонений.

В процессе построения селеноцентрического каталога опорных точек используются разные методы преобразования координат при детерминированных и аппроксимированных трансформациях. При этом применяются математические подходы, разработанные для производства прямой привязки лунных объектов к небесной системе координат. Для решения описанной выше задачи необходима модификация МНК с учетом метода регрессионного моделирования. Данная процедура требует использования алгоритма аффинной трансформации данных из одной системы в другую [8].

Для создания селеноцентрической опорной системы координат использовались данные наземных наблюдений и космических миссий, авторских программных пакетов, позволяющих анализировать регрессионные модели и выполнять робастные оценки искомых параметров. Алгоритм исследований включал следующие процедуры:

 Исследование случайных и систематических ошибок селеноцентрической опорной системы координат.

2. Многопараметрический гармонический и фрактальный анализ селеноцентрических координат объектов на видимой и обратной сторонах и в либрационной зоне Луны.

При построении каталога опорных объектов использовались программные алгоритмы, разработанные для привязки объектов на лунной поверхности.

Для создания опорной селеноцентрической системы использовались алгоритмы, разработанные для абсолютной привязки лунных объектов к звездам. При этом, по крайней мере, две из решаемых при этом задач с помощью МНК могут быть в настоящее время решены более точно. Также, учитывая тот факт, что переобработка базовых наблюдений требует объемных вычислений, необходимо определить и численно оценить целесообразность таких процедур.

Одним из самых важных этапов вычислительного процесса при редукции наблюдений является процедура нахождения (оценивания) параметров регрессионных моделей, которые с успехом применяются в астрономии, геодезии и астрофизике. Однако классический подход к оцениванию искомых величин в данных научных направлениях, постулирующий устойчивую фиксированную модель и использование метода наименьших квадратов, не соответствует современным практическим требованиям и развитию алгоритмов, основанных на регрессионном моделировании. Предпринимаемые действия для выхода за стандартные рамки МНК преследуют локальные проблемы и не создают условий для системного решения данной задачи. Стандартными ограничениями при редукции космических данных и наземных наблюдений является присутствие незначимых, неинформативных, дублирующих и коррелирующих полиномиальных членов, нарушение условий МНК в части нормальной схемы Гаусса-Маркова. Как альтернатива классическому методу, в настоящей работе применяется подход регрессионного моделирования, предусматривающий при оценивании искомых параметров робастный анализ, проверку допущений и адаптацию при их нарушениях, а также требующий разработки специализированного программного обеспечения для целей автоматизированной обработки наблюдений, сокращающей время процесса вычислений и анализа данных. Регрессионное моделирование представляет собой системный метод, при котором корректность использования любого системного элемента (метод оценивания

структур, метод оценивания параметров, модель, выборка, набор постулирований, мер качества) может быть подвергнута проверке и адаптирована при нарушении основных условий. Аналоги используемого в работе системного подхода регрессионного моделирования и разработанного для этой цели программного обеспечения отсутствуют в мировой научной практике. В настоящее время создан комплекс специализированных программ, позволяющих осуществить в первом приближении точную редукцию наблюдений как для динамических, так и для многофакторных регрессий. Эти программные пакеты следующие:

1. ПКРА (программный комплекс регрессионного анализа); предназначен в первую очередь для анализа оптимальной модели обработки данных, используемой для прогноза. ПКРА имеет достаточно рациональную структуру, включающую в себя: I) контролирующий программный узел; II) программный узел создания запроса; III) набор программных функциональных процедур; IV) программный узел сценария; V) интерактивный модуль настроек системы; VI) модуль редактора информации; VII) модуль создания интерактивных таблиц: VIII) интерактивный справочник.

2. ППМГА (программный пакет многопараметрического гармонического анализа); разработанный программный пакет является автоматизированным специализированным продуктом для реализации метода регрессионного (робастного) моделирования для выполнения задач математической интерпретации структурных параметров и аномалий гравитационного поля. Основное назначение ППМГА заключается в регрессионном моделировании явлений и процессов с последующим их применением для прогнозирования итоговых значений искомых параметров (откликов).

3. ПСПОГС (программная система параметрического оценивания генетических связей); разработанная программная система представляет собой специализированный комплекс, предназначенный для задач регрессионного (робастного) моделирования при выполнении процедуры оценивания искомых величин. Главное назначение ПСПОГС заключается в построении многопараметрических регрессионных моделей (МРМ). Функциональность МРМ не ориентирована на моделирование прогнозных значений, основная цель ПСПОГС направлена на описание причинно-следственных связей исследуемых процессов.



Рис. 2. Распределение объектов ЦСДК в виде 2D-модели.

# 4. ЦИФРОВОЙ КАТАЛОГ ЛУННЫХ ОБЪЕКТОВ ВИДИМОЙ И ОБРАТНОЙ СТОРОНЫ ЛУНЫ

Цифровой селеноцентрический динамический каталог (ЦСДК) лунных объектов видимой и обратной стороны Луны построен по данным наземных наблюдений лунных кратеров при привязке к звездам и спутниковых миссий "Clementine", "Kaguya", "LRO" и "Apollo". Структуру ЦСДК составляют значения селенографических прямоугольных координат, селенографических долгот и широт и радиус-векторы кратеров на лунной поверхности, полученные из разносортных спутниковых наблюдений и приведенные робастным моделированием в единую селеноцентрическую динамическую систему отсчета. В зависимости от вида содержащейся информации данные в базе условно можно разделить на восемь структурных разделов, которые можно представить как октанты. При этом отношение цифровой информации к определенному структурному разделу характеризуется знаком представленных значений координат. Всего ЦСДК содержит 274093 опорных объектов. Прямоугольные координаты ξ, η, ζ связаны с главными осями инерции Луны и даны в долях среднего радиуса Луны 1738.1 км. Средняя расчетная точность координат в базе не превышает по модулю для  $\xi$ , η, ζ значений 0.0001, 0.0001 и 0.0002 среднего лунного радиуса соответственно. Сопоставление объектов между разными базами данных лунных объектов может быть выполнено с использованием сравнительного анализа близости представленных координатных положений.

Доступ к ЦСДК реализован в виде программы "HeightsComparison", входящей в пакет имитационного моделирования, составленной в системе MATLAB. Данная программа предоставляет возможность доступа к интерактивному поисковому механизму, позволяющему по различным критериям, задаваемым пользователями, осуществлять выборку цифровых данных, создавать имитационную модель картографического обеспечения ЛНСС и проводить сравнительный анализ высотных данных модели с селенографической цифровой картой лунной поверхности. Программа позволяет осуществлять тестирование базы и выборку наблюденных объектов селенографических прямоугольных координат лунных объектов по значениям вводимых сферических селенографических координат, характеризующих положение объекта на поверхности Луны. Можно выбрать и/или задать требуемые опции: значения селенографической широты и долготы, тип выборки: куб или сфера, радиус выборки в долях среднего радиуса Луны. Итоговую информацию можно получить в виде пакета данных базы, в который вхолят все объекты, попалающие в куб или сферу выборки. Данный подход планируется в дальнейшем использовать при решении задач фотограмметрической привязки космического аппарата к электронным лунным картам и других навигационных задач.

На рис. 2 и рис. 3 приводится распределение объектов ЦСДК в виде 2D и 3D моделей.

На рис. 2 по оси ординат отложены селенографические широты в градусах, по оси абсцисс долготы в градусах. Цветовая диаграмма характеризует количество объектов.



Рис. 3. Распределения объектов КЛО в виде 3D-модели.

На рис. 3 по оси  $\beta$  отложены селенографические широты в градусах, по оси  $\lambda$  – долготы в градусах. Вертикальная ось и цветовая диаграмма характеризует количество объектов.

Как видно из рис. 2 и 3, наименьшее количество объектов содержат полярные области. По селенографическим широтам распределение достаточно равномерное как для видимой, так и обратной сторон Луны.

# 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ НУЛЬ-ПУНКТА СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ЦСДК

С целью анализа координатной системы проведено определение положения центра отсчета координат (ЦОК) системы ЦСДК. С этой целью определено положение центра отсчета координатной системы ЦСДК относительно центра масс (ЦМЛ) и центра фигуры (ЦФЛ) Луны и затем из сравнения этого положения со значениями, полученными для моделей современных миссий, оценивается близость с ЦМЛ, так как считается, что системы координат спутниковых миссий квазидинамические, т.е. ЦОК совпадает с ЦМЛ, а оси не совпадают с осями инерции Луны.

Моделирование положения ЦОК систем координат ЦСДК относительно ЦМЛ выполняется в три этапа: 1) создание многопараметрической гармонической модели разложением по сферическим функциям данных ЦСДК; 2) разработка алгоритма оценивания гармонических амплитуд; 3) определение положения ЦОК модели макрофигуры системы ЦСДК относительно ЦМЛ и сопоставление полученных результатов с данными спутниковых наблюдений по нахождению положений ЦМЛ относительно ЦФЛ.

С целью разложения по сферическим функциям данных каталога ЦСДК использовалась следующая регрессионная модель:

$$h(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{n} (\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda) \overline{P}_{nm} \cos \varphi + \varepsilon,$$
(8)

где  $\lambda$ ,  $\phi$  — селеноцентрические долгота и широта кратера, входящего в систему КЛО;  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  — нормированные коэффициенты;  $P_{nm}$  — нормированные присоединенные функции Лежандра;  $\varepsilon$  — случайные погрешности регрессии. На основе (8) была создана математическая модель физической лунной поверхности.

Смещение ЦФЛ относительно ЦМЛ определяется гармониками первого порядка:

$$\Delta \xi = \sqrt{3} \,\overline{C}_{11}, \quad \Delta \eta = \sqrt{3} \,\overline{S}_{11}, \quad \Delta \zeta \sqrt{3} \,\overline{C}_{10}, \tag{9}$$

где  $\Delta \zeta$  — поправка к ЦФЛ по оси, совпадающей с направлением на Землю,  $\Delta \xi$  — поправка к ЦФЛ по оси, направленной перпендикулярно к  $\zeta$ , и лежащая в плоскости лунного экватора,  $\Delta \eta$  — поправка к ЦФЛ по оси, совпадающей с лунной осью вращения;  $\overline{C}_{11}$ ,  $\overline{S}_{11}$ ,  $\overline{C}_{10}$  — гармонические амплитуды первого порядка в разложении регрессионной модели.

На основе данных космических миссий "Clementine", "Kaguya" и каталога ЦСДК получены значения нормированных коэффициентов разложения первого порядка регрессионной модели (8). В результате были определены значения положения ЦОК моделей макрофигуры систем

	Clementine	Kaguya	ЦСДК
Δξ	-1.82	-1.78	-1.59
Δη	-0.72	-0.76	-0.79
$\Delta \zeta$	-0.62	+0.25	+0.43

Таблица 1. Координаты ЦФЛ [км] относительно ЦМЛ для трех источников гипсометрической информации

миссий "Clementine", "Кадиуа" и каталога КЛО относительно ЦМЛ.

Как видно из табл. 1, каталог ЦСДК показывает хорошее согласие с данными положения ЦФЛ относительно ЦМЛ космических миссий "Clementine" и "Кадиуа". Таким образом, можно сделать вывод, что координатная система ЦСДК относится к динамической селеноцентрической системе координат и может полноценно использоваться для выполнения навигационных задач как на поверхности Луны, так и в окололунном пространстве.

## 6. ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЦСДК "HEIGHTS COMPARISON"

Метод навигационной привязки окололунных космических аппаратов к селеноцентрической динамической системе координат с использованием ЦСДК был практически реализован в виде программной имитационной модели. Имитационная модель картографического обеспечения ЛНСС ИМКО предназначена для эффективного определения координат объектов на лунной поверхности и тестирования полученных результатов. ИМКО построена в виде программного модуля "Heights Comparison" и предоставляет возможность доступа к интерактивному поисковому механизму, позволяющему по различным критериям, задаваемым пользователем, создавать имитационные модели картографического обеспечения ЛНСС, осуществлять выборку цифровых данных и проводить сравнительный анализ высотных данных модели с селенографической цифровой картой лунной поверхности.

Используемый в настоящей работе метод по определению селеноцентрической высоты искомого объекта на лунной поверхности основан на постулировании факта, что объекты, находящиеся на близких расстояниях друг от друга, имеют и схожие значения высотных данных, что в меньшей степени присуще объектам, расположенным на значительных расстояниях друг от друга. Для определения высотных параметров искомых объектов применяется метод взвешенных высотных параметров (WAP). Суть метода заключается в привязке отождествляемой точки к опорным объектам с известными координатами, расположенным в окрестностях отождествляемого объекта. В случае равномерного распределения высотных выборок и стабильных поверхностных характеристик для разных областей ландшафта возникает возможность точной интерполяции высотных значений лунной поверхности на основе известных высот близлежащих объектов. При этом для учета различной удаленности опорных объектов от отождествляемой точки используется подход назначаемых весов: более близким к отожлествляемой точке опорным объектам присваивается и большее значение веса. При реализации метода WAP считается, что каждый опорный лунный объект производит локальное воздействие на значение высотного параметра отождествляемого объекта в зависимости от величины расстояния между этими объектами. Поэтому опорным объектам, близким к искомому, придаются более высокие значения, чем находящимся на больших расстояниях. Исходя из этих предпосылок можно записать основное выражение метода в виде:

$$\hat{H}(O_0) = \sum_{i=1}^{N} P_i H(O_i),$$
(10)

где  $\hat{H}(O_0)$  представляет собой отождествляемую (неизвестную) величину высотного параметра для объекта  $O_0$ ;  $P_i$  – задаваемые значения веса для каждого опорного объекта, который будет использоваться в исследованиях. Величина веса изменяется в зависимости от расстояния;  $H(O_i)$  – измеренное (известное) значение высотного параметра для объекта  $O_i$ ; N – число опорных объектов, найденных вблизи отождествляемого объекта, которые планируется использовать при интерполяционных процедурах.

Величины весов вычисляются согласно следующему выражению:

$$P_{i} = \frac{D_{i0}^{-p}}{\sum_{i=1}^{N} D_{i0}^{-p}},$$
(11)

где  $D_{i0}$  — представляет собой расстояние между *i*-м опорным объектом  $O_i$  и отождествляемым объектом  $O_0$ .

В выражении (11) величина веса изменяется в зависимости от величины параметра *p*. Степенной коэффициент *p* влияет на то, какие веса будут приданы опорным объектам. Из этого следует, что в зависимости от увеличения расстояния между отождествляемым и опорными объектами величина веса, придаваемого опорным объектам, будет уменьшаться, и соответственно высотный параметр отождествляемого объекта также экспоненциально уменьшится. Если сложить веса для



**Рис. 4.** Распределение объектов в 3D-пространстве в системе  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ .

всех опорных объектов, включенных в процесс интерполяции, то сумма будет равна 1:

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1. \tag{12}$$

В процессе вычислений, добиваясь минимальной величины среднеквадратичной ошибки, можно определить оптимальную величину параметра *p*.

ИМКО позволяет находить по значениям долготы  $\lambda$  и широты  $\beta$  исследуемого объекта в заданной области на лунной поверхности на основе наблюдений с борта космического аппарата при использовании цифровой камеры и лазерного интерферометра ее селеноцентрические параметры. Зная приближенные наблюдаемые координаты искомого объекта, получаем взаимное положение искомого объекта (рис. 4, красная точка) и объектов ЦСДК (рис. 4, синие точки) в пространстве. В приведенном примере найдено 7 объектов ЦСДК.

В автоматическом режиме определяются значения ξ, η, ζ заданной точки и объектов, входящих в ЦСДК. Дополнительно формируется кривая ошибок. Это дополнительная информация, не влияющая на дальнейшие исследования, которая дает информацию о равномерности распределения объектов в исследуемой области. Далее определяется значение высоты искомой точки  $H_n$ в километрах и вычисляется значение интерполированной модельной высоты  $H_0$  области, окружающей эту точку, над средним радиусом Луны в километрах. При этом определяются весовые коэффициенты и расстояния d<sub>i</sub> от тестируемой точки на цифровых картах до центров окружающих исследуемую точку пикселей цифровых карт. В результате получаем среднеквадратичную ошибку определения высоты по ЦСДК и разницу между высотой искомого кратера и интерполированной высотой из цифровой карты Луны. Следует учитывать, что для поверхности Луны координаты (λ, β) меняются в пределах  $\pm 180^{\circ}$  и  $\pm 90^{\circ}$  соответственно. Однако для того, чтобы сопоставить высоты из ЦБК и полученной из электронной карты высот миссии "Kaguya", необходимо ограничиться пределами ±174° и ±84° при использовании алгоритма для получения значения высоты Н заданной точки с координатами ( $\lambda$ ,  $\beta$ ) методом IDW. С целью тестирования были получены значения для различных октантов. Анализ табл. 2 показывает, что для видимой стороны Луны (Октант № 1) получаются более точные значения, чем для обратной (Октант № 3).

774	
-----	--

Октант № 1		Октант № 3	
Р	1	Р	1
RMS	0	RMS	16.6
$\mathbf{H}_{\mathbf{N}}$	-2.11	$\mathbf{H}_{\mathbf{N}}$	3.05
Н	-2.07	Н	-0.82
$\Delta$	0.04	$\Delta$	-3.87
σ	0.007	σ	-2.8

Таблица 2. Сравнение результатов определения высоты искомой точки для двух разных октантов

В табл. 2 приведены: P – вес, RMS – средняя квадратичная ошибка, **H**<sub>N</sub> – высота искомой точки в системе опорного каталога, Н – высота для этого же объекта, полученная из электронной карты высот миссии "Kaguya",  $\Delta = H - H_N$ ,  $\sigma$  – СКО определения высоты. Все параметры даны в километрах. Таким образом, наибольшие ошибки наблюлаются лля областей на обратной стороне Луны. Это еще раз подтверждает тот факт, что для видимой стороны Луны координатно-временное обеспечение более точное, чем для обратной. Этим объясняется и тот факт, что для прилунения космических аппаратов на лунную поверхность в настоящее время требуется корректировка их траектории оператором в онлайн-режиме. В качестве примера можно привести данные китайской лунной миссии "Chang'e-4". Прилунение модуля миссии "Chang'e-4" стало возможным только после установления прямой связи с космическим аппаратом через спутник-ретранслятор, помещенный в точку Лагранжа.

В дальнейшем программную имитационную модель картографического обеспечения ЛНСС (ИМКО) планируется использовать при решении задач фотограмметрической привязки космического аппарата к электронным лунным картам и решения других навигационных задач.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При анализе методов создания ЛНСС было определено, что современные селенографические системы неравноточны и их данные относятся к различным координатным системам [10]. Поэтому, во-первых, необходимо использовать методы космической фотограмметрии, и, во-вторых, необходимо при редукции космических наблюдений использовать и наземные абсолютные наблюдения, и точную теорию физической либрации Луны [11].

Программная имитационная модель картографического обеспечения ЛНСС (ИМКО), описанная в настоящей работе, позволяет осуществлять имитацию определения наблюдаемых селенографических прямоугольных координат лунных объектов по значениям вводимых сферических селенографических координат, характеризующих положение объекта на поверхности Луны. Данную систему можно использовать непосредственно в режиме реального времени как на стационарных наблюдательных станциях, так и на борту навигационного спутника.

В результате сравнительного анализа полученных данных с гипсометрическими моделями, построенными на основе современных космических миссий, выполнено исследование точности определения координат избранной точки на лунной поверхности. Было определено, что КВНО для видимой стороны Луны является более точным, чем для обратной стороны, что подтвердило ранее сделанные выводы в других работах [12]. Разработанные подходы могут быть использованы при определении координат искомой точки на лунной поверхности с помощью различных навигационных угломерных устройств, наземных средств позиционирования, лазерных световых маяков [13], высокоточных бортовых звездных датчиков [14] и других измерительных методов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящая работа частично поддержана Российским научным фондом, гранты 20-12-00105 (согласно гранту разработан метод анализа данных) и 19-72-00033 (согласно гранту проведены численные расчеты). Работа выполнена в соответствии с Программой Правительства Российской Федерации по конкурентному росту Казанского федерального университета. Работа частично поддержана стипендией Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам SP-3225.2018.3, грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 19-32-90024 Аспиранты и Фондом развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Y. A. Nefedyev, A. Andreev, N. Petrova, N. Y. Demina, and A. Zagidullin, Astron. Rep. 62, 1016 (2018).
- 2. J. G. Williams, A. S. Konopliv, D. H. Boggs, R. S. Park, et al., J. Geophys. Res. Planets 119, 1546 (2014).
- 3. A. S. Konopliv, R. S. Park, D.-N. Yuan, S. W. Asmar, et al., J. Geophys. Res. Planets 118, 1415 (2013).
- 4. Y. Nefedyev, S. Valeev, R. Mikeev, A. Andreev, and N. Varaksina, Adv. Space Res. 50, 1564 (2012).
- 5. К. А. Куликов, В. Б. Гуревич, Основы лунной астрометрии (М.: Наука, 1972).
- 6. *В. Шевченко, Современная селенография* (М.: Наука, 1980).
- 7. Ш. Хабибуллин, Астрон. журн. 45, 663 (1968).

- 8. N. Varaksina, Y. Nefedyev, K. Churkin, R. Zabbarova, and S. Demin, J. Physics: Conference Series 661, 012014 (2015).
- 9. S. Demin, A. Andreev, N. Demina, and Y. Nefedyev, J. Physics: Conference Series **1038**, 012020 (2018).
- N. Demina, N. Petrova, A. Zagidullin, A. Andreev, Y. Nefedyev, and S. Demin, J. Physics: Conference Series 1135, 012001 (2018).
- 11. N. Petrova, A. Zagidullin, Y. Nefedyev, V. Kosulin, and A. Andreev, Adv. Space Res. 60, 2303 (2017).
- A. Andreev, N. Demina, Y. Nefedyev, S. Demin, and A. Zagidullin, J. Physics: Conference Series 1038, 012003 (2018).
- A. V. Bagrov, V. A. Leonov, A. S. Mitkin, A. F. Nasyrov, A. D. Ponomarenko, K. M. Pichkhadze, and V. K. Sysoev, Acta Astronautica 117, 332 (2015).
- A. Andreev, N. Demina, A. Zagidullin, N. Petrova, Y. Nefedyev, and S. Demin, J. Physics: Conference Series 1135, 012002 (2018).