# ВЛИЯНИЕ НЕТОЧНОСТИ НОРМИРОВКИ ТРАНЗИТНЫХ КРИВЫХ БЛЕСКА НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

© 2021 г. М. К. Абубекеров<sup>1, \*</sup>, Н. Ю. Гостев<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

\**E-mail: marat@sai.msu.ru* \*\**E-mail: ngostev@mail.ru* Поступила в редакцию 27.05.2021 г. После доработки 15.07.2021 г. Принята к публикации 27.07.2021 г.

В работе на примере транзитных кривых блеска Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b исследуется влияние неточности первичной нормировки наблюдаемых транзитных кривых блеска двойных систем на значения геометрических параметров и коэффициентов потемнения к краю. Показано, что вариация значения радиуса планеты и радиус звезды, вследствие неточности нормировки транзитной кривой блеска, может достигать 6-10%. Также неточность нормировки может оказывать значительное влияние на невязкух<sup>2</sup> и, как следствие, на уровень значимости модели.

*Ключевые слова:* экзопланеты, кривые блеска, внезатменный блеск, геометрические параметры двойной, радиус экзопланеты и звезды, наклонение орбиты

DOI: 10.31857/S0004629921110025

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Часто исследователи при интерпретации кривой блеска упускают из внимания точность ее нормировки, или среднее значение внезатменного блеска. При этом в качестве значения внезатменного блеска берутся лишь данные первичной обработки наблюдательных данных, в ходе которой не используется значительная часть информации, содержащейся в кривой блеска. В ряде случаев это заметно влияет на решение о принятии или отвержении модели, а также на сами значения геометрических параметров двойной системы и коэффициентов потемнения к краю, причем такое влияние носит нефизический характер. Соответственно, это влияние может мешать делать выводы о физических факторах, оказывающих аналогичное влияние.

Транзитные кривые блеска, возникающие в результате прохождения небесного тела по диску другого небесного объекта, содержат важную информацию не только о геометрических параметрах двойной системы (радиуса звезды, радиуса планеты, наклонение орбиты), но и коэффициенты потемнения к краю, которые косвенно содержат важную информацию об атмосфере звезды. Также часто встает вопрос об адекватности классической модели потемнения к краю наблюдательным данным, в частности, ввиду различных неоднородных структур на поверхности звезды. В данной работе авторы выполнили исследование влияния возможной ошибки нормировки внезаметнного блеска двойной системы звезда—планета на результаты оптимизации, а именно, на значения параметров двойной системы, а также на значение минимума невязки  $\chi^2$ . В качестве наблюдательного материала использовались высокоточные кривые блеска двойных звездных систем с экзопланетами Kepler-5b [1], Kepler-6b [2], Kepler-7b [3] и Kepler-8b [4].

#### 2. МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Метод интерпретации наблюдаемых транзитных кривых блеска двойной системы с экзопланетой основан на алгоритме высокоточного вычисления блеска при транзите планеты по диску звезды, описанному в цикле работ [5-10].

Использовалась модель двух сферических звезд на круговой орбите в отсутствие эффектов отражения и эллипсоидальности. Относительный радиус полости Роша в десятки раз превосходит радиус планеты [11]. Поэтому наше предположение о сферичности планеты вполне обосновано. То же самое можно сказать и об оптической звезде.

При расчете кривой блеска в качестве функций распределения яркости по диску звезды использовался квадратичный закон потемнения к краю диска:

$$I(\rho) = I_0 \left( 1 - x \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_s^2}} \right) - y \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_s^2}} \right)^2 \right).$$
(1)

Здесь  $\rho$  — полярное расстояние от центра диска звезды,  $I_0$  — яркость в центре диска, а  $r_s$  — радиус диска звезды. Яркость в центре планеты и, соответственно, яркость в любой точке ее диска, предполагается равной нулю. Планета в орбитальной фазе  $\theta = \pi$  проходит по диску звезды. Единицей длины в наших моделях является расстояние между центрами звезды и планеты (a = 1), орбита считается круговой. "Третий свет" в модели отсутствует. Радиус планеты обозначен как  $r_p$ . Искомыми параметрами модели являются радиусы звезды и планеты:  $r_s$ ,  $r_p$ , угол наклона орбиты i, коэффициент потемнения к краю x, а в случае квадратичного закона потемнения к краю также и коэффициент потемнения y.

Полный (внезатменный) блеск системы предполагается известным, наблюдаемые значения блеска предполагаются распределенными по нормальному закону. Также предполагаются известными стандартные отклонения наблюдаемых значений блеска. Интерпретация осуществлялась как при фиксированном внезатменном блеске, равном единице, так и с включением внезатменного блеска в число параметров интерпретации.

#### 3. НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

В работе выполнен анализ высокоточных транзитных кривых блеска двойных систем с экзопланетой Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b из работ [1–4]. Кривые блеска были получены на космической обсерватории Kepler с 1 мая по 14 июня 2009 г. Нормированные кривые блеска доступны в архиве данных MAST HLSP<sup>1</sup>.

Звездные системы Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b являются объектами ~13-й звездной величины. Кривые блеска получены в фотометрическом фильтре r фотометрической системы Ганна (ugriz). Центральная длина волны полосы пропускания  $\lambda_0 = 6550$  Å и полуширина полосы пропускания  $\Delta \lambda = 900$  Å. Транзитные кривые блеска каждой из исследуемых систем включают в себя около 2100 индивидуальных значений блеска системы, большинство которых приходится на внезатменную часть кривой блеска.

Точность транзитных кривых блеска двойных систем Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b в единицах интенсивности составила (здесь числа из оригинальных данных округлены до трех значащих цифр)  $\sigma = 1.38 \times 10^{-4}$ ,  $1.29 \times 10^{-4}$ ,  $1.02 \times 10^{-4}$ ,  $3.36 \times 10^{-4}$  соответственно. Относительная ошиб-

ка (по отношению к глубине затмения) исследуемых в работе транзитных кривых блеска составляет ~1%. Наблюдаемые транзитные кривые блеска систем Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b представлены на рис. 1–4 соответственно.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНЗИТНЫХ КРИВЫХ БЛЕСКА

Ниже в табл. 1–4 представлены результаты оптимизации транзитных кривых блеска двойных систем с экзопланетами Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, Kepler-8b соответственно. В центральном столбце каждой таблицы представлены значения оптимальных параметров двойной системы, полученных без оптимизации невязки по величине внезатменного блеска  $L_0$ , а в правом столбце приведены результаты оптимизации кривой блеска, в том числе и по значению полагаемого постоянным внезатменного блеска, выраженного в единицах, соответствующих указанным выше нормировкам кривых блеска.

Тут следует отметить, что данные значения кривой блеска получены в результате нормировки и их связь с непосредственно наблюдаемыми значениями (выраженными в единицах интенсивности светового потока или в звездных величинах) зависит от используемого способа нормировки кривых блеска. Эта нормировка, в том числе, может включать устранение непостоянства (тренда) полного блеска. Таким образом, от найденных в результате упомянутой интерпретации значений внезатменного блеска нельзя перейти к непосредственно физическим значениям полного блеска, выраженным в единицах интенсивности светового потока или в звездных величинах. Однако видно, что включение внезатменного

Таблица 1. Результаты оптимизации кривой блеска двойной звездной системы с экзопланетой Kepler-5

Параметр	Модель 1	Модель 2
$r_{s}$	$0.2091 \pm 0.0029$	0.2082
$r_p$	$0.01717 \pm 0.00036$	0.01706
$i, ^{\circ}$	$81.907 \pm 0.30$	81.973
x	$-0.06320 \pm 0.18$	-0.4676
У	$0.7440\pm0.27$	0.4229
$L_0$	1.00000	0.999966566
$\chi^2$	1.0489	0.993
α, %	6.80	61.5

Примечание. Модель 1- без оптимизации нормировки, Модель 2- с оптимизацией внезатменного блеска;  $L_0$  – внезатменный блеск.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> http://archive.stsci.edu/prepds/kepler\_hlsp



**Рис. 1.** Наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой Kepler-5b в фильтре *r* из работы [1]. Сплошная линия – оптимальная теоретическая кривая, полученная в предположении квадратичного закона потемнения диска звезды к краю.

блеска в параметры интерпретации влияет на значения искомых параметров. Это влияние может быть как незначительным, оставляющим значения геометрических параметров в рамках их ошибок, как в случаях систем Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b, так и довольно существенным, как в случае системы Kepler-8b (около 6—10% значений радиусов компонент).

Изменение невязки  $\chi^2$  оказывается существенным для кривых блеска всех рассмотренных в работе двойных систем. Многократный рост уровня значимости  $\alpha$  позволяет уверенно говорить об адекватности модели наблюдательным данным

Таблица 2. Результаты оптимизации кривой блеска двойной звездной системы с экзопланетой Kepler-6

		=
Параметр	Модель <i>1</i>	Модель 2
r <sub>s</sub>	$0.1785 \pm 0.0016$	0.1779
$r_p$	$0.01767 \pm 0.00028$	0.01759
$i, ^{\circ}$	$83.148\pm0.18$	83.189
x	$0.39\pm0.12$	0.4025
У	$0.37\pm0.20$	0.3506
$L_0$	1.00000	0.999965731
$\chi^2$	1.0726	1.0049
α, %	1.30	46.3

Примечание. Модель 1 – без оптимизации нормировки, Модель 2 – с оптимизацией внезатменного блеска;  $L_0$  – внезатменный блеск.

для двойных систем с экзопланетой Kepler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b.

Полученные значения геометрических параметров на основе транзитной кривой Kepler-8b, вследствие большого значения невязки  $\chi^2$ , нельзя считать достаточно надежными. Тем не менее существенное уменьшение невязки (почти в два раза) показывает на качественном уровне существенное улучшение аппроксимации наблюдаемой транзитной кривой блеска с помощью модельной и, соответственно, о необходимости интерпретации по внезатменному блеску. Уточним, что под качественным уровнем здесь имеет-

Таблица 3. Результаты оптимизации кривой блеска двойной звездной системы с экзопланетой Kepler-7

		-
Параметр	Модель 1	Модель 2
$r_s$	$0.1711 \pm 0.0019$	0.17049
$r_p$	$0.01433 \pm 0.00025$	0.01425
$i, ^{\circ}$	$83.30\pm0.19$	83.349
x	$0.23\pm0.15$	0.2354
У	$0.44 \pm 0.22$	0.4229
$L_0$	1.00000	0.99997466
$\chi^2$	1.0543	0.9959
α, %	4.84	57.9

Примечание. Модель 1 – без оптимизации нормировки, Модель 2 – с оптимизацией внезатменного блеска;  $L_0$  – внезатменный блеск.

924



Рис. 2. Наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой Kepler-6b в фильтре r из работы [2]. Сплошная линия — оптимальная теоретическая кривая, полученная в предположении квадратичного закона потемнения диска звезды к краю.

180

Phase

ся ввиду отсутствие численных вероятностных критериев принятия или отвержения модели, таких, как уровень значимости: при таких значени-

170

L

160

ях  $\chi^2$  он будет экстремально мал, что говорит о явной неприменимости использования его как подходящего статистического критерия оценки адекватности модели наблюдательным данным. Возможно, в кривой блеска двойной системы Кеpler-8b присутствуют иные искажающие факторы, не учтенные при первичной нормировке. О наличии дополнительных систематических ошибок, оставшихся после первичной нормиров-

Таблица 4. Результаты оптимизации кривой блеска двойной звездной системы с экзопланетой Kepler-8

Параметр	Модель 1	Модель 2
r <sub>s</sub>	$0.1642 \pm 0.0019$	0.1767
$r_p$	$0.01822 \pm 0.00024$	0.01758
$i, ^{\circ}$	$82.237 \pm 0.11$	81.531
x	$2.1764 \pm 0.18$	0.7271
У	$-1.922 \pm 0.19$	-0.4082
$L_0$	1.00000	1.000284
$\chi^2$	14.52	8.854
α, %	_	—

Примечание. Модель 1 - без фиттинга нормировки, Модель 2 – с оптимизацией внезатменного блеска; L<sub>0</sub> – внезатменный блеск.

ки наблюдаемого блеска, говорит и более высокая среднеквадратичная ошибка нормированной кривой блеска в сравнении с кривыми блеска Кеpler-5b, Kepler-6b, Kepler-7b.

200

190

Следует отметить, что в случае интерпретации, в том числе и по внезатменномому блеску, значительно изменяются значения коэффициентов потемнения к краю [12]. Так, при интерпретации транзитных кривых двойных систем Kepler-5b, Kepler-8b значения линейного квадратичного коэффициента потемнения к краю существенно изменились (см. табл. 1 и 4). В то же время значения коэффициентов потемнения к краю двойных систем Kepler-6b и Kepler-7b до и после использования интерпретации по внезатменному блеску почти совпадают (см. табл. 2 и 3).

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Из приведенных выше таблиц, содержащих значения коэффициентов потемнения к краю и значения геометрических параметров, и из представленных рис. 5-7 видно, что ошибка в нормировке внезатменного блеска порядка ошибки наблюдения (~10-4) влияет на значения геометрических параметров. Так, например, из рис. 7 видно, что изменение внезатменного блеска в пределах от единицы до оптимального значения меняет значение радиуса планет на величину около 6%, радиуса звезда на 11% (см. рис. 6), а наклонение орбиты на 1° (см. рис. 5). В зависимости результа-



**Рис. 3.** Наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой Kepler-7b в фильтре *r* из работы [3]. Сплошная линия – оптимальная теоретическая кривая, полученная в предположении квадратичного закона потемнения диска звезды к краю.



**Рис. 4.** Наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой Kepler-8b в фильтре *r* из работы [4]. Сплошная линия – оптимальная теоретическая кривая, полученная в предположении квадратичного закона потемнения диска звезды к краю.

тов интерпретации от нормировки нет определенного тренда. Тем не менее ошибка нормировки в пределах ошибки наблюдений сказывается на значениях геометрических параметров, получающихся в результате интерпретации. При этом

значимое влияние на величину невязки  $\chi^2$  происходит для всех рассмотренных двойных систем. Таким образом, значимая информация о полном (внезатменном) блеске содержится также и в части минимумов наблюдаемой кривой блеска.



**Рис. 5.** Зависимость наклонения орбиты i (в градусах) от отклонения от нормировки L - 1 для двойной системы Kepler-8.



**Рис. 6.** Зависимость радиуса звезды  $r_s$  от отклонения от нормировки L-1 для двойной системы Kepler-8.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Часто при интерпретации транзитных кривых блеска не обращается внимание на точность нормировки, используемой для нормировки значения внезатменного блеска в ходе первичной обработки кривой блеска. Используются кривые блеска, в которых по умолчанию предполагается верная нормировка внезатменного блеска, произведенная на основе его значения, полученного при первичной обработке наблюдаемой кривой блеска, без использования значительной части информации, содержащейся в кривой блеска. Однако такая нормировка выполнена не идеально, и в некоторых случаях это может, как минимум, вызывать статистически значимое изменение невязки  $\chi^2$  нефизического характера, зависящее от способа первичной обработки кривой блеска. В том числе, это может быть важно в тех



**Рис.** 7. Зависимость радиуса планеты  $r_p$  от отклонения от нормировки L - 1 для двойной системы Kepler-8.

случаях, когда несоответствие модели наблюдательным данным может быть вызвано влиянием тонких эффектов, например, наличием неоднородных структур на поверхности звезды. Поскольку для учета таких эффектов следует исключить упомянутые нефизические факторы, которые могут повлиять на решение важного вопроса принятия или отвержения модели, адекватности модели наблюдаемым данным.

Если значение внезатменного блеска далеко от оптимального, исключение его из числа параметров, по которым проводится интерпретация, может оказать и заметное влияние на получающиеся значения других искомых параметров.

Из чего можно сделать вывод о том, что внезатменный блеск системы следует определять на основе оптимизации кривой с использованием всех ее точек, включая и точки минимумов. Соответственно, следует включать внезатменный блеск в число параметров, по которым выполняется интерпретация (особенно, когда важна статистическая оценка выводов).

Алгоритм, позволяющий выполнять интерпретацию кривой блеска при заданном значении внезатменного блеска, общедоступен и расположен на сайте<sup>2</sup> Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят академика А.М. Черепащука за полезные советы и обсуждение данной работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. D. G. Koch, W. J. Borucki, J. F. Rowe, N. M. Batalha, et al., Astrophys. J. 713, L131 (2010).
- 2. E. W. Dunham, W. J. Borucki, D. G. Koch, N. M. Batalha, et al., Astrophys. J. **713**, L136 (2010).
- 3. D. W. Latham, W. J. Borucki, D. G. Koch, T. M. Brown, et al., Astrophys. J. **713**, L140 (2010).
- 4. J. M. Jenkins, W. J. Borucki, D. G. Koch, G. W. Marcy, et al., Astrophys. J. 724, 1108 (2010).
- 5. М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепащук, Астрон. журн. **85**, 121 (2008).
- 6. *М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепащук*, Астрон. журн. **86**, 778 (2009).
- 7. М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепащук, Астрон. журн. **87**, 1199 (2010).
- 8. *M. K. Abubekerov and N. Yu. Gostev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **432**, 2216 (2013).
- 9. *M. K. Abubekerov and N. Yu. Gostev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **459**, 2078 (2016).
- 10. M. K. Abubekerov and N. Yu. Gostev, Astron. and Astrophys. 633, id. A96 (2020).
- 11. Н. Ю. Гостев, Астрон. журн. 88, 704 (2011).
- 12. A. Claret, Astron. and Astrophys. 428, 1001 (2004).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> http://lnfm1.sai.msu.su/~ngostev/Files/demofitlight.zip