

ПРОГРАММА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПЛАНЕТ И НАКЛОНЕНИЯ ОРБИТ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ ТРАНЗИТОВ

© 2021 г. Е. В. Бекесов^{1, *}, А. А. Белинский^{2,}, С. Б. Попов^{1, 2, **}

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет МГУ, Москва, Россия

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

*E-mail: egor03121996@mail.ru

**E-mail: sergepolar@gmail.com

Поступила в редакцию 02.04.2021 г.

После доработки 05.07.2021 г.

Принята к публикации 31.08.2021 г.

В статье представлена программа для определения размера экзопланеты и наклона ее орбиты относительно картинной плоскости по транзитным кривым блеска. Программа протестирована по нескольким транзитам планеты TrES-3b, как архивным, так и полученным нами в Кавказской горной обсерватории. Также представлены результаты обработки наблюдений трех планет (HAT-P-19b, KOI-196b, WASP-60b), проведенных в Кавказской горной обсерватории. Сравнение результатов обработки с ранее публиковавшимися данными показывает, что в тех случаях, когда нами были получены достаточно качественные кривые блеска (HAT-P-19b и WASP-60b) и были использованы фиксированные коэффициенты модели потемнения к краю (заданные в соответствии с теоретическими моделями), наши значения радиуса планеты и наклона орбиты в пределах ошибок совпадают с величинами, определенными другими авторами. Обсуждается зависимость результатов от параметров модели потемнения звездного диска к краю. В частности, продемонстрировано вырождение по параметрам потемнения и расстоянию планеты от звезды во время транзита.

Ключевые слова: экзопланеты, наблюдения транзитов

DOI: 10.31857/S000462992112001X

1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения экзопланет начались в середине 1990-х годов [1]. Хотя первые объекты были открыты методом вариации лучевых скоростей [2, 3], довольно быстро лидирующее положение заняли транзитные наблюдения, особенно после запуска спутника “Kepler” [4, 5]. На сегодняшний день большинство планет было открыто именно с помощью поиска транзитов. Наблюдения транзитов из космоса позволяют проводить высокоточную фотометрию даже в случае совсем небольших объектов [6], однако в случае планет-гигантов успешные наблюдения транзитов возможны и с поверхности Земли, и даже с помощью небольших инструментов.

Многочисленные наблюдения транзитов экзопланет позволяют не только повысить точность определения их физических и орбитальных параметров, но также важны для поиска новых объектов в системе по вариации длительности или времени начала транзита [7]. А кроме того, высокоточные определения орбитальных параметров горячих юпитеров важны для изучения приливной миграции планет [8, 9].

В данной статье мы представляем программу для обработки транзитных наблюдений, позволяющую определить размер планеты и наклон ее орбиты относительно наблюдателя. Структура программы и ее элементы описаны в следующем разделе. Затем представлены наблюдения четырех планет, проводившиеся в Кавказской горной обсерватории (КГО). В четвертом разделе проведено сравнение результатов работы программы с использованием нескольких кривых блеска для одной из хорошо изученных планет. Наконец, в пятом разделе статьи приведены параметры еще трех планет, наблюдавшихся в КГО. В заключительном разделе суммируются основные выводы статьи.

2. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Программа написана на языке C++¹. В основе принципа ее работы лежит использование метода наименьших квадратов для аппроксимации кривых блеска с учетом ограничений и связей между

¹ Код доступен он-лайн по ссылке: http://xray.sai.msu.ru/~polar/exotransit/code_exotransit.cpp

параметрами, которые следуют из геометрии наблюдения транзита. При описании нашего подхода удобно разделить задачу на несколько подчастей: моделирование кривой блеска, определение диапазонов параметров и связей между ними, а также непосредственно аппроксимацию методом наименьших квадратов.

2.1. Моделирование транзитов

Транзитная кривая блеска зависит от большого числа величин, определяющих свойства звезды, планеты и ее орбиты. В качестве выходных параметров нас в первую очередь интересует размер планеты, кроме того мы определяем наклонение орбиты и, с некоторой оговоркой (см. ниже), эксцентриситет. Для получения значений этих величин прочие (входные) параметры должны быть заданы, а если это невозможно, то так или иначе определены. Мы осуществляем это перебором некоторых коэффициентов (например, задающих потемнение звездного диска к краю) в широком диапазоне возможных значений и минимизацией χ^2 для полученных кривых блеска.

При решении прямой задачи, т.е. построении модели кривой блеска по заданным параметрам, необходимо учитывать неодинаковую яркость различных участков диска звезды. Задача построения модели кривой блеска в нашей программе сводится к тому, чтобы в каждый момент времени определить координаты проекции планетного диска на картинную плоскость и область его пересечения со звездным диском, после чего вычислить суммарный блеск звезды, приходящийся на закрытую область.

Координаты центра планеты в картинной плоскости определялись нами как функция от времени и кеплеровых элементов орбиты. Зная период обращения планеты по орбите вокруг материнской звезды, можно установить линейную зависимость средней аномалии от времени $M(t)$. Для этого используется уравнение Кеплера:

$$M = E - e \sin E, \quad (1)$$

где e – эксцентриситет, M – средняя аномалия, а E – эксцентрисическая. Через среднюю аномалию определяется эксцентрисическая. Так как уравнение Кеплера является трансцендентным, то его решение проводилось при помощи последовательных приближений:

$$\begin{aligned} E_0 &= M + e \sin M, \\ E_1 &= M + e \sin E_0, \\ &\dots\dots\dots \\ E_i &= M + e \sin E_{i-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Далее, зная эксцентрисическую аномалию и ориентацию орбиты в пространстве, можно най-

ти координаты центра планеты в картинной плоскости для каждого момента времени. В программе это выполняется за несколько шагов. Сначала рассчитываются координаты для точек эллипса, лежащего на картинной плоскости, с периферией, совпадающим с точкой восходящего узла, и линией апсид, совпадающей с осью x . В таком случае координаты центра диска планеты на картинной плоскости в разные моменты времени (что неявно задается через значение эксцентрисической аномалии E) рассчитываются как:

$$\begin{aligned} x_{02} &= a \cos E - ae, \\ y_{02} &= a\sqrt{1-e^2} \sin E, \end{aligned} \quad (3)$$

где a – большая полуось, x_{02} и y_{02} – координаты проекции центра планеты на картинную плоскость в первой итерации.

Затем производится поворот эллипса на угол, равный аргументу периферии, осуществляемый при помощи двумерной матрицы поворота. Соответственно, координаты центра диска планеты получаются равными:

$$\begin{aligned} x_{01} &= x_{02} \cos(-\omega) + y_{02} \sin(-\omega), \\ y_{01} &= -x_{02} \sin(-\omega) + y_{02} \cos(-\omega). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь ω – аргумент периферии, x_{01} и y_{01} – координаты проекции центра планеты на картинную плоскость после второй итерации.

После этого производится поворот по оси x , отвечающий за учет наклона орбиты, что дает нам финальные координаты центра диска планеты на картинной плоскости:

$$\begin{aligned} x_0 &= x_{01}, \\ y_0 &= y_{01} \cos i, \end{aligned} \quad (5)$$

где i – наклон орбиты (угол между плоскостью орбиты и картинной плоскостью), x_0 и y_0 – итоговые координаты проекции центра планеты на картинную плоскость.

После определения геометрии задачи необходимо рассчитать яркость различных участков диска звезды. В нашей программе используется центрально-симметричная модель потемнения к краю, описываемая либо линейным, либо квадратичным законами [10]. Линейный закон использовался в основном для иллюстративных целей, в частности, для иллюстрации вырождения по параметрам (см. ниже раздел 4).

Квадратичный закон записывается в виде:

$$\frac{I(\mu)}{I(0)} = 1 - u_1(1-\mu) - u_2(1-\mu)^2, \quad (6)$$

где $\mu = \cos \gamma$, γ – угол между лучом зрения и нормалью к участку излучающей поверхности. Так как линейный закон представляет собой частный

случай квадратичного, в программе он задавался путем фиксирования коэффициента $u_2 = 0$.

Для нахождения величины блеска звезды во время транзита диск звезды делится на большое число концентрических колец, шириной много меньше радиуса звезды. Поверхностная яркость внутри каждого из таких колец принимается равной константе, зависящей только от радиуса кольца. После чего для каждого момента времени рассчитывается площадь пересечения каждого кольца с проекцией диска планеты на картинную плоскость, далее она умножается на поверхностную яркость, соответствующую данной полосе. Затем получившиеся значения падения яркости суммируются для всех полос, которые проходят через проекцию планеты, и на основании этого рассчитывается суммарное падение яркости звезды.

2.2. Расчет эксцентриситета и аргумента перицентра

Так как орбиты большинства экзопланет отличны от круговых, характеристики их вытянутости и ориентации относительно наблюдателя также необходимо учитывать при обработке кривых блеска. Большую полуось орбиты можно установить с относительно хорошей точностью, зная период обращения и массу системы. Период определяется измерениями промежутка между транзитами, масса звезды может быть получена, основываясь на ее спектральных характеристиках. Соотношение масс звезды и планеты может быть измерено на основе данных о вариации лучевой скорости звезды, если они доступны, в противном случае предположение о том, что масса звезды намного превосходит массу планеты, позволяет получить достаточно точные оценки.

Однако если орбита отлична от круговой, то расстояние, на котором будет находиться планета в момент транзита, будет больше или меньше большой полуоси и, соответственно, от этого будут зависеть скорость планеты и продолжительность транзита. Кроме того, расстояние между планетой и звездой, а также скорость движения планеты по орбите, будут меняться в течение самого транзита, что приведет к тому, что кривая блеска будет иметь некоторую асимметрию относительно середины транзита. Однако при небольших значениях эксцентриситета ($e \lesssim 0.25$) вследствие того, что продолжительность транзита намного меньше периода обращения, расстояние до звезды в течение транзита и скорость планеты меняются незначительно. Поэтому мы пренебрегли асимметрией транзита, связанной с эксцентриситетом орбиты. Формально можно сказать, что это соответствует предположению о том, что транзит происходит либо в точке апоцентра, либо в точке перицентра. Таким образом, аргумент пе-

рицентра не рассчитывался в нашей программе. Единственная величина, которую можно получить при точности тех наблюдений, что имелись в нашем распоряжении, это среднее расстояние от звезды до планеты в момент транзита, характеризующее величиной $e \sin \omega$.

Это позволило сократить вычисления, которые в ином случае потребовались бы для определения средней точки транзита, совпадающей в данном случае с серединой транзита.

2.3. Связь радиуса планеты и наклона орбиты

В нашей программе проводится фитирование по двум параметрам: наклону орбиты и радиусу планеты. Однако, используя данные о времени начала и конца транзита, можно установить функциональную связь между фитируемыми параметрами. Для этого необходимо учесть геометрию транзита, а именно – расположение планеты относительно центра звезды в моменты начала и конца транзита.

В момент касания планетой края звездного диска для декартовых координат центра планеты можно записать следующую систему уравнений (плоскость xy совпадает с картинной, ось z направлена на наблюдателя).

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (R + r)^2, \\ x^2 + y^2 + z^2 = \frac{p}{1 - e \cos v}, \\ x = -z \operatorname{tg}(i), \\ y = \frac{p}{1 - e \cos v} \sin \phi. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь p – фокальный параметр, угол ϕ равен разности истинных аномалий Δv . Решив эту систему, получаем функцию $r(i)$,

$$r = \left(\frac{p}{1 + e \cos v} \right) \sqrt{\frac{\sin^2 \phi + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 i}}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 i}}} - R. \quad (8)$$

2.4. Определение диапазона параметров, в пределах которого производится аппроксимация

Чтобы найти максимальное и минимальное значения наклона орбиты, между которыми будет осуществляться поиск наиболее оптимального решения, вычисляется медианное значение блеска для точек кривой блеска вблизи середины транзита. С учетом величины заданных погрешностей определяется диапазон возможных значений блеска в средней точке. После определяются значения наклона орбиты (и соответствующие им значения радиуса), при которых блеск в середине транзита будет иметь соответствующие величини-

ны. Для этого проводится моделирование блеска в одной только средней точке. Далее получившийся диапазон значений наклона орбиты делится на шесть частей. Для каждого из полученных значений описанная выше программа моделирования строит модель кривой и рассчитывает величину χ^2 как сумму квадратов разностей $O-C$ (наблюдаемые значения минус рассчитанные), деленных на погрешности измерения для каждой отдельной точки. Затем точки справа и слева от той, которой соответствует наименьший квадрат отклонений, принимаются в качестве новых границ аппроксимации. При N -кратном повторении данной процедуры диапазон возможных значений наклона орбиты сужается в 3^N раз. В нашей работе хватало проведения 6–7 подобных итераций, прежде чем разница между двумя границами становилась много меньше нечетности, связанных с погрешностями фотометрии транзита.

Мы не стали использовать стандартные методы нахождения минимума числовой функции (например, метод золотого сечения или парабол) из-за особенностей функции $\chi^2(i)$, в частности, наличия у нее в некоторых случаях локальных минимумов.

После определения минимального значения χ^2 вычислялись величины погрешностей по наклону орбиты из соотношения:

$$\chi^2(i \pm \sigma) - \chi^2(i) = 1. \quad (9)$$

На основе найденных погрешностей наклона орбиты, исходя из приведенной выше формулы (8), связывающей радиус планеты и наклон орбиты, вычисляются погрешности радиуса:

$$\begin{aligned} r + \sigma_r &= r(i - \sigma), \\ r - \sigma_r &= r(i + \sigma). \end{aligned} \quad (10)$$

2.5. Определение прочих параметров модели

Ключевым параметром, определяемым по транзитным кривым в рамках нашей модели, является радиус планеты. Однако его значение зависит также от коэффициентов потемнения к краю и эксцентриситета. Нами проводился перебор значений этих параметров в достаточно широких реалистичных диапазонах. Кроме того, использовались два значения аргумента перицентра: $\sin \omega = 1$ и $\sin \omega = -1$.

Для каждого фиксированного набора значений проводилось фитирование транзитной кривой блеска по радиусу и наклону орбиты и, соответственно, рассчитывалась величина суммы квадратов отклонений. В качестве конечного результата принимался тот набор параметров, при

котором фитирование по радиусу и наклону орбиты давало наименьшую сумму квадратов отклонений.

Также нами проводилось фитирование с использованием фиксированных коэффициентов потемнения к краю. Для их получения мы использовали апплет, представленный на сайте университета Огайо². Он позволяет получить коэффициенты потемнения к краю для вводимых пользователем параметров звезды (таких как эффективная температура, металличность и ускорение свободного падения на поверхности звезды). Работа апплета основана на результатах статьи [11]. В ней с использованием цепочек Маркова проводилась интерполяция коэффициентов из работы [10], в которой, в свою очередь, исходные коэффициенты получались путем моделирования звездных атмосфер. К сожалению, теоретические модели пока недостаточно точны. В данной работе мы приводим результаты как для фиксированных параметров потемнения к краю, так и для случая перебора (см. ниже разделы 4–5).

2.6. Тестирование программы на синтетических кривых и оценка производительности

Для тестирования программы была сгенерирована искусственная кривая блеска транзита экзопланеты. За основу мы взяли параметры экзопланеты WASP-97 b [12]: радиус звезды был задан равным $R = 1.12R_\odot$ [13], коэффициенты потемнения к краю были взяты из [11]. Интервал по времени между точками был выбран равным одной минуте, таким образом вся кривая блеска с учетом участков до и после прохождения планеты по диску включала в себя 198 точек. К смоделированной кривой была добавлена шумовая дорожка шириной 0.003 от блеска звезды вне транзита. После этого для данной кривой блеска была проведена аппроксимация с помощью программы, представленной в данной статье. Полученные результаты приведены в табл. 1, а сама кривая блеска – на рис. 1. Приведенная в таблице (и далее в других таблицах) погрешность для определяемых параметров соответствует одному стандартному отклонению.

Также мы провели исследование того, каким образом на результатах отразится изменение входных параметров, таких как радиус звезды и коэффициенты потемнения к краю. Для этого нами было проведено варьирование радиуса на $0.05R_\odot$ и коэффициентов потемнения к краю, соответствующих изменению температуры звезды на 200 К, что приблизительно соответствует погрешностям, приведенным в работе [13]. Полученные результаты представлены в табл. 2. Кри-

² <http://astroutils.astronomy.ohio-state.edu/exofast/limbdark.shtml>

Таблица 1. Результаты обработки модельной кривой блеска

Параметр	Заданные параметры модели	Наши расчеты
Наклон орбиты, град	88.0	$87.97^{+0.396}_{-0.297}$
Радиус планеты, км	80682	80991^{+5375}_{-6069}
Линейный коэффициент		0.474
Нелинейный коэффициент		0.238
$e \sin \omega$		0.006

вые блеска, соответствующие вариациям параметров, практически не отличимы от основной кривой, поэтому на рис. 1 мы их не приводим.

Сравнение данных в табл. 1 и 2 показывает, что программа хорошо определяет такие параметры планеты, как радиус и наклонение орбиты даже при недостаточно точно известном радиусе и коэффициентах потемнения к краю (хотя при существенных одновременных неопределенностях в радиусе и температуре точное значение, заложенное при синтезе кривой, перестает попадать в доверительные интервалы, соответствующие одному стандартному отклонению).

Общее время выполнения программы для данной кривой на использованном нами процессоре Intel Core i7 1.6 ГГц составило 7531 мс.

3. НАБЛЮДЕНИЯ

Наблюдения транзитов проводились на телескопе RC600 (диаметр 0.6 м) КГО ГАИШ. В качестве приемной аппаратуры на телескопе RC600

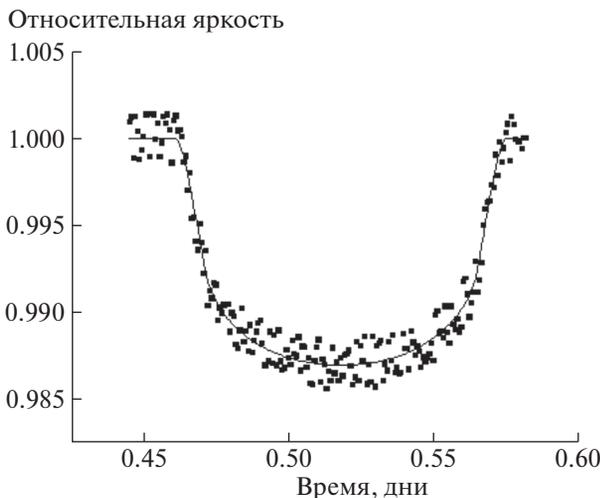


Рис. 1. Модельная кривая блеска транзита и наложенные на нее результаты аппроксимации.

использовался фотометр на базе камеры Andor iKon-L [14].

Журнал наблюдений представлен в табл. 3.

Первичная редукция выполнялась стандартным для ПЗС-фотометрии и методом с учетом кадров подложки (bias), темнового тока и плоского поля. Обработка полученных кадров проводилась методом апертурной фотометрии с радиусом диафрагмы 1.5–2 FWHM звезд. В качестве опорных звезд использовались звезды поля без фотометрической привязки к звездам-стандартам. Для учета влияния атмосферной экстинкции и редуцирования трендов фотометрические наблюдения транзитов в КГО были обработаны нами при помощи программы AstroimageJ [15] с использованием стандартных опций программы.

4. ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ TrES-3b

Для проверки работы нашей программы мы использовали данные наблюдений планеты TrES-3b как опубликованные в базе данных ETD [16], так и полученные в КГО. Данная планета представляет собой горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг желтого карлика. Она была открыта в 2007 г. в рамках проекта Trans-Atlantic Exoplanet Survey [17]. Мы выбрали ее как относительно хорошо изученную и имеющую значительное число посвященных ей исследований. К тому же именно для планеты TrES-3b, наблюдения которой были проведены в КГО, мы получили наиболее качественную кривую блеска. Поскольку наблюдения транзита данной планеты в КГО проводились в фильтре *V*, то для сравнения нами были выбраны транзиты, наблюдавшиеся в таком же фильтре, из числа наиболее качественных в базе ETD.

4.1. Результаты обработки транзитов

Фотометрические данные обрабатывались программой, алгоритм которой описан выше в разделе 2. В приведенных ниже таблицах приведены параметры, для которых сумма квадратов отклонений оказалась минимальной. В столбце “Наши расчеты” приведены результаты расчетов, в которых варьировались как коэффициенты потемнения к краю, так и параметр $e \sin \omega$. В столбце “Наши расчеты, фиксированные коэффициенты” приведены результаты расчетов, в которых в программе перебиралось только значение эксцентриситета, в то время как коэффициенты потемнения к краю принимались равными значениям, рассчитанным для данной звезды с помощью аппарата Джейсона Истмана, упоминавшегося в подразделе 2.5 (см. [11]). Параметры TrES-3b, которые мы не варьировали (такие как радиус звезды, большая полуось орбиты, период обращения

Таблица 2. Результаты обработки модельной кривой блеска для разных радиусов звезды и коэффициентов потемнения к краю, соответствующих разным температурам звезды

Параметр	$R = 1.07R_{\odot}$	$R = 1.07R_{\odot}$	$R = 1.17R_{\odot}$	$R = 1.17R_{\odot}$
	$T_{\text{eff}} = 5500 \text{ K}$	$T_{\text{eff}} = 5900 \text{ K}$	$T_{\text{eff}} = 5500 \text{ K}$	$T_{\text{eff}} = 5900 \text{ K}$
Наклон орбиты, град	$89.193^{+0.591}_{-0.514}$	$88.426^{+0.447}_{-0.331}$	$89.028^{+0.678}_{-0.652}$	$88.104^{+0.542}_{-0.384}$
Радиус планеты, км	$76\,656^{+5043}_{-2782}$	$77\,403^{+5448}_{-5746}$	$83\,781^{+5927}_{-3021}$	$84\,630^{+5732}_{-6341}$
Линейный коэффициент	0.52	0.432	0.52	0.432
Нелинейный коэффициент	0.207	0.266	0.207	0.266
$e \sin \omega$	-0.03	-0.04	0.06	0.05

ния), были взяты из работы [18]. Для нахождения моментов начала и конца транзита, необходимых для расчета зависимости $r(i)$, мы использовали программу фитирования, представленную на сайте ETD [16] и использующую аппроксимацию кривой блеска аналитическими функциями из работы [19].

Мы использовали три кривые блеска с сайта ETD. Первая из них была получена Марком Бреттоном в 2015 г. Середина транзита соответствует HJD = 2457208.42831. Наблюдения проводились на 82-см телескопе Observatoire des Baronnies Provencales. Вторая была получена Пере Гуэрра в 2018 г. на 40-см телескопе Observatori Astronòmic Albanya. Середина транзита: HJD = 2458258.59999. Третья кривая была получена Соцетти в 2007 г. и была использована в работе [18]. Результаты обработки этих трех кривых блеска представлены в табл. 4–6 и на рис. 2–4.

Результаты обработки транзита TrES-3b, наблюдения которого проводились в КГО, и полученная для него модель кривой блеска представлены в табл. 7 и на рис. 5. Кроме того, в табл. 7 приведены для сравнения параметры планеты, полученные нами при помощи сетевой версии программы EXOFAST [11]³, а также результаты работы [18], полученные на основе нескольких кривых блеска в фильтрах g , V , B , z , i с использованием метода аппроксимации, описанного в [20] (сравнение с результатами работы [18] уместно для фиксированных коэффициентов потемнения к краю). Как видно из приведенных данных, параметры, полученные с помощью нашей программы, хорошо соотносятся с опубликованными оценками [18] (а также с другими работами, см. каталоги экзопланет), в то время как EXOFAST дает заметно большее значение для радиуса планеты. Чтобы проверить, не связано ли это с величинами коэффициентов в законе потемнения к краю, мы провели расчеты, используя те же значения, что и в EXOFAST, но расхождение не исчезло. То же самое можно сказать о разли-

чий в используемом радиусе звезды. Большой радиус планеты получается в наших расчетах при использовании значения $e \sin \omega$, соответствующего результатам EXOFAST, однако при этом угол наклона орбиты становится немного (примерно на один градус) меньше.

На основе проведенного анализа мы приходим к выводу, что наша программа выдает адекватные результаты, в целом согласующиеся с другими результатами.

Как указано выше, в результате анализа полученных результатов мы пришли к выводу, что разумно использовать фиксированные значения коэффициентов потемнения к краю, основанные на данных о свойствах звезды. Если коэффициенты потемнения к краю являлись свободными параметрами, то наши расчеты в ряде случаев (см. также ниже раздел 5) приводили к нефизичным оценкам их величин. В связи с этим мы провели дополнительное исследование возможного вырождения параметров потемнения к краю и параметра $e \sin \omega$. Этот вопрос рассматривается в следующем подразделе 4.2.

4.2. Распределение значений квадрата отклонений по параметрам эксцентриситета и потемнения к краю

При обработке данных наблюдений TrES-3b было обнаружено, что при незначительных изменениях начальных параметров мы могли получать значительно отличавшиеся между собой величины $e \sin \omega$ и коэффициентов потемнения к краю. При этом значения суммы квадратов отклонений отличались друг от друга незначительно (см. ни-

Таблица 3. Журнал наблюдений

Объект	Фильтр	Дата	Длительность
TrES-3b	V	09–10.08.2019	2 ч 50 мин
HAT-P-19b	$r2$	23–24.08.2019	2 ч 18 мин
KOI-196b	$r2$	09–10.08.2019	3 ч 35 мин
WASP-60b	V	03–04.09.2019	4 ч 01 мин

³ <https://astroutils.astronomy.osu.edu/exofast/exofast.shtml>

Таблица 4. Результаты для кривой блеска Марка Бреттона

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты
Наклон орбиты, град	81.844 ^{+0.169} _{-0.253}	81.857 ^{+0.138} _{-0.169}
Радиус планеты, км	98 950 ⁺¹⁰⁹⁹⁸ ₋₇₂₆₆	98 500 ⁺⁶¹⁸⁷ ₋₄₉₉₂
Линейный коэффициент	0.1	0.466
Нелинейный коэффициент	0.025	0.256
$e \sin \omega$	-0.02	0.06

Таблица 5. Результаты для кривой блеска Пере Гуэрра

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты
Наклон орбиты, град	81.259 ^{+0.482} _{-0.886}	81.353 ^{+0.456} _{-0.749}
Радиус планеты, км	107 109 ⁺²⁹⁹⁴³ ₋₁₅₆₂₆	104 038 ⁺²⁵⁰⁸² ₋₁₄₆₇₁
Линейный коэффициент	1.0	0.466
Нелинейный коэффициент	-0.45	0.256
$e \sin \omega$	0.13	0.13

Таблица 6. Результаты для кривой блеска Соцетти [18]

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты
Наклон орбиты, град	80.871 ^{+0.227} _{-0.409}	80.66 ^{+0.204} _{-0.287}
Радиус планеты, км	89 247 ⁺¹⁶⁷⁸⁵ ₋₉₁₆₅	89 620 ⁺⁹⁷¹⁷ ₋₆₈₄₅
Линейный коэффициент	0.0	0.466
Нелинейный коэффициент	0.0	0.256
$e \sin \omega$	0.07	0.16

Таблица 7. Результаты для наблюдений транзита TrES-3b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэфф.	[18]	Exofast	Наши расчеты с коэфф. Exofast
Наклон орбиты, град	81.535 ^{+0.134} _{-0.204}	81.534 ^{+0.163} _{-0.175}	81.85 ± 0.16	81.811	81.534 ^{+0.165} _{-0.173}
Радиус планеты, км	93 553 ⁺⁸³⁴⁹ ₋₅₄₄₄	93 503 ⁺⁵⁸⁷⁸ ₋₅₄₁₉	95 390 ⁺²²¹³ ₋₂₆₄₂	122006	93 464 ⁺⁵⁷⁹² ₋₅₄₈₄
Линейный коэффициент	0.0	0.466	0.4378	0.4587	0.4587
Нелинейный коэффициент	0.0	0.256	0.2933	0.2646	0.2646
$e \sin \omega$	0.03	0.12	—	-0.098	0.12

же). Это не позволяло нам определенно сказать, какой из полученных наборов величин являлся наиболее оптимальным решением задачи аппроксимации. Тем не менее для данных результатов наблюдалась определенная закономерность: чем сильнее было падение яркости при приближении к краю звезды, тем более вытянутой была орбита планеты в конечной модели. Зависимость коэффициента потемнения к краю при линейном законе ($u_2 = 0$) от параметра $e \sin \omega$ представлена на рис. 6.

Также мы провели исследование аналогичной зависимости для квадратичного закона потемнения к краю. Для этого мы брали коэффициенты потемнения к краю из апплета Истмана и др. [11] для случая, когда звезда имеет такую же металличность и ускорение свободного падения на поверхности звезды, как и TrES-3, но другую эффективную температуру. Ее мы в свою очередь варьировали на 1200 К в большую и меньшую сторону от реальной температуры TrES-3, примерно равной 5700 К [12]. Полученные результаты представлены на рис. 7. Так как при прочих равных параметрах большей температуре звезды соответствует более слабый эффект потемнения к краю, можно говорить о том, что здесь также наблюдается аналогичная зависимость между потемнением к краю и расстоянием до звезды в момент транзита. При этом величина χ^2 при увеличении температуры менялась монотонно с 2.4866 при 4500 К до 2.4779 при 6900 К.

Чтобы установить полную картину, мы построили модели для всех возможных значений расстояния от планеты до звезды в момент транзита и линейного закона потемнения к краю по двум транзитам TrES-3b. Первый из них наблюдался нами в КГО, а второй взят из базы ETD (кривая блеска, полученная Марком Бреттоном и описанная выше).

Коэффициент u_1 в линейном законе потемнения варьировался от 0 до 1 с шагом 0.02. Параметр $e \sin \omega$ варьировался в диапазоне от 0 до 0.2 с шагом 0.005. Выбор такого диапазона был сделан нами исходя из работ других исследователей данной планетной системы [21, 12]. Для каждой пары

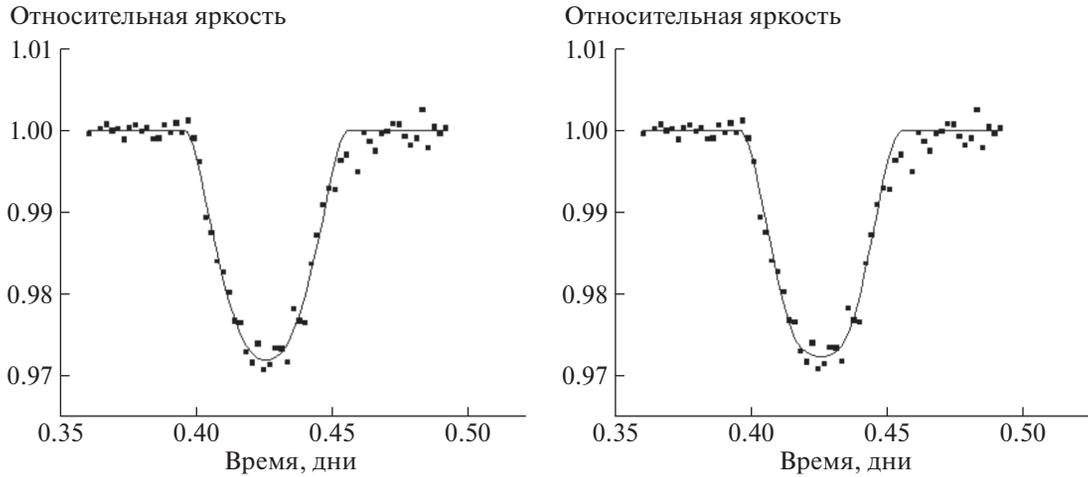


Рис. 2. Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Марком Бреттоном, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

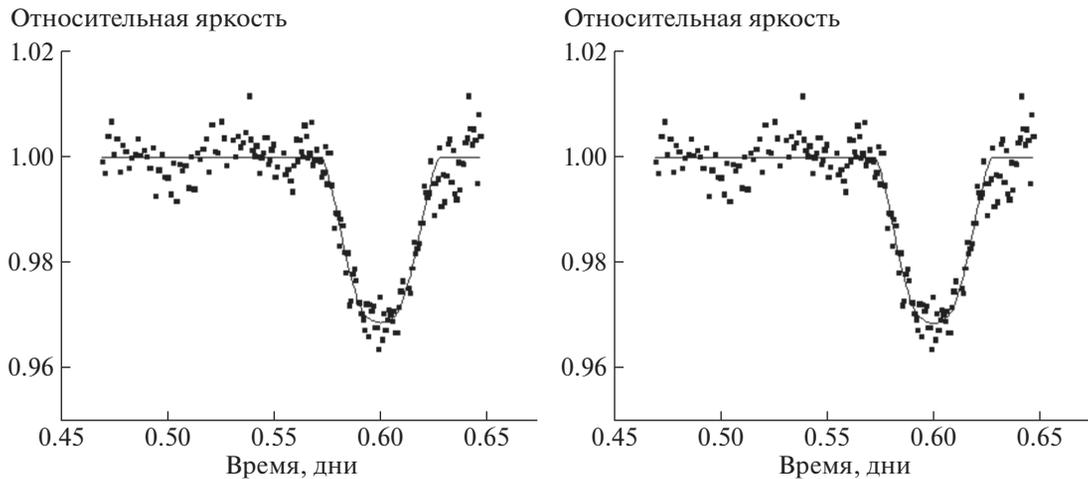


Рис. 3. Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Пере Гуэрра, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

значений потемнения к краю и расстояния до звезды программа выполняла аппроксимацию по наклону орбиты и радиусу планеты, как это описано в разделе 2, и определяла наиболее оптимальные значения данных параметров в каждом случае и соответствующее им значение суммы квадратов отклонений χ^2 . В итоге мы получили двумерное распределение χ^2 по коэффициенту потемнения к краю и значению $e \sin \omega$, которое представлено на рис. 8 и 9.

По этому распределению видно, что расстояние до звезды, для которого находятся наиболее оптимальные решения задачи аппроксимации, уменьшается по мере усиления эффекта потемне-

ния к краю. Это может объясняться тем, что чем меньше расстояние до звезды в момент транзита, тем меньше прицельный параметр. Это означает, что планета проходит ближе к центру звезды, и чтобы в этой точке достичь той же яркости и обеспечить ту же глубину транзита, эффект потемнения к краю должен быть сильнее.

Другой факт, обнаруженный нами при построении данного распределения, заключается в вырождении по параметрам потемнения к краю и эксцентриситета. Величина χ^2 по мере движения от круговых орбит с низким потемнением к краю к вытянутым орбитам со значительным потемнением к краю менялась слабо. Поэтому использование лишь метода наименьших квадратов для

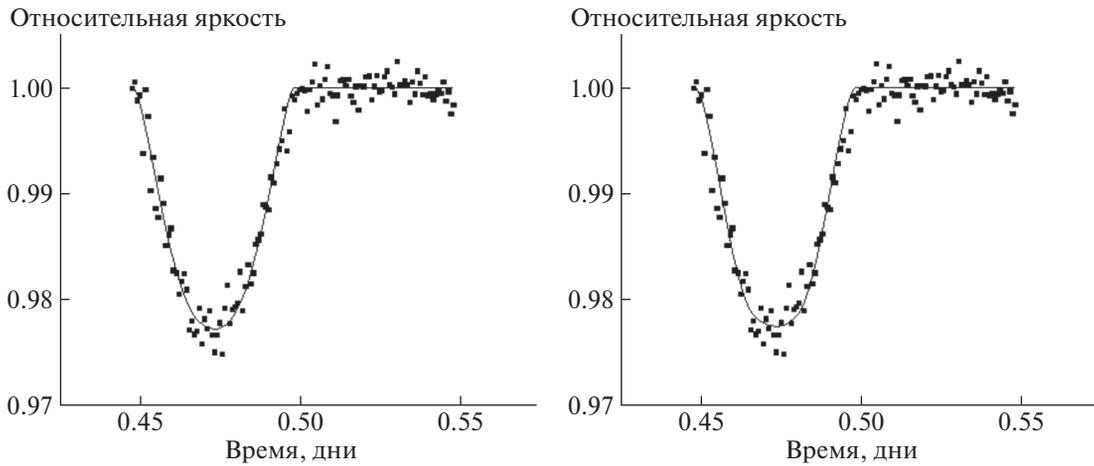


Рис. 4. Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Соццетти и др. [18], и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

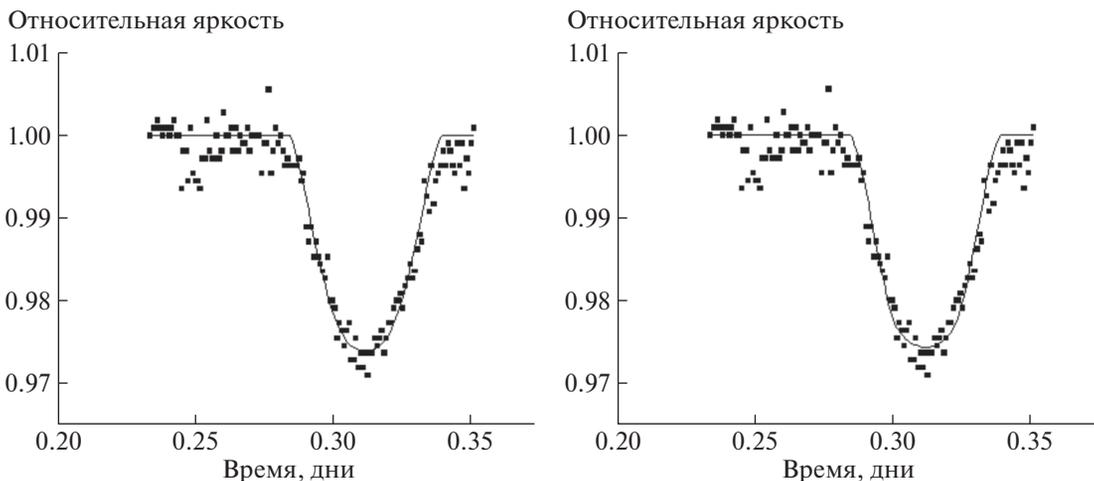


Рис. 5. Кривая блеска транзита TrES-3b по результатам наблюдений в КГО и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю. Справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из работы [11].

определения того, в какой из областей вырождения следует искать истинные значения параметров транзита, может оказаться недостаточным.

5. ТРАНЗИТНЫЕ КРИВЫЕ БЛЕСКА ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ В КГО

В этом разделе мы приводим кривые блеска и результаты определения параметров для трех планет (HAT-P-19b, KOI-196b и WASP-60b) по результатам наблюдений в КГО.

5.1. HAT-P-19b

HAT-P-19b – это горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг звезды Главной последова-

тельности и открытый в 2010 г. в рамках проекта Hungarian Automated Telescope Network [22].

Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 8 и на рис. 10. Величины, полученные нами как для случая с фиксированными коэффициентами потемнения к краю, так и при их вариации в широком диапазоне, показывают, что полученные значения параметров (как для наклона орбиты, так и для радиуса планеты) совпадают в пределах погрешностей как друг с другом, так и с результатами, полученными в работе [22]. Однако коэффициенты потемнения к краю, для которых были получены наилучшие результаты аппроксимации при варьировании данных ко-

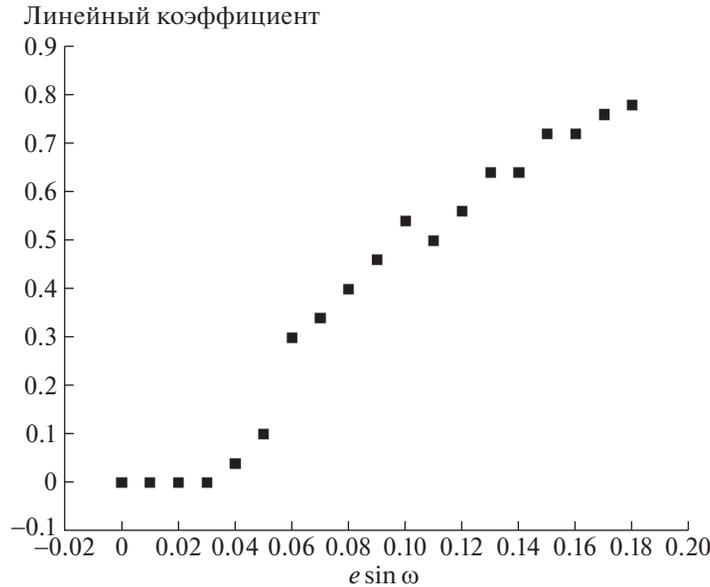


Рис. 6. Зависимость коэффициента потемнения к краю (линейный закон) от расстояния до звезды в момент транзита для TrES-3b. Использовались данные наблюдений, полученные в КГО.

эффициентов в широком диапазоне, значительно отличаются от тех, что были получены исходя из теоретических моделей в работе [11].

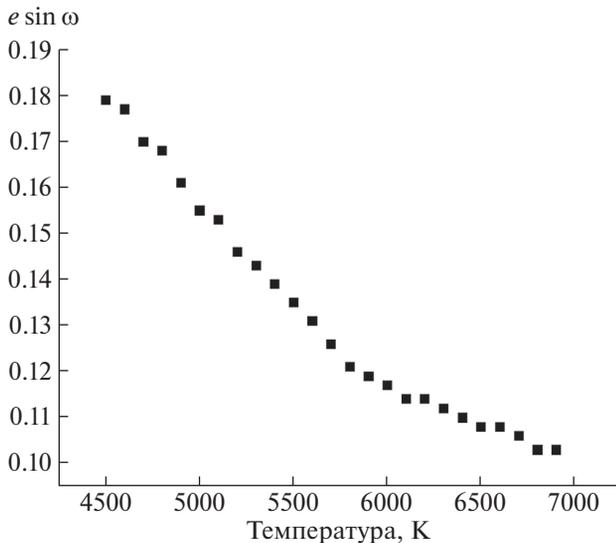


Рис. 7. По горизонтальной оси отложена температура, которой при похожих на TrES-3b металличности и ускорению свободного падения соответствуют коэффициенты потемнения к краю. По вертикальной оси отложено произведение эксцентриситета на синус аргумента перигенетры (соответствующее наилучшему фиту для каждого набора параметров). Использовались данные наблюдений в КГО.

5.2. KOI-196b

KOI-196b (другое название Kepler-41b) – горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг желтого карлика спектрального класса G2. Эта планета была открыта с помощью спутника “Kepler” в 2011 г. Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 9 и на рис. 11. В данном случае полученные нами значения радиуса оказались значительно меньше, чем значения, полученные для данной планетной системы другими исследователями, в частности [12]. В то же время угол наклона орбиты по нашим расчетам получился значительно выше, что объясняет совпадение модели и исходной кривой по глубине. Чем больше угол наклона орбиты, тем меньше прицельный параметр и, соответственно, планета проходит во время транзита через более яркие области ближе к центру звезды. Из-за этого достигается та же глубина транзита при меньшем радиусе планеты.

Разница в результатах, возможно, связана с тем, что кривая блеска транзита данной планеты имеет значительно больший уровень шума по сравнению с остальными кривыми блеска, полученными в КГО. Также сказываются короткие времена наблюдения в моменты до и после транзита, что, возможно, привело к недостаточному точному определению уровня изначальной яркости звезды по данным наших измерений.

5.3. WASP-60b

WASP-60b – это горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг звезды Главной последова-

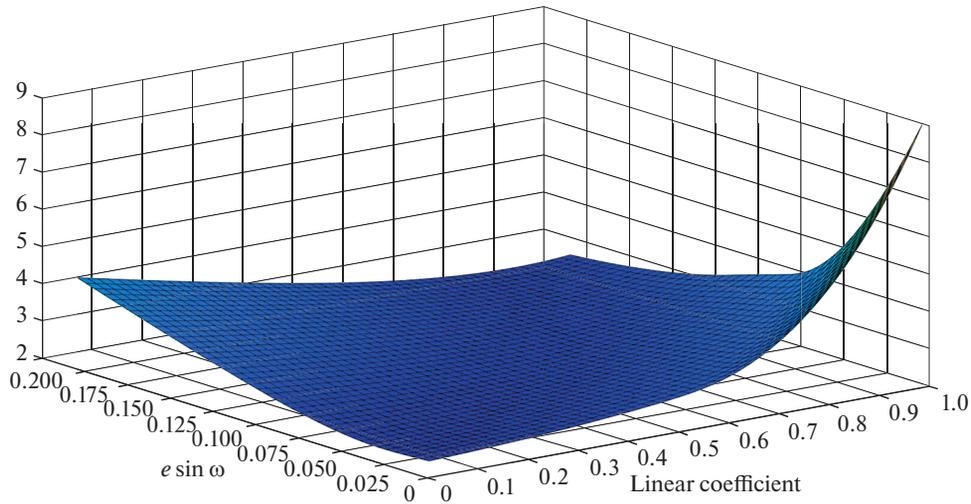


Рис. 8. Распределение суммы квадратов отклонений, нормированное на число степеней свободы, для транзита TrES-3b, наблюдения которого проводились в КГО, в зависимости от заданного эксцентриситета и коэффициента потемнения к краю (линейный закон).

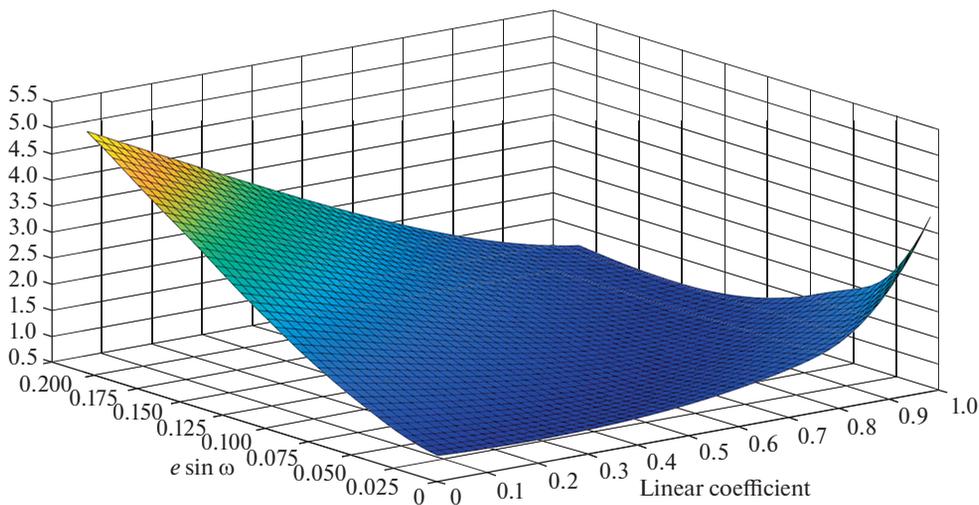


Рис. 9. Распределение суммы квадратов отклонений, нормированное на число степеней свободы, для транзита TrES-3b, наблюдавшегося Марком Бреттоном, в зависимости от заданного эксцентриситета и коэффициента потемнения к краю (линейный закон).

тельности спектрального класса F9. Планета была открыта в 2011 г. в рамках проекта SuperWASP.

Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 10 и на рис. 12. Для данной планеты результаты наших расчетов оказались совпадающими в пределах ошибок с результатами, полученными в статье [23]. В данном случае кривая блеска имела высокий относительно других использованных нами транзитов уровень шума, но в то же время она имела достаточно большое число точек, что позволило получить близкие к другим исследованиям результаты аппроксимации.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определение параметров экзопланет по данным наземных транзитных наблюдений является важной задачей. В работе представлена программа, позволяющая рассчитывать радиус планеты и ориентацию ее орбиты на основе транзитных кривых блеска. Мы представили тесты программы, сравнивая результаты обработки наших наблюдательных данных для планеты TrES-3b, полученных в Кавказской горной обсерватории, с обработкой кривых блеска, полученных другими авторами, а также с параметрами, полученными в работе [18] с использованием другой программы

Таблица 8. Результаты для наблюдений транзита НАТ-P-19b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[22]
Наклон орбиты, град	$88.701_{-0.173}^{+0.21}$	$89.016_{-0.225}^{+0.29}$	88.2 ± 0.4
Радиус планеты, км	$80\,064_{+5469}^{+5171}$	$78\,236_{-5204}^{+5228}$	$80\,825 \pm 5140$
Линейный коэффициент	0.8	0.543	0.4135
Нелинейный коэффициент	-0.4	0.171	0.2459
$e \sin \omega$	0.02	0.03	0.067 ± 0.042

Таблица 9. Результаты для наблюдений транзита KOI-196b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[12]
Наклон орбиты, град	$89.204_{-0.671}^{+0.796}$	$89.107_{-0.588}^{+0.893}$	82.51 ± 0.09
Радиус планеты, км	$67\,112_{-2393}^{+5694}$	$67\,727_{-3088}^{+5240}$	$92\,106 \pm 1528$
Линейный коэффициент	0.9	0.39	0.37
Нелинейный коэффициент	-0.45	0.268	0.28
$e \sin \omega$	0.0	0.0	—

обработки. Параметры, полученные с помощью нашей программы для различных кривых блеска, находятся в хорошем соответствии с результатами [18]. После удовлетворительного прохождения тестов мы использовали нашу программу для обработки данных наблюдений в КГО по еще трем планетам, сравнивая их с ранее опубликованными результатами. В тех случаях, когда нам удалось получить достаточно качественные кривые блеска, результаты обработки находятся в хорошем соответствии с другими результатами.

Мы также показали, что точность определения расстояния между звездой и планетой в момент транзита в нашем подходе зависит от точности заданных априорных значений коэффициентов в модели потемнения к краю. В принципе, эти коэффициенты могут быть вычислены, исходя из моделей звездных атмосфер. Однако в настоящий момент такие расчеты не обладают достаточной надежностью. Таким образом, уточнение параметров потемнения к краю является важной задачей с точки зрения работы с транзитными кривыми блеска.

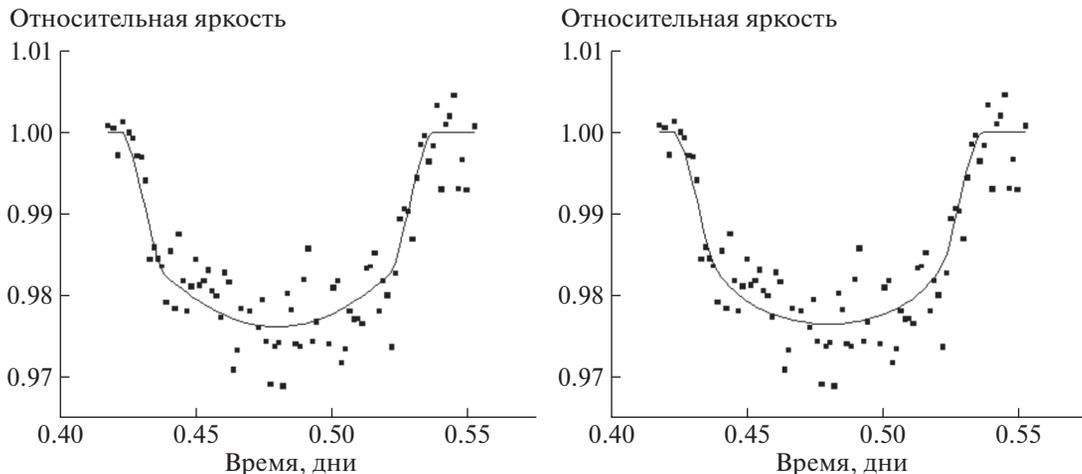


Рис. 10. Кривая блеска транзита НАТ-P-19b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

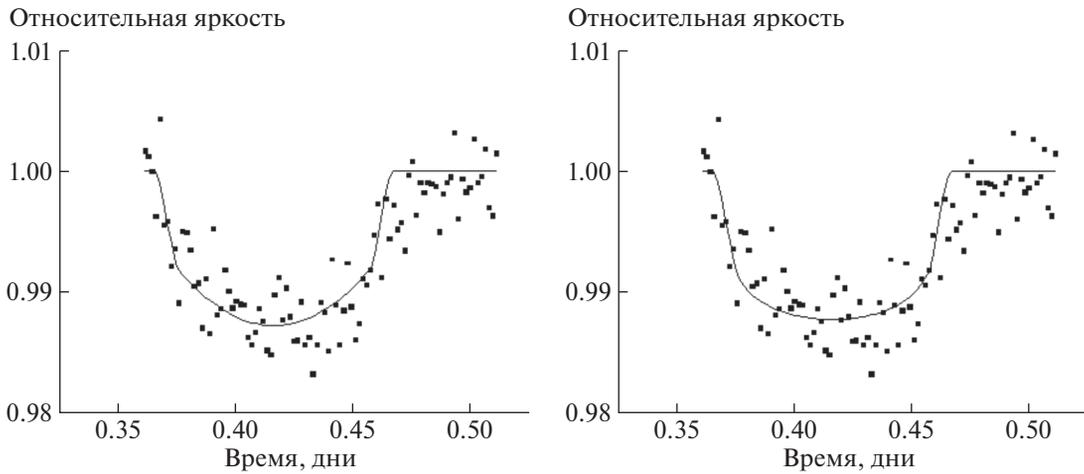


Рис. 11. Кривая блеска транзита KOI-196b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

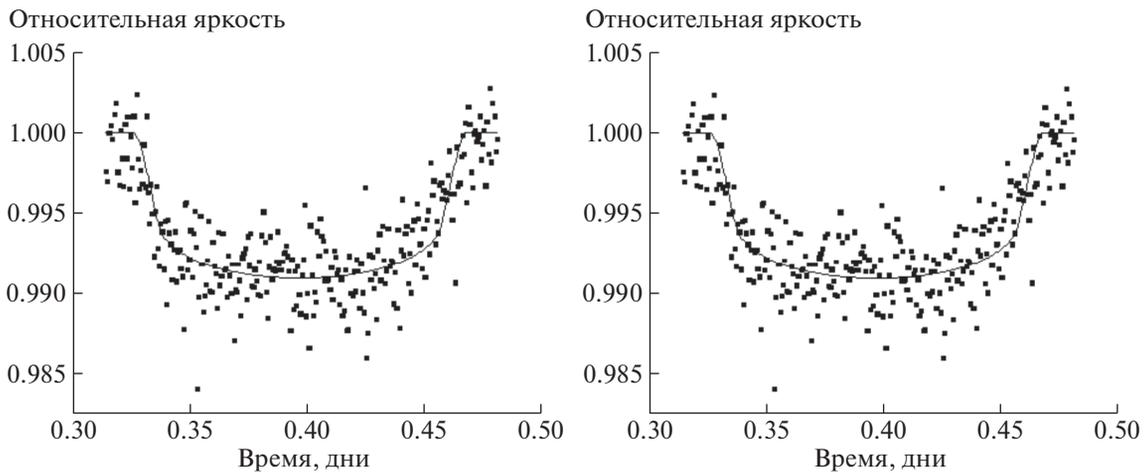


Рис. 12. Кривая блеска транзита WASP-60b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева – без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа – с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

Представленная в данной работе программа будет в дальнейшем совершенствоваться и дополняться. Мы рассматриваем возможности прове-

дения аппроксимации также по другим параметрам, которые можно определить из транзитных кривых блеска, таких как коэффициенты потем-

Таблица 10. Результаты для наблюдений транзита WASP-60b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[23]
Наклон орбиты, град	$89.071^{+0.59}_{-0.29}$	$89.12^{+0.606}_{-0.286}$	87.9 ± 1.6
Радиус планеты, км	71188^{+5754}_{-6972}	70367^{+5410}_{-6522}	62832 ± 8568
Линейный коэффициент	1.1	0.428	0.435
Нелинейный коэффициент	0.175	0.278	0.274
$e \sin \omega$	0.07	0.07	—

нения к краю, эксцентриситет и аргумент перицентра, а также мы выполнили поиск наиболее оптимальных статистических критериев для фитирования кривых. В дополнение к этому мы рассматриваем возможности, связанные с многоцветной фотометрией и наблюдением в узких фильтрах (пробные наблюдения уже проводились на 2.5-м телескопе КГО), что может позволить получать данные по атмосферам экзопланет.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа частично выполнена при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фундаментальные и прикладные исследования космоса”. С.П. и А.Б. признательны правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

БЛАГОДАРНОСТИ

Мы благодарим рецензента за полезные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *M. Mayor and D. Queloz*, *Nature* **378**, 355 (1995).
2. *J. T. Wright and B. S. Gaudi*, in *Planets, Stars and Stellar Systems*, vol. 3 (Springer Netherlands, 2013) p. 489.
3. *G. A. H. Walker*, *New Astron. Rev.* **56**, 9 (2008).
4. *M. R. Haas, N. M. Batalha, S. T. Bryson, D. A. Caldwell, et al.*, **713**, L115 (2010).
5. *H. J. Deeg and R. Alonso*, in *Handbook of Exoplanets* (Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, 2018) id. 117.
6. *T. Barclay, J. F. Rowe, J. J. Lissauer, D. Huber, et al.*, *Nature*, **494**, 452 (2013).
7. *D. Nesvorný*, *New Astron. Rev.* **84**, id. 101507 (2019).
8. *A. F. Lanza*, in *th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, Proc. of the conference held at Lowell Observatory, 8–14 June, 2014; edited by G. van Belle and H. C. Harris, p.811 (2015).
9. *A. C. M. Correia and J. Laskar*, in *Exoplanets* (University of Arizona Press, 2010), p. 239.
10. *A. Claret and S. Bloemen*, *Astron. and Astrophys.* **529**, id. A75 (2011).
11. *J. Eastman, B. S. Gaudi, and E. Agol*, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **125**, 83 (2013).
12. *A. S. Bonomo, S. Desidera, S. Benatti, F. Borsa, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **602**, id. A107 (2017).
13. *K. G. Stassun, R. J. Oelkers, M. Paegert, G. Torres, et al.*, *Astron. J.* **158**, id. 138 (2019).
14. *Л. Н. Бердников, А. А. Белинский, Н. И. Шатский, М. А. Бурлак, Н. П. Иконникова, Е. О. Мишин, Д. В. Черясов, С. В. Жуко*, *Астрон. журн.* **97**, 284 (2020).
15. *K. A. Collins, J. F. Kielkopf, K. G. Stassun, and F. V. Hessman*, *Astron. J.* **153**, id. 77 (2017).
16. *S. Poddany, L. Brát, and O. Pejcha*, *New Astronomy* **15**, 297 (2010).
17. *F. T. O’Donovan, D. Charbonneau, G. Б. Bakos, G. Mandushev, et al.*, **663**, L37 (2007).
18. *A. Sozzetti, G. Torres, D. Charbonneau, J. N. Winn, et al.*, **691**, 1145 (2009).
19. *K. Mandel and E. Agol*, *Astrophys. J. Letters* **580**, L171 (2002).
20. *G. Torres, J. N. Winn, and M. J. Holman*, **677**(2), 1324 (2008).
21. *H. A. Knutson, B. J. Fulton, B. T. Montet, M. Kao, et al.*, **785**, id. 126 (2014).
22. *J. D. Hartman, G. Б. Bakos, B. Sato, G. Torres, et al.*, **52** (2010).
23. *K. G. Stassun, K. A. Collins, and B. S. Gaudi*, *Astron. J.* **153**, id. 136 (2017).