АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 12, с. 971–979

ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ И ТЕНИ КРОТОВОЙ НОРЫ

© 2021 г. М. А. Бугаев[1], И. Д. Новиков[2, 3, 4, *], С. В. Репин[5, 2], А. А. Шелковникова[5]

[1] Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

[2] Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Астрокосмический Центр, Москва, Россия

[3] The Niels Bohr International Academy, The Niels Bohr Institute, Copenhagen, Denmark

[4] Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[5] Физико-математическая школа № 2007, Москва, Россия

*E-mail: novikov@asc.rssi.ru

Поступила в редакцию 25.05.2021 г.
После доработки 29.06.2021 г.
Принята к публикации 27.07.2021 г.

Рассмотрена задача об искривлении и рассеянии лучей света, проходящих снаружи входа в кротовую нору с нулевой гравитационной массой. Исследованы процесс захвата лучей кротовой норой и процесс образования тени при освещении ее стандартным экраном. Проведено сравнение этих процессов в случае движения лучей света в окрестности черной дыры Шварцшильда.

Ключевые слова: кротовые норы, черные дыры, общая теория относительности

DOI: 10.31857/S0004629921120021

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время вопросы, связанные с физикой кротовых нор (КН), притягивают особое внимание специалистов. Это внимание усилилось после того, как была выдвинута гипотеза, что некоторые ядра галактик, возможно, являются не сверхмассивными черными дырами (ЧД), а входами в кротовые норы [1, 2]. Возникла необходимость проверки этой гипотезы [3]. Одним из способов такой проверки может быть изучение поведения лучей света в окрестности входа КН, изучение возможности появления тени, как это имеет место в случае ЧД. Все эти вопросы имеют и принципиальное значение для теории кротовых нор. В данной статье мы приступаем к изучению этих принципиальных вопросов. Мы начнем с простейших моделей.

В настоящей работе мы рассматриваем простейшую модель кротовой норы Эллиса-Бронникова-Морриса-Торна [4–7], обладающую нулевой массой. Вопросы физики такой необычной ситуации: нулевое тяготение везде и тем не менее искривление пространства и наличие кротовой норы (см., напр., в работах [6, 8]). В данной работе мы изучаем создаваемое входами КН искажение движения лучей света, проходящими в окрестности ее входа. Сравниваем их с искажениями в поле тяготения черной дыры Шварцшильда. Далее мы строим тень, создаваемую КН в случае освещения ее простейшей моделью светового экрана, и опять сравним результат со случаем освещения экраном черной дыры Шварцшильда.

Результаты позволяют выявить важнейшие особенности процесса. В дальнейшем мы обратимся к более сложным и реалистическим ситуациям.

Мы сравниваем процессы с КН и ЧД. Ввиду этого мы не будем рассматривать лучи, проходящие внутрь КН. Будем считать, что КН заполнена непрозрачным веществом и лучи, пересекающие горловину КН, поглощаются этим веществом.

Выполнение нашего проекта связано с расчетом траекторий лучей света, т.е. нулевых геодезических в пространстве-времени КН. Соответствующие геодезические неоднократно рассчитывались и обсуждались, начиная с пионерской работы [4] (см. также [9–16]). Однако работа требует проведения большого объема численного моделирования и для этого нам потребовались другие формы уравнений движения и анализ их иных свойств. Результаты необходимой работы приведены в Приложении. Конечно, свойства геодезических в пространстве-времени Шварцшильда хорошо известны [17, 18].

В этой работе мы не рассматриваем вопросы неустойчивости КН (см. об этом [19]) и считаем метрику КН независимой от времени.

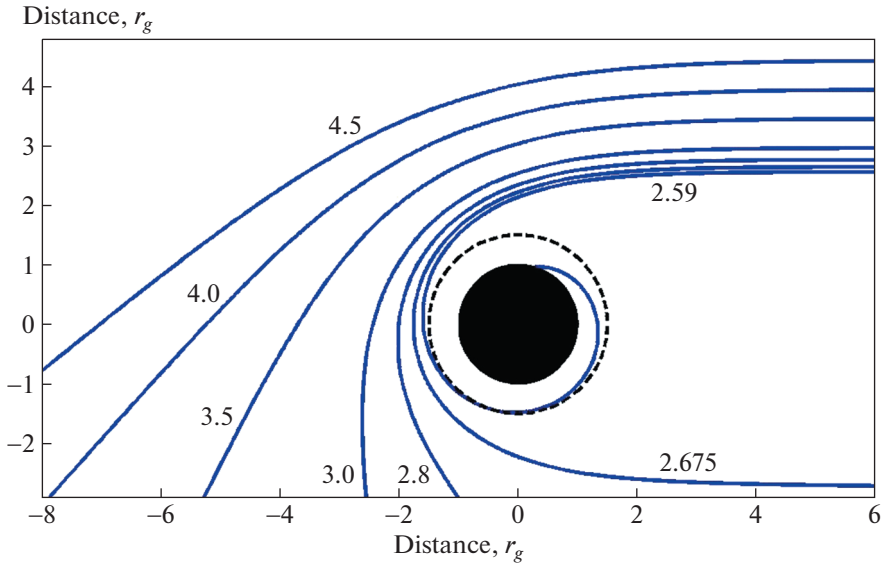

Рис. 1. Искривление лучей света Шварцшильдовской ЧД. Черный круг с радиусом $r = r_g = 2GM/c^2$ – черная дыра. Штриховая окружность имеет радиус $r = 3r_g/2$. $b_{crit} = 3\sqrt{3}r_g/2$ – критический прицельный параметр захвата луча ЧД. Прицельные параметры указаны у каждой траектории. Траектория с прицельным параметром $b = 2.59r_g$ входит в горизонт событий вертикально.

2. ИСКРИВЛЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА

Рассмотрим в метрике КН,

$$ds^2 = dt^2 - \frac{r^2}{r^2 - q^2}dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2), \quad (1)$$

классическую задачу рассеяния КН лучей света, приходящих из бесконечности с прицельным параметром b.

Напомним, как выглядит эта задача в метрике Шварцшильдовской ЧД (см. рис. 1). Заметим, прежде всего, что вокруг ЧД имеется сфера с радиусом $r = 3r_g/2$, по большим кругам которой лучи могут двигаться. Лучи с прицельным параметром $b_{crit} = 3\sqrt{3}r_g/2$ захватываются ЧД. Лучи с несколько бóльшим прицельным параметром, искривляясь, могут много раз обойти ЧД по тугой спирали, близкой к окружности $r = 3r_g/2$ прежде, чем снова уйти на бесконечность (см. рис. 2).

Обратимся теперь к искривлению лучей света вблизи КН Эллиса-Бронникова-Морриса-Торна. На первый взгляд картина должна быть в корне отличной от приведенной выше, ибо данная кротовая нора безмассовая, т.е. $m = 0$, сил тяготения никаких нет. Поэтому здесь неуместно было бы высказывание классиков "...под влиянием поля тяготения световой луч искривляется". В данном случае световой луч искривляется потому, что искривлено трехмерное пространство. Это искривление пространства, которое полностью определяет искривление лучей, подробно проанализировано в работе [20].

На рис. 3, взятом из работы [20], приведена кривая, вращение которой вокруг оси координат z дает поверхность экваториального сечения КН.

В Приложении дан вывод уравнений нулевых геодезических для метрики КН и ЧД Шварцшильда.

На рис. 4 изображены траектории лучей света в окрестности КН. В данном случае также имеются круговые орбиты световых лучей. Они расположены на горловине КН при $r = q$. Как показывает расчет, лучи, приходящие с прицельным параметром, меньше чем $b_{crit} = q$, захватываются КН внутрь и, по нашему предположению, поглощаются внутри нее. Так же, как и в случае ЧД, возможны траектории, много раз оборачивающиеся вокруг КН. Примеры приведены на рис. 5. Эти траектории важны при построении тени КН.

Как видно из приведенных результатов, несмотря на отсутствие сил тяготения, картина искривленных лучей света качественно похожа на случай ЧД, хотя численно и отличается.

3. ТЕНИ КРОТОВЫХ НОР

Тени, создаваемые черными дырами на фоне различных светящихся образований, детально исследуются в современной теоретической астрофизике. Более того, эти тени были недавно открыты в астрофизических наблюдениях [21–26].

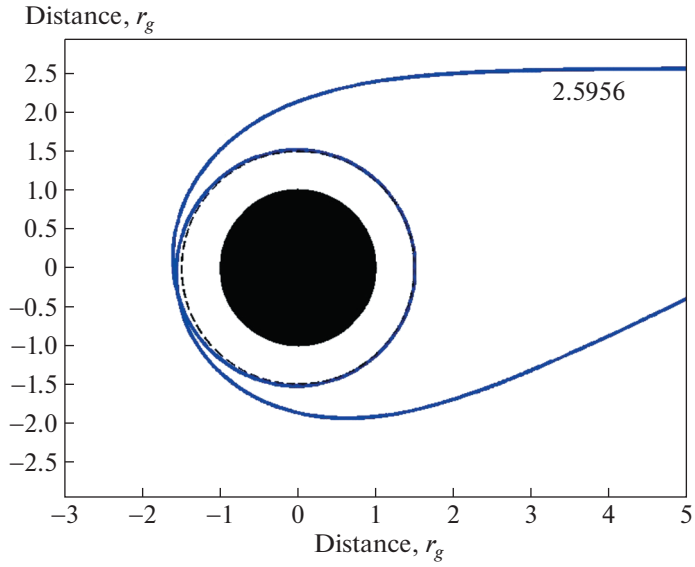

Рис. 2. Искривление лучей света Шварцшильдовской ЧД. Значение прицельного параметра указано на рисунке. Штриховая окружность имеет радиус $r = 3r_g/2$.

Все эти работы имеют важнейшее значение как для теории, так и для экспериментального исследования Вселенной.

Для попыток обнаружения КН во Вселенной важнейшее значение имеет построение теории теней КН. В данной работе мы рассмотрим простейшие примеры теоретического расчета структуры тени КН. Мы будем рассматривать КН на фоне далекого бесконечного экрана, равномерно излучающего по всем направлениям. Такой экран носит название ламбертовский источник.

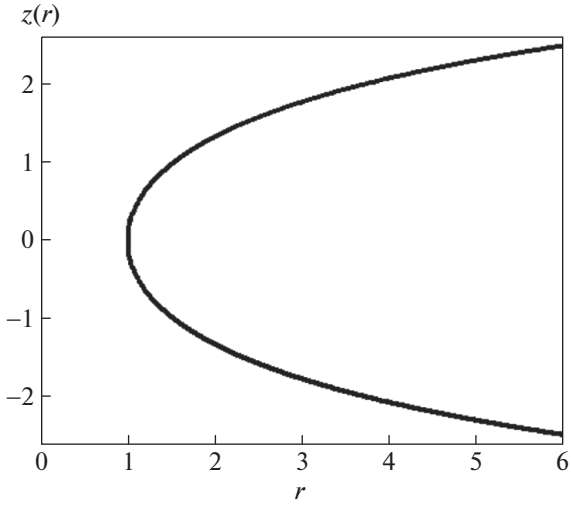

Рис. 3. Кривая, вращение которой вокруг оси y образует поверхность экваториального сечения КН. Расстояния нормированы на радиус горловины КН.

Напомним, что мы рассматриваем только лучи, движущиеся вне КН, считая внутренность КН непроходимой для света. Результаты раздела 2 могут быть использованы для определения структуры возникающей тени.

На рис. 6 показана схема соответствующего расчета. Параллельный пучок нулевых геодезических траекторий справа – это траектории, попадающие к удаленному наблюдателю. Эти траектории либо исходят из экрана, либо они приходят из бесконечности или из самой кротовой норы, и тогда не несут никакого света. Комбинируя эти последние траектории, можно построить тень КН. Картина на рис. 6 является отображением вспять по времени картин на рис. 4 и 5.

На рис. 7 изображены тень КН и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы: корона или аура. Тень является кругом с кольцами (бесконечным количеством колец) вблизи внутреннего края тени. На рис. 8 изображены траектории нулевых геодезических, определяющих край тени КН и первое кольцо, т.е. траектории, поворачивающие, соответственно, на 90° и 270°. Прицельные параметры этих траекторий следующие:

$$b_{90} = 1.092q, \quad b_{270} = 1.00315q, \tag{2}$$

где q, как и прежде, обозначает радиус горловины КН. Последующие кольца соответствуют меньшим значениям прицельного параметра, вплоть до $b_{crit} = q$.

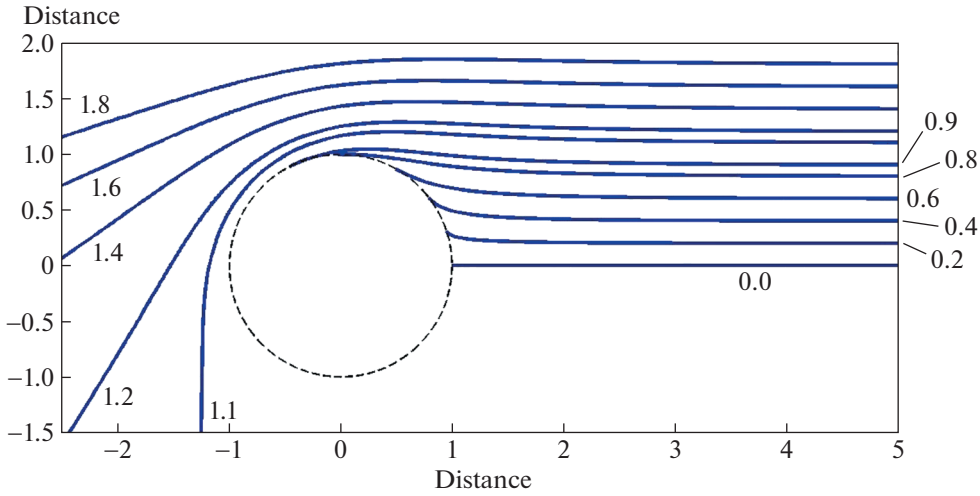

Рис. 4. Траектории лучей света вблизи КН. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Горловина кротовой норы показана штриховой линией. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.

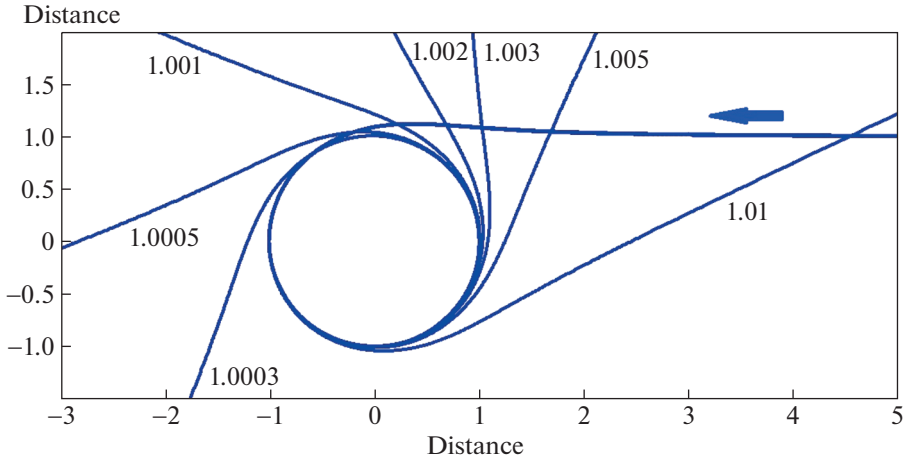

Рис. 5. Траектории лучей света с малым прицельным параметром вблизи КН. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.

Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени КН показано на рис. 9. При приближении к границам тени интенсивность излучения в короне возрастает на несколько порядков и в логарифмическом масштабе оказывается нелинейной. К сожалению, мы не можем сравнить интенсивность излучения внутреннего кольца с интенсивностью короны из-за ограниченной точности вычислений. Для этого нужны другие численные методы.

Для сравнения с рис. 7 на рис. 10 приведены тень черной дыры Шварцшильда и распределение интенсивности излучения в ее короне на фоне такого же яркого экрана. Как следует из рис. 10, положение яркого кольца внутри силуэта тени сильно различается для ЧД и КН и это может служить одним из признаков, по которым эти объекты можно отличить друг от друга.

Еще одним признаком может служить распределение интенсивности в экваториальном сечении тени КН и ЧД. Для последней распределение приведено на рис. 11 и его можно сравнить с рис. 9. Возрастание интенсивности короны при приближении к границе тени оказывается для ЧД Шварцшильда более пологим. Этот факт также может быть использован в наблюдениях для того, чтобы отличить ЧД от КН.

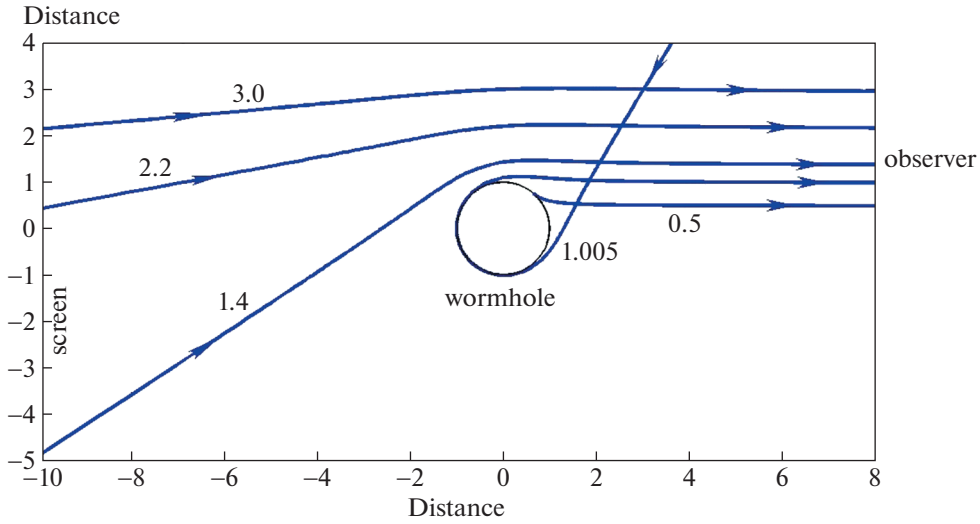

Рис. 6. Схема расчета образования тени КН при освещении ее удаленным экраном (изображен на рисунке слева, координата –10). Наблюдатель находится далеко справа. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.

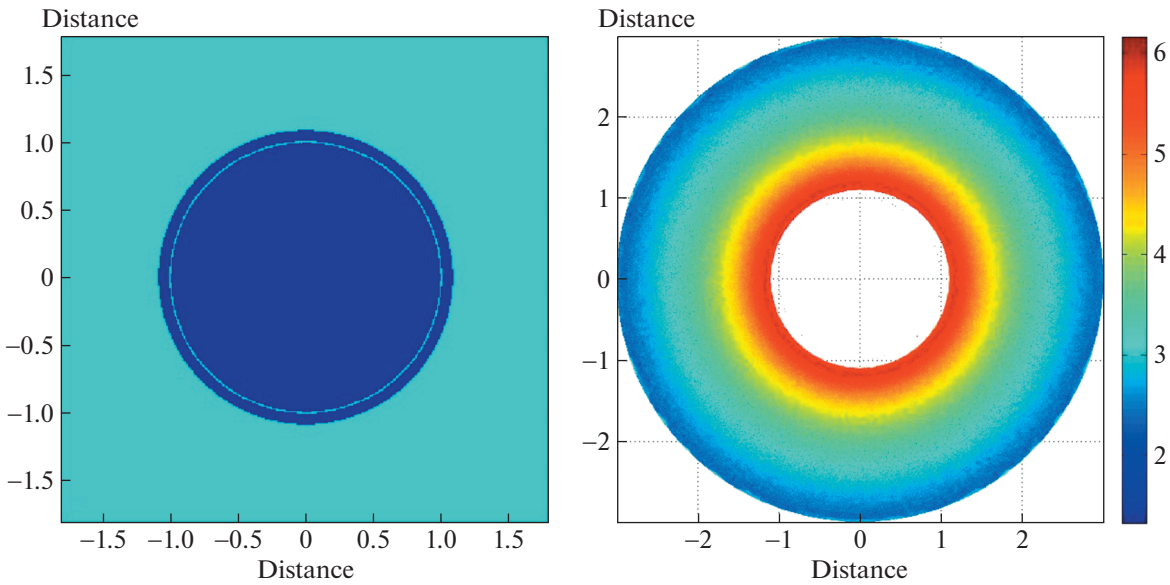

Рис. 7. Форма тени КН (слева) и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы (справа). Радиальная координата выражена в единицах радиуса горловины КН.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подчеркнем, что хотя физические свойства метрики КН и ЧД резко отличаются друг от друга (в метрике КН вообще отсутствует тяготение), линзирование лучей света и создаваемая ими тень похожи друг на друга, отличаясь в основном численными параметрами. Эти различия, тем не менее, существенны для будущих попыток детектирования КН в астрофизике.

Как было отмечено в разделе 1, в нашей дальнейшей работе мы рассмотрим более сложные модели КН и экранов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ФОТОНА

Метрика КН может быть записана в виде

$$ds^2 = dt^2 - dR^2 - (R^2 + q^2)(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) \quad (3)$$

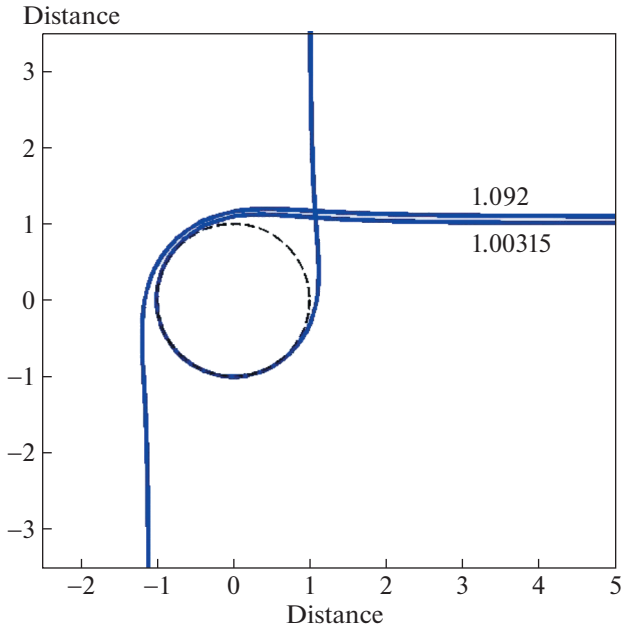

Рис. 8. Критические траектории в поле КН. Радиальная координата выражена в единицах радиуса горловины КН.

или

$$ds^2 = dt^2 - \frac{r^2}{r^2 - q^2}dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2), \quad (4)$$

где

$$r^2(R) = R^2 + q^2, \quad (5)$$

q – размер горловины КН, а радиальная координата r выбрана так, чтобы длина окружности равнялась $2\pi r$.

Уравнение Гамильтона-Якоби,

$$g^{ik}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k} - m^2 = 0, \quad (6)$$

для метрики КН можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - \frac{r^2 - q^2}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \vartheta}\right)^2 - \\ - \frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 - m^2 = 0. \quad (7)$$

По аналогии с метрикой Шварцшильда решение ищем в виде

$$S = -Et + L\varphi + S_r(r) + S_\theta(\theta), \quad (8)$$

поскольку координаты t и ϕ – циклические, т.е. не входят явно в метрический тензор и уравнение Гамильтона-Якоби. В уравнении (7) переменные разделяются и мы получаем уравнения движения:

$$\frac{dt}{d\lambda} = Er^2, \quad (9)$$

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = (E^2 - m^2)r^4 - (q^2(E^2 - m^2) + \\ + Q + L^2)r^2 + q^2(Q + L^2), \quad (10)$$

$$\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 = Q - \frac{L^2\cos^2\theta}{\sin^2\theta}, \quad (11)$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{L}{\sin^2\theta}, \quad (12)$$

где константа разделения Картера K согласно [27] записана в форме: $K = Q + L^2$, что отличается от ее записи в [18]. Уравнения движения кванта получаются, если положить $m = 0$ в системе (9)–(12).

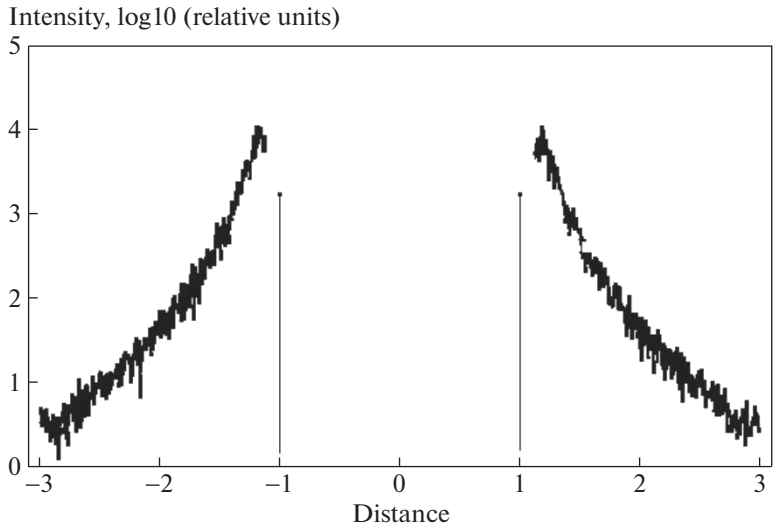

Рис. 9. Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени КН.

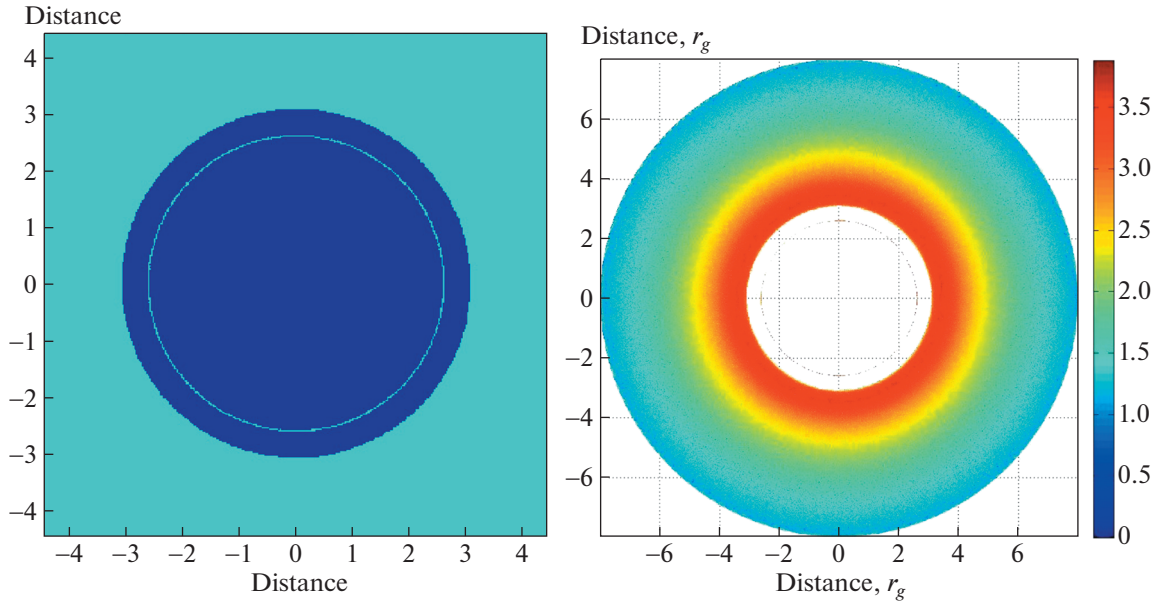

Рис. 10. Форма тени черной дыры Шварцшильда (слева) и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы (справа). Радиальная координата выражена в единицах гравитационного радиуса $r_g 2Gm/c^2$.

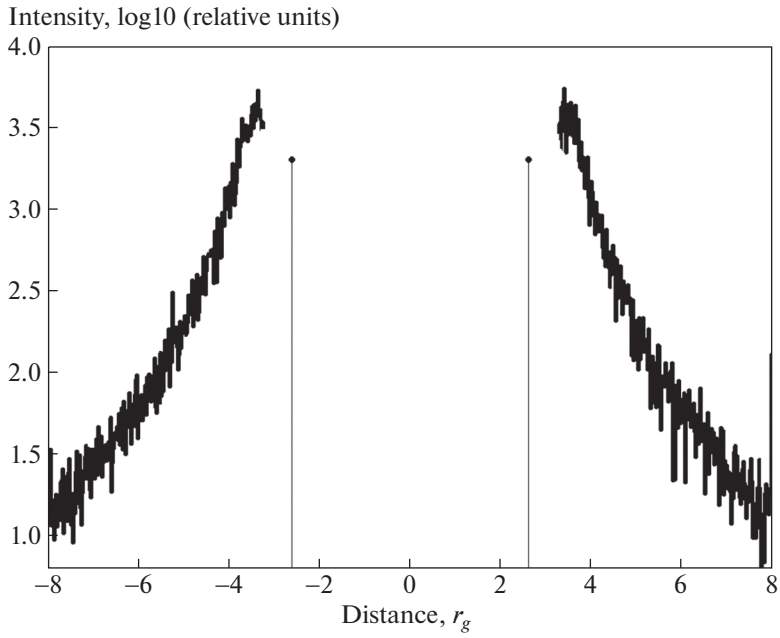

Рис. 11. Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени черной дыры Шварцшильда.

Однако в этом случае уравнения движения зависят не от трех констант, E, L и Q, а от двух констант Чандрасекара, $\xi = Q/(q^2E^2)$ и $\eta = L/qE$. Кроме того, уравнения (10), (11) содержат функцию квадратного корня, которая неудобна для серийных вычислений. Для удобства вычислений можно заменить каждое их этих уравнений на два уравнения, повысив порядок системы [28, 29]. Окончательно система уравнений для движения кванта в метрике КН может быть записана как:

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2}, \tag{13}$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_1, \tag{14}$$

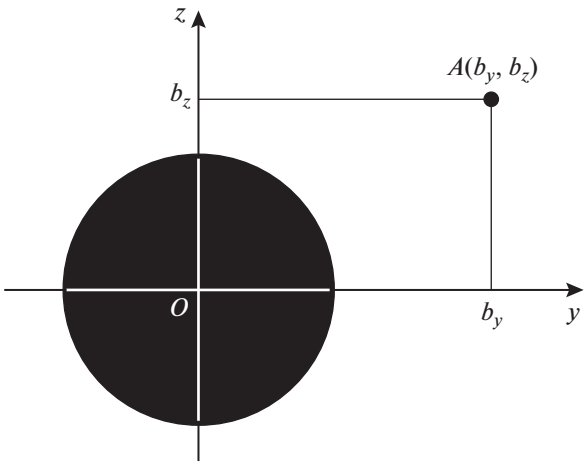

Рис. 12. Прицельный параметр для кванта, направленного в сторону кротовой норы.

$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 2(\eta - \xi^2)r^3 - (1 + \eta + \xi^2)r, \quad (15)$$

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1, \quad (16)$$

$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos\theta}{\sin^3\theta}, \quad (17)$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2\theta}. \quad (18)$$

Для задания начальных значений предположим, что наблюдатель находится в точке с координатами $(r, \theta, \varphi) = (r_0, \theta_0, 0)$ (т.е. в плоскости xz в декартовых координатах) и направляет квант в сторону кротовой норы в точку с координатами $A(b_y, b_z)$ в картинной плоскости и прицельным параметром $b = \sqrt{b_y^2 + b_z^2}$. Геометрическое расположение этой точки пояснено на рис. 12. Тогда константы Чандрасекара можно выразить явно через координаты наблюдателя и прицельный параметр:

$$\xi = \frac{r_0 b_y \sin\theta_0}{\sqrt{r_0^2 + b_y^2 + b_z^2}}, \quad \eta = \frac{r_0^2(b_z^2 + b_y^2\cos^2\theta_0)}{r_0^2 + b_y^2 + b_z^2}. \quad (19)$$

Все линейные размеры в формулах (19) нормированы на радиус горловины кротовой норы, т.е. на рис. 12 $b_y \approx 2$, $b_z \approx 1.5$.

Для метрики Шварцшильда аналогичная система уравнений записывается как

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2(1 - 2r)}, \quad (20)$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_1, \quad (21)$$

$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 3(\eta + \xi^2)r^2 - (\eta + \xi^2)r = (\eta + \xi^2)(3r - 1)r, \quad (22)$$

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1, \quad (23)$$

$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos\theta}{\sin^3\theta}, \quad (24)$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2\theta}, \quad (25)$$

и константы Чандрасекара

$$\xi = \frac{r_0^{3/2} b_y \sin\theta_0}{\sqrt{(r_0 - 2)(r_0^2 + b_y^2 + b_z^2)}}, \quad \eta = \frac{r_0^3(b_z^2 + b_y^2\cos^2\theta_0)}{(r_0 - 2)(r_0^2 + b_y^2 + b_z^2)}. \quad (26)$$

Для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений написано множество библиотек, которые свободно доступны в Интернете. Вычисления выполнялись с относительной точностью $\delta = 10^{-7}$ и проверялись с помощью первых интегралов систем (13)–(18) и (20)–(25) [28, 29].

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны И.Д. Новикову младшему за техническую помощь при подготовки статьи. С.Р. выражает свою благодарность Р.Е. Бересневой, О.Н. Суменковой и О.А. Косаревой за возможность плодотворно работать над настоящей задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Н. С. Кардашев, И. Д. Новиков, А. А. Шацкий*, Астрон. журн. **83**, 675 (2006).
2. *K. K. Nandi, Y-Zh. Zhang, and A. V. Zakharov*, Phys. Rev. D **74**(2), id. 024020 (2006).
3. *И. Д. Новиков, С. Ф. Лихачёв, Ю. А. Щекинов, А. С. Андрианов, и др.*, Успехи физ. наук **191**(4), 404 (2021).
4. *H. Ellis*, J. Math. Phys. **14**, 104 (1973).
5. *K. A. Bronnikov*, Acta Phys. Pol. **84**, 251 (1973).
6. *M. S. Morris and K. S. Thorne*, American J. Physics **56**, 395 (1988).
7. *M. S. Morris, K. S. Thorne, and U. Yurtsever*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1446 (1988).
8. *A. G. Doroshkevich, N. S. Kardashev, D. I. Novikov, and I. D. Novikov*, Astron. Rep. **52**, 616 (2008).
9. *И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев, А. А. Шацкий*, Успехи физ. наук **177**(9), 1017 (2007).
10. *А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев*, Успехи физ. наук **178**(8), 481 (2008).
11. *А. А. Шацкий*, Успехи физ. наук **179**(8), 861 (2009).
12. *P. G. Nedkova, V. Tinchev, and S. S. Yazadjiev*, Phys. Rev. D **88**, id. 124019 (2013).

13. *A. A. Shatskiy, Yu. Yu. Kovalev, and I. D. Novikov, J. Experim*. Theor. Phys. **120**, 798 (2015).

14. *T. Ohgami and N. Sakai*, Phys. Rev. D **91**, id. 124020 (2015).

15. *A. Abdujabbarov, B. Juraev, B. Ahmedov, and Z. Stuchlik*, Astrophys. Space Sci. **361**, 226 (2016).

16. *R. Shaikh*, Phys. Rev. D **98**, id. 024044 (2018).

17. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, *Релятивистская астрофизика* (М.: Наука, 1967).

18. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, *Теория поля* (М.: Физматлит, 2012).

19. *K. A. Bronnikov, L. N. Lipatova, I. D. Novikov, and A. A. Shatskiy*, Gravitation and Cosmology **19**, 269 (2013).

20. *И. Д. Новиков, С. В. Репин*, Астрон. журн. **98**, 3 (2021).

21. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L1 (2019); arXiv:1906.11238 astro-ph.GA.

22. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L2 (2019); arXiv 1906.11239 astro-ph.GA.

23. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L3 (2019); arXiv 1906.11240 astro-ph.GA.

24. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L4 (2019); arXiv 1906.11241 astro-ph.GA.

25. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L5 (2019); arXiv 1906.11242 astro-ph.GA.

26. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L6 (2019); arXiv 1906.11243 astro-ph.GA.

27. *C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler*, Gravitation (San Francisco: W. H. Freeman, 1973).

28. *A. F. Zakharov*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **269**, 283 (1994).

29. *A. F. Zakharov and S. V. Repin*, Astron. Rep. **43**, 705 (1999).