УДК 524.38/524.3-14

ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ V680 Mon – ЗАТМЕННОЙ ЗВЕЗДЫ С НАИВЫСШИМ ИЗВЕСТНЫМ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОМ

© 2021 г. И. М. Волков^{1, 2, *}, А. С. Кравцова^{1, 2, **}, Д. Хохол^{3, ***}

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия ² Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия ³ Астрономический Институт Словацкой Академии Наук, Татранская Ломница, Словакия *E-mail: hwp@yandex.ru

E-mail: kravts@yandex.ru* *E-mail: chochol@ta3.sk* Поступила в редакцию 21.09.2020 г. После доработки 06.10.2020 г. Принята к публикации 07.10.2020 г.

Впервые получены высокоточные *UBVRI(RI)с* кривые блеска плохо исследованной затменной системы V680 Mon = GSC 748 218 ($P = 8.54^d$, $V = 10.02^m$). Найдены фотометрические решения, определены физические характеристики звезд-компонентов. Эксцентриситет орбиты оказался самым значительным для звезд данного класса, e = 0.613. Ориентация орбитального эллипса неблагоприятна для исследования движения линии апсид в системе, $\omega = 357^\circ$. Высокая точность наблюдений позволила определить надежные параметры системы: $M_1 = 3.3 M_{\odot}$ (B7 V), $M_2 = 1.8 M_{\odot}$ (A2 V). Возраст компонентов оценивается в 70 млн. лет. Фотометрический параллакс, определяемый из наших наблюдений, $\pi = 0.00109(1)^{"}$, в два раза меньше значения, полученного в проекте GAIA DR1, $\pi = 0.0025(9)^{"}$, которое, вероятно, ошибочно вследствие оптической двойственности объекта: V680 Mon имеет оптический спутник спектрального класса K3 V. Решения кривых блеска затменной системы указывают на значительную долю третьего света, соответствующего звезде спектрального класса A4 V. В моментах минимумов обнаружен световой эффект, указывающий на физическую связь звезды – источника третьего света – с затменной системой. Построена орбита третьего тела, соответствующая наблюдаемому эффекту, определены его параметры.

DOI: 10.31857/S0004629921020067

1. ВВЕДЕНИЕ

Переменность V680 Mon = SVS 1025 = NSV 3323 была обнаружена Паренаго [1]. Он зафиксировал алголеподобные ослабления блеска, но период найден не был, поэтому вопрос о типе переменности остался открытым. Холопов [2] и Хоффмайстер [3] при просмотре коллекций пластинок Московской и Зоннебергской обсерваторий затмений не обнаружили. В каталоге переменных звезд (ОКПЗ) [4] тип переменности обозначен как RR Lyr и приведен период $P = 0.4986^d$, близкий к половине суток. В текущем издании каталога [5] величина периода не указана, но тип переменности остается RR Lyr.

Звезда наблюдалась в 1998 г. визуально Майером (R. Meyer) и с помощью ПЗС Кляйкампом (W. Kleikamp). Результаты этих исследований были представлены Дамом и Франком [6]. Майер заметил, что максимумы блеска, предсказываемые

эфемеридой ОКПЗ, наступают при одном и том же часовом угле наблюдений, т.е. найденный период сопряжен со звездными сутками. Майер высказал здравую мысль, что подобный тип переменности может быть индуцирован эффектом, который он назвал зависимостью сигнала к шуму измеряемого объекта от показателя цвета звезды, ведь исследуемый объект является голубым, в то время как окружающие звезды, которые приходится использовать в качестве звезд сравнения, значительно более красные. Поэтому автоматический учет селективного поглощения света в атмосфере невозможен. Указав. что данный эффект ранее не был описан, он упустил тот факт, что найденная корреляция является ничем иным, как проявлением эффекта Форбса – рэлеевской селективностью атмосферы. Для иллюстрации на рис. 1 мы приводим цветную электронную фотографию исследуемой области. Данный эффект проявляется в том, что с ростом воздушной массы



Рис. 1. Карта окрестностей звезды V680 Mon (звезда 2). Размер по вертикали 13'. Обозначены номера звезд, величины которых приведены в табл. 2.

более голубая звезда будет слабеть относительно красных звезд сравнения. Указав на связанную с эффектом Форбса ошибку в ранних наблюдениях V680 Mon, Майер, тем не менее, предположил медленные неправильные изменения блеска звезды с амплитудой до 0.25^{*m*}. При этом из текста [6] непонятно, как именно учитывали эффект сами наблюдатели – Майер и Кляйкамп, если вообще учитывали, и не является ли обнаруженная ими переменность частично следствием того же самого эффекта. Указанная амплитуда заявленной переменности близка к глубине вторичного минимума звезды (0.2^{*m*}), поэтому, возможно, Майер и Кляйкамп, делая разрозненные оценки блеска, случайно попадали на дно вторичного минимума или на нисходящую ветвь главного, тоже не очень глубокого (0.4^m) , минимума.

С появлением массовых фотометрических обзоров неба подлинную природу объекта удалось установить Отеро и др. [7]. Ими были использованы наблюдения ROTSE [8] и ASAS [9]. Тип переменности, предложенный Паренаго [1], подтвердился, звезда оказалась именно затменной переменной, но с сильно вытянутой эллиптической орбитой (фаза вторичного минимума равна 0.865). Фазовая кривая блеска представлена на рис. 2. Звезда была включена в каталоги затменных звезд с эксцентрическими орбитами [10, 11], в которые вошли данные из [7]. Наша наблюдательная программа [12] направлена в первую очередь на изучение затменных звезд с эксцентрическими орбитами, поэтому V680 Mon была включена в список для наблюдений.

2. НАБЛЮДЕНИЯ И РЕДУКЦИЯ ДАННЫХ

Мы наблюдали звезду в течение двадцати ночей в 2008—2020 гг. Журнал наблюдений приводится в табл. 1, всего получено 3376 измерений в семи полосах системы *UBVRI(RI)с* Джонсона— Кузенса. Определенные трудности при наблюдениях возникли из-за наличия у звезды оптического спутника В на расстоянии 10.9″, который на

 2.8^{m} в полосе V слабее компонента A, который и является собственно затменной переменной. При наблюдениях с длиннофокусными инструментами блеск компонента А измерялся в таких апертурах, в которых подсветка от спутника отсутствовала. Когда измерения проводились с короткофокусными приборами, апертура при обработке выбиралась максимально большой, чтобы измерять совокупный блеск визуально-двойной системы с последующим вычитанием блеска спутника. Точность измерений при этом падала, но не сильно. Блеск оптического компонента В был тщательно измерен относительно компонента А на плато с помощью длиннофокусных инструментов Цейсс-1000 и Цейсс-600 в ночи с хорошим качеством изображений, *FWHM* < 2''.

Инструментальные фотометрические системы всех приборов мы исследовали отдельно в ходе специальных наблюдений стандартных звезд, подобранных так, чтобы их показатели цвета значи-



Рис. 2. Фазовая кривая V680 Mon, построенная с начальной эпохой и периодом, найденными в данной работе. Наблюдения ROTSE и ASAS показаны большими кружками, наши наблюдения в полосе *V* – черными точками. Блеск звезды на плато принят равным нулю.

тельно отличались. Также были измерены стандартные звезды в скоплении M67, величины которых были взяты из [13, 14]. Инструментальные системы всех приборов, за исключением фотометрических полос U и B, реализованных на 50-см телескопе с помощью ПЗС-матрицы ST-10XME обсерватории в Старой Лесне, оказались достаточно близкими к полосам системы Джонсона—Кузенса, чтобы обеспечить надежный перевод инструментальных звездных величин в стандартные. Мы использовали такую же методику наблюдений и редукции данных, что и в предыдущих наших работах [15–20]. Особое внимание было уделено правильному учету селективности земной атмосферы, что обусловлено значительным отличием показателей цвета наблюдаемой звезды и звезд сравнения, об этом уже говорилось во Введении. В качестве основных звезд сравнения при наблюдениях с ПЗС использовались звезды GSC 748 519 (№ 1), GSC 748 816 (№ 3), GSC 748 29 (№

Год	Юлианская дата 2400000 +	Ν	Полоса	Телескоп и приемная аппаратура
2008	54782	84	UBV Rc	Цейсс-600, Словакия, ФЭУ Hamamatsu R2949S
2009	54937, 941, 942	214	UBV RcIc	50 см Ньютон, Словакия, ST-10XME
2010	55270	385	UBV RI	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2010	55273, 465, 482	577	UBV RI	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2011	55636	405	UBV RIRc	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2011	55877	22	V RcIc	15 см Максутов, Словакия, ST-10XME
2013	56573, 575, 577	106	UBV	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, ФЭУ ЕМІ 9789
2014	56747	51	V	60/170 мм фотообъектив, Словакия, ST-10XME
2017	57796	423	V	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL09000
2019	58556	185	UBV RI	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2020	58889, 950	561	UBV RI	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2020	58906,967	513	UBV RcIc	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL09000

Таблица 1. Журнал наблюдений

Примечание. *N* – Количество измерений. В 4-м столбце "Полоса" приведены спектральные полосы пропускания, в которых были получены наблюдения.

6), данные о них можно найти в табл. 2, а номера соответствуют номерам на карте окрестностей переменной на рис. 1. Какая именно звезда была использована в конкретную ночь, зависело от поля зрения фотометра. Предпочтение отдавалось звездам, расположенным как можно ближе к переменной, и имеющим минимальные показатели цвета B - V. Если несколько указанных звезд попадали в кадр одновременно, то при обработке проверялось постоянство их блеска. Полученные в разные ночи и на разных инструментах разности блеска отличались после исправления за ин-

струментальные системы не более чем на ±0.01^{*m*}. В таких пределах блеск звезд сравнения и блеск переменной на плато можно считать постоянным.

Экспозиции зависели от величины сигнала в каждой из фотометрических полос и составляли от 80 с в U. гле сигнал наименьший. до 2 с в R. гле величина сигнала была максимальной. При столь коротких экспозициях даже на телескопе с диаметром зеркала 1 м заметны мерцания звезд, что значительно ухудшает точность фотометрических измерений. В таком случае записывалась цепочка кадров с суммарной экспозицией более 10 с для телескопов с апертурой 0.5-1.0 м, и несколько минут в случае небольших инструментов. При дальнейшей обработке эта серия считалась одним измерением, усреднялась, для нее находилась статистическая ошибка. Данные о средней статистической точности измерений в каждой из фотометрических полос можно найти в последней строке таблицы с параметрами системы (см. ниже).

Звездные величины переменной вне затмений (на плато) были получены привязкой с помощью *UBV*-фотометра к специально подобранной по показателю цвета и угловому расстоянию звезде сравнения. Эти калибровочные измерения были выполнены в три последовательные ночи в октябре 2013 г. при исключительно стабильной прозрачности атмосферы. Коэффициенты прозрачности для получения заатмосферных величин звезд по методу, описанному в [21], были определены из наблюдений стандартных звезд, которые измерялись на протяжении всей ночи при сильно меняющихся воздушных массах. Метод [21] был изменен в том смысле, что измерялись не одновременно две стандартные звезды, находящиеся на сильно отличающихся воздушных массах, а несколько стандартных звезд на одной воздушной массе, но измерения шли в течение всей ночи, и воздушная масса менялась по мере восхода или захода наблюдаемой области. Если удавалось подобрать одинаковые коэффициенты прозрачности для всей ночи, при которых вынесенные за атмосферу величины стандартных звезд отлича-

лись не более чем на $\pm 0.01^m$ в каждой из фотомет-

рических полос, то такая ночь считалась подходящей для привязок. Указанные меры позволили добиться высокой точности в каждой из привязок. В качестве звезды сравнения была использована звезда HD 51104, находящаяся на удалении 59' от переменной и имеющая с ней почти идентичные показатели пвета, ее величины привелены в табл. 3. Попутно измерялась значительно более красная звезда HD 51074. Величины этих звезд были взяты из каталога ГАИШ [22]. Приводимые в этом каталоге ультрафиолетовые величины Wмы пересчитали в стандартную систему U. Использование более красной контрольной звезды решало несколько задач. Во-первых, мы получали возможность в реальном времени контролировать спектральную селективность атмосферы, а во-вторых, полученные нами инструментальные величины звезды HD 51074 относительно принятых из каталога ГАИШ величин HD 51104 позволили осуществить максимально точный перевод наблюдаемых инструментальных величин в стандартную систему Джонсона, замкнув показатели цвета B - V исследуемого объекта между двумя звездами-реперами.

Дополнительные данные о величинах и показателях цвета V680 Mon были получены при наблюдениях с полуавтоматическим UBV(R)c фотометром с фотоумножителем Hamamatsu R2949S в Старой Лесне на телескопе Цейсс-600 в ноябре 2008 г. Это были наши самые первые наблюдения объекта. Размер диафрагмы фотометра не позволял измерить V680 Mon отдельно от ее оптического спутника. Обе звезды измерялись вместе относительно стандартной звезды HD 51104. Дальнейшие наши измерения с длиннофокусными инструментами с помощью ПЗС-матриц позволили весьма точно измерить блеск оптического спутника и исключить его блеск из измерений. Полученные данные отлично совпали с измерениями 2013 г. и вошли в средние значения величин переменной на плато.

Так как в каталоге [22] нет данных об инфракрасных величинах звезд I, и к тому же наш фотометр с фотоумножителем не чувствителен к полосам R и I, мы провели дополнительные измерения с помощью фотометра на базе ПЗСматрицы VersArray 512UV и телескопа Цейсс-600 ИНАСАН в Симеизе. Для калибровки была использована область рассеянного скопления M67, звездные величины стандартов в которой были взяты из [14]. Использовавшиеся звездные величины звезд сравнения, усредненные величины переменной, ее оптического спутника и основного ПЗС-стандарта представлены в табл. 3.

Недостающие величины в системе Кузенса, (*RI*)с получены привязкой на обсерватории в Старой Лесне на телескопе Ньютон 50 см с ПЗСматрицей ST-10XME и набором светофильтров,

Таблица 2. Величины звезд в окрестности V680 Mon

Номер	U	В	V	R	Ι	U - B	B-V	V - R	R-I	Имя
1	13.045	12.967	12.360	11.844	11.575	0.078	0.607	0.516	0.269	GSC 748 519
	0.010	0.015	0.013	0.011	0.005	0.018	0.020	0.017	0.012	
3	12.254	12.039	11.297	10.684	10.335	0.215	0.741	0.614	0.349	GSC 748 816
	0.009	0.004	0.003	0.004	0.005	0.010	0.005	0.005	0.006	
4	13.000	11.428	9.733	8.064	6.841	1.572	1.695	1.669	1.223	GSC 748 718
	0.051	0.003	0.008	0.020	0.073	0.051	0.008	0.016	0.076	
6	11.373	11.413	11.076	10.753	10.582	-0.040	0.337	0.323	0.172	GSC 748 29
	0.009	0.004	0.003	0.004	0.005	0.010	0.005	0.005	0.006	
7	11.708	11.796	11.391	11.038	10.840	-0.088	0.405	0.353	0.198	GSC 752 780
	0.036	0.014	0.018	0.013	0.016	0.039	0.023	0.022	0.021	
8	13.439	13.258	12.655	12.109	11.810	0.181	0.603	0.546	0.299	GSC 748 644
	0.020	0.015	0.015	0.013	0.020	0.025	0.021	0.020	0.024	
9	14.329	13.663	12.727	11.945	11.494	0.666	0.936	0.783	0.450	GSC 748 199
	0.030	0.011	0.010	0.017	0.009	0.032	0.015	0.020	0.019	
10	14.240	12.720	11.371	10.289	9.625	1.520	1.349	1.082	0.664	GSC 748 362
	0.025	0.015	0.014	0.012	0.007	0.029	0.021	0.018	0.014	
11	13.596	13.506	12.858	12.278	12.008	0.090	0.648	0.580	0.270	GSC 748 1402
	0.000	0.000	0.019	0.000	0.000	0.000	0.019	0.019	0.000	
12	15.169	15.168	14.580	14.011	13.702	0.002	0.588	0.569	0.309	
	0.090	0.019	0.023	0.039	0.029	0.092	0.030	0.045	0.049	
13	14.798	14.744	14.125	13.544	13.211	0.055	0.618	0.582	0.332	GSC 748 928
	0.044	0.022	0.016	0.032	0.022	0.049	0.027	0.036	0.039	
14	14.744	14.722	14.095	13.562	13.244	0.022	0.627	0.532	0.318	GSC 748 38
	0.064	0.044	0.016	0.019	0.025	0.078	0.047	0.025	0.031	
15	15.456	15.417	14.817	14.332	14.005	0.038	0.601	0.485	0.327	
	0.043	0.065	0.050	0.031	0.029	0.078	0.082	0.059	0.042	
16	15.220	15.124	14.442	13.935	13.618	0.096	0.682	0.508	0.317	
	0.122	0.049	0.060	0.033	0.015	0.131	0.077	0.068	0.036	
17	14.851	14.863	14.423	13.954	13.693	-0.012	0.440	0.469	0.261	
	0.069	0.022	0.014	0.016	0.013	0.072	0.026	0.021	0.021	
18	15.795	15.070	14.093	13.235	12.717	0.725	0.977	0.858	0.518	
	0.178	0.048	0.042	0.006	0.021	0.184	0.064	0.042	0.022	
19	15.248	14.462	13.487	12.646	12.143	0.786	0.975	0.841	0.503	GSC 748 97
	0.039	0.033	0.039	0.022	0.020	0.051	0.051	0.045	0.030	
20	16.226	15.556	14.464	13.603	13.108	0.669	1.093	0.861	0.495	
	0.236	0.058	0.023	0.021	0.020	0.243	0.062	0.031	0.029	
21	16.183	15.896	15.303	14.644	14.400	0.286	0.593	0.659	0.244	
	0.179	0.044	0.060	0.030	0.043	0.184	0.074	0.067	0.052	
22	16.057	15.566	14.602	13.810	13.373	0.491	0.964	0.792	0.437	
	0.094	0.033	0.025	0.015	0.040	0.100	0.041	0.029	0.043	

Звезда	V	U - B	B-V	V - Rc	V - R	Rc - Ic	R - I	Примечание
V680 Mon A	10.011	-0.332	0.016	0.033	0.075	0.021	-0.018	Переменная, плато
	0.003	0.002	0.003	0.010	0.014	0.022	0.029	
V680 Mon B	12.786	0.739	0.990	0.545	0.849	0.482	0.478	Оптический спутник
	0.011	0.026	0.014	0.021	0.011	0.023	0.006	
HD 51104	5.901	-0.368	-0.090	_	-0.058	_	_	ФЭУ-стандарт, [25]
	0.004	0.008	0.004	_	0.004	_	_	
HD 64854	9.397	-0.729	-0.156	-0.060	_	-0.081	_	ПЗС-стандарт, [26]
	0.001	0.001	0.001	0.001	_	0.001	_	
M67, 156*	10.99	0.090	0.110	_	0.160	_	0.020	ПЗС-стандарт, [17]
	0.005	0.010	0.005	_	0.005	_	0.005	
M67, 136*	11.31	0.140	0.630	—	0.560	_	0.350	ПЗС-стандарт, [17]
	0.005	0.010	0.005	_	0.005	_	0.005	

Таблица 3. Звездные величины V680 Mon на плато, фотоэлектрического и ПЗС-стандартов в системе Джонсона-Кузенса

Примечание. * Номера звезд в М67 соответствуют нумерации из [16].

реализующим систему UBV(RI)c. Привязка сделана к стандартным звездам HD 64854 и HD 64887 из списка Ландольта [23]. Попутно были получены и величины U, B, V, из которых была использована только величина V. Измерения в U и B получены качественные, но коэффициенты пересчета в стандартную систему для этого фотометра очень значительные, в B он равен примерно 0.17 и не совсем линеен, а для U, особенно для покрасненных звезд, линейный перевод просто невозможен. При переводе в стандартную систему с учетом нелинейности величины U и B, тем не менее, отклонились от измерений, полученных с помощью других приборов, на величины более 0.04^m и были исключены из усреднения.

Всего мы получили наблюдения в пяти главных и девяти вторичных минимумах. Наблюдения в разные ночи показывают немного отличающиеся уровни внезатменного блеска. Для приведения внезатменного блеска звезды к одному уровню в ходе решения кривых блеска были определены ночные поправки, составившие не более $\pm 0.017^m$ от среднего значения во всех наблюдательных полосах, за исключением U, где они доходили до $\pm 0.026^m$. Ночные поправки учтены в таблицах наблюдений, приведенных в Приложении к данной статье в электронном виде, образец представлен в табл. 4.

Вход в один из главных минимумов был получен нами с помощью совсем небольшой апертуры, в качестве которой выступил фотографический объектив диаметром 60 мм и фокусным расстоянием 170 мм. Наблюдения проведены только в полосе *V*, экспозиции составили 40 с и были усреднены по 4–5 штук. Для учета фотометрической ошибки поля, которую при данных измере-

ниях не удавалось устранить обычными для ПЗСнаблюдений измерениями плоских полей, в качестве звезд сравнения при обработке программой Maxim DL были взяты 6 звезд, окружающих переменную со всех сторон и находящихся от нее ближе 21'. Столь короткое фокусное расстояние не позволяет измерить звезду отдельно от оптического спутника, блеск его вычтен при обработке. В результате всех принятых мер точность отдельной точки при наблюдениях с линзовым объективом оказалась 0.0078^m , что соответствует точности измерений с телескопом апертурой 1 м. Следует признать опыт использования небольшой апертуры удачным, хотя он и требует особых мер предосторожности, полученные данные обязательно следует проконтролировать измерениями на более крупных инструментах.

Используя блеск переменной на плато в качестве вторичного стандарта с помощью ПЗС-матрицы VersArray 512UV, чувствительной к ультрафиолетовому излучению, и телескопа Цейсс-600 Симеизской обсерватории ИНАСАН, мы измерили величины *UBVRI* звезд поля в области $6' \times 6'$ вокруг V680 Mon. Для измерения были выбраны все звезды, для которых отношение сигнала к шуму в полосе *U* обеспечивало бы точность не хуже

 $\pm 0.2^m$. Таких звезд, включая и те, которые использовались в качестве звезд сравнения, измерено 20.

Таблица 4. Таблица индивидуальных наблюдений

JD_{hel}	U
2454782.56682	9.757
2454782.56993	9.744
2454782.57303	9.758
2454782.57768	9.742



Рис. 3. Двуцветная диаграмма U - B, B - V. Крестиками с цифрами показано положение всех компонентов системы: 1 – главный компонент, 2 – вторичный, 3 – третий свет, 4 – оптический спутник. Большими белыми кружками показано положение компонентов после исправления за межзвездное покраснение. Сплошная линия показывает положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости согласно [24]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Обозначены спектральные классы компонентов. Облако точек – данные фотоэлектрического каталога [25]. Черные кружки – положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Косым крестом с направленной к нему стрелкой обозначено положение вторичного компонента, если при решении кривых блеска искусственно приравнять третий свет нулю.

Их величины приведены в табл. 2. Самая слабая из этих звезд имеет величину U = 16.2. Полученные данные были использованы для исследования межзвездного поглощения в направлении V680 Mon. Из рис. 3–5 видно, что межзвездное поглощение для звезд области не противоречит принятому для V680 Mon значению.

Все индивидуальные измерения переменной приведены в электронном Приложении к данной статье, образец которого представлен в табл. 4. В ней последовательно приведены индивидуальные измерения во всех полосах U, B, V, Rc, R, Ic, *I*. В первом столбце представлена Юлианская гелиоцентрическая дата наблюдения, отнесенная к середине экспозиции, во втором – звездная величина объекта, исправленная за атмосферную экстинкцию, редуцированная в стандартную систему UBVRI(RI)с Джонсона-Кузенса. Небольшие ночные поправки, полученные при окончательном решении кривых блеска, также учтены. Усредненные величины звезд окрестности представлены в табл. 2. В первом столбце стоит номер звезды, соответствующий прилагаемой карте окрестности на рис. 1 (север вверху, восток слева), затем идут звездные величины U, B, V, R, I и показатели цвета U - B, B - V, V - R, R - I. Под каждой строкой с величинами идет строка с

ошибками. В последнем столбце указан, если есть, GSC-номер звезды.

3. МЕЖЗВЕЗДНАЯ ЭКСТИНКЦИЯ И ТЕМПЕРАТУРА КОМПОНЕНТОВ

Для определения температуры используются показатели цвета B - V, исправленные за влияние межзвездного покраснения. V680 Mon находится довольно близко к Галактическому экватору, $b = 6^{\circ}$, поэтому межзвездное поглощение, скорее всего, отлично от нуля. Для его исследования воспользуемся двуцветной диаграммой U - B, B - V, представленной на рис. 3. Из графика видно, что положение V680 Mon соответствует не слишком сильно покрасненной звезде спектрального класса В7, и что многие звезды в окрестности также покраснены. Положение переменной на двуцветной диаграмме не допускает неоднозначного толкования, как это бывает, если звезда попадает в область перегиба графика в районе спектральных классов А5-F5. Использовать для начальной точки отсчета при проведении линии межзвездного покраснения показатели цвета компонента А было бы ошибкой. В блеске звезды присутствует значительная доля третьего света, которая влияет на наблюдаемые значения показателей цвета. Забежим немного вперед и вос-



Рис. 4. Двуцветная диаграмма B - V, V - R. Крестиками с цифрами показано положение компонентов V680 Mon. Большие белые кружки показывают положение компонентов после исправления за межзвездное покраснение. Сплошная линия — положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости, штриховая линия — то же, но для звезд третьего класса светимости согласно [24]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Указаны спектральные классы компонентов. Черные кружки — положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Небольшие белые кружки — данные для M67 согласно [14]. Облако точек — данные фотоэлектрического каталога ГАИШ [22].



Рис. 5. Двуцветная диаграмма B - V, V - I. Крестиками с цифрами показано положение компонентов V680 Mon. Большие белые кружки – положение компонентов после исправления за межзвездное покраснение. Сплошная линия показывает положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости, штриховая линия – то же, но для звезд третьего класса светимости согласно [24]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Указаны спектральные классы компонентов. Черные кружки – положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Небольшие белые кружки – данные для M67 согласно [14].

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 98 № 3 2021

Параметр	U	В	V	Rc	R	Ic	Ι
r_1	0.0780(13)	0.0799(3)	0.0788(2)	0.0776(7)	0.0806(3)	0.074(14)	0.0810(4)
r_2	0.0480(9)	0.0506(8)	0.0507(4)	0.0524(10)	0.0501(7)	0.053(25)	0.0487(9)
i°	87.408(3)	86.767(3)	87.185(2)	87.468(4)	86.878(2)	85.74(5)	86.536(3)
е	0.6144(9)	0.6130(2)	0.6132(1)	0.6135(2)	0.6131(2)	0.6133(9)	0.6133(2)
ω°	355.48(3)	357.944(7)	357.604(5)	359.50(2)	357.686(7)	362.79(5)	357.090(8)
L_1	0.9229(18)	0.854(3)	0.7586(10)	0.6789(32)	0.7875(24)	0.75(22)	0.833(4)
L_3	0.00(5)	0.028(4)	0.1105(5)	0.180(2)	0.066(2)	0.046(19)	0.00(3)
L_1^*	0.8509(9)	0.7758(7)	0.7394(3)	0.7269(9)	0.7124(5)	0.6814(19)	0.6873(11)
L_3^*	0.0711(9)	0.1084(8)	0.1299(3)	0.1330(9)	0.1417(5)	0.1669(19)	0.1485(10)
u_1	$0.17^{+0.1}_{-0.05}$	0.415	0.345	0.296	0.272	0.257	0.244
<i>u</i> ₂	0.564	0.583	0.479	0.407	0.372	0.350	0.333
$r_1 + r_2$	0.1260(16)	0.1305(9)	0.1295(4)	0.1300(13)	0.1306(8)	0.127(29)	0.1297(10)
Ν	392	626	796	352	432	216	350
σ_{O-C} , mag	0.0201	0.0088	0.0079	0.0113	0.0084	0.0120	0.0092
σ^*_{O-C} , mag	0.0203	0.0088	0.0079	0.0116	0.0085	0.0135	0.0094

Таблица 5. Фотометрические элементы V680 Mon в полосах UBV RcRIc I

Примечание. Значения параметров, принятых для расчетов геометрической модели: $r_1 = 0.0783(1)$, $r_2 = 0.0509(1)$, $r_1 + r_2 = 0.1292(1)$, $i = 87.33(1)^\circ$, e = 0.6137(1), $\omega = 357.40(2)^\circ$. Для получения L_2 использовать $L_2 = 1 - L_1 - L_3$. Относительные светимости L_1^* , L_3^* использованы для вычисления показателей цвета компонентов. Ошибки решений, полученные при фиксированной геометрической модели, помечены * (см. текст).

пользуемся данными о значениях долей света каждого из компонентов из табл. 5. Используя данные о значении блеска звезды на плато из табл. 3, определим показатели цвета компонентов. На графиках с двуцветными диаграммами на рис. 3–5 они показаны крестиками. Самыми надежными являются показатели цвета главного компонента системы ввиду того, что он значительно ярче остальных, а также потому, что из графика на рис. 3 его межзвездное покраснение определяется совершенно однозначно. Показатели цвета других компонентов попадают в область перегиба, где однозначное определение поглощения невозможно.

Если линию нормальных цветов, на которую должно ложиться положение звезды после исправления ее показателей цвета за межзвездное покраснение, провести согласно данным Страйжиса [24], то получим $E(B-V) = 0.11^m$. Нам представляется, что это значение немного завышено. Для сравнения данных Страйжиса с реальными наблюдениями в системе Джонсона мы нанесли на рис. 3 данные фотоэлектрического каталога Мермильо [25]. Линия нормальных цветов. проведенная Страйжисом, идет по левой огибающей облака точек из этого каталога. Но так ее проводить можно только в предположении, что кроме межзвездного поглощения нет иных причин, ответственных за разброс точек на графике. Это неверно, различия химического состава звезд и еще ряд причин также будут приводить к разбросу точек даже при отсутствии поглощения. Поэтому нам представляется, что линию звезд с нулевым покраснением следует провести между центром распределения точек на графике на рис. 3 и линией нормальных цветов из [24]. Тогда погло-

щение получается равным $E(B - V) = 0.08^m$. За погрешность этой величины мы склонны взять не ошибку определения показателей цвета в нашем исследовании, как показано в табл. 3, она крайне незначительна, а неопределенность положения линии нулевого покраснения, которую мы оцениваем из графика на рис. 3 в $\pm 0.01^m$. Найденное для главного компонента межзвездное покраснение не противоречит положению на рассматрива-

ние не противоречит положению на рассматриваемой диаграмме вторичного компонента и третьего света.

Положение оптического спутника также не противоречит найденной величине поглощения. То есть, если бы оптический спутник принадлежал системе, то при вычислении его физических характеристик мы бы воспользовались этой же величиной. Отметим, что согласно другим двуцветным диаграммам, представленным на рис. 4, 5, оптический спутник принадлежит пятому классу светимости. Отметим этот факт, он пригодится в дальнейшем при разрешении вопроса о принадлежности данной звезды исследуемой системе.

При проведении линий покраснения мы учитывали тот факт, что они имеют немного отличающийся наклон для звезд разных спектральных классов [24]. Из рис. 4 видно, что наши данные, а также данные [14], хорошо удовлетворяют нормальным показателям цвета, а вот для наблюдений из каталога [22] нормальные показатели цвета расположены на линии, огибающей облако точек сверху. Этот факт объясняется не разностью фотометрических систем ГАИШ-Джонсон, а нормировкой каталога ГАИШ, которая подразумевает нулевые показатели цвета для звезд А0 V, в то время, как Страйжис [24] показал, что данным Джонсона для спектрального класса А0 V соответствуют

показатели цвета $B - V = -0.02^m$, $V - R = +0.02^m$. В нашей предыдущей работе [26] уже упоминалось данное несоответствие. Из рис. 4, 5 видно, что наши измерения в окрестности переменной и измерения M67 [14] хорошо удовлетворяют нормальной последовательности показателей цвета [24]. Последовательность красных гигантов лучше всего выделяется на рис. 5, как минимум три звезды в ближайшей окрестности V680 Mon ей принадлежат.

Для независимой оценки полученного нами значения межзвездного поглощения мы воспользовались данными обзоров. Для их использования необходимо знать расстояние до системы. В данной работе мы нашли эту величину, d == 920 пк, что дает из [27] значение E(B - V) == $0.04^{+0.04}_{-0.01}$. Это несколько меньше найденной нами из фотометрических наблюдений величины межзвездного поглощения, но в пределах указанных ошибок ему не противоречит. Другие обзоры [28, 29] дают величину $E(B - V) = 0.065 \pm 0.01^m$,

которая еще ближе к нашему значению. Таким образом, независимые оценки не противоречат найденной нами величине межзвезд-

ного поглощения, и мы окончательно принимаем $E(B - V) = 0.08 \pm 0.01^m$. Также мы заключаем, что для V680 Mon не наблюдается значительного избыточного поглощения, которое было обнаружено нами у молодых затменных звезд с эллиптическими орбитами GG Ori [30], V944 Cep [31], V2544 Cyg [32] и V839 Cep [33]. Полученной величиной мы будем пользоваться при определении физических параметров компонентов. В частности, используя исправленные за межзвездное поглощение показатели цвета B - V, мы с помощью таблиц из работы [34] определим температуру компонентов.

4. РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА

В наших исследованиях мы решаем комплексную задачу по определению всей совокупности связанных между собой характеристик кратной системы, один из компонентов которой является затменной звездой. По мере приближения к окончательному решению весь набор параметров на каждом шаге перевычисляется заново. В предыдущем разделе уже шла речь о решениях кривых блеска. В данном разделе мы разъясняем некоторые детали метода применительно к конкретному случаю и приводим окончательные результаты.

Наши наблюдения, а также наблюдения ROTSE [7] и ASAS [8], представленные в виде фазового графика на рис. 2, показывают, что система практически не меняет блеск между минимумами, эффекты близости незначительны. Поэтому анализ кривых блеска был начат для модели двух сферических звезд с линейным законом потемнения к краю, обращающихся на эллиптической орбите. Кривые блеска моделировались с использованием простого алгоритма, описанного в работе [35]. Линейные коэффициенты потемнения к краю из решения кривых блеска для данной конкретной звезды не определяются и мало влияют на ход кривой блеска. Поэтому на каждом итерационном шаге, после уточнения косвенным методом [36, 37] температур компонентов и ускорений свободного падения на их поверхности, значения линейных коэффициентов потемнения к краю определялись интерполяцией таблиц из работы [38]. Для достижения окончательного результата хватило трех итераций, четвертая итерация уже не привела к уменьшению разностей *О* – *С* между вычисляемой и наблюдаемой кривыми блеска. Результаты решений кривых блеска в различных спектральных полосах приведены в табл. 5 и представлены на рис. 6. Доля третьего света при свободном поиске параметров в кривых блеска V, R, Rc оказалась значительной и соизмеримой с блеском вторичного компонента затменной двойной. Это видно из строки L_3 в табл. 5. Иллюстрация характера изменений ошибки решения в зависимости от доли третьего света в полосе V приведены на рис. 7. Хорошо видно, что минимум невязок значимый и хорошо определяется. Но в решениях в других полосах, кроме Rc, вклад третьего света мал. Учитывая тот факт, что в полосе V получено самое большое количество наиболее точных измерений, мы провели более подробное исследование. Был проверен ход невязок, аналогичный представленному на рис. 7, для всех фотометрических полос, и выяснено, что графики имеют плоское дно, и добавление существенной доли третьего света не сильно ухудшает величину невязок, что показано на рис. 8, и не искажает их монотонный ход в минимумах (см. рис. 6).

Кроме того, важной особенностью решения данной системы явилось то, что при выборе показателя потемнения к краю из работы [38] кривая невязок O - C для полосы U не поддавалась окончательной оптимизации. Для исправления ситуации мы исключили из рассмотрения наблюдения U 2009 г., полученные в Словакии, т.к. применявшийся фотометр имел инструментальную



Рис. 6. Наблюдения в минимумах в полосе *V* (верхняя панель). На нижней панели представлены уклонения *O* – *C* наблюдаемых точек от модельных кривых для всех фотометрических полос.



Рис. 7. Зависимость невязок решения в полосе V от доли третьего света $L_3(V)$.

систему U, сильно смещенную относительно стандартной в красную область. Ситуация стала лучше, но незначительно. Более существенного улучшения удалось добиться, уменьшив значение линейного коэффициента потемнения к краю относительно теоретического значения. Систематические уклонения удается почти полностью убрать, а ошибки уменьшить, приняв значение

коэффициента $u_1 = 0.17$. Небольшие систематические уклонения решения от наблюдений в главном минимуме заметны на рис. 6. Данная величина значительно меньше следующего из теории значения $u_1 = 0.43$. При дальнейших расчетах мы остановились на меньшем значении. Возможно, мы столкнулись в данной системе с аномальным распределением яркости по поверхности



Рис. 8. Ошибки решений в полосах *UBVRI* при изменении доли третьего света в решении. Пунктирная линия показывает абсолютно лучшие решения в каждой из спектральных полос при свободном поиске всех параметров, соответствует ошибкам из строки σ_{O-C} в табл. 5. Сплошная линия – принятые решения, ошибки из строки σ_{O-C}^{*} этой же таблицы. Штриховая линия – ход ошибок при нулевом значении третьего света во всех фотометрических полосах. Стрелками показано направление смещения графика ошибок при уменьшении доли третьего света в системе. Ошибки в полосе *U* искусственно уменьшены на 0.01^{*m*}.

диска в ультрафиолетовом диапазоне, линейный закон потемнения к краю может не работать. Использовать квадратичный закон мы не пробовали, т.к. пока еще рано делать какие-либо определенные выводы, данных мало — звезда наблюдалась в ультрафиолете всего в трех неполных главных минимумах, наблюдения системы необходимо продолжить. На вычисление физических параметров исследуемых звезд решение в U практически не влияет, т.к. основой для определения температур служит показатель цвета B - V, исправленный за межзвездное покраснение, а он при обоих вариантах решения в U меняется не сильно.

Измеренный нами эксцентриситет орбиты равен e = 0.613, что является наивысшим значением для затменных эксцентрических систем в каталоге [10], немного превосходя значение e = 0.610для LV Her. Найденное значение располагается на верхней огибающей эмпирического графика зависимости эксцентриситета от периода (см., напр., работу [39]), в которой исследованы затменные звезды Малого Магелланова Облака.

Остановимся теперь на том способе, которым мы получили усредненное для всех фотометрических полос решение. Мы исходим из очевидного условия, что во всех фотометрических полосах геометрические параметры системы — размеры звезд, эксцентриситет орбитального эллипса и его ориентация — должны быть одинаковыми.

Как известно из, например, [40], ошибки параметров σ_{param} , которые дает программа дифференциальных поправок, являются сильно заниженными. Но эти ошибки являются одинаково заниженными для всех вычисляемых параметров и могут быть использованы для вычислении весов. Также при вычислении весов следует учесть количество N и точность σ_{obs} наблюдений в каждой фотометрической полосе. Мы вычисляли вес как ~ $1/\sigma_{param}^2 \times 1/\sigma_{obs}^2 N$. С использованием этих весов были вычислены средневзвешенные значения каждого из параметров, за исключением относительной светимости компонентов. Они приведены в Примечании к табл. 5. Основной вклад в средневзвешенную модель дают наблюдения в полосах V, B и R, при этом веса параметров из решения в V полосе в 2-4 раза выше, чем веса для полос B и R. Измерения в U, Rc, Ic, I на геометрическую модель практического влияния не оказывают. Но для вычисления относительной светимости компонентов они необходимы. Полученная геометрическая модель системы была взята за основу при вычислениях относительной светимости компонентов в каждой из фотометрических полос. Значения относительной светимости приведены в табл. 5 в строке L_1^* .

Столбцы в табл. 5 расположены слева направо в сторону увеличения длин волн. Из значений относительных светимостей в полосах были вычис-

Таблица 6.	Абсолютные	параметры	V680 Mon
------------	------------	-----------	----------

Параметр	Главный компонент	Вторичный компонент	Источник третьего света		
Macca, M_{\odot}	3.31 ± 0.20	1.79 ± 0.10	1.70 ± 0.20		
Радиус, <i>R</i> _☉	2.37 ± 0.03	1.54 ± 0.03	1.6 ± 0.1		
Светимость, lg L [L_{\odot}]	2.08 ± 0.05	1.01 ± 0.04	1.03 ± 0.08		
Эффективная температура <i>T</i> _{eff} , К	12400 ± 200	8350 ± 150	8280 ± 150		
Sp из <i>UBV</i> -фотометрии,	B7 V	A2 V	A4 V		
Гравитационное ускорение, $\lg g [cm/c^2]$	4.209 ± 0.016	4.317 ± 0.018	4.27 ± 0.03		
V, mag	10.339 ± 0.008	12.220 ± 0.008	12.227 ± 0.012		
U-B, mag	-0.432 ± 0.016	0.096 ± 0.016	0.126 ± 0.016		
B-V, mag	-0.036 ± 0.012	0.148 ± 0.012	0.212 ± 0.012		
V - R, mag	0.035 ± 0.015	0.194 ± 0.015	0.169 ± 0.015		
R-I, mag	-0.057 ± 0.020	0.110 ± 0.020	0.033 ± 0.020		
Межзвездное поглощение, $E(B - V)$		0.080 ± 0.008			
Болометрическая поправка В.С., mag	-0.714	-0.026	0.015		
Абс. визуальные величины, M_v , mag	0.269 ± 0.08	2.146 ± 0.07	2.153 ± 0.015		
Большая полуось а	30.24 ±	13.4 ± 2 a.e.			
Расстояние до системы, d, пк	920 ± 20				
Фотометрический параллакс, $\pi_{_{ph}}$, "	0.00109 ± 0.00002				
Возраст системы, млн. лет	70 ± 10				

лены показатели цвета компонентов, приведенные в табл. 6 и показанные на рис. 3-5 крестиками. Параллельно для каждой фотометрической полосы вычислялся третий свет, который наилучшим образом удовлетворял принятому геометрическому решению. Полученные значения приведены в строке L_3^* табл. 5. В нижних двух строках мы приводим ошибки решений, полученные при свободном поиске всех параметров и при фиксированной геометрической модели (σ_{Q-C}^*). Из табл. 5 и рис. 8 видно, что ошибки в каждой из полос увеличиваются незначительно. Не удивительно, что они стали немного хуже, так как принятая модель должна удовлетворять одновременно всем кривым блеска. При этом соответствующим подбором параметров для каждой кривой блеска можно добиться меньшей ошибки, но геометрические модели при этом будут разными, что недопустимо.

5. ПРОБЛЕМА ТРЕТЬЕГО СВЕТА В СИСТЕМЕ

В предыдущем разделе мы приняли, что в системе присутствует значительная доля третьего света. При рассмотрении рис. 7 видно, что в полосе V ошибки решения, хотя и имеют выраженный минимум, но все же, при условии нулевого третьего света, почти не отличаются от ошибок для принятого значения $L_3(V) = 0.1299$ — дно минимума невязок достаточно плоское. Столь незна-

чительное различие в ошибках нельзя принять за окончательное решение вопроса о наличии или отсутствии третьего света. К тому же в двух крайних полосах спектра U, I значение третьего света при независимом поиске параметров системы дало нулевое значение. Эти факты оставляют некоторую долю неуверенности в достоверности принятого решения.

Для того, чтобы прояснить вопрос, мы попробовали найти геометрическую модель, которая одинаково хорошо удовлетворяла бы всем имеющимся кривым блеска. За основу была взята кривая блеска *V* как самая точная и подробная. Как видно из табл. 5, средневзвешенное решение определяется, в основном, решением в полосе V. Поэтому, взяв найденные для этой полосы геометрические параметры, мы получили для них решения в оставшихся фотометрических полосах. Ошибки решений представлены на рис. 8. Из него видно, что если уменьшать принятое значение третьего света до нуля, то, хотя в одной полосе, которая взята за основу (V), ошибки увеличиваются незначительно, в других полосах они прогрессивно растут, особенно для наиболее удаленных от *V* по длине волны фотометрических полос. Это значит, что одна и та же геометрическая модель системы перестает одновременно удовлетворять наблюдениям во всех фотометрических полосах, но внесение доли третьего света $L_3(V) = 0.13$ данную проблему устраняет.

Мы исследовали цвета потери света в минимумах, и они хорошо совпадают с показателями цвета, которые следуют из решений. Графики мы здесь не приводим, они аналогичны графикам из работ [18] и [19]. Когда мы провели полное исследование системы в гипотезе нулевого третьего света, $L_3 = 0.0$, то оказалось, что показатели цвета, особенно вторичного компонента, увеличиваются. При этом, если на двуцветных диаграммах B - V, V - R (рис. 4) и B - V, V - I (рис. 5) противоречий не наблюдается, так как звезды смещаются вдоль линии нормальных показателей цвета, то для диаграммы *U* – *B*, *B* – *V* картина иная. Показатели цвета меняются следующим образом (слева принятое решение, справа – гипотеза $L_3 = 0.0$):

главный компонент

$$U - B$$
: $-0.432 \Rightarrow -0.388$
 $B - V$: $-0.036 \Rightarrow -0.007$

вторичный компонент

$$U - B: \quad 0.096 \Rightarrow 0.223$$
$$B - V: \quad 0.148 \Rightarrow 0.174$$

Самым показательным изменением в этой табличке является изменение U - B вторичного компонента. Мы проиллюстрировали это на двуцветной диаграмме на рис. 3, где косым крестом обозначено положение вторичного компонента в случае, если мы примем $L_3 = 0.0$. В то время, как для главного компонента новые значения показателей цвета не противоречат положению обычной звезды меньшей температуры, но с принятым ранее межзвездным покраснением, то вторичный компонент попадает в область, где звезд почти нет, он лежит значительно ниже стандартной последовательности на рис. 3. Объяснить такие показатели цвета можно, приняв пекулярный химический состав, что маловероятно.

Безусловным доказательством наличия невидимого спутника, обеспечивающего дополнительный третий свет, было бы обнаружение светового уравнения в моментах минимумов системы. Соответствующее исследование было нами проведено.

6. АБСОЛЮТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМЫ, СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ С ТЕОРИЕЙ

Мы уже говорили, что в ходе поиска решения при каждой итерации вычислялись абсолютные параметры системы. Значения геометрических параметров, которые были получены на последнем шаге итераций и приведены в Примечании к табл. 5, были использованы для вычисления окончательно принятых абсолютных значений,

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 98 № 3 2021

которые мы приводим в табл. 6. Значения температур и болометрических поправок главного и вторичного компонентов, которые были определены из исправленных за межзвездное покраснение показателей цвета B - V с помощью калибровок [34], пришлось немного изменить для выполнения условия равного расстояния до каждого из компонентов. Температуру главного компонента пришлось увеличить на 250 K, а температура вторичного была уменьшена на 400 K. С новыми значениями температур расстояния до каждого из компонентов (фотометрические параллаксы) становятся одинаковыми.

Ошибки определения масс, полученных косвенным способом [36, 37], мы оценили, проведя аналогичные вычисления для затменных звезд из каталога [41], в которых массы определены с высокой точностью из наблюдений лучевых скоростей. Для масс, соответствующих компонентам V680 Mon, ошибка составляет $\pm 0.2 M_{\odot}$. Похожая неопределенность в массах получается, если учесть ошибки относительных размеров компонентов и ошибки температур звезд из табл. 6. Реальная ошибка определения масс может, все же, оказаться больше.

Принимая для источника третьего света такое же расстояние, как и для компонентов затменной двойной, пользуясь оценками его блеска из табл. 5 и показателя цвета B - V из табл. 6, исправленного за межзвездное поглощение, мы смогли обычным методом, которым мы успешно воспользовались, например, в [37], с помощью эмпирического закона [42] "масса—светимость", определить физические характеристики третьего компонента. Эти данные приведены в последнем столбце табл. 6.

Применение этого же способа к оптическому спутнику привело к выводу, что светимость спутника слишком велика для полученного нами из наблюдений затменной системы фотометрического параллакса. Если бы он действительно входил четвертым компонентом в исследуемую систему и находился от нас на таком же расстоянии в 920 пк, то, приняв его температуру из исправленного за покраснение показателя цвета $B - V = 0.910^{m}$ в соответствии с калибровками [34], T = 5025 K, можно определить его размеры и светимость. Получаем, что его радиус должен быть равен $R = 3.9 R_{\odot}$, масса в соответствии с результатами работы [42] равна примерно $M = 1.6 M_{\odot}$, а ускорение свободного падения на его поверхности равно $\lg g = 3.77$. Вычисленные параметры соответствуют красному гиганту. Каким образом красный гигант мог попасть в столь молодую систему, непонятно. Кроме того, мы уже отмечали, что положение оптического спутника на двуцветных диаграммах B - V, V - R и B - V, V - I (см.

рис. 4, 5), совершенно определенно указывает на то, что звезда является карликом. На этих же диаграммах и на рис. 1 видно, что в поле $5' \times 5'$ вокруг V680 Mon находится еще порядка десятка красных звезд, близких по яркости к оптическому спутнику. Вероятность случайной проекции его на луч зрения в пределах 11" от V680 Mon мы оценили в 1%, т.е. не совсем невозможный случай. Совокупность полученных данных говорит о том, что скорее всего оптический спутник, во-первых, является звездой спектрального класса K3 V, и, во-вторых, находится гораздо ближе, чем V680 Mon, и не может принадлежать системе, т.е. является обычной звездой поля.

Приводимые в табл. 6 значения масс компонентов хорошо соответствуют эволюционным моделям [43]. На рис. 9 (зависимость $\lg g$ от $\lg T$) и рис. 10 ($\lg L$ от $\lg T$, диаграмма Герцшпрунга— Рассела) нанесены некоторые эволюционные треки для звезд солнечной металличности из таблиц работы [43]. Как и в случае с V798 Сер [17], лучшее согласие с теоретическими расчетами достигается в предположении солнечной металличности: никаких отклонений на диаграмме U - B, B - V от звезд солнечного химического состава (в гипотезе третьего тела) не наблюдается. На этих же графиках показана изохрона для возраста 70 млн. лет, на которую идеально ложится главный компонент системы. Именно на характеристики главного компонента, как более массивного и уже продвинувшегося в своей эволюции, следует опираться при оценках возраста системы. Вторичный компонент лежит ниже этой линии. Вполне возможно, что он еще не достиг нулевой главной последовательности. Теоретические расчеты [44] показывают, что в процессе сжатия звезда должна опускаться ниже линии нулевого возраста и выходить на нее снизу. Ошибки определения характеристик звезды, соответствующей третьему свету, гораздо выше, чем для первых двух компонентов. положение этой звезды на диаграммах не противоречит выводам, сделанным в отношении главных звезд системы. Нам представляется, что точности наших наблюдений достаточно для сравнения с эволюционными графиками, и имеет место эффект, когда менее массивные компоненты системы могут начинать процесс эволюции от начальной главной последовательности позже более массивного компонента. Ведь у них медленнее идут не только процессы горения ядерного топлива, но и сжатие к линии нулевого возраста тоже должно происходить медленнее. Эволюционный возраст компонентов систем, имеющих общее происхождение, не обязательно должен совпадать. Менее массивные компоненты двойных систем могут оказываться систематически моложе. Данный эффект

должен быть особенно заметен у очень молодых систем, к которым и относится V680 Mon.

Изохрона на рис. 9, 10 построена с учетом перемешивания вещества в центрах звезд. Известно (см., напр., [45, 46]), что перемешивание оказывает существенное влияние на эволюцию звезд с конвекцией в ядре, т.е. для звезд с массой больше 1.5 солнечных, к которым и относится исследуемая система. Она представляет дополнительный интерес, так как более массивный компонент по нашей косвенной оценке обладает массой 3.3 М_о, для него перемешивание в ядре существенно, а менее массивные 1.8 M_{\odot} и 1.7 M_{\odot} находятся вблизи границы, за которой перемешивание отсутствует. То есть после уточнения масс компонентов из кривой лучевых скоростей, V680 Mon можно использовать для определения нижней границы масс звезд, в которых перемешивание еще существует. Возможно, наши оценки масс завышены, и вторичный компонент находится еще ближе к границе перемешивания, чем это следует из табл. 6. Сравнение с моделями на рис. 9, 10 говорит о том, что массы компонентов хорошо соответствуют теоретическим графикам при условии существования перемешивания в ядре и для солнечной металличности. Положение компонентов на рис. 9, 10 фиксируется с достаточной точностью, так как такие параметры, как абсолютная светимость, размеры звезд и их температура определяются на основании решения кривых блеска в разных фотометрических полосах с хорошей точностью. Массы же выводятся из этих данных с использованием эмпирического закона "масса-светимость", который имеет значительный разброс. На приводимых графиках массы являются неявным параметром.

7. ДИАГРАММА *О* – *С*, ПОИСК АПСИДАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ

Наши наблюдения проводились, как уже было сказано, в 14 затмениях – пяти главных и девяти вторичных. Два дополнительных момента минимумов были взяты из литературы, они тоже приведены в табл. 7. Еще два момента были определены нами из наблюдений ASAS и ROTSE. Точные моменты минимумов нужны для исследования апсидального вращения в системе, а также для поиска невидимых спутников, нередко встречающихся в затменных системах [37, 48-51], тем более, в исследуемой системе определенно присутствует третий свет, который с большой долей вероятности может принадлежать звезде, гравитационно связанной с затменной системой. Самым належным способом выявления невилимых компонентов является исследование периодичностей в ходе остатков *О* – *С* моментов минимумов. Так-



Рис. 9. Эволюционные треки, показывающие зависимость ускорения свободного падения от температуры звезды, построенные по данным [43] для избранных масс звезд. Сплошной жирной линией показано положение начальной Главной Последовательности ZAMS. Главный компонент обозначен заполненным кружком, вторичный – квадратом. Показаны ошибки определения параметров. Третий свет обозначен пустым кружком. Штриховой линией нанесена изохрона 70 млн. лет.



Рис. 10. Зависимость светимости звезд в солнечных единицах от температуры для избранных масс [43]. Сплошная жирная линия — положение начальной Главной Последовательности ZAMS. Главный компонент обозначен заполненным кружком, вторичный — квадратом. Показаны ошибки определения параметров. Третий свет обозначен пустым кружком. Штриховая линия — изохрона для возраста 70 млн. лет.

же точные моменты минимумов необходимы для исследования апсидального движения.

Для определения точных моментов минимумов мы воспользовались нашей же программой решения кривых блеска. Варьируя только начальную эпоху, мы добивались наилучшего совпадения между теоретическими кривыми блеска, построенными с параметрами из табл. 5, и наблюдениями в конкретном минимуме. Если наблюдения проводились одновременно в нескольких фотометрических полосах, то вычислялось средневзвешенное значение. Для наблюдений ASAS и ROTSE были построены один средний главный и один средний вторичный минимумы. За эпоху этих минимумов были взяты средние Юлианские даты наблюдений ASAS + ROTSE. Результаты

Моменты минимумов JD _{hel} , 2 400 000+	Эпоха	<i>О – С</i> лин. ф-ла	<i>О – С</i> 3-е тело	Использованы данные			
Главные минимумы							
52990.7076(10)	-267	-0.00272	0.00020	ASAS, ROTSE, *			
54843.4481(5)	-50	-0.00095	-0.00059	[47]			
54937.36712(50)	-39	0.00044	0.00066	*			
55270.34709(12)	0	-0.00029	-0.00051	*			
56747.41625(50)	173	0.00065	-0.00086	*			
58950.21108(18)	431	0.00010	0.00046	*			
58967.28615(33)	433	-0.00077	-0.00036	*			
	Вторичные минимумы						
51256.3472(7)	-493	0.00143	0.00021	[59]			
52946.8598(25)	-295	-0.00335	-0.00043	ASAS, ROTSE, *			
54782.52680(40)	-80	0.00083	0.00127	*			
55465.56332(56)	0	0.00002	-0.00043	*			
55482.64012(19)	2	0.00082	0.00042	*			
55636.32478(28)	20	0.00215	0.00150	*			
56575.49997(34)	130	0.00101	-0.00042	*			
57796.42977(12)	273	0.00159	0.00009	*			
58556.30810(20)	362	0.00089	0.00027	*			
58889.28787(20)	401	-0.00004	0.00013	*			
58906.36325(15)	403	-0.00059	-0.00037	*			

Таблица 7. Моменты минимумов блеска V680 Mon

Примечание. * – результаты получены в настоящей работе.

представлены в табл. 7, в скобках указаны ошибки определения конкретного момента минимума, полученные либо в результате усреднения данных разных фотометрических полос, либо методом дифференциальных поправок, если наблюдения проводились в одной фотометрической полосе. Линейная регрессия данных из табл. 7 с учетом индивидуальных весов каждого момента приводит к следующим формулам:

> Min I = HJD2455270.3467(4) + + 8.537969(2)^d E, Min II = HJD2455465.5637(5) + + 8.537967(2)^d E. (1)

Для текущей эпохи наилучшим образом подходят

периоды $P_1 = P_2 = 8.537966(2)^d$, которые были использованы для нахождения остаточных уклонений от линейной формулы в третьем столбце табл. 7 и представлены на рис. 11. При наличии в системе апсидального вращения периоды следования главных и вторичных минимумов должны отличаться. В данной конфигурации системы следует ожидать, что период следования вторичных минимумов будет больше. Но из формулы (1) мы видим, что в пределах ошибок оба значения совпадают, что указывает на то, что вращение орбитального эллипса нам зафиксировать пока не удалось.

Чтобы понять порядок величины, которую мы пытаемся найти. оценим теоретическое значение скорости врашения линии апсил в системе. Для этого воспользуемся найденными нами физическими характеристиками системы. Так как цвет звезды голубой, что следует из ее положения на диаграмме U - B, B - V (см. рис. 3), то с самого начала предполагалось, что мы имеем дело с парой массивных молодых звезд, что и подтверждается данными табл. 6. Это должно приводить к быстрому вращению орбитального эллипса. Теоретически ожидаемая скорость апсидального вращения вычисляется как простая сумма классического и релятивистского эффектов. Для учета классических эффектов мы воспользовались формулами, приведенными в работе [52], предположив, что система полностью синхронизирована, т.е. оси вращения компонентов параллельны орбитальному моменту и их угловые скорости вращения равны орбитальным скоростям в периастре. Константы концентрации к центру обеих звезд $k_{2,1} = 0.0046$, $k_{2,2} = 0.00425$ мы определили интерполяцией таблиц из работы [53] для значений физических параметров звезд из табл. 6. В результате мы получили $\dot{\omega}_{class} = 0.0066^{\circ}/год.$ Для учета релятивистского вклада во вращение линии



Рис. 11. График О – С, построенный с одинаковым для главных и вторичных минимумов периодом, равным уточнен-

ному на современную эпоху значению $P = 8.5379666^d$. Главные минимумы — заполненные кружки, вторичные — пустые кружки. Вертикальными отрезками показаны ошибки измерений моментов минимумов. Сплошной линией показана кривая, соответствующая возможной теоретической орбите третьего тела с периодом 18.9 года, найденной в нашем исследовании. Уклонения наблюдаемых точек от теоретической кривой показаны на нижней панели в масштабе графика *О* – *С*.

апсид воспользуемся формулой из [54] и получим $\dot{\omega}_{rel} = 0.025^{\circ}$ /год, в три раза меньше классического вклада. Теоретически ожидаемая скорость вращения линии апсид: $\dot{\omega}_{theor} = 0.092^{\circ}/год$, т.е. теоретическое значение апсидального периода равно U = 3900 лет. При таком апсидальном вращении период следования вторичных минимумов должен быть на две единицы последнего знака в (1) больше периода следования главных минимумов. Пока же картина обратная.

Большое значение для измерения скорости вращения линии апсид имеет текущая ориентация орбитального эллипса относительно наблюдателя. В данном случае долгота периастра близка к нулю и вторичный минимум на кривой блеска на рис. 2 "замер" в крайнем положении. Наши наблюдения общей продолжительностью в 12 лет не позволили обнаружить апсидальное вращение, но зафиксировали верхнюю границу эффекта. Полученный результат говорит о ненулевой вероятности того, что линия апсид орбитального эллипса все же вращается со скоростью, близкой к теоретической. Мы оцениваем вероятность того, что период обращения линии апсид соответствует теоретическому или меньше его, U < 3900 лет, в 6%. Говорить о количественных результатах рано, можно только предположить, что вращение линии апсид скорее всего замедленно, как это происходит, например, в системах DI Her за счет быстрого осевого вращения компонентов, сильно

наклоненных к орбитальной плоскости [55, 56], или, не столь значительно, в α CrB [57, 58].

В данном исследовании средняя точность определения индивидуального момента для главных и вторичных минимумов оказалась одинаковой, примерно 45 с, при продолжительности минимумов в 6.6 часа. Почему для более глубоких главных минимумов получается такая же точность, как и для гораздо более мелких вторичных, пока непонятно. Такая ситуация была бы возможна, если, например, главный компонент был бы физически переменной звездой или на его поверхности имелись бы пятна. Возможно, данный факт как-то связан с обнаруженной нами аномалией в коэффициенте потемнения к краю главного компонента. Имеющегося наблюдательного материала пока недостаточно для конкретных выводов.

Внимательное рассмотрение хода остатков O - C на рис. 11 наводит на мысль о небольших систематических уклонениях от линейной формулы вследствие светового эффекта в моментах минимумов. Пока мы не можем определенно утверждать, что эффект существует. Если рассматривать только наши точки, то на графике видна лишь небольшая дуга, уклоняющаяся от линейной формулы в своем экстремуме на 3 мин. Практически вся ответственность за нелинейность лежит на точках ASAS + ROTSE и еще более ранних наблюдениях [59]. Все же данные ASAS + + ROTSE представляются достоверными. Их фотометрическая точность была оценена нами из

решения кривой блеска для этих точек в $\pm 0.023^m$, общее количество наблюдений, попадающих в главный минимум, равно 26, во вторичный минимум попадают 23 точки. В предыдущих наших исследованиях, например [37], из таких же данных нами получены моменты минимумов, обладающие точностью в 2-3 мин. То есть с высокой вероятностью в моментах минимумов присутствует световое уравнение. Учитывая это, а также приняв во внимание тот факт. что в предыдущих разделах мы обосновали необходимость наличия в системе дополнительного источника света, мы решили попробовать найти орбиту третьего тела, соответствующую наблюдаемой картине. Наиболее хорошо удовлетворяют наблюдаемому графику O - C следующие параметры орбиты третьего тела:

> $P_3 = 6890 \pm 50$ дней, или 18.9 года, $T_0 = JD2452575 \pm 40,$ $A \sin i = (0.44 \pm 0.03)$ a.e., $e = 0.59 \pm 0.05,$ $\omega = 221^\circ \pm 3^\circ,$ $f(M_3) = (0.00024 \pm 0.000002) M_\odot.$

Если предположить массу третьего тела в соответствии со стандартной зависимостью "масса—светимость" в 1.7 солнечной, то окажется, что плоскость орбиты третьего тела расположена под углом в 7.5° к лучу зрения.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы получили надежные относительные и абсолютные параметры кратной затменной системы V680 Mon. Эксцентриситет орбиты оказался наивысшим для затменных звезд с эллиптическими орбитами. Система состоит из пары сильно отличающихся по массе звезд спектральных классов B7 V + A2 V, обращающихся на короткопериодической высокоэллиптической орбите и третьего невидимого компонента спектрального класса A4 V, совершающего полный оборот за 19 лет также по сильно вытянутой орбите. Параметры орбиты невидимого спутника должны быть уточнены дальнейшими наблюдениями. Оптический спутник K3 V, отстоящий на 11", системе не принадлежит.

Полученные данные о размерах, температурах и массах компонентов представляют независимый интерес. Наша не совсем точная оценка масс системы, полученная косвенным способом из решений кривых блеска и точных измерений показателей цвета, тем не менее, позволяет сделать определенные выводы о значении фактора перемешивания вещества в ядре для звезды массой более 1.5 солнечных. Если дополнить наши фотометрические наблюдения кривой лучевых скоростей и уточнить значения масс, то V680 Mon окажется весьма ценным объектом для проверки теорий эволюции и синхронизации звезд.

V680 Mon очень интересна с точки зрения исследования синхронизации вращения звезд и циркуляризации орбит, как очень молодая система, апсидальное движение в которой, возможно, замедлено. При этом релятивистский вклад в апсидальное вращение в три раза, должен быть меньше вклада от классического эффекта. Также она представляет значительный интерес для теории звездной эволюции, так как дает возможность сравнения эволюционных треков для сильно отличающихся по массам звезд априори одного возраста. Для уточнения масс и абсолютных размеров звезд необходимо получить кривую лучевых скоростей.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа была выполнена при поддержке стипендии Словацкого информационного агентства SAIA (ACK, ИМВ), гранта РНФ 14-12-00146(ИМВ), гранта РФФИ 11-02-01213а (ИМВ), при поддержке гранта Программа развития МГУ Ведущая научная школа "Физика звезд, релятивистских объектов и галактик"(ИМВ), а также при поддержке Словацкого Агентства Развития и Исследований по контракту № АРVV-15-045(ДХ) и гранта VEGA 2/0031/18 (ДХ).

БЛАГОДАРНОСТИ

Наблюдения выполнены в том числе на 1-м и 60-см телескопах Симеизской обсерватории ИНАСАН. В работе использовались база данных SIMBAD Страсбургского центра астрономических данных (Франция) и служба библиографических ссылок ADS (NASA, США). Приносим нашу искреннюю благодарность анонимному рецензенту, чьи замечания позволили исправить допущенные нами неточности и улучшить качество статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. П. П. Паренаго, Переменные звезды 6, 25 (1946).
- 2. П. Н. Холопов, Астрон. циркуляр № 153 (1954).
- 3. *C. Hoffmeister*, Veröffentlichung Sternwarte Sonneberg **2**, 2 (1954).
- Общий каталог переменных звезд. Том 2, под ред. П. Н. Холопова (Астрон. совет АН СССР, ГАИШ МГУ, 1985).
- 5. N. N. Samus, E. V. Kazarovets, O. V. Durlevich, N. N. Kireeva, and E. N. Pastukhova, Astron. Rep. **61**, 80 (2017).
- 6. *M. Dahm and P. Frank*, BAV Mitteilungen № 120, 1 (1999).
- 7. S. A. Otero, P. Wils, G. Hoogeveen, and P. A. Dubovsky, Inform. Bull. Var. Stars № 5681, 1 (2006).

- 8. P. R. Wozniak, W. T. Vestrand, C. W. Akerlof, R. Balsano, et al., Astron. J. 127, 2436 (2004).
- 9. G. Poymanski, Acta Astronomica 52, 397 (2002).
- 10. *I. Bulut and O. Demircan*, Monthly Not. Roy Astron. Soc. **378**, 179 (2007).
- C.-H. Kim, J. M. Kreiner, B. Zakrzewski, W. Ogloza, H.-W. Kim, and M.-J. Jeong, Astrophys. J. Suppl. 235, id. 41 (2018).
- 12. И. М. Волков and Н. С. Волкова, Астрон. журн. 86, 158 (2009).
- 13. H. L. Johnson and A. R. Sandage, Astrophys. J. 121, 616 (1955).
- 14. *E. E. Mendoza*, Boletin de los Observatorios de Tonantzintla y Tacubaya **4**, 149 (1967).
- 15. *И. М. Волков, Н. С. Волкова, Д. Хохол*, Астрон. журн. **87**(5), 462 (2010).
- 16. И. М. Волков, Н. С. Волкова, И. В. Николенко, Д. Хохол, Астрон. журн. **88**(9), 894 (2011).
- 17. И. М. Волков, Д. Хохол, А. С. Кравцова, Астрон. журн. **94**(5), 436 (2017).
- 18. *Л. А. Багаев, И. М. Волков, И. В. Николенко*, Астрон. журн. **95**(10), 702 (2018).
- 19. И. М. Волков, А. С. Кравцова, Астрон. журн. 97(3), 190 (2020).
- M. A. Burlak, I. M. Volkov, and N. P. Ikonnikova, Contrib. Astron. Observ. Skalnate Pleso 48, 536 (2018).
- В. Г. Мошкалев, Х. Ф. Халлиулин, Астрон. журн. 62, 393 (1985).
- В. Г. Корнилов, И. М. Волков, А. И. Захаров, В. С. Козырева, и др., WBVR Каталог ярких северных звезд (М.: МГУ, 1991).
- 23. A. U. Landolt, Astron. J. 137, 4186 (2009).
- 24. V. Straizys, Multicolor Stellar Photometry (Tucson: Pachart Publ. House, 1992).
- 25. J. C. Mermilliod, M. Mermilliod, and B. Hauck, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 124, 349 (1997).
- 26. А. С. Кравцова, И. М. Волков, Д. Хохол, Астрон. журн. **96**(6), 508 (2019).
- 27. G. M. Green, E. F. Schlafly, D. P. Finkbeiner, H.-W. Rix, et al., Astrophys. J. 810, id. 25 (2015).
- 28. *E. F. Schlafly and D. P. Finkbeiner*, Astrophys. J. **737**, id. 103 (2011).
- D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner and M. Davis, Astrophys. J. 500, 525 (1998).
- 30. И. М. Волков, Х. Ф. Халиуллин, Астрон. журн. **79**(9), 827 (2002).
- I. Volkov, D. Chochol, and L. Bagaev, in Living Together: Planets, Host Stars and Binaries, edited by S. M. Rucinski, G. Torres, and M. Zejda, Proc. of a conference held Sept. 8–12, 2014, Litomysl, Czech Republic, ASP Conf. Ser. 496, 266 (2015).

- I. Volkov, L. Bagaev, and D. Chochol, in The IMPACT of BINARIES on STELLAR EVOLUTION, ESO Garching, July 3–7, edited by G. Beccari and H. M. J. Boffin.
- I. M. Volkov, L. A. Bagaev, A. S. Kravtsova, and D. Chochol, Contrib. Astron. Observ. Skalnate Pleso 49, 434 (2019).
- 34. P. J. Flower, Astrophys. J. 469, 355 (1996).

ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ V680 Mon – ЗАТМЕННОЙ ЗВЕЗДЫ

- 35. А. И. Халиуллина, Х. Ф. Халиуллин, Астрон. журн. **61**, 393 (1984).
- 36. Kh. F. Khaliullin, Astrophys. J. 299, 668 (1985).
- I. M. Volkov, D. Chochol, J. Grygar, M. Mašek, and J. Juryšek, Contrib. Astron. Observ. Skalnate Pleso 47, 29 (2017).
- 38. *R. A. Wade and S. M. Rucinski*, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. **60**, 471 (1985).
- 39. *K. Hong, J. W. Lee, S.-L. Kim, J.-R. Koo, and C.-U. Lee,* Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **460**, 650 (2016).
- 40. М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепащук, Астрон. журн. **86**(8), 778 (2009).
- Z. Eker, S. Bilir, F. Soydugan, E. Y. Gokce, E. Soydugan, M. Tuysuz, T. Senyuz, and O. Demircan, Publ. Astron. Soc. Australia 31, id. e024 (2014).
- 42. *G. Torres, J. Andersen, and A. Giménez*, Astron. and Astrophys. Rev. **18**, 67 (2010).
- 43. L. Girardi, A. Bressan, G. Bertelli, and C. Chiosi, Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 141, 371 (2000).
- 44. L. Haemmerlé, P. Eggenberger, S. Ekström, C. Georgy, et al., Astron. and Astrophys. **624**, id. A137 (2019).
- 45. V. M. Canuto, Astrophys. J. 489, L71 (1997).
- 46. G. Torres, L. P. R. Vaz, C. H. S. Lacy, and A. Claret, Astron. J. 147, id. 36 (2014).
- 47. L. Brát, J. Trnka, M. Lehký, L. Šmelcer, et al., B.R.N.O. Contrib. **36**, 1 (2009).
- 48. I. M. Volkov, D. Chochol, N. S. Volkova, and I. V. Nikolenko, Proc. IAU Symp. 282, 89 (2012).
- 49. *I. M. Volkov and N. S. Volkova*, ASP Conf. Ser. **435**, 323 (2010).
- 50. *N. Volkova, I. Volkov*, Inform. Bull. Var. Stars № 5976, 1 (2011).
- 51. I. M. Volkov, ASP Conf. Ser. 496, 109 (2015).
- 52. *Н. И. Шакура*, Письма в Астрон. журн. **11**, 536 (1985).
- 53. *A. Claret and A. Gimenez*, Astron. and Astrophys. **424**, 919 (2004).
- 54. T. Levi-Civita, American J. Math. 59, 225 (1937).
- 55. S. Albrecht, S. Reffert, I. A. G. Snellen, and J. N. Winn, Nature, **461**, № 7262, 373 (2009).
- 56. *D. Ya. Martynov and Kh. F. Khaliullin*, Astrophys. Space Sci. **71**, 147 (1980).
- 57. I. M. Volkov, Astrophys. Space Sci. 296, 105 (2005).
- I. M. Volkov, Contrib. Astron. Observ. Skalnate Pleso 50, 635 (2020).
- 59. J. Hübscher, Inform. Bull. Var. Stars № 5984, 1 (2011).