

УДК 52-336:629.783:521.322

## ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ С ПОМОЩЬЮ ОРБИТАЛЬНОЙ ГРУППИРОВКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2021 г. В. К. Милуков<sup>1,\*</sup>, А. И. Филеткин<sup>1,2</sup>, А. С. Жамков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

\*E-mail: vmilyukov@yandex.ru

Поступила в редакцию 06.12.2020 г.

После доработки 16.12.2020 г.

Принята к публикации 16.12.2020 г.

В работе приведены результаты анализа возможностей повышения пространственного и временного разрешения существующих моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ) путем оптимизации орбитальных параметров (большой полуоси и наклона) группировки космических аппаратов (КА) на околоземной орбите. В результате численного моделирования найдены элементы орбит КА, которые за 30-дневный интервал покрывают 100% поверхности Земли подспутниковыми трассами с угловым разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$ , что практически в 4 раза выше углового разрешения ежемесячных моделей ГПЗ миссии GRACE.

DOI: 10.31857/S0004629921040034

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Современная космическая гравиметрия занимает одно из центральных мест в космических исследованиях Земли. В первую очередь, это связано с использованием нового поколения низкоорбитальных спутников, оборудованных высокоточными системами слежения “Земля-спутник” и “спутник-спутник” и высокоточными системами измерения инерциальных ускорений (акселерометрами). Два космических аппарата, следующих друг за другом на одинаковых орбитах, образуют своеобразный “орбитальный градиентометр”. Ключевой идеей такой системы является измерение расстояния “спутник-спутник”, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга КА ( $\approx 200$  км),двигающихся на околополярной орбите, что позволяет определить поправки к коэффициентам разложения модели ГПЗ. Выбор полярной орбиты спутников обеспечивает глобальное покрытие поверхности Земли подспутниковыми трассами КА, включая полярные области. Точность создаваемых моделей ГПЗ зависит от точности измерения межспутникового расстояния. Исползованная в космической миссии GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) микроволновая система К/Ка-диапазона позволяла измерять межспутниковое расстояние с точностью до 1 мкм [1].

Модели ГПЗ, как правило, задаются разложением по сферическим функциям:

$$R = (U - U_0) \approx \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a_E}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \times \right. \\ \left. \times (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right], \quad (1)$$

где  $GM$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$  – сферические координаты точки (или КА) в системе координат жестко связанной с Землей;  $a_E$  – средний экваториальный радиус Земли;  $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  – нормированные присоединенные функции Лежандра степени  $n$  и порядка  $m$ ;  $\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$  – нормированные коэффициенты Стокса;  $N_{\max}$  – максимальная степень разложения.

Максимальная степень разложения в выражении (1) определяет пространственное разрешение модели ГПЗ, а интервал времени, на котором строится данная модель, определяет ее временное разрешение. Важно не только количество коэффициентов Стокса (сферических гармоник), которые определяют пространственное разрешение, но и точность их определения. Формально разложение имеет смысл, пока величина ошибки

сферической гармонике не станет равной значению самой сферической гармонике.

Глобальная модель гравитационного поля Земли GGM05S (The GRACE Gravity Model 05) [2], полученная по данным миссии GRACE за весь период наблюдений, содержит две части: статическую модель гравитационного поля высокого разрешения и ежемесячные решения. Статическая модель GGM05 содержит  $\approx 180$  сферических гармоник (длина полуволны 110 км), что соответствует пространственному угловому разрешению  $1^\circ \times 1^\circ$ . Ежемесячные модели GGM05S (т.е. с временным разрешением один месяц) рассчитываются для каждого месяца за период наблюдения. Оцениваются наборы гармонических коэффициентов степени и порядка  $60 \times 60$  (номинально) и  $96 \times 96$  (добавочно) без использования какой-либо регуляризации. Ошибки коэффициентов разложения задаются либо в относительных единицах, либо в высотах геоида, либо в гравитационных аномалиях. Для заданной точности ошибок сферических гармоник (ошибка высоты геоида  $\Delta h \approx 1$  мм) соответствующая модель гравитационного поля с временным разрешением 1 мес содержит 50 сферических гармоник (пространственное разрешение 400 км), что соответствует угловому разрешению  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$ . Таким образом, модель ГПЗ характеризуется не только параметрами разрешения – пространственного и временного, но также еще и точностью модели, т.е. точностью определения высшей гармоники разложения, что, в первую очередь, связано с точностью проводимых измерений.

Миссия GRACE, которая закончила свое существование в 2017 г., доказала свою эффективность не только в получении моделей ГПЗ высокого пространственного разрешения. Впервые по данным миссии было начато построение моделей с временным разрешением 1 мес. Поэтому в продолжение миссии GRACE 22 мая 2018 г. состоялся запуск двух спутников-близнецов GRACE Follow On. Параметры орбит спутников GRACE Follow On, а также микроволновая система К/Ка-диапазона те же самые, что и для спутников GRACE. Однако принципиальным фактором является то, что спутники также оснащены лазерной интерферометрической системой, которая позволяет поднять точность межспутниковых измерений на уровень 1 нм.

Для однопарной космической группировки (базовая конфигурация GRACE) дальнейшие пути увеличения пространственного и временного разрешения моделей ГПЗ связаны как с увеличением точности измерительных средств [3], так и с оптимизацией орбитальных параметров группировки. Что касается увеличения точности измерительных средств, то первые данные обработки лазерных измерений GRACE Follow On показали

ошибку порядка  $1 \text{ нм/Гц}^{1/2}$  [4], т.е. практически на три порядка лучше ошибок измерений микроволновой системой. Хотя нет линейной зависимости между точностью межспутниковых измерений и точностью определения гармоник разложения ГПЗ, тем не менее, можно ожидать повышения пространственного разрешения ежемесячных моделей ГПЗ, построенным по данным миссии GRACE Follow On, и уточнения коэффициентов их разложения [5].

Целью данной работы является исследование второго пути повышения пространственного и временного разрешения моделей ГПЗ – оптимизации орбитальных параметров группировки космических аппаратов.

## 2. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОРБИТ

Подбор орбитальных параметров для космической группировки на низкой околоземной орбите производился с учетом условия максимального покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА за определенный интервал времени. Подспутниковая трасса КА – это проекция движения КА на земную поверхность. Моделирование проводилось для КА с параметрами КА GRACE: масса 700 кг, размеры: 3 м (вдоль орбиты)  $\times$  1.5 м  $\times$  1.5 м, с помощью программного комплекса, разработанного в ГАИШ МГУ. Программный комплекс позволяет моделировать движение КА на низкой околоземной орбите в соответствии с рекомендациями IERS2010 (International Earth Rotation Service) [6]. Модель ГПЗ в соответствии с выражением (1) рассчитывалась на основе алгоритма Беликова и Тайбаторова [7], воздействие негравитационных эффектов с учетом геометрии КА учитывалось в соответствии с [8].

Для анализа полноты покрытия при моделировании, как правило, использовался интервал времени, равный 30 сут, поскольку задача уточнения ГПЗ подразумевает, в первую очередь, уточнение ежемесячных моделей ГПЗ. К числу варьируемых параметров были отнесены высота орбиты спутников и ее наклонение. Остальные орбитальные параметры оставались неизменными ввиду отсутствия их влияния на степень покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА.

При моделировании использовался 5-секундный шаг интегрирования. В табл. 1 представлены параметры моделирования. Важно отметить, что в процессе моделирования проводился учет возмущений гармонических коэффициентов ГПЗ до 10-й степени и порядка включительно, так как анализ покрытия трассами не требует высокой точности модели движения КА.

Для оценки полноты покрытия подспутниковыми трассами КА поверхности Земли необходи-

**Таблица 1.** Начальные орбитальные параметры моделирования

Параметр	Значение
Прямое восхождение, град	90
Эксцентриситет	0.001
Аргумент перигентра КА1/КА2, град	88.5/93
Средняя аномалия КА1/КА2, град (соответствует межспутниковому расстоянию 220 км)	180/211
Высота, км	Варьируемая величина
Наклонение, град	Варьируемая величина

мо сначала задать диапазоны вариативных параметров, исходя из имеющихся ограничений по высоте орбиты КА. Для оценки диапазона возможных рабочих значений высот орбит было проведено моделирование движения КА с учетом возмущений, вызванных негравитационными силами, в том числе, влиянием сопротивления атмосферы и давлением солнечного излучения, оказывающих первостепенную роль на деградацию высоты движения КА. Расчет проводился для высот от 150 до 500 км с шагом 50 км. Расчеты показали, что конфигурации с высотой орбиты меньше 300 км существенно деградируют из-за сопротивления атмосферы, что, в конечном итоге, может привести к падению КА на поверхность Земли. С учетом того, что на КА данной космической группировки не предусматривается установка системы компенсации сноса и контроля высоты, было принято решение об исследовании рабочих высот орбит в диапазоне от 300 до 500 км.

Выбор наклонения опирается, с одной стороны, на опыт успешной миссии GRACE, с другой стороны, обусловлен требованием по максимальному глобальному покрытию поверхности Земли измерениями. Таким образом, для космической группировки типа GRACE исследовались околополярные и полярное наклонения.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКРЫТИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ГРУППИРОВКОЙ ПОДСПУТНИКОВЫМИ ТРАССАМИ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Методика моделирования покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА с целью нахождения оптимальных орбитальных параметров для повышения пространственного и временного разрешений заключалась в следующем. Пространственное (угловое) разрешение задается размером сегментов  $x^\circ \times x^\circ$ , на которые разбивается вся поверхность Земли. Временное разрешение задается интервалом времени  $\Delta t$ , на котором рассматривается движение КА, т.е. временем измерения. Для заданного пространственного разрешения ( $x^\circ \times x^\circ$ ) и заданного временного разрешения ( $\Delta t$ ) оценивается *процент глобаль-*

*ного покрытия* — отношения количества сегментов  $n$ , в которые попала хотя бы одна точка трассы (измерение), к общему числу сегментов  $N$  по всей поверхности Земли, т.е.  $n/N$ . Основные расчеты проводились для временного интервала 1 месяц (базовое временное разрешение моделей ГПЗ GRACE) и для значений углового разрешения  $1^\circ \times 1^\circ$  и  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ , что соответствует пространственному разрешению  $\approx 100$  км и 50 км (разрешение ежемесячных моделей GRACE  $\approx 400$  км). В части обоснования выбора углового (пространственного) разрешения необходимо отметить следующее. В реальной миссии GRACE межспутниковые измерения между КА в группировке проводились с частотой 0.1 Гц [9]. За это время КА пролетают расстояние на орбите  $\approx 80$  км, что потенциально позволяет достичь углового разрешения ГПЗ лучше  $1^\circ \times 1^\circ$ . С учетом того, что техническим принципам, заложенным в систему межспутниковой линии в проекте GRACE, уже более 20 лет, следует ожидать, что при использовании лазерной интерферометрической системы измерений межспутникового расстояния можно потенциально достичь углового разрешения  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ , соответствующего времени накопления сигнала чуть менее 7 с ( $\approx 0.14$  Гц). Результаты моделирования для различных значений наклонения и высоты орбиты приведены в табл. 2. В таблице полужирным шрифтом выделены конфигурации со 100% покрытием.

Как следует из табл. 2, существуют наборы орбитальных параметров (высота и наклонение), при которых для углового разрешения  $1^\circ \times 1^\circ$  за 30 сут происходит полное покрытие, т.е. процент покрытия достигает 100%. Таблица 3 показывает, что для разрешения  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$  не существует орбит, на которых за 30 сут происходит полное покрытие. Более длительные интервалы, на которых происходило бы полное покрытие, рассматривать нецелесообразно, поскольку это сильно ухудшает временное разрешение.

На рис. 1 изображены подспутниковые трассы для КА с орбитальными параметрами  $h = 400$  км,  $i = 89.8^\circ$ , на временном интервале 30 сут (минимальное временное разрешение, которое рассматривается в данной работе). С увеличением

**Таблица 2.** Процент глобального покрытия подспутниковыми трассами для КА при различных орбитальных параметрах для углового разрешения  $1^\circ \times 1^\circ$

Накло- нение, град	Высота, км					
	300	350	400	450	475	500
90.0	99.97	99.27	99.57	99.99	<b>100</b>	61.54
89.9	99.59	<b>100</b>	99.91	99.96	<b>100</b>	69.70
89.8	98.77	<b>100</b>	<b>100</b>	99.75	<b>100</b>	77.16
89.7	96.62	<b>100</b>	99.87	97.80	99.50	83.35
89.6	92.89	99.94	99.70	92.80	98.67	92.63
89.5	85.97	99.54	98.99	89.42	97.76	97.48
89.4	76.83	97.83	94.93	85.86	96.47	99.08
89.3	68.30	92.76	86.47	79.38	94.04	99.61
89.2	59.98	82.98	80.83	68.67	90.21	99.88
89.1	52.44	73.15	86.17	58.31	84.51	99.97
89.0	45.83	63.61	92.59	65.52	75.27	99.25
88.5	91.75	97.69	98.89	97.71	51.51	97.25
88.0	98.30	97.97	98.30	98.30	87.89	97.48

Примечание. Временное разрешение 30 дней.

**Таблица 3.** Процент глобального покрытия подспутниковыми трассами для КА при различных орбитальных параметрах. Угловое разрешение  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$

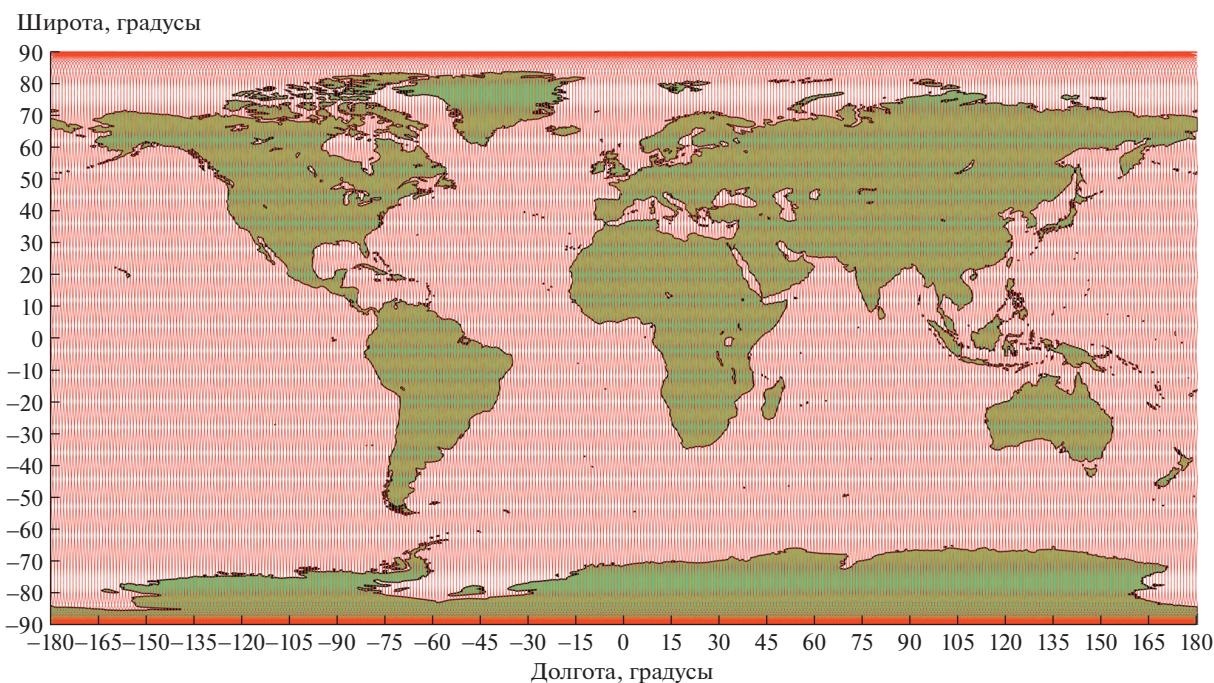
Накло- нение, град	Высота, км					
	300	350	400	450	475	500
90.0	89.49	72.72	88.56	87.64	85.99	35.87
89.9	89.56	85.47	84.08	88.52	87.38	44.77
89.8	90.38	86.41	77.49	88.36	87.12	57.34
89.7	91.20	83.97	84.40	87.41	87.94	66.32
89.6	85.00	89.24	88.69	81.72	87.65	79.05
89.5	74.75	90.02	88.69	75.92	88.33	89.02
89.4	64.42	88.85	76.66	69.54	89.49	87.74
89.3	54.21	77.78	63.42	58.87	85.83	88.12
89.2	44.22	64.81	52.30	44.85	80.34	85.66
89.1	34.87	51.81	58.35	33.09	71.61	83.50
89.0	26.41	39.28	72.93	45.76	61.50	80.82
88.5	82.41	89.32	79.99	87.73	36.15	74.93
88.0	88.70	70.51	87.84	86.14	78.32	85.85

Примечание. Временное разрешение 30 дней.

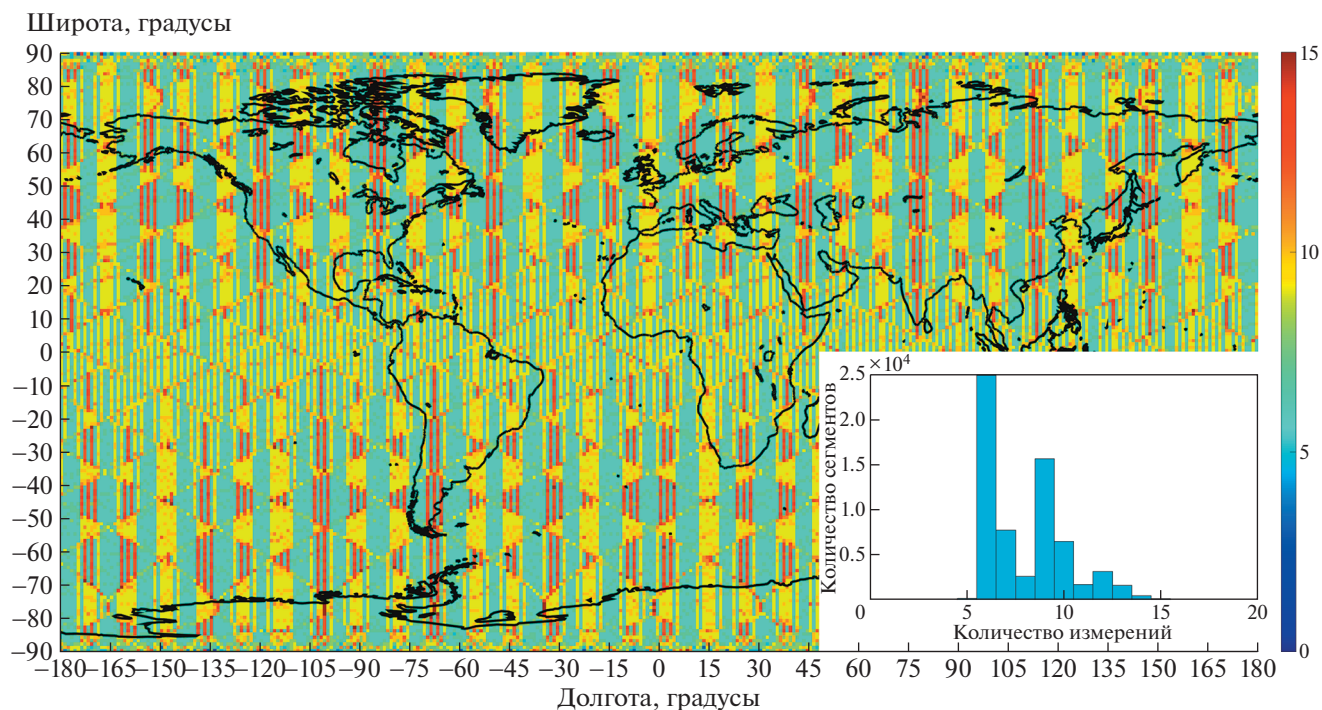
времени наблюдения на поверхности Земли остается все меньше участков, не покрытых подспутниковыми трассами (“белых полос”), плотность покрытия увеличивается.

Распределение измерений по поверхности Земли для углового разрешения  $1^\circ \times 1^\circ$  и времен-

ного разрешения 30 сут представлено на рис. 2. Если за интервал наблюдения произошло  $n$  пересечений конкретного сегмента подспутниковыми трассами, то будем считать, что группировка КА произвела  $n$  измерений в данном сегменте поверхности Земли. Цветовая шкала на рис. 2 пока-



**Рис. 1.** Покрытие подспутниковыми трассами (красные линии) поверхности Земли группировкой КА, находящейся на орбите высотой 400 км с наклоном  $89.8^\circ$ , на временном интервале 30 сут.



**Рис. 2.** Распределение измерений в сегментах  $1^\circ \times 1^\circ$  на поверхности Земли группировкой КА, находящейся на орбите высотой 400 км с наклоном  $89.8^\circ$  на временном интервале 30 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала на рисунке показывает количество измерений в диапазоне от 0 до 15, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности. На врезке: гистограмма распределения сегментов по количеству измерений.

зывает количество измерений в диапазоне от 0 до 15, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности. На рис. 2 видно, что сегменты неравномерно заполняются измерениями, что отражается в наличии характерных вертикальных разноцветных полос на карте.

Гистограмма на врезке на рис. 2 показывает распределение сегментов по количеству измерений. Так, для углового разрешения  $1^\circ \times 1^\circ$  и временного разрешения 30 сут, гистограмма показывает, что каждый такой сегмент содержит как минимум 5 измерений.

#### 4. ПОВЫШЕНИЕ ВРЕМЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ГПЗ

В предыдущем разделе было показано, что существуют наборы орбитальных параметров группировки, при которых потенциально на основе достаточной плотности покрытия измерениями поверхности Земли можно получать ежемесячные модели ГПЗ с угловым разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$  (пространственное разрешение 100 км), что почти в 4 раза лучше существующих моделей (возможные инструментальные ограничения мы не рассматриваем).

Пространственное (угловое) разрешение обратно пропорционально временному разре-

шению [10]. Таким образом, в стандартной конфигурации группировки типа GRACE, состоящей из одной пары КА, возможно повышение временного разрешения ГПЗ за счет понижения потенциального пространственного разрешения. Варьирование пространственного разрешения позволяет с помощью такой группировки получать модели ГПЗ с различным временным разрешением. В данном разделе рассмотрим покрытие поверхности Земли треками КА на различных временных интервалах, т.е. для различных значений временного разрешения.

Было проанализировано покрытие поверхности Земли треками КА для некоторых предпочтительных наборов орбитальных параметров на интервале 10 сут на пространственной сетке  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$ , и на интервале 15 сут на пространственной сетке  $2^\circ \times 2^\circ$ . Результаты моделирования приведены в табл. 4 и 5.

На рис. 3 изображены подспутниковые трассы для группировки КА с орбитальными параметрами  $h = 400$  км,  $i = 89.8^\circ$ , на временных интервалах 10 и 15 дней. Соответствующие распределения измерений по поверхности Земли для (1) углового разрешения  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$  и временного разрешения 10 сут и (2) углового разрешения  $2^\circ \times 2^\circ$  и временного разрешения 15 сут представлены на рис. 4.

**Таблица 4.** Процент глобального покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА при различных орбитальных параметрах для углового разрешения  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$  и временного 10 дней

Накло- нение, град	Высота, км					
	300	350	400	450	475	500
90.0	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.90	<b>100</b>
89.9	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.90	<b>100</b>
89.8	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.82	<b>100</b>
89.7	99.84	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.62	<b>100</b>
89.6	99.80	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.60	<b>100</b>
89.5	99.46	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.78	<b>100</b>
89.4	99.12	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.72	<b>100</b>
89.3	97.74	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.48	<b>100</b>
89.2	96.12	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.28	<b>100</b>
89.1	96.10	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.06	<b>100</b>
89.0	97.46	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	98.68	<b>100</b>
88.5	99.74	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	94.20	<b>100</b>
88.0	99.98	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	99.40	<b>100</b>

Цветовая шкала соответствует количеству измерений на сегмент в диапазоне от 0 до 45.

Сегменты на поверхности Земли также, как и ранее, неравномерно заполняются измерениями — имеются вертикальные разноцветные полосы на карте, которые характеризуют широтную и долготную зависимость плотности покрытия. На сегменте  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$  даже на временном интервале 10 сут плотность очень высокая, минимальная заполняемость превышает 22 измерения на сегмент, среднее число измерений на сегмент — 38. Для пространственного разрешения  $2^\circ \times 2^\circ$  и времени наблюдения 15 сут соответственно 12 и 16 измерений на сегмент.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основная задача проведенного исследования — анализ возможностей повышения пространственного и временного разрешения существующих моделей ГПЗ путем оптимизации орбитальных параметров (большой полуоси и наклона) орбитальной группировки КА типа GRACE. За базовые модели, относительно которых рассматривались пути повышения, были приняты ежемесячные модели ГПЗ, полученные по данным миссии GRACE, которые содержат 50 сферических гармоник (длина полуволны 400 км), что соответствует угловому разрешению  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$ .

**Таблица 5.** Процент глобального покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА при различных орбитальных параметрах для углового разрешения  $2^\circ \times 2^\circ$  и временного 15 дней

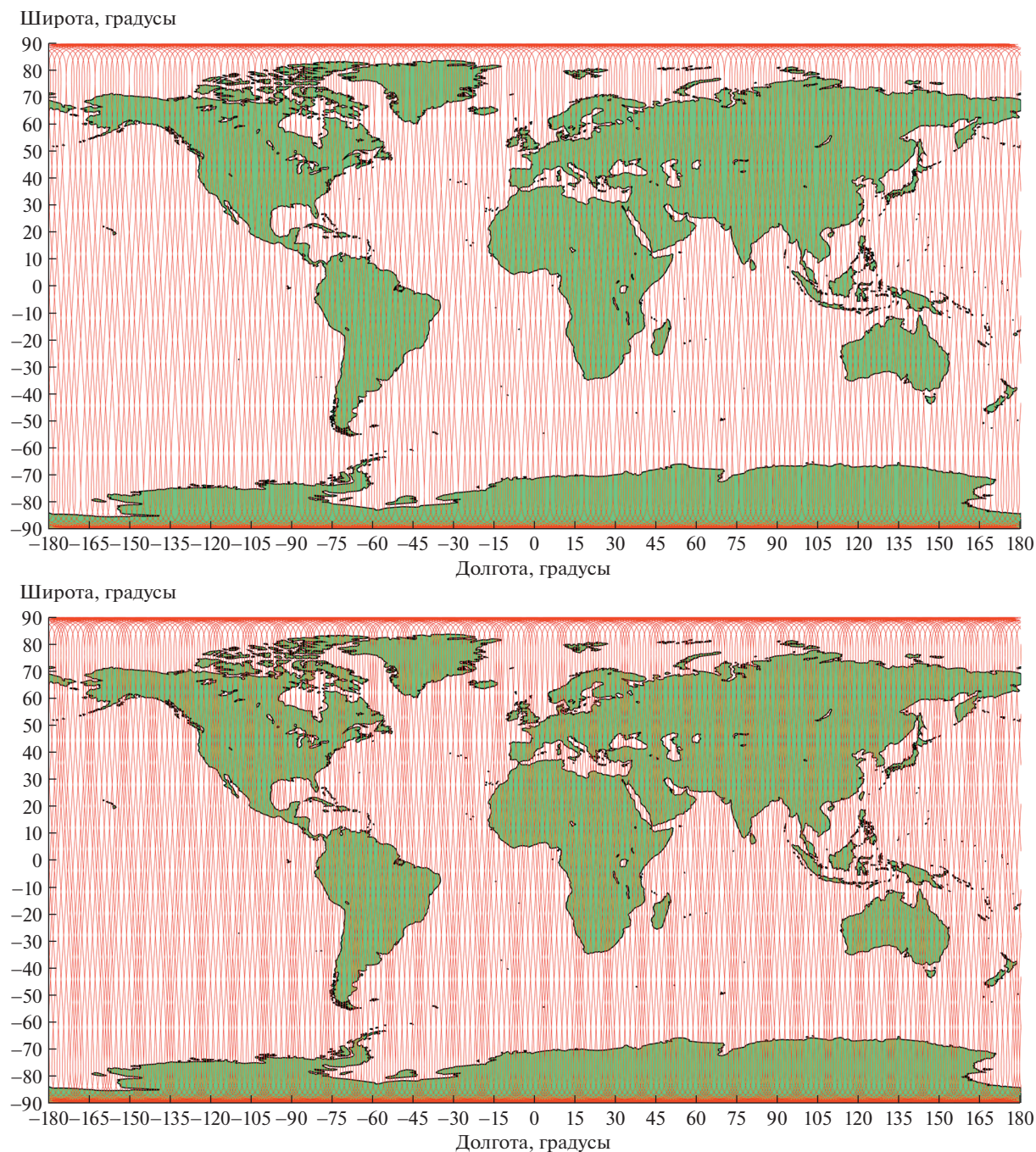
Накло- нение, град	Высота, км					
	300	350	400	450	475	500
90.0	95.20	99.67	<b>100</b>	99.25	97.15	92.07
89.9	92.81	99.64	<b>100</b>	98.78	96.44	94.20
89.8	94.09	99.41	<b>100</b>	98.08	94.30	94.76
89.7	93.03	98.61	<b>100</b>	96.35	91.14	94.19
89.6	90.31	99.50	<b>100</b>	93.69	90.65	97.31
89.5	85.96	99.62	<b>100</b>	93.99	91.40	98.48
89.4	80.93	99.04	<b>100</b>	94.75	91.91	98.93
89.3	77.23	97.85	99.96	93.78	91.46	99.30
89.2	74.04	95.64	<b>100</b>	91.59	89.73	99.44
89.1	73.07	92.45	<b>100</b>	88.70	87.41	99.30
89.0	73.57	92.08	99.98	88.08	82.81	99.12
88.5	92.95	99.04	99.67	97.59	70.40	99.37
88.0	95.21	98.30	98.72	98.96	85.46	97.94

На рис. 5 показана эволюция орбитальных параметров (большой полуоси, наклона и эксцентриситета) за все время существования миссии GRACE<sup>1</sup>. Большая полуось орбиты (соответственно, и ее высота) уменьшилась довольно значительно: от 6870 км в начале миссии, до 6710 км в ее завершении. В период времени с 2006 по 2011 г., на котором поведение большой полуоси орбиты было достаточно стабильным, геодезическая высота движения КА соответствовала  $h = 485\text{--}470$  км. При этом наклонение орбиты находилось в районе  $i \approx 89^\circ$ . Поэтому для расчета базовой орбитальной конфигурации GRACE в качестве средних значений орбитальных параметров миссии геодезическая высота орбиты была принята равной  $h = 475$  км, а ее наклонение  $i = 89^\circ$ .

В табл. 6 приведены количественные оценки выполненных в работе расчетов — параметры рассмотренных орбит и статистика по глобальному покрытию поверхности Земли подспутниковыми трассами на разном пространственном масштабе для наилучшей выбранной орбитальной конфигурации (верхние три строки) и конфигурации в миссии GRACE (нижние три строки).

Проведенные исследования показали, что существует конфигурация группировки КА типа GRACE с орбитальными параметрами  $i = 89.8^\circ$ ,

<sup>1</sup> <http://www.csr.utexas.edu/grace/>



**Рис. 3.** Покрытие подспутниковыми трассами (красные линии) поверхности Земли группировкой КА, находящейся на орбите высотой 400 км с наклоном  $89.8^\circ$ , на временных интервалах 10 сут (верхняя панель) и 15 сут (нижняя панель). С увеличением времени наблюдения плотность покрытия увеличивается, “белых” участков становится меньше.

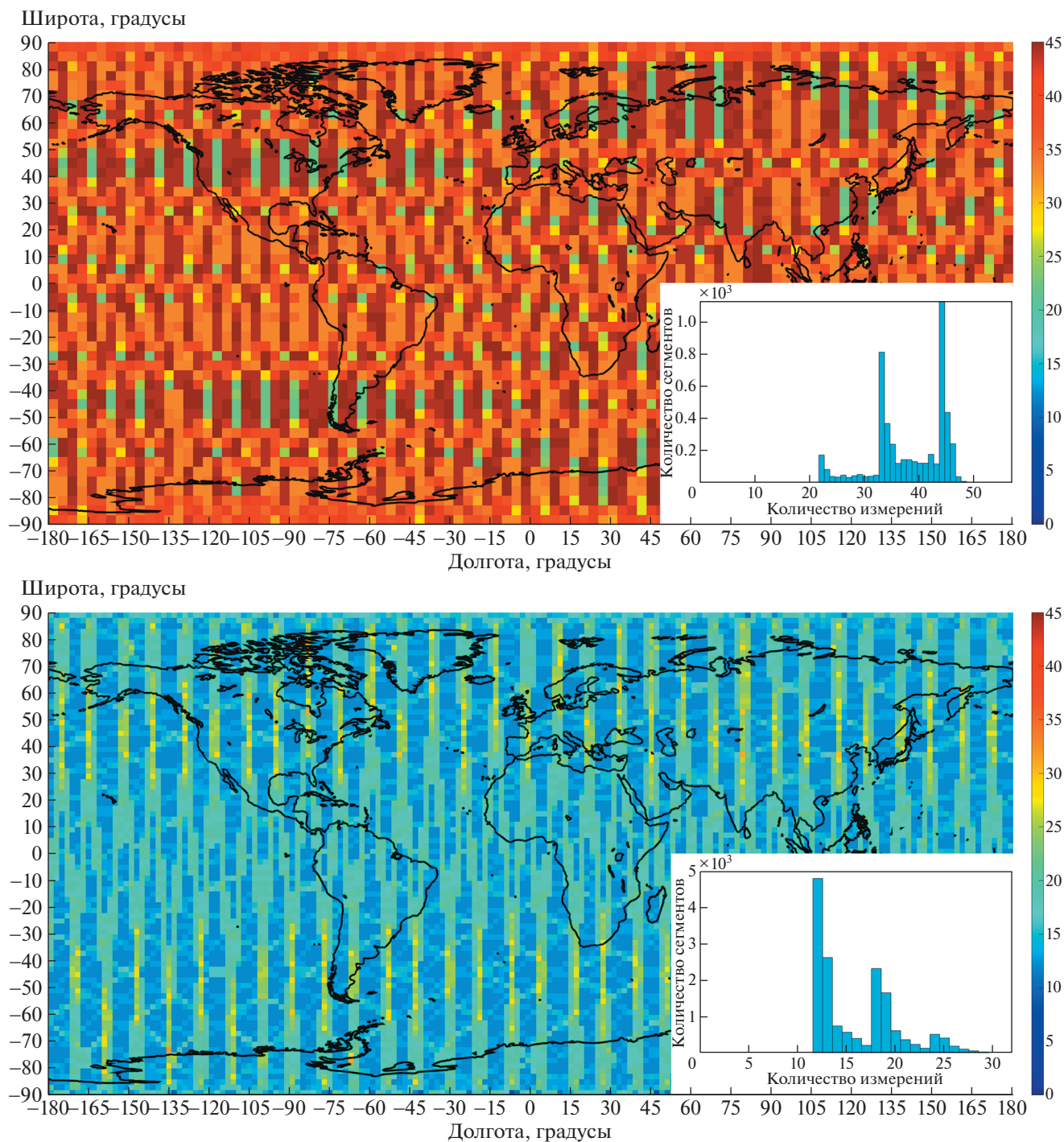
$h = 400$  км, которая полностью покрывает изменениями поверхность Земли на всех рассмотренных временных интервалах, что приводит к повышению существующего как пространственного, так и временного разрешения моделей ГПЗ. Таким образом, могут быть получены модели ГПЗ:

1) с угловым разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$  (пространственное разрешение  $\approx 110$  км) на интервале 30 дней;

2) с угловым разрешением  $2^\circ \times 2^\circ$  (пространственное разрешение  $\approx 220$  км) на интервале 15 дней;

3) с угловым разрешением  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$  (пространственное разрешение  $\approx 400$  км) на интервале 10 дней.

Во Введении статьи было отмечено, что с запуском миссии GRACE Follow On, оснащенной



**Рис. 4.** Распределение измерений на поверхности Земли группировкой КА, находящейся на орбите высотой 400 км с наклоном 89.8°: верхняя панель – в сегментах 3.6° × 3.6° на временном интервале 10 сут (величина глобального покрытия 100%); нижняя панель – в сегментах 2° × 2° на временном интервале 15 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала на рисунках показывает количество измерений в диапазоне от 0 до 45, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности. На врезках: гистограммы распределения сегментов по количеству измерений.

более точной аппаратурой измерения межспутникового расстояния, можно ожидать повышения пространственного разрешения ежемесяч-

ных моделей ГПЗ. На основе проведенных в настоящей работе вычислений, принимая во внимание, что орбитальные параметры КА GRACE



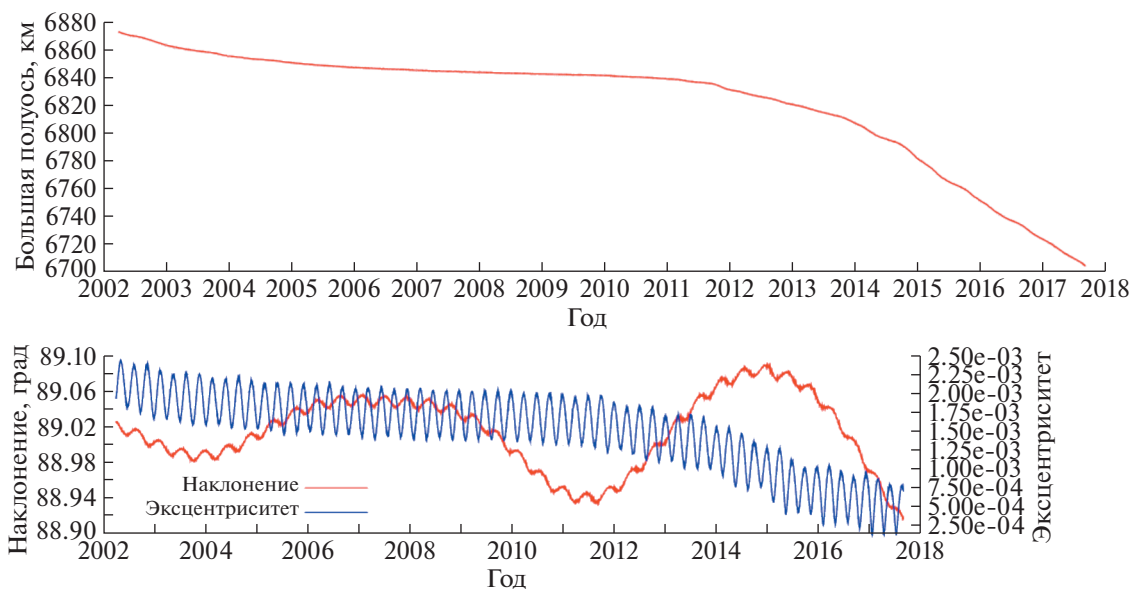


Рис. 5. Эволюция орбитальных параметров КА GRACE-B за все время нахождения его на орбите: верхняя панель – большой полуоси; нижняя панель – наклонения и эксцентриситета.

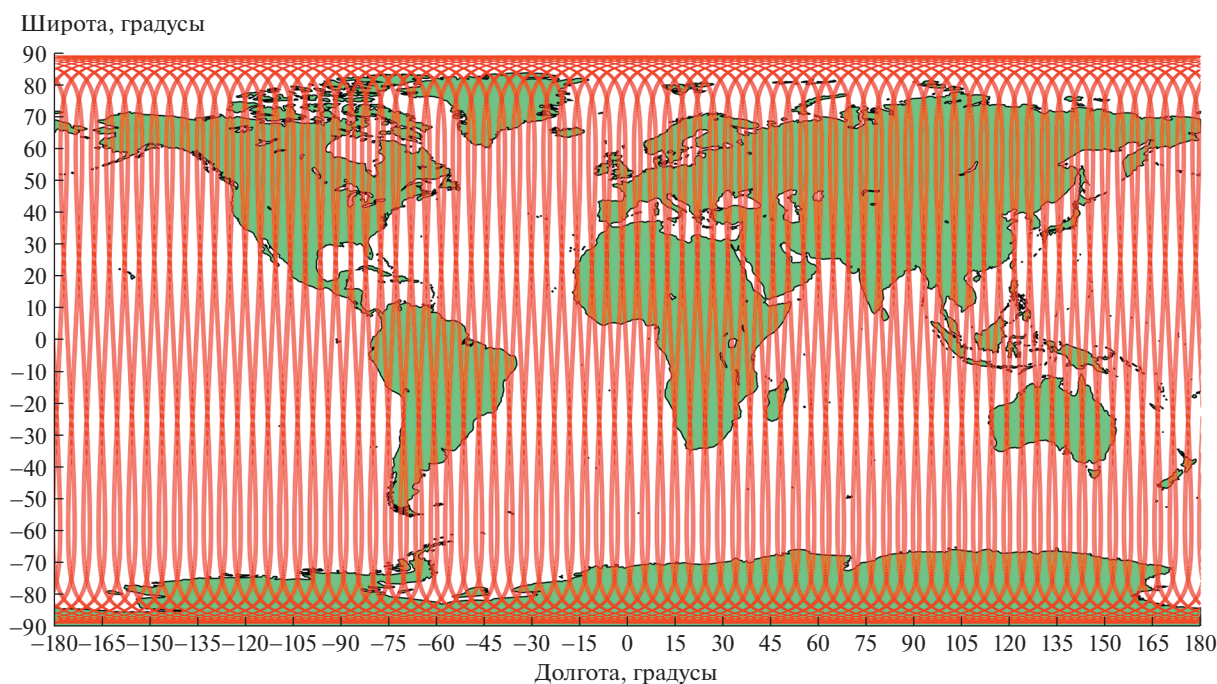
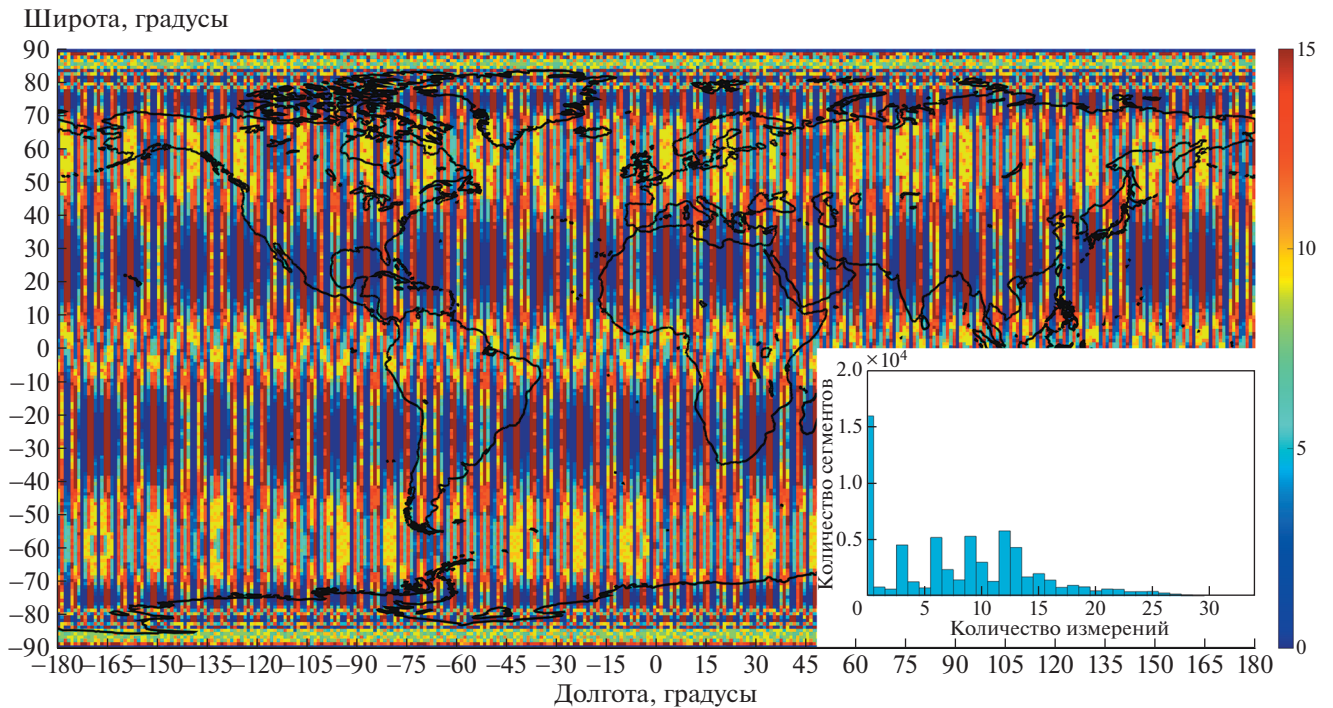


Рис. 6. Покрытие подспутниковыми трассами (красные линии) поверхности Земли спутниками GRACE FO, находящимися на орбите высотой 475 км с наклонением  $89^\circ$ , на временном интервале 30 сут.

Follow On аналогичны орбитальным параметрам КА GRACE<sup>2</sup>, следует, что орбитальная группировка КА GRACE Follow On на месячном интервале покрывает только 76% сегментов размером  $1^\circ \times 1^\circ$  (рис. 7).

<sup>2</sup> <https://heavens-above.com/orbit.aspx?satid=C43477>

Более того, расчеты показали, что на месячном интервале группировка с параметрами GRACE достигает полного покрытия поверхности Земли только на сегментах  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$ . Формально разложение ГПЗ по сферическим гармоникам можно строить до сколь угодно больших значений степени и порядка. Однако в этом случае гармоники



**Рис. 7.** Распределение измерений в сегментах  $1^\circ \times 1^\circ$  на поверхности Земли спутниками GRACE FO на временном интервале 30 сут (величина глобального покрытия 75.27%). Цветовая шкала на рисунке показывает количество измерений в диапазоне от 0 до 15, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности. На врезке: гистограмма распределения сегментов по количеству измерений.

высоких порядков помимо случайных ошибок будут содержать и систематические ошибки, связанные с отсутствием измерительных данных в сегментах, фактически вошедших в обработку данных. В связи с этим следует ожидать, что миссия GRACE Follow On, как и любая другая миссия с существенным улучшением точности межспутниковых измерений, но функционирующая на орбите типа GRACE, может повысить точность существующих ежемесячных моделей ГПЗ без повышения их пространственного разрешения.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важным фактором, определяющим пространственное разрешение моделей ГПЗ, является плотность покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами. В работе выполнено полномасштабное численное моделирование взаимного орбитального движения двух КА с учетом возмущающих факторов гравитационных и негравитационных сил. Подбор орбитальных параметров для космической группировки на низкой околоземной орбите производился для 100% по-

**Таблица 6.** Сводная таблица результатов расчетов

Высота орбиты, км	Наклонение орбиты, град	Период измерений, сут	Угловое разрешение град	Покрытие, %	$n_{\min}$	$n_{\max}$
400	89.8	10	$3.6^\circ \times 3.6^\circ$	<b>100</b>	22	57
400	89.8	15	$2^\circ \times 2^\circ$	<b>100</b>	12	32
400	89.8	30	$1^\circ \times 1^\circ$	<b>100</b>	1	20
475	89.0	10	$3.6^\circ \times 3.6^\circ$	<b>100</b>	20	150
475	89.0	15	$2^\circ \times 2^\circ$	92.8	0	82
475	89.0	30	$1^\circ \times 1^\circ$	75.27	0	34

Примечание.  $n_{\min}$  и  $n_{\max}$  – минимальное и максимальное количество измерений на сегмент.

крытия поверхности Земли подспутниковыми трассами для определенного пространственного разрешения и за определенный интервал времени. Проведенные исследования показали, что существует конфигурация группировки КА с орбитальными параметрами  $i = 89.8^\circ$ ,  $h = 400$  км, с помощью которой можно повысить существующие как пространственное, так и временное разрешение моделей ГПЗ при 100% покрытии. Таким образом, могут быть получены модели ГПЗ: (1) с угловым разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$  на интервале 30 дней; (2) с угловым разрешением  $2^\circ \times 2^\circ$  на интервале 15 дней; (3) с угловым разрешением  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$  на интервале 10 дней. Группировка КА с указанными орбитальными параметрами может быть принята за основу при планировании будущей гравитационной миссии.

Первые данные обработки лазерных измерений миссии GRACE Follow On показали, что межспутниковое расстояние измеряется с ошибкой порядка 1 нм/Гц<sup>1/2</sup>, т.е. практически на три порядка лучше ошибок измерений микроволновой системой. По-видимому, следовало бы ожидать повышения пространственного разрешения ежемесячных моделей ГПЗ, построенных по данным миссии GRACE Follow On, и уточнения коэффициентов их разложения.

Результаты моделирования показали, что орбита миссии GRACE (а следовательно, и GRACE FO) с точки зрения одновременного повышения как пространственного, так и временного разрешения моделей ГПЗ не является оптимальной. Орбитальная группировка GRACE Follow On на месячном интервале покрывает 76% сегментов размером  $1^\circ \times 1^\circ$ , а полного покрытия достигает только на сегментах  $3.6^\circ \times 3.6^\circ$ . Следовательно, можно ожидать, что миссия GRACE Follow On, как и любая другая миссия с существенным улучшением точности межспутниковых измерений,

но функционирующая на орбите типа GRACE, может повысить точность существующих ежемесячных моделей ГПЗ без повышения их пространственного разрешения.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках Междисциплинарной научно-образовательной школы МГУ “Фундаментальные и прикладные исследования космоса” и при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-29-11008).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *B. D. Tapley, S. Bettadpur, M. M. Watkins, and Ch. Reigber*, Geophys. Res. Lett. **31**(9), id. L09607 (2004).
2. *J. C. Ries, R. Eanes, Zh. Kang, and U. Ko*, The Development and Evaluation of The Global Gravity Model GGM05 (Center for Space Research, University of Texas at Austin, 2018), Report № CSR-16-02.
3. *G. Heinzel, B. Sheard, N. Brause, K. Danzmann, et al.*, In: *International Conference on Space Optics. ICSO 2012*, edited by B. Cugny, E. Armandillo, and N. Karafolas, Proc. of SPIE **10564**, id. 1056420-1 (2012).
4. *K. Abich, A. Abramovici, B. Amparan, A. Baatzsch, et al.*, Phys. Rev. Lett. **123** (3), id. 031101 (2019).
5. *F. Flechtner, K.-H. Neumayer, C. Dahle, H. Dobslaw, et al.* In: *Remote Sensing and Water Resources*, edited by A. Cazenave, N. Champollion, J. Benveniste, and J. Chen (Springer, Cham, 2016), p. 263.
6. *G. Petit, B. Luzum*, In: *IERS Conventions. IERS Technical Note No.36* (Frankfurt am Main, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010), p. 179.
7. *М. В. Беликов, К. А. Тайбатов*, Кинематика и физика небесных тел **6**, 24 (1990).
8. *O. Montenbruck and E. Gill*, *Satellite Orbits. Models, Methods, and Applications* (NY: Springer—Verlag Berlin Heidelberg, 2000), **1**, 371.
9. *J. Kim and S. W. Lee*, Acta Astronautica **65**, 1571(2009).
10. *В. К. Милюков, С.-Ц. Е*, Астрон. журн. **95**, 901 (2018).