# РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТ ПО МАССЕ И ОРБИТАЛЬНОМУ ПЕРИОДУ С УЧЕТОМ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ. ДОМИНИРУЮЩАЯ (УСРЕДНЕННАЯ) СТРУКТУРА ПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ

© 2022 г. В. И. Ананьева<sup>1, \*</sup>, А. Е. Иванова<sup>1</sup>, И. А. Шашкова<sup>1</sup>, О. Я. Яковлев<sup>1</sup>, А. В. Тавров<sup>1</sup>, О. И. Кораблев<sup>1</sup>, Ж.-Л. Берто<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия <sup>2</sup> Лаборатория атмосферных и космических исследований, Гюйанкур, Франция \*E-mail: shi@iki.rssi.ru; a-lada@yandex.ru Поступила в редакцию 20.05.2022 г. После доработки 06.07.2022 г. Принята к публикации 18.07.2022 г.

Статистические распределения экзопланет, получаемые как наземными, так и спутниковыми телескопами, сильно искажены наблюдательной селекцией. Массивные планеты, находящиеся на близких к звезде орбитах, обнаруживать легче, чем планеты малых масс и планеты с большими орбитальными периодами. Маломассивные планеты с орбитальными периодами около года и больше, попадающие в обитаемую зону солнцеподобных звезд, не могут быть обнаружены современными средствами. Для учета этого фактора предложен и исследован метод коррекции наблюдательной селекции. Показано, что скорректированные распределения экзопланет по массам хорошо описываются кусочно-степенным законом. Результат находится в согласии с выводами космогонии и демонстрирует ряд новых особенностей.

*Ключевые слова:* экзопланеты, метод лучевых скоростей, статистические исследования **DOI:** 10.31857/S0004629922100024

# 1. ВВЕДЕНИЕ

На 22 марта 2022 г. известно более 5000 экзопланет, из которых масса оценена примерно для 2000 экзопланет [1]. Диаграмма распределения планет "Орбитальный период—Масса" показана на рис. 1.

Метод лучевых скоростей (RV, от radial velocity) основан на регистрации колебаний лучевой скорости звезды, обусловленных ее движением вокруг барицентра (центра масс) планетной системы. В случае наличия одной планеты задача полностью подобна задаче о движении звезд в двойной системе при малом отношении масс компонентов пары. Кеплеровское движение системы двух тел полностью описывается семью параметрами (рис. 2): большой полуосью орбиты  $a = a_1 + a_2$  (где  $a_1, a_2$  – большие полуоси орбит обоих тел пары относительно барицентра системы), эксцентриситетом орбиты е, тремя углами, задающими ориентацию орбиты в пространстве *i*,  $\omega, \Omega$  (где *i* – наклонение нормали к плоскости орбиты к лучу зрения,  $\omega$  – аргумент перицентра, Ω – долгота восходящего узла), моментами прохождения перицентра T<sub>per</sub> и орбитальным периодом *P*. Измерение лучевой скорости одного из компонентов двойной системы позволяет определить пять из них:  $a_1$ , e,  $\omega$ , *P*, *T* [2].

Если масса планеты много меньше массы звезды, масса планеты *m* связана с полуамплитудой колебаний лучевой скорости звезды *K* следующим соотношением:

$$\frac{m_2^3 \sin^3 i}{M^2} = \frac{(1-e^2)^{3/2} K^3 P}{2\pi G},$$
 (1)

где *М* – масса звезды, *G* – гравитационная постоянная.

Выразив массу планеты в массах Юпитера, массу звезды — в массах Солнца, орбитальный период — в сутках, и приведя все множители, мы получим следующую формулу для полуамплитуды колебаний лучевой скорости звезды *K*, выраженной в м/с:

$$K = 203.25m_2 \sin i M^{-2/3} P^{-1/3} (1 - e^2)^{-1/2}.$$
 (2)

Как следует из формулы (2), метод лучевых скоростей не позволяет определить истинную массу планеты, а только проективную, или мини-

#### АНАНЬЕВА и др.



Рис. 1. Диаграмма Орбитальный период-Масса для экзопланет, открытых различными методами (на 22 марта 2022).



Рис. 2. Кеплеровы элементы орбиты.

мальную массу  $m = m_2 \sin i$ . В случае, если угол i мал (орбита планеты расположена к наблюдателю "плашмя"), проективная масса может быть в несколько раз меньше истинной массы. Соотношение между распределениями по проективным массам и истинным массам подробно обсуждается в [3–5]. В общем случае эти распределения могут значительно отличаться друг от друга, однако если распределение по истинным массам следует

степенному закону с показателем степени -1...-3, распределение по проективным массам также следует степенному закону с тем же или очень близким показателем степени.

Полуамплитуды колебаний лучевой скорости родительских звезд, вызванных планетами, как правило, малы, поэтому для регистрации таких колебаний требуются высокоточные спектрографы. Так, гравитационное влияние Юпитера за-

ставляет Солнце вращаться вокруг барицентра Солнечной системы со скоростью 12.5 м/с, гравитационное влияние Сатурна – со скоростью 2.7 м/с, Земли – со скоростью 0.09 м/с. До ввода в строй в октябре 2018 г. спектрографа ESPRESSO, установленного на 8-метровом телескопе VLT (Very Large Telescope) [6], в течение полутора десятилетий наилучшая достигнутая точность измерения лучевой скорости составляла 0.8-1.0 м/с для ярких звезд с низким уровнем активности (спектрографы HARPS [7], HIRES [8], PFS [9], HARPS-N [10]) и 3-10 м/с для большинства остальных звезд (спектрографы SOPHIE. CORALIE, CHIRON и др. [11, 12]). Ограниченная точность спектрографов и различные проявления звездной активности накладывают ограничения на эффективность метода лучевых скоростей: колебания лучевой скорости звезды малой амплитуды, вызванные планетами малых масс, тонут в шумах и не регистрируются. Так, регистрация планет земного типа в зоне обитаемости солнцеподобных звезд методом лучевых скоростей до сих пор невозможна.

Кроме точности измерения лучевых скоростей родительских звезд, важную роль играет продолжительность наблюдений. Для надежной регистрации планеты и определения ее проективной массы и орбитального периода необходимо, чтобы за полное время наблюдений она прошла значительную долю своей орбиты. Если эта доля мала, кеплеровская кривая вырождается в линейный или квадратичный дрейф лучевой скорости родительской звезды, который свидетельствует о наличии в системе тела на долгопериодической орбите, но не позволяет определить его массу и орбитальный период. Поскольку полное время измерений с необходимой точностью лучевых скоростей отдельных звезд редко превышает 30 лет, экзопланеты с орбитальными периодами Урана (84 года) и Нептуна (165 лет) до сих пор остаются недоступными методу лучевых скоростей.

При изучении статистики экзопланет необходимо учитывать неоднородность данных в архивах (базах данных). При рассмотрении экзопланет, открытых методом лучевых скоростей, в качестве основных причин неоднородности следует выделить разные чувствительности спектрографов, разные уровни активности родительских звезд, разную продолжительность наблюдений, разное количество измерений лучевой скорости, разные методы обработки данных и др. Планеты с определенными свойствами (например, проективной массой и орбитальным периодом) одни наблюдательные программы могут обнаружить, а другие нет. Например, планету малой массы, вращающуюся вокруг звезды с низким уровнем активности, высокоточный спектрограф сможет обнаружить, а спектрограф меньшей точности –

нет. Такую же планету малой массы, но обращающуюся вокруг активной, быстро вращающейся звезды, не сможет обнаружить и высокоточный спектрограф. Наконец, чтобы обнаруживать долгопериодические планеты, измерения лучевой скорости родительской звезды должны продолжаться достаточно долго, чтобы планета успела пройти значительную часть своей орбиты.

Доля наблюдательных программ, способных обнаруживать планеты с определенными свойствами, зависит от свойств планет. Массивные планеты, вращающиеся близко к родительским звездам, доступны практически всем наблюдательным программам и будут открыты любой из них. Планеты малых масс или больших орбитальных периодов, напротив, требуют для своего обнаружения больших усилий и доступны малому числу обзоров, остальные их пропустят. Как следствие, реальное статистическое распределение RV-планет на диаграмме "Проективная масса — Орбитальный период" (*m*, *P*) будет отличаться от наблюдаемого распределения.

Первые публикации по изучению статистики экзопланет игнорировали неоднородность наблюдательных данных. Так, авторы [13] построили распределение по проективным массам *m* =  $= M \sin i$  известных на тот момент 167 экзопланет и аппроксимировали его степенным законом  $dN/dm \propto m^{-1.1}$ , не принимая во внимание различия наблюдательных программ. Марси и др. (2005) [14] попытались решить эту проблему, рассматривая только планеты, открытые в рамках наблюдений на обсерваториях Лик (Lick Observatory) и Кек (W.M. Keck Observatory) с помощью спектрографов с одинаковой инструментальной погрешностью единичного измерения 3 м/с, рассмотрев в итоге 104 планеты из 152, известных к тому моменту. В [14] нашли, что распределение следует степенному закону  $dN/dm \propto m^{-1}$ . Камминг и др. (2008) [15], рассматривая распределение планет с орбитальными периодами Р от 2 до 2000 сут. и проективными массами *m* от 0.3 до 10 масс Юпитера, ввели "фактор полноты исследования" (completeness of the survey) и нашли, что распределение 182 RV-планет по массам и орбитальным периодам следует степенному закону вида d $N = Cm^{-0.31\pm0.2}P^{0.26\pm0.1}$ d ln(*m*)d ln(*P*), где *C* – константа, т – проективная масса планеты, Р – орбитальный период планеты, что соответствует распределению по проективным массам  $dN/dm \propto$  $\propto m^{-1.31\pm0.2}$ . Рассматривая распределение по массам планет, вращающихся вокруг 166 солнцепо-

добных звезд, наблюдавшихся на Кеке с помощью спектрографа HIRES, в [16] ввели "функцию полноты" (completeness function) C(P, m) как долю звезд, гарантированно не имеющих рядом с собой планеты с данным периодом и проективной массой. Ховард и др., 2010 [16] показали, что распределение планет с периодами менее 50 сут. по проективным массам можно аппроксимировать сте-

пенным законом  $dN/d \lg(m) \propto m^{-0.48+0.12/-0.14}$ , или  $dN/dm \propto m^{-1.48+0.12/-0.14}$ .

В [17] проанализировали 23473 отдельных измерений лучевой скорости 426 красных карликов, полученных спектрографами HARPS, HIRES, PFS, UVES и некоторых других. Чтобы учесть различную продолжительность и чувствительность наблюдательных программ, для каждого набора данных (фактически, для каждой наблюдаемой звезды) была введена функция вероятности обнаружения (detection probability function)  $p_i(\Delta m, \Delta P)$ , которая может принимать дискретные значения 0 или 1 (1 – если полученные данные допускают существование планеты в области масс и орбитальных периодов ( $\Delta m, \Delta P$ ), и 0 – если не допускают). Общая функция вероятности обнаружения планет  $f_p(\Delta m, \Delta P)$  была определена суммированием всех  $p_i(\Delta m, \Delta P)$  по числу наблюдаемых звезд (N = 426, [17]):

$$f_p(\Delta m, \Delta P) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} p_i(\Delta m, \Delta P).$$
(3)

Области масс и орбитальных периодов ( $\Delta m$ ,  $\Delta P$ ) были представлены сеткой 8 × 8, где орбитальные периоды занимали интервал  $P = 1-10^4$  сут., а проективные массы  $m = 1-10^3$  масс Земли.

В [17] не ставили перед собой цель исследовать распределение планет по массам или орбитальным периодам, но стремились определить их распространенности (the occurrence rate) у М звезд. Однако предложенный метод после некоторой модификации может быть использован для изучения распределения RV-планет у звезд всех типов по массам и орбитальным периодам.

# 2. МЕТОД "ОКНА ВИДИМОСТИ"

#### 2.1. Концепция "окна видимости"

Планеты, обнаруженные методом лучевых скоростей (далее RV-планеты) и представленные в каталогах, открыты на спектрографах разной чувствительности, у звезд с разным уровнем активности, в рамках наблюдательных программ разной продолжительности, с разным количеством измерений лучевой скорости. Все это делает существующие каталоги RV-планет существенно неоднородными. Для компенсации этой неоднородности предложен метод, названный "окно видимости". "Окно видимости" — это матрица размерности ( $n \times n$ ) на плоскости "Проективная масса—Орбитальный период" (m, P), элементы которой V(m, P) представляют собой вероятность обнаружить планету с данными проективной

массой m и орбитальным периодом P. Другими словами, элементы матрицы V описывают долю звезд, у которых возможно обнаружить планету с данными (m, P). Количество интервалов разбиения n может быть произвольным, но предпочтительно выбирать его по правилу Стерджеса [18].

Если обозначить истинное распределение (двумерную гистограмму) RV-планет на диаграмме "Проективная масса—Орбитальный период" как N(m, P), а наблюдаемое распределение как  $N_0(m, P)$ , то наблюдаемое распределение может быть представлено как поэлементное скалярное произведение истинного распределения N(m, P) на матрицу V:

$$\mathbf{N}_0(m_i, P_j) = \mathbf{N}(m_i, P_j) \times \mathbf{V}(m_i, P_j), \qquad (4)$$

где индексы *i*, *j* изменяются в диапазоне от 1 до *n*.

Соответственно, истинное распределение N(m, P) может быть получено делением каждого элемента наблюдаемого распределения на значение соответствующего элемента матрицы V, если последний не равен нулю:

$$\mathbf{N}(m_i, P_j) = \mathbf{N}_0(m_i, P_j) \quad (1/\mathbf{V}(m_i, P_j)),$$
  
если  $\mathbf{V}(m_i, P_j) \neq 0.$  (5)

Другими словами, для реконструкции истинного распределения N(m, P) следует брать каждую планету со статистическим весом, обратным вероятности ее обнаружения.

Аналогичный метод был предложен в [19] для учета наблюдательной селекции в распределениях по радиусам и орбитальным периодам транзитных экзопланет, обнаруженных космическим телескопом "Кеплер".

В настоящей работе рассматриваются RV-планеты с проективными массами от 0.011 до 13 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до  $10^4$  сут. И выбранный диапазон масс, и выбранный диапазон орбитальных периодов был разбит на 12 интервалов, равных в логарифмическом масштабе, таким образом, плоскость (*m*, *P*) оказалась разбита на 144 ячейки. В середину каждой ячейки была помещена искусственная планета, тем самым сформировался массив из 144 искусственных планет. Для каждой искусственной планеты вычислялась вероятность ее обнаружения по алгоритму, описанному ниже.

Для каждой известной RV-планеты из литературы определялись следующие два параметра программы наблюдений, в рамках которой планета была обнаружена: полное время наблюдений T и среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O-C)$  [4]. Полное время наблюдений определялось как разница между юлианскими датами первого и последнего измерения лучевой скорости родительской звезды. В случае наличия нескольких публикаций, посвященных данной планетной системе (например, в случае нескольких независимых наблюдений одной звезды), полное время наблюдений определялось как разница между юлианской датой самого позднего наблюдения и юлианской датой самого раннего наблюдения. Среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O-C)$  бралось из публикации первооткрывателей, а в случае нескольких публикаций, посвященных одной планетной системе, выбиралось наименьшее значение  $\sigma(O-C)$  из имеющихся.

Параметр  $\sigma(O-C)$ , имеющий размерность скорости и измеряющийся в м/с, характеризует уровень шума, который является суммой инструментальной погрешности спектрографа, шума, обусловленного хромосферной и магнитной активностью родительской звезды, и возможного вклада еще не открытых планет. Чем выше уровень шума, тем больше может быть амплитуда возможных колебаний лучевой скорости, которые останутся необнаруженными.

Для каждой звезды, у которой была обнаружена хотя бы одна RV-планета, изучался вопрос: могла ли у этой звезды быть обнаружена каждая из 144 искусственных планет? Искусственная планета считалась обнаруживаемой, если для нее одновременно выполнялись два условия:

$$P \le \delta T \tag{6.1}$$

$$K \ge \gamma \sigma(O - C) \Big[$$
 (6.2)

Здесь  $\delta$ ,  $\gamma$  – числовые коэффициенты порядка 1, численные значения которых будут определены ниже.

Условие (6.1) означает, что орбитальный период искусственной планеты должен быть меньше, чем произведение  $\delta T$ . Для  $\delta = 1$  это означает, что за полное время наблюдений искусственная планета должна сделать хотя бы один полный оборот вокруг родительской звезды.

Условие (6.2) означает, что полуамплитуда колебаний лучевой скорости родительской звезды K, наводимых искусственной планетой, должна быть больше, чем произведение  $\gamma\sigma(O-C)$ . Для  $\gamma = 1$  это означает, что полуамплитуда колебаний лучевой скорости K, наведенная искусственной планетой, должна быть больше, чем среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой.

В работе [20] "окно видимости" W строилось по 547 звездам, у которых была открыта хотя бы одна RV-планета. Для каждой искусственной планеты в предположении эксцентриситета, равного нулю, вычислялась полуамплитуда колебаний лучевой скорости K. Если искусственная планета ( $m_i$ ,  $P_j$ ) удовлетворяла условиям (6), соответствующее значение элемента матрицы W( $m_i$ ,  $P_j$ ) увеличивалось на 1. После рассмотрения всех звезд полученная матрица W нормировалась на 1 путем деления всех элементов матрицы W на количество рассмотренных звезд, т.е. на 547. В итоге все элементы матрицы W приняли значение от 0 до 1 : 0 в случае, если ни у одной из 547 звезд невозможно обнаружить планету с данными  $(m_i, P_j)$ , 1, если планету с данными  $(m_i, P_j)$  можно было обнаружить у каждой из 547 звезд, и некоторым промежуточным значением, если планету с данными  $(m_i, P_j)$  можно было обнаружить только у части звезд.

На рис. 3 показан пример матрицы "окна видимости" **W**, построенной с коэффициентами  $\delta = 1, \gamma = 1.$ 

В работе [20] "окно видимости" W строилось по звездам, у которых была открыта хотя бы одна RV-планета. Однако такая коррекция не полна и не точна, поскольку для построения точной матрицы V необходимо учитывать также и звезды, которые наблюдались, но у которых не было обнаружено планет.

Действительно, зафиксируем орбитальный период P и рассмотрим L программ наблюдений, из которых 1-я может обнаружить только наиболее массивные из искусственных планет с массой  $m_1$ ; 2-я может обнаружить искусственные планеты с массами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ); 3-я – искусственные планеты с массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  ( $m_1 > m_2 > m_3$ ), и т.д., L-я – искусственные планеты всех масс:  $m_1$ ,  $m_2$ , ...,  $m_L$ . Примем, что в рамках 1-й наблюдательной программы наблюдались  $N_{*1}$  звезд, в рамках 2-й –  $N_{*2}$  звезд, и т.д., в рамках L-той  $N_{*L}$  звезд. Распространенности планет каждого типа обозначим как  $f_1, f_2, ..., f_L$ .

Тогда 1-я наблюдательная программа обнаружит  $f_1N_{*1}$  планет с массой  $m_1$ , 2-я наблюдательная программа обнаружит  $f_1N_{*2}$  планет с массой  $m_1$  и  $f_2N_{*2}$  планет с массой  $m_2$ , 3-я наблюдательная программа  $-f_1N_{*3}$  планет с массой  $m_1, f_2N_{*3}$  планет с массой  $m_2$  и  $f_3N_{*3}$  планет с массой  $m_3$ , и т.д., а *L*-тая наблюдательная программа  $-f_1N_{*L}$  планет с массой  $m_1, f_2N_{*L}$  планет с массой  $m_2, ..., f_LN_{*L}$ планет с массой  $m_L$ . Общее наблюдаемое количество наиболее тяжелых планет с массой  $m_1$  окажется равным  $f_1N_{*1} + f_1N_{*2} + ... + f_1N_{*L} = f_1(N_{*1} +$  $<math>N_{*2} + ... + N_{*L})$ . Общее наблюдаемое количество планет с массой  $m_2$  окажется равным  $f_2(N_{*2} +$  $<math>+ ... + N_{*L})$ , с массой  $m_3 - f_3(N_{*3} + ... + N_{*L})$ , и т.д., с массой  $m_L - f_LN_{*L}$ .

При этом в реальности количество планет с массой  $m_1$  у всех наблюдаемых звезд будет равно



**Рис. 3.** Графическое представление матрицы "Окно видимости" **W** на диаграмме "Проективная масса – Орбитальный период" с коэффициентами  $\delta = 1$ ,  $\gamma = 1$ . Красными точками показано 695 RV-планет у 547 звезд. Верхнее число в каждой ячейке показывает количество планет в ячейке, нижнее число – вероятность обнаружения искусственной планеты из середины этой ячейки. Эту же вероятность отображает цвет ячейки в оттенках серого, цветовая шкала расположена справа от графика.

 $f_1(N_{*1} + N_{*2} + ... + N_{*L})$ , планет с массой  $m_2 - f_2(N_{*1} + N_{*2} + ... + N_{*L})$ , планет с массой  $m_3 - f_3(N_{*1} + N_{*2} + ... + N_{*L})$ , и т.д., а планет с массой  $m_L - f_L(N_{*1} + N_{*2} + ... + N_{*L})$ . Таким образом, элементы  $v_i$  матрицы "окна видимости" для планет с массами  $m_1, m_2, ..., m_L$  будут равны:

$$v_1 = 1,$$
 (7.1)

$$v_{2} = f_{2}(N_{*2} + \dots + N_{*L})/(f_{2}(N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})) =$$
  
=  $(N_{*2} + \dots + N_{*L}) / (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L}) =$ <sup>(7.2)</sup>  
=  $(N_{*2} + \dots + N_{*L}) / \sum N_{*},$ 

. . . .

$$v_L = f_L N_{*L} / (f_L (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})) =$$
  
=  $N_{*L} / (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L}) = N_{*L} / \sum N_{*}.$  (7.3)

Другими словами, каждый коэффициент матрицы "окна видимости" является отношением суммы звезд, возле которых планету с данной массой можно обнаружить, к общему числу наблюдаемых звезд.

Однако полные списки звезд, наблюдаемых в рамках той или иной наблюдательной программы, в общем случае не публикуются, распространенности планет разных масс  $f_i$  остаются неиз-

вестными или плохо определенными, поэтому прямое вычисление коэффициентов  $v_i$  оказывается недоступным. Из Экзопланетного архива НАСА [1] мы можем узнать лишь количество звезд, у которых были обнаружены планеты с массами  $m_1, m_2, ..., m_L$ .

Оценим систематическую ошибку, возникающую, если учитывать только звезды с известными RV-планетами, а не все наблюдаемые звезды. Количество звезд, у которых были обнаружены планеты в рамках i-й наблюдательной программы, обозначим как  $S_i$ .

Количество звезд с планетами, обнаруженными 1-й наблюдательной программой:

$$S_1 = d_1 f_1 N_{*1}. (8.1)$$

Количество звезд с планетами, обнаруженными 2-й наблюдательной программой:

$$S_2 = d_2(f_1 N_{*2} + f_2 N_{*2}) = d_2 N_{*2} (f_1 + f_2).$$
(8.2)

Количество звезд с планетами, обнаруженными *L*-й наблюдательной программой:

$$S_L = d_L N_{*L} (f_1 + f_2 + \dots + f_L).$$
(8.3)

том 99

По определению, коэффициенты  $d_i$  обозначают отношение количества родительских звезд, у которых были найдены планеты, к количеству самих планет. При малых значениях распространенности f коэффициент d близок к 1 (как прави-

ло, у звезды есть только одна планета). При росте f коэффициент d уменьшается и в пределе  $f \gg 1$  стремится к 1/f (в этом случае у каждой наблюдаемой звезды есть планеты, т.е.  $S = N_*$ ). Для планет-гигантов с массами 2–13 масс Юпитера, рассмотренных в данной работе, d = 0.931 (у 231 звезды обнаружено 248 планет). Для планет с массами меньше 0.1 масс Юпитера d = 0.676 (145 планет у 98 звезд). Чтобы исключить дополнительный фактор d, в дальнейшем каждая звезда учитывается столько раз, сколько планет у нее известно. В этом случае уравнения (8) могут быть переписаны в виде:

$$\hat{S}_1 = f_1 N_{*1},$$
 (9.1)

$$\tilde{S}_2 = f_1 N_{*2} + f_2 N_{*2} = N_{*2} (f_1 + f_2), \qquad (9.2)$$

$$\tilde{S}_L = N_{*L}(f_1 + f_2 + \dots + f_L).$$
 (9.3)

Зная  $\tilde{S}_I$ , можно построить промежуточную матрицу  $\tilde{W}$ , элементы которой вычисляются по формулам, приведенным ниже.

Для планет с массой *m*<sub>1</sub>:

$$\tilde{w}_1 = 1, \tag{10.1}$$

для планет с массой *m*<sub>2</sub>:

$$\tilde{w}_{2} = (\tilde{S}_{2} + ... + \tilde{S}_{L}) / (\tilde{S}_{1} + \tilde{S}_{2} + ... + \tilde{S}_{L}) = = (\tilde{S}_{2} + ... + \tilde{S}_{L}) / \sum \tilde{S},$$
(10.2)

для планет с массой *m*<sub>L</sub>:

$$\tilde{w}_L = \tilde{S}_L / \sum \tilde{S}. \tag{10.3}$$

Формулы (7) и (10) структурно идентичны, но включают в себя: (7) — наблюдаемые звезды, (10) — обнаруженные планеты.

Выразим  $\tilde{S}_i$  через элементы матрицы  $\tilde{w}_i$ :

$$\tilde{S}_1 = (1 - \tilde{w}_2) \sum \tilde{S},\tag{11.1}$$

$$\tilde{S}_2 = (\tilde{w}_2 - \tilde{w}_3) \sum \tilde{S}, \qquad (11.2)$$

$$\tilde{S}_L = \tilde{w}_L \sum \tilde{S}.$$
(11.3)

В краткой форме выражения (11) могут быть записаны как

$$\tilde{S}_i = (\tilde{w}_i - \tilde{w}_{i+1}) \sum \tilde{S}, \qquad (11.4)$$

если принять граничные значения  $\tilde{w}_1 = 1$  и  $\tilde{w}_{L+1} = 0$ .

Выразим количество звезд  $N_{*i}$ , наблюдаемых *i*-й наблюдательной программой, через количество обнаруженных ею планет  $\tilde{S}_i$ :

$$N_{*i} = \tilde{S}_i / \sum_{k=1}^{i} f_k.$$
 (12)

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022

Наконец, выразим элементы матрицы V через элементы матрицы  $\tilde{W}$ . Для планет с массами  $m_1$ :

$$v_1 = \tilde{w}_2 = 1,$$
 (13.1)

для планет с массами *m*<sub>2</sub>:

$$v_{2} = 1 - 1/(1 + N_{*2}/N_{*1} + \dots + N_{*L}/N_{*1}) =$$
  
= 1 - 1/(1 + ( $\tilde{w}_{2} - \tilde{w}_{3}$ )/(1 -  $\tilde{w}_{2}$ ) $f_{1}/(f_{1} + f_{2})$  + (13.2)  
+ ... +  $\tilde{w}_{L}/(1 - \tilde{w}_{2})f_{1}/\sum f$ ),

$$v_{i+1} = v_i - N_{*i} / \sum N_* = v_i - 1 / \sum_{j=1}^{L} \frac{N_{*j}}{N_{*i}},$$

(где 
$$N_{*j}/N_{*i} = \tilde{S}_j / \sum_{k=1}^{j} f_k / \tilde{S}_i / \sum_{k=1} f_k,$$
 (13.3)  
 $N_{*j}/N_{*i} = \tilde{S}_j / \tilde{S}_i \sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k =$   
 $= (\tilde{w}_j - \tilde{w}_{j+1}) / (\tilde{w}_i - \tilde{w}_{i+1}) \sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k),$   
 $V_{I+1} = \tilde{w}_{I+1} = 0.$  (13.4)

В случае, если  $f_i$  = const ("плоское" распределение в логарифмическом масштабе  $\frac{dN}{d\log(m)}$ , соответствующее распределению по массам  $\frac{dN}{dm} \propto$ 

$$\propto m^{-1}$$
),  $\sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k = i/j$ .

Если dN/dlog  $m \propto m^{-\alpha}$ , что соответствует распределению по массам dN/dm  $\propto m^{-\alpha-1}$ , т.е.  $f_i = f_1 m_{\text{step}}^{i-1}$ , где  $m_{\text{step}}$  есть  $(m_i/m_{i+1})^{\alpha}$ ,  $\sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k = (m_{\text{step}}^{i+1} - 1)/(m_{\text{step}}^{j+1} - 1)$ .

Не зная количество звезд, наблюдаемых в рамках каждой наблюдательной программы, мы не можем определить распространенности планет  $f_i$ . Однако поскольку  $f_i$  входят в выражения для  $v_i$ только в виде отношений  $\sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k$ , мы можем вычислить  $v_i$  из  $\tilde{w}_i$ , предполагая определенный вид зависимости распространенности f(m) при фиксированном периоде *P*.

Наглядно оценить систематическую погрешность, вызванную построением матрицы "окна видимости" только по звездам с планетами, а не по всем наблюдаемым звездам, можно, положив L = 2 (т.е. рассмотрев планеты только двух типов, обнаруженные в рамках двух наблюдательных программ). В этом случае матрицы V и W содержат только две ячейки, причем  $w_1 = v_1 = 1$ ,  $v_2 = N_2/(N_1 + N_2)$ ,  $w_2 = S_2/(S_1 + S_2) = 1/(1 + S_1/S_2)$ .



**Рис. 4.** Соотношение между элементами матриц "окна видимости"  $v_2$  и  $w_2$  при разных отношениях распространенностей планет двух типов  $f_2/f_1$ .

Отсюда  $S_1/S_2 = 1/w_2 - 1$ , и  $v_2 = N_2/(N_1 + N_2) =$ =  $1/(1 + N_1/N_2) = 1/(1 + S_1/S_2d_2/d_1(f_1 + f_2)/f_1) =$ =  $1/(1 + (1/w_2 - 1)d_2/d_1(f_1 + f_2)/f_1)$ .

Обозначив  $k = d_2/d_1(f_1 + f_2)/f_1$ , получим  $v_2 = 1/(1 + (1/w_2 - 1)k)$ , а  $w_2/v_2 = w_2(1 - k) + k$ .

При $f_1, f_2 \ll 1 d_2/d_1 \rightarrow 1$ , и  $k = (f_1 + f_2)/f_1 = 1 + f_2/f_1$ . В этом случае  $w_2/v_2 = -f_2/f_1w_2 + 1 + f_2/f_1$ .

При малых значениях  $w_2$  недооценка количества маломассивных планет достигает  $(1 + f_2/f_1)$ , т.е. может превышать порядок величины. На рис. 4 приведены соотношение между элементами матриц "окна видимости"  $v_2$  и  $w_2$  при разных отношениях распространенностей планет двух типов  $f_2/f_1$ .

При  $f_1 \ll 1$  и  $f_2 \gg 1$   $d_2/d_1 \rightarrow 1/f_2$  и  $k = (f_1 + f_2)/(f_1f_2) \rightarrow 1/f_1$ .  $w_2/v_2 = w_2(1-1/f_1) + 1/f_1$ .

При малых значениях  $w_2$  недооценка количества маломассивных планет достигает  $1/f_1$ .

Вместе с тем при малом отношении распространенностей  $f_2/f_1$  систематическая ошибка, вызванная учетом только звезд с планетами, оказывается невелика, и в первом приближении ею можно пренебречь.

Представленный в выражениях (7)–(13) линейный подход применим, если вероятность обнаружения RV-планеты зависит только от одного параметра, в рассмотренном случае – от ее проективной массы. Однако в общем случае эффективность обнаружения зависит от нескольких параметров. В представленной работе рассматривается зависимость эффективности обнаружения RV-планет от двух важнейших параметров – проективной массы и орбитального периода (неравенство (6)). Однако следует отметить, что для ряда областей на плоскости (m, P) одно из условий (6) выполняется всегда, и можно применять линейный подход (7)—(13).

Далее для построения матриц **W**,  $\tilde{W}$  и **V** следует более точно определить параметры  $\gamma$  и  $\delta$ .

#### 2.2. Параметры "окна видимости" ү и б

Априорные значения коэффициентов  $\gamma$  и  $\delta$  в выражениях, определяющих обнаружимость искусственной планеты (6)  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 1$  неточны, поскольку не соответствуют фактам обнаружения планет с орбитальными периодами, превышающими полное время наблюдений, например, WASP-8 с [21] и HD 181234 b [22]. Следовательно,  $\delta > 1$ . Аналогично, известны планеты, вызывающие колебания лучевой скорости родительских звезд с полуамплитудой *K*, меньшей  $\sigma$ (O–C), например, GJ 433 d [23] и HD 26965 b [24]. Следовательно,  $\gamma < 1$ .

Чтобы определить δ, построим распределение в форме гистограммы известных RV-планет в за-



**Рис. 5.** Распределение RV-планет в зависимости от отношения орбитального периода P и полного времени наблюдений T. Во врезке в большем масштабе показано это распределение в интервале 2.0 < P/T < 6.5.

висимости от отношения орбитального периода к полному времени наблюдений *P*/*T* (рис. 5).

Согласно гистограмме, представленной на рис. 3, для 97.7% планет P/T < 1.5, и для 99.1% P/T < < 2.5. Выбирая величину  $\delta$ , следует иметь в виду, что планеты, за все время наблюдений прошедшие только часть одного оборота вокруг своей звезды, также могут быть обнаружены. Однако чем меньше эта часть, тем с меньшей точностью могут быть определены и проективная масса планеты, и ее орбитальный период. Если часть орбиты, пройденная планетой за все время наблюдений, мала, то кеплеровская кривая вырождается в линейный или квадратичный дрейф лучевой скорости, который свидетельствует о наличии в системе тела на долгопериодической орбите, но не позволяет определить его массу и орбитальный период. Например, большинство планет с P/T >> 2.5 (HD 221420 b, Pr0211 c, HAT-P-17 c, HR 5183 b, HD 190984 b и HD 133131 B b) находится на орбитах с высоким эксцентриситетом, причем за время наблюдений они прошли перицентр своей орбиты, когда орбитальная скорость быстро меняется. Если бы эти планеты наблюдались вблизи апоцентра, они могли быть пропущены как плохо определенные источники дрейфа лучевой скорости их родительских звезд (работы об их открытии не были бы опубликованы). Для большинства планет с P/T > 2.5 их массы и орбитальные периоды определены с большими погрешностями.

Стоит отметить, что вариации коэффициента δ влияют на вероятность обнаружения лишь наиболее долгопериодических планет и почти не оказывают влияния на вероятность обнаружения

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022

планет с малыми и средними орбитальными периодами.

В разделе 4 представлены распределения RV-планет по проективным массам и орбитальным периодам при  $\delta = 1.5, 2.0$  и 2.5. Эти вычисления показывают слабую зависимость полученных результатов от величины  $\delta$ , за исключением распределения наиболее долгопериодических планет. Без утраты общности, для регуляризации данных и для анализа максимального количества планет в дальнейшем будет использоваться  $\delta = 2.0$ , другими словами, искусственная планета будет считаться обнаруживаемой, если за полное время наблюдений она сделала хотя бы половину одного оборота вокруг своей звезды.

Далее рассматривается возможность выбора универсального значения коэффициента у, тако-

го, что для большинства планет  $\gamma < \frac{\sigma(O-C)}{V}$ .

Распределение RV-планет в зависимости от отношения  $K/\sigma(O-C)$  в форме гистограммы представлено на рис. 6.

Для 95.1% планет  $K/\sigma(O-C) > 1.0$ , другими словами, полуамплитуда колебаний лучевой скорости родительской звезды K, вызванных гравитационным влиянием планеты, больше, чем среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O-C)$ . Однако для 34 планет из 695 (4.9%) 0.5 <  $K/\sigma(O-C)$  < 1.0. В первом приближении в качестве универсальной аппроксимации в настоящей работе было принято  $\gamma = 0.75$ , хотя в дальнейшем для каждого интервала проективных масс выбор величины  $\gamma$  обсуждается отдельно.



**Рис. 6.** Распределение RV-планет в зависимости от отношения полуамплитуды колебаний лучевой скорости родительской звезды K к среднему отклонению от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O-C)$ . Во врезке показано это же распределение в интервале  $0.0 \le K/\sigma(O-C) < 4.5$  в большем масштабе.

На рис. 7 показан пример "окна видимости" W с коэффициентами  $\gamma = 0.75$ ,  $\delta = 2.0$ , вместе с известными 695 RV-планетами, аналогично рис. 3. Как можно видеть, с коэффициентами  $\gamma = 0.75$ ,  $\delta = 2.0$  вероятности обнаружения планет  $f_p$  во многих ячейках определены более аккуратно, в частности, в ячейке W(2,4), в которую попадает планета GJ 229A b (Feng et al., 2020), вероятность обнаружения планеты  $f_p = 0.0037$ , а не  $f_p = 0$  при  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 1$  (рис. 3).

Тем не менее даже с коэффициентами  $\gamma = 0.75$ ,  $\delta = 2.0$  ряд ячеек матрицы W содержит нули, соответствующие нулевой вероятности обнаружить планету  $f_p = 0$ : W(1,1), W(2,1), W(3,1), W(1,2), W(2,2), W(1,3), W(1,4) и W(1,5). Эти "вырожденные" ячейки соответствуют планетам малых масс с большими орбитальными периодами. Область с нулевой вероятностью обнаружения планет мы назвали "слепым пятном". Обнаружить планету из "слепого пятна" при текущем состоянии наблюдательной техники невозможно, количество планет в той области остается неизвестным.

Необходимо отметить, что при W(i, j) = 1,  $\tilde{W}(i, j) = 1$  и V(i, j) = 1, а при W(i, j) = 0,  $\tilde{W}(i, j) = 0$ и V(i, j) = 0, так что размеры "слепого пятна" не меняются при переходе от неточной матрицы **W** к точной матрице **V** и наоборот.

# 3. ГИСТОГРАММЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ RV-ПЛАНЕТ ПО ПРОЕКТИВНЫМ МАССАМ

# 3.1. Скорректированная гистограмма распределения RV-планет

Чтобы построить скорректированную гистограмму N(m, P), запишем сначала количество планет, попавших в каждую ячейку на плоскости (m, P) (они показаны числами в верхней части каждой ячейки на рис. 3 и 7) как двумерную гистограмму  $N_0(m, P)$ . Чтобы перейти от двумерной не скорректированной гистограммы  $N_0(\Delta m, \Delta P)$  к скорректированному распределению по массам RV-планет N(m) = dN/dm, просуммируем элементы матрицы  $N_0 \times (1/W)$  по столбцам, т.е. по орбитальным периодам:

$$\mathbf{N}(m) = \mathbf{N}(\Delta m) =$$
  
=  $\sum_{j=1}^{12} \mathbf{N}_0(\Delta m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta m, \Delta_j P)).$  (14.1)

Однако из-за наличия "слепого пятна" (нулевого значения вероятности обнаружения планет в ячейках W(1,1), W(2,1), W(3,1), W(1,2), W(2,2), W(1,3), W(1,4) и W(1,5) соответствующие элементы матрицы N не могут быть определены из-за операции деления на ноль. Соответственно, невозможно построить распределение N(m) на всей плоскости (m, P), т.е. для всех индексов i, j, пробе-

856

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022



**Рис.** 7. Графическое представление матрицы "Окно видимости" **W** на диаграмме "Проективная масса – орбитальный период", полученное с коэффициентами γ = 0.75, δ = 2.0. Все обозначения как для рис. 3.

гающих значения от 1 до 12. Можно предложить два пути обхода этой проблемы:

(A) Рассмотреть планеты всех масс с малыми орбитальными периодами, т.е. i = 1-12 и j = 7-12:

$$N_{A}(m) = N(\Delta_{i=1-12}m) =$$

$$= \sum_{j=7}^{12} \mathbf{N}(\Delta_{i}m, \Delta_{j}P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta_{i}m, \Delta_{j}P)).$$
(14.2)

(Б) Рассмотреть планеты всех орбитальных периодов, но ограничиться достаточно массивными планетами, т.е. i = 4 - 12 и j = 1 - 12:

$$N_{\rm E}(m) = N(\Delta_{i=4-12}m) =$$

$$= \sum_{j=1}^{12} \mathbf{N}(\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta_i m, \Delta_j P)).$$
(14.3)

На рис. 8а и 8в показаны распределения в форме гистограммы  $N_A(m)$  планет всех рассмотренных масс с орбитальными периодами  $\Delta_{j=7-12}P$  от 1 до 100 сут., полученные из уравнения (14.2) для нескольких различных значений коэффициентов  $\gamma$  и  $\delta$ . На рис. 8б и 8г показаны распределения в форме гистограммы  $N_{\rm b}(m)$  планет всех рассмотренных орбитальных периодов с массами больше 0.065 масс Юпитера (21 масс Земли), полученные из уравнения (14.3), также для нескольких различных значений коэффициентов  $\gamma$  и  $\delta$ .

При переходе от целого (см. рис. 7, верхнее число в таблице) числа планет  $N_0$  в формуле (13.1) к дробному числу планет N в формулах (13.2) и (13.3) была учтена погрешность определения масс

планет с помощью KDE (Kernel Density Estimation) с гауссовым профилем в случае равенства верхней и нижней погрешности (методика сглаживания описана в [25] и более подробно приведена в [4], и с профилем скошенного нормального распределения в случае их неравенства [26].

В первом приближении распределение по проективным массам RV-планет на рис. 8 следует кусочно-степенному закону с изломами в точках 0.14 и 1.7 масс Юпитера (см. рис. 86 и 8г). Важно, что положение точек изломов не зависит от выбора значений коэффициентов γ и δ. Положение изломов определено с точностью ширины интервала разбиения на гистограмме.

Следует отметить, что распределение по проективным массам планет с орбитальными периодами 1–100 сут. существенно отличается от распределения планет с периодами 1–10<sup>4</sup> сут. даже в диапазоне проективных масс, общих для обоих распределений (0.065–13 масс Юпитера). Если положение минимума (0.14 масс Юпитера) совпадает на обоих распределениях, положения максимума различаются (~0.5 масс Юпитера для короткопериодических планет и ~1.7 масс Юпитера для планет со всеми орбитальными периодами). Как будет показано в разделе 4, наиболее массивные планеты находятся преимущественно на широких орбитах с периодами больше 100 сут.

Как видно из рис. 8в, распределение планет с периодами 1–100 сут. не зависит от выбора  $\delta$  (распределения полностью идентичны для  $\delta = 1.5$ , 2.0 и 2.5). Это объясняется тем, что для короткопери-



**Рис. 8.** Скорректированные распределения RV-планет по проективным массам. С коэффициентами  $\delta = 2$ ,  $\gamma = 0.7$ , 0.8 и 0.9: (а) Распределение планет с массами 0.011–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 земных сут.; (б) Распределение планет с массами 0.065–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–10<sup>4</sup> сут. С коэффициентами  $\delta = 1.5$ , 2 и 2.5,  $\gamma = 0.75$ : (в) Распределение планет с массами 0.065–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–10<sup>4</sup> сут. С коэффициентами  $\delta = 1.5$ , 2 и 2.5,  $\gamma = 0.75$ : (в) Распределение планет с массами 0.065–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 земных суток; (г) Распределение планет с массами 0.065–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–10<sup>4</sup> сут. Бары ошибок оценены по Пуассону.



**Рис. 9.** Распределение 695 RV-планет на плоскости  $m - K/\sigma(O-C)$ . Серые пунктирные линии показывают нижнюю границу отношения  $K/\sigma(O-C)$  в трех интервалах масс: 0.011–0.14 масс Юпитера ( $K/\sigma(O-C) = 0.75$ ), 0.14–1.7 масс Юпитера (K/(O-C) = 1.6) и 1.7–13 масс Юпитера (K/(O-C) = 2.0.

Масса, масс Юпитера

одических планет полное время наблюдений всегда больше орбитального периода, т.е. P/T < 1.

Если положение точек излома кусочно-степенного закона не зависит от конкретных значений коэффициентов  $\gamma$  и  $\delta$ , наклоны распределений в трех интервалах масс существенно зависят от  $\gamma$ . Чтобы определить показатели степени на каждом из интервалов, следует рассмотреть каждый из них по отдельности.

Рассмотрим распределение известных 695 RVпланет на плоскости  $m - K/\sigma(O-C)$  (рис. 9). Как можно видеть на рис. 9, минимальные значения  $K/\sigma(O-C)$  различаются для планет из разных диапазонов масс (0.011-0.14 масс Юпитера, 0.14-1.7 масс Юпитера, 1.7–13 масс Юпитера, показаны серой пунктирной линией и приблизительно равны 0.75, 1.6 и 2, соответственно). Вероятно, это связано с тем, что при поиске планет малых масс требуется регистрация RV-сигналов малой амплитуды, сравнимых с уровнем шума  $\sigma(O-C)$ , поэтому исследователи накапливают более богатые и плотные ряды измерений. Так, чтобы обнаружить планету Проксима Центавра b [27], вызывающую колебания лучевой скорости звезды с полуамплитудой 1.38 ± 0.21 м/с, потребовалось получить 216 измерений, а чтобы обнаружить планету у звезды Барнарда [28], вызывающую колебания лучевой скорости с полуамплитудой  $1.20 \pm 0.12$  м/с — 771 измерений. При этом для обнаружения массивных планет, вызывающих колебания лучевой скорости большой амплитуды К, достаточно 20-30 измерений. Так, для обнаружения планет-гигантов HD 208527 b и HD 220074 b [29], наводящих на родительские звезды колебания лучевой скорости с полуамплитудой 155.4 ±

 $\pm$  3.2 м/с и 230.8  $\pm$  5.0 м/с, потребовалось всего 24 и 32 измерения соответственно.

# 3.2. Распределение по проективным массам планет малых масс (т <0.14 масс Юпитера)

Гистограмма распределения планет с проективными массами 0.011–0.14 масс Юпитера в зависимости от отношения  $K/\sigma(O-C)$  показана на рис. 10. С уменьшением отношения  $K/\sigma(O-C)$  от 5.0 до 1.0 количество планет в среднем растет. Далее, при  $K/\sigma(O-C) < 1$  количество подтвержденных планет начинает быстро уменьшаться. Это может означать, что значительная часть планет с  $0.5 < K/\sigma(O-C) < 1$  пока еще не обнаружена и не подтвержденных планет при уменьшение количества подтвержденных планет при уменьшении  $K/\sigma(O-C)$  от 1 до 0.5 объясняется уменьшением эффективности их обнаружения.

Значение  $\gamma$  разделяет области вдоль оси  $K/\sigma(O-C)$ , где планета гарантированно будет обнаружена (справа от красной пунктирной линии на рис. 10), от области, где ее обнаружение невозможно (слева от красной пунктирной линии на рис. 10). Поскольку строго порог детектируемости на оси  $K/\sigma(O-C)$  определить невозможно, величина  $\gamma$  имеет смысл усредненного коэффициента, при котором количество пропущенных планет с  $K/\sigma(O-C) > \gamma$  приблизительно равно количеству известных планет с  $K/\sigma(O-C) < \gamma$ , наличием которых мы пренебрегаем. При значениях  $K/\sigma(O-C) = [0.5-1]$  часть планет детектируется, а часть не детектируется – или теряется в шумах, или остается RV-сигналами низкой достовер-



**Рис. 10.** Распределение RV-планет с проективными массами 0.011-0.14 масс Юпитера в зависимости от отношения  $K/\sigma(O-C)$  полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению  $\sigma(O-C)$  от наилучшей кеплеровской кривой. Красная вертикальная пунктирная линия проведена на середине наклона графика в области  $0.5 < K/\sigma(O-C) < 1$  и приблизительно соответствует значению  $\gamma = 0.75$ .

ности, планетная природа которых еще не подтверждена.

Самые маломассивные планеты открываются, во-первых, на самых точных спектрографах (HIRES, HARPS, HARPS-N, PFS, с недавних пор ESPRESSO) с примерно одинаковой инструментальной точностью единичного измерения ~1 м/с, а во-вторых, у звезд с низкой активностью, так что значения  $\sigma(O-C)$  для большинства маломассивных планет лежат в диапазоне 1-3 м/с. В среднем, уменьшение отношения  $K/\sigma(O-C)$  означает уменьшение масс планет, при этом мы ожидаем, что по мере уменьшения массы планет количество планет будет расти. Поэтому быстрое уменьшение количества зарегистрированных планет при уменьшении  $K/\sigma(O-C)$  от 1 до 0.5 маркирует порог детектируемости RV-планет современными средствами. Приближенно оценка у соответствует середине области [0.5-1] по оси  $K/\sigma(O-C)$ , т.е. значению 0.75.

Распределение по проективным массам маломассивных планет возможно построить лишь для орбитальных периодов короче 100 сут. (более долгопериодические планеты попадают в вырожденную область с нулевой вероятностью обнаружения ("слепое пятно") и не обнаруживаются современными средствами). Для уточнения формы распределения маломассивных планет были рассмотрены планеты с проективными массами 0.011–0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут. (всего 129 планет), и построено "окно видимости" в виде матрицы (10 × 10), не содержащей вырожденную область с вероятностью обнаружения  $f_p = 0$  (рис. 11a).

В диапазоне 0.011–0.087 масс Юпитера (3.5– 28 масс Земли) скорректированные распределения с хорошей точностью следуют степенному закону (рис. 116). Однако в области 0.087–0.14 масс Юпитера (28–43 масс Земли) скорректированные распределения отклоняются от степенного закона, существенно выходя за диапазоны ошибок (по Пуассону). Показатель степени определен по методу наименьших квадратов: для  $\gamma = 0.7$  он равен –1.99 ± 0.093, для  $\gamma = 0.75 - -2.01 \pm 0.06$ , для  $\gamma = 0.8 - -2.07 \pm 0.074$ , причем для масс планет больше 4.7 масс Земли все три распределения отличаются друг от друга менее, чем на одно стандартное отклонение.

Чтобы избежать возможных систематических ошибок, связанных с некорректным вычислением матрицы вероятностей обнаружения W ("окна видимости"), и для проверки полученного результата, были рассмотрены планеты с теми же характеристиками (массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут.), но вхоляшие в состав систем с низким уровнем шума σ(O−C) < 4 м/с (115 планет). Матрица "окна видимости" для этой группы планет показана на рис. 11в. Отбор малошумных систем увеличивает вероятности обнаружения планет, приближая их к 1, и уменьшает влияние "окна видимости" на скорректированное распределение, что видно из сравнения вероятности обнаружения (нижнее число в ячейке) на рис. 11а и 11в.



**Рис. 11.** (а) Матрица "окна видимости" W на плоскости "Проективная масса–Орбитальный период" с коэффициентами  $\gamma = 0.75$  и  $\delta = 2$  (все обозначения как для рис. 3). Массы планет находятся в диапазоне 0.011–0.21 масс Юпитера, орбитальные периоды – 1– 100 сут. В указанную область попадает 129 планет. (б): Скорректированные распределения по проективным массам всех планет с массами 0.011–0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут. для  $\gamma = 0.7$  и  $\gamma = 0.8$ . Красной и черной прямыми линиями по-казаны степенные законы с показателем степени –2.07 и –1.99, соответственно. (в) и (г): то же, что и (а) и (б), соответственно, но рассмотрены только планеты из малошумных систем, для которых  $\sigma(O-C) < 4$  м/с (115 планет). Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени –1.97 и –1.75, соответственно. Бары ошибок оценены по Пуассону.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022



**Рис. 12.** Распределения по проективным массам  $N(\Delta m)$  планет с массами 0.011–0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут. из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 4$  м/с, скорректированные с помощью матриц  $V(\Delta m, \Delta P)$ , полученных в предположении, что распространенность планет  $f_p(m)$  следует степенному закону с показателем степени: –1 (черная сплошная линия), –2 (красная сплошная линия), –3 (зеленая сплошная линия), –4 (синяя сплошная линия). Соответствующие распределения аппроксимируются степенными функциями с показателями степени –2.17 ± 0.02 (черная пунктирная линия), –2.48 ± 0.03 (красная пунктирная линия), –2.95 ± 0.08 (зеленая пунктирная линия) и –3.56 ± 0.15 (синяя пунктирная линия). Решение является самосогласованным при показателе степени, равном –3.

Скорректированное распределение планет из малошумных систем в целом имеет тот же вид, что и распределение планет из всех систем: в области 0.011–0.087 масс Юпитера (3.5–28 масс Земли) оно с хорошей точностью следует степенному закону с показателем степени  $-1.97 \pm 0.07$  для  $\gamma = 0.8$ ,  $-1.95 \pm 0.03$  для  $\gamma = 0.75$  и  $-1.75 \pm 0.05$  для  $\gamma = 0.7$  (рис. 11г), причем в области масс 4.7–28 масс Земли все три распределения отличаются друг от друга меньше, чем на одно стандартное отклонение. В области масс 0.087-0.14 масс Юпитера наблюдается глубокий минимум, природа которого обсуждается в разделе 3.6.

Таким образом, распределение по проективным массам планет с массами 0.011–0.087 масс Юпитера (3.5–28 масс Земли) и орбитальными периодами 1–100 сут., скорректированное при помощи "окна видимости" **W**, построенного по звездам с уже известными RV-планетами, следует степенному закону с показателем степени –2  $\left(\frac{dN}{dm} \propto m^{-2}\right)$ . Однако, как было показано в п. 1.1. (7)–(13), такой подход чреват систематическими ошибками, тем большими, чем больше отношение распространенностей планет с близкими массами, т.е. чем круче зависимость  $\frac{dN}{dm}$ .

Чтобы установить итоговую зависимость N(m) в форме гистограммы с помощью истинного "ок-

на видимости" **V**, построенного по всем наблюдаемым звездам, а не только по звездам с известными планетами, были вычислены отношения  $\sum_{k=1}^{i} f_k / \sum_{k=1}^{j} f_k$  (13) в предположении, что истинное распределение по проективным массам планет малых масс следует степенному закону  $f(m) \propto m^{-\alpha}$  с показателем степени  $\alpha = 1, 2, 3, 4$ . Это позволило перейти от элементов матрицы  $\tilde{W}(m, P)$  к элементам матрицы **V**(m, P) для каждой строки, т.е. для каждого фиксированного *P*.

На рис. 12 показаны скорректированные распределения  $N(\Delta m)$  для каждого из рассмотренных случаев, т.е. для  $f(m) \propto m^{-\alpha}$  при  $\alpha = 1, 2, 3, 4$ . Самосогласованным является распределение  $\frac{dN}{dm} \propto m^{-2.95\pm0.08}$ , полученное в предположении, что истинное распределение по проективным массам планет малых масс следует степенному закону  $f(m) \propto m^{-3}$ .

Аналогичные вычисления были проведены для планет из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 8 \text{ м/с и } \sigma(O-C) < 15 \text{ м/с.}$  Полученные распределения N( $\Delta m$ ) были аппроксимированы степенным законом, показатели степени которого совместимы с -3 для всех рассмотренных случаев (см. рис. 13).



**Рис. 13.** Распределения  $N(\Delta m)$  по проективным массам планет с массами 0.011–0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут., скорректированные с помощью матрицы  $V(\Delta m, \Delta P)$ . Рассмотрены планеты из планетных систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 4$  м/с (соответствующее распределение показано красной линией),  $\sigma(O-C) < 8$  м/с (распределение показано зеленой линией) и σ(O–C) < 15 м/с (показано синей линией). В диапазоне 0.015–0.065 масс Юпитера все полученные распределения следуют степенному закону с показателем степени, близким к –3.

В области 0.087-0.14 масс Юпитера (28-43 масс Земли) наблюдается минимум, характеристики которого обсуждаются в разделе 3.6.

#### 3.3. Распределение по проективным массам планет средних масс (0.12–2.2 масс Юпитера)

Гистограмма распределения количества RV-планет в зависимости от отношения К/б(О-С) для планет с массами от 0.12 до 2.2 масс Юпитера показана на рис. 14. В этот диапазон попадает 315 планет.

При уменьшении величины  $K/\sigma(O-C)$  от 5 до 1.75 количество планет в каждом интервале разбиения остается приблизительно постоянным и в среднем равным 12. Продолжая эту тенденцию для значений К/о(О-С) в диапазоне 1.50–1.75, получаем ожидаемое количество планет, которое существенно превышает наблюдаемое. Полагая, что резкое уменьшение количества планет с  $K/\sigma(O-C)$  от 1.5 до 1.75 вызвано уменьшением эффективности их обнаружения, находим, что для планет с проективными массами от 0.12 до 2.2 масс Юпитера  $\gamma = 1.5 - 1.7$ .

Матрица "окна видимости" W для планет с проективными массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10<sup>4</sup> сут., построенная с  $\gamma = 1.6$ ,  $\delta = 2$ , показана на рис. 15а. На рис. 15б представлено распределение планет с проективными массами 0.12-2.2 масс Юпитера, скорректированное посредством матрицы W с  $\gamma = 1.5$  и 1.7,  $\delta = 2$ .

Скорректированное с помощью матрицы W(m, P), распределение по проективным массам планет dN/dm с массами 0.21-2.2 масс Юпитера следует степенному закону с показателем степени  $-0.71 \pm 0.03$  и  $-0.80 \pm 0.04$  для  $\gamma = 1.5$  и 1.7 соответственно. При аппроксимации степенным законом была исключена из рассмотрения крайняя левая точка, т.е. область масс 0.12-0.21 масс Юпитера, которая обсуждалась в разделе 3.2.

Для проверки полученного результата были рассмотрены планеты с такими же характеристиками (массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10<sup>4</sup> сут.), но входящие в состав систем с низким уровнем шума  $\sigma(O-C) <$ < 8 м/с (225 планет) (рис. 15в, г). Скорректированное с помощью матрицы W(m, P) распределение по проективным массам dN/dm планет из малошумных систем следует степенному закону с показателем степени  $-0.74 \pm 0.03$  и  $-0.82 \pm 0.04$ для  $\gamma = 1.5$  и 1.7 соответственно. Как можно видеть, выбор планет из малошумных систем не существенно влияет на показатели степени степенных законов, аппроксимирующих распределения RV-планет средних масс (эти показатели отличаются друг от друга меньше, чем на одно стандартное отклонение).

В области средних масс эффективность обнаружения планет зависит и от уровня шума  $\sigma(O-$ С) (который ограничивает эффективность обнаружения со стороны малых масс), и от времени наблюдения Т (которое ограничивает эффективность обнаружения со стороны больших орби-



**Рис. 14.** Распределение RV-планет с проективными массами 0.12–2.2 масс Юпитера в зависимости от отношения полуамплитуды *К* колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению  $\sigma(O-C)$  от наилучшей кеплеровской кривой  $K/\sigma(O-C)$ . Прямоугольник, очерченный черной пунктирной линией, показывает ожидаемое количество планет, полученное экстраполяцией тенденции со стороны больших значений  $K/\sigma(O-C)$ , но которые фактически пропущены. Ожидаемое количество пропущенных планет приблизительно равно количеству планет с  $K/\sigma(O-C) < 1.5$ . Вертикальная красная пунктирная линия соответствует  $\gamma = 1.5$ .

тальных периодов), поэтому нельзя прямо применить подход, описанный в разделе 2.1 (7)–(13). Однако возможно выбрать системы с достаточно долгим временем наблюдений так, чтобы для них условие (6.1) всегда было выполнено. Чтобы по возможности охватить как можно больше планет, были рассмотрены системы со временем наблюдений, большим ≈2000 (1990.5) сут. Для планет в этих системах с орбитальными периодами меньше 3981 сут. условие (6.1) выполняется всегда, и можно применять формализм (7)–(13). Таким образом, при построении гистограмм исключаются из рассмотрения планеты с наибольшими орбитальными периодами (3981–10<sup>4</sup> сут.), попадающими в самую верхнюю строку матрицы W (рис. 15а, в).

Чтобы вычислить элементы матрицы V(*m*, *P*) через элементы матрицы  $\tilde{W}(m, P)$ , было принято, что распределение по проективным массам планет средних масс (0.12–2.2 масс Юпитера) следует степенному закону  $f(m) \propto m^{\alpha}$  с показателем степени  $\alpha = -0.8, -1, -1.2$ . На рис. 16 показано распределение по проективным массам, полученное в предположении  $\alpha = -1$ .

В табл. 1 проведено сравнение предполагаемых показателей степени α истинного распреде-

ления по проективным массам  $f(m) \propto m^{\alpha}$  планет с массами 0.12–2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–3981 сут., с показателями степени, полученными аппроксимацией степенным законом распределений, скорректированных при помощи матрицы V(*m*, *P*). Рассматривались три гипотезы о значении  $\alpha$ : -0.8, -1.0, -1.2, для систем с уровнем шума  $\sigma$ (O–C) < 50 м/с,  $\sigma$ (O–C) < 15 м/с и  $\sigma$ (O–C) < 8 м/с. Гипотеза с  $\alpha$  = -1.2 исключается, однако имеющиеся данные не позволяют сделать выбор между гипотезами с  $\alpha$  = -0.8 и  $\alpha$  = -1.0.

Результаты вычислений, представленные в табл. 1, показывают, что распределение по проективным массам планет с массами 0.12–2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–3981 сут., следует степенному закону с показателем степени  $-0.8...-1: N(\Delta m) \propto m^{-0.8...-1}$ . Для планет из малошумных систем ( $\sigma(O-C) < 8$  м/с) самосогласованной является гипотеза, что показатель степени равен  $-1: N(\Delta m) \propto m^{-1}$ . Для шумных систем ( $\sigma(O-C) < 50$  м/с) показатель степени ближе к – 0.8:  $N(\Delta m) \propto m^{-0.8}$ . Имеющиеся данные не позволяют сделать выбор между этими гипотезами.

#### 3.4. Распределение по проективным массам планет больших масс (2.2—13 масс Юпитера)

На рис. 17 показаны гистограммы распределения количества RV-планет в зависимости от отношения  $K/\sigma(O-C)$  для планет с массами 1.2–13 и 2.2–13 масс Юпитера. В первый диапазон попадает 361 планета, во второй – 231 планета.



**Рис. 15.** (а) Матрица "окна видимости" **W** на плоскости "Проективная масса – Орбитальный период" с коэффициентами  $\gamma = 1.6$  и  $\delta = 2$ , все обозначения как для рис. 3. Проективные массы планет находятся в диапазоне 0.12–2.2 масс Юпитера, орбитальные периоды – 1–10<sup>4</sup> сут., всего охвачено 315 планет. (б) Скорректированные распределения по проективным массам всех планет с массами 0.12–2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–10<sup>4</sup> сут. для  $\gamma = 1.5$  и  $\gamma = 1.7$ . Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени –0.8 и –0.71 соответственно. (в) и (г) – то же, что и (а), (б), но рассмотрены только планеты из малошумных систем, для которых  $\sigma$ (O–C) < 8 м/с (225 планет). Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени –0.82 и –0.74.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022



**Рис. 16.** Распределение по проективным массам планет с массами 0.12-2.2 масс Юпитера с орбитальными периодами 1–3981 сут., скорректированное с помощью матрицы "окна видимости" **V**(*m*, *P*) для систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 50 \text{ м/с}$  (показано синей сплошной линией),  $\sigma(O-C) < 15 \text{ м/с}$  (показано зеленой сплошной линией),  $\sigma(O-C) < 8 \text{ м/с}$  (показано красной сплошной линией). Черной линией показано распределение, скорректированное с помощью матрицы **W**(*m*, *P*) с  $\gamma = 1.6$  и  $\delta = 2$ . Синяя, зеленая и красная пунктирные линии соответствуют степенным законам с по-казателем степени -0.80, -0.92 и -0.95 соответственно.

Значение 1.7 масс Юпитера соответствует середине интервала разбиения, левая граница которого – 1.2 масс Юпитера, а правая – 2.2 масс Юпитера. Хотя в диапазоне 1.2–13 масс Юпитера у 10 планет  $K/\sigma(OC) < 2$ , 7 из них попадают в интервал 1.2–2.2 масс Юпитера, и только 3 – в диапазон 2.2–13 масс Юпитера (см. рис. 17). Поскольку только для 3 планет из 231 (1.3%)  $K/\sigma(OC) < 2$ , для планет с проективными массами 2.2–13 масс Юпитера было принято  $\gamma = 2$ .

Скорректированное с помощью матрицы **W**, распределение по проективным массам планет с массами 2.2–13 масс Юпитера следует степенному закону плохо (рис. 18б): в области 6–9 масс Юпитера на распределении наблюдается особенность (избыток количества планет). Если аппроксимировать распределение степенным законом (черная линия на рис. 18б), показатель степени окажется равным –1.69 ± 0.11 (при аппроксимации была исключена из рассмотрения крайняя левая точка, т.е. область масс 1.2-2.2 масс Юпитера, которая обсуждалась в разделе 3.3). Если описать распределение в виде суммы степенного закона и избытка массивных планет (красная линия на рис. 18б), то показатель степени окажется равным  $-1.83 \pm 0.03$ .

Для проверки полученного результата были рассмотрены планеты с теми же характеристиками (проективные массы 2.2–13 масс Юпитера, орбитальные периоды  $1-10^4$  сут.), но входящие в состав систем с низким уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с (268 планет) (рис. 18в и 18г).

Распределение по проективным массам планет из малошумных систем демонстрирует форму, аналогичную распределению планет из систем с произвольным уровнем шума (рис. 18г) – в области 6–9 масс Юпитера наблюдается избыток планет. Если аппроксимировать распределение

**Таблица 1.** Гипотеза о величине α в ожидаемом распределении и значения α, полученные аппроксимацией степенным законом скорректированных распределений

σ(О–С), количество планет	Гипотеза о величине α. Скорректированное с V( <i>m</i> , <i>P</i> ) распределение, аппроксимированное степенным законом с показателем степени α		
	$\alpha = -0.8$	$\alpha = -1$	$\alpha = -1.2$
σ(O−C) < 50 м/с, 201 планета	$-0.73\pm0.06$	$-0.80\pm0.06$	$-0.83\pm0.06$
σ(O−C) < 15 м/с, 188 планет	$-0.86\pm0.07$	$-0.92\pm0.07$	$-0.93\pm0.07$
σ(O−C) < 8 м/с, 144 планеты	$-0.91\pm0.06$	$-0.95\pm0.06$	$-0.99\pm0.07$



**Рис. 17.** Распределения в зависимости от отношения полуамплитуды *К* колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению  $\sigma(O-C)$  от наилучшей кеплеровской кривой  $K/\sigma(O-C)$  RV-планет с проективными массами 1.2–13 масс Юпитера (показано синим цветом) и 2.2–13 масс Юпитера (показано изумрудным цветом). Вертикальная красная пунктирная линия соответствует  $\gamma = 2$ .

единым степенным законом (черная линия на рис. 18г), показатель степени будет равен  $-1.91 \pm 0.13$ , а если представить распределение в виде суммы степенного закона и избытка массивных планет (красная линия на рис. 18г), показатель степени будет равен  $-2.06 \pm 0.03$ .

Различия в наклоне обоих распределений обусловлены не влиянием "окна видимости" W, которое в этой области масс почти прозрачно (т.е. вероятности обнаружения планет в соответствующих ячейках матрицы W близки к 1), а отбором планет (ср. рис. 186, г). Наблюдаемые распределения планет из "шумных" и "не шумных" систем значительно различаются между собой (рис. 19).

58 из 85 планет (~68%) "шумной" группы вращаются вокруг звезд красных гигантов (звезд с радиусами больше 4 радиусов Солнца), среди остальных – планеты у молодых звезд с очень высоким уровнем хромосферной активности и у быстро вращающихся F-звезд (HD 1666 b, HD 113337 b). Значительная часть планет с массами 1–5 масс Юпитера у звезд этого типа может быть пропущена, кроме того, распределение планет у звезд промежуточной массы (1.3–3 солнечных масс) может отличаться от распределения планет у солнцеподобных звезд и красных карликов.

Для планет с проективными массами 2.2– 13 масс Юпитера, открытых в системах с низким уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с, условие (6.2) выполняется всегда, т.е. эффективность обнаружения планет определяется одним фактором – временем наблюдений *T*. Соответственно, можно

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022

применить формализм, описанный в разделе 2.1, с заменой проективной массы искусственных планет *m* на орбитальный период *P*, и перейти от матрицы  $\tilde{W}(\Delta m, \Delta P)$  к матрице  $V(\Delta m, \Delta P)$ . В качестве предположений о зависимости распространенности массивных планет-гигантов от их орбитального периода были рассмотрены 3 гипотезы:  $dN/d\log(P) \propto \text{const}$ ,  $dN/d\log(P) \propto P^{0.25}$  и  $dN/d\log(P) \propto P^{0.5}$ . Более детально распределение планет-гигантов в зависимости от орбитального периода рассмотрено в разделе 4.

Как можно видеть на рис. 20, финальная коррекция с помощью матрицы  $V(\Delta m, \Delta P)$  почти не влияет на форму распределения по проективным массам планет с массами 2.2–13 масс Юпитера.

Распределение по проективным массам массивных планет-гигантов, скорректированное матрицей V, плохо описывается степенным законом — наблюдается максимум в области 6—9 масс Юпитера. Если аппроксимировать степенным законом распределение массивных планет-гигантов из малошумных систем с  $\sigma(O-C) < 15$  м/с, показатель степени совместим с -2 независимо от предположений о зависимости распространенности планет от их орбитального периода f(P). Если аппроксимировать степенным законом распределение массивных планет-гигантов из систем с произвольным уровнем шума  $\sigma(O-C)$ , показатель степени оказывается равен  $-1.7 \pm 0.15$ .



**Рис. 18.** (а) Матрица "окна видимости" W на плоскости "Проективная масса – Орбитальный период" с коэффициентами  $\gamma = 2$  и  $\delta = 2$ , все обозначения как для рис. 1. Проективные массы планет находятся в диапазоне 1.2–13 масс Юпитера, орбитальные периоды –  $1-10^4$  сут., всего охвачено 355 планет. (б) Скорректированное с помощью матрицы W распределение по проективным массам планет с массами 1.2–13 масс Юпитера и орбитальными периодами  $1-10^4$  сут. Красной и черной линиями показаны степенные законы с показ зателями степени – 1.83 и – 1.69 соответственно. (в) и (г) – то же, что и (а), (б), но для 268 планет из систем с низким уровнем шума  $\sigma$ (O–C) < 15 м/с. Красной и черной линиями показаны степенные законы с показателями степени – 2.06 и – 1.91 соответственно.



**Рис. 19.** Наблюдаемые (не скорректированные, из Экзопланетного архива НАСА [1]) распределения по проективным массам планет с массами 1.2–13 масс Юпитера из "шумных" систем ( $\sigma(O-C) > 15$  м/с, синяя линия, 85 планет) и "не шумных" систем ( $\sigma(O-C) < 15$  м/с, красная линия, 268 планет).



**Рис. 20.** Распределение по проективным массам N( $\Delta m$ ) планет с массами 2.2–13 масс Юпитера, скорректированное с помощью матрицы "окна видимости" V, вычисленной для трех гипотез о зависимости распространенности планетгигантов от орбитальных периодов *P*:  $f(P) \propto P^{-1}$  (показано синей линией),  $f(P) \propto P^{-0.75}$  (показано зеленой линией),  $f(P) \propto P^{-0.5}$  (показано красной линией). Черной линией показано распределение, скорректированное матрицей W с  $\delta = 2, \gamma = 2$ . Синяя, зеленая и красная пунктирные линии соответствуют степенным законам с показателем степени – 1.95, –1.92 и –1.93 соответственно.

# 3.5. Составное распределение RV-планет по проективным массам. Сравнение с космогонической теорией популяционного синтеза

Распределение RV-планет по проективным массам, скорректированное с помощью алгоритма "окна видимости", с хорошей точностью следует кусочно-степенному закону. В области 0.011–

0.087 масс Юпитера (3.5–28 масс Земли) показатель степени равен –3:  $dN/dm \propto m^{-3}$  (рис. 12). В области 0.087–0.21 масс Юпитера (28–67 масс Земли) распределение демонстрирует минимум, глубина которого максимальна в области 0.12– 0.16 масс Юпитера (37–50 масс Земли), где количество планет в 7.7 раза меньше значения, пред-



**Рис. 21.** Составное скорректированное распределение по проективным массам 598 RV-планет с массами 0.011–13 масс Юпитера из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с. Для всех распределений принято  $\delta = 2$ . Синяя сплошная линия показывает распределение планет с периодами 1–100 сут. ( $\gamma = 0.75$ ), синяя пунктирная линия показывает это же распределение, умноженное на 3.75. Зеленая и красная линии показывают скорректированное распределение планет с периодами 1–3981 сут. с  $\gamma = 1.6$  и  $\gamma = 2$  соответственно. Точечная малиновая линия показывает первоначальное (не скорректированное) распределение RV-планет с периодами 1–10<sup>4</sup> сут. (из Экзопланетного архива HACA [1]). Черная штрихпунктирная линия показывает распределение экзопланет по массам, предсказанное космогонической теорией популяционного синтеза [30], оранжевая точечная линия – распределение планет с массами 5–50 масс Земли согласно новому поколению космогонических моделей популяционного синтеза [31].

сказанного степенным законом с показателем степени –3 (рис. 13). В области 0.21–2.2 масс Юпитера распределение следует степенному закону с показателем степени, находящемся в диапазоне –0.8...–1.0:  $dN/dm \propto m^{-0.8..-1}$  (рис. 16). В области 2.2–13 масс Юпитера распределение может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени, находящемся в диапазоне –1.7...–2.0:  $dN/dm \propto m^{-1.7...-2.0}$  (рис. 18).

Из-за наличия "слепого пятна", т.е. области на плоскости "Проективная масса – Орбитальный период", где эффективность обнаружения планет методом лучевых скоростей равна нулю, невозможно построить скорректированное распределение всех RV-планет с проективными массами 0.011-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10<sup>4</sup> сут. Однако возможно построить составное распределение, расположив на одном графике распределение маломассивных планет с массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут., и распределение планет средних и больших масс (0.21-13 масс Юпитера) с орбитальными периодами 1-3981 сут. Для большего единообразия учитывались только системы с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с (598 планет). При построении распределений планет средних и больших масс учитывались только системы, для которых время наблюдений превышает 1990.5 сут.

На рис. 21 распределение маломассивных планет представлено дважды, в оригинальном виде и умноженное на 3.75 (последнее показано синей пунктирной линией). Коэффициент 3.75 был получен как отношение количества планет с проективными массами 0.16–0.38 масс Юпитера с периодами 1–3981 сут. и 1–100 сут. Тем самым было проиллюстрировано предположение, что распределение не поддающихся обнаружению (на сегодняшний день) маломассивных планет из "слепого пятна", т.е. с периодами  $10^2-10^4$  сут., имеет тот же вид, что и распределение маломассивных планет с периодами 1-100 сут.

С помощью методов популяционного синтеза в [30] Кристоф Мордасини обобщил созданную большим коллективом исследователей теоретическую модель формирования и эволюции планет, следовательно, теоретическое распределение планет по массам можно сравнить с наблюдаемым. Предсказанное в [30] распределение экзопланет по массам, представленное на рис. 10 (верхний левый график) его работы, воспроизведено в настоящей работе на рис. 21 черной штрихпунктирной линией. В диапазоне 1-30 масс Земли (0.003-0.1 масс Юпитера) предсказанное распределение следует степенному закону с показателем степени -2, т.е.  $dN/dm \propto m^{-2}$ . В диапазоне 0.1-5 масс Юпитера это распределение следует степенному закону с показателем степени -1, т.е.



**Рис. 22.** Распределение 58 RV-планет с массами 0.087–0.38 масс Юпитера и периодами  $1-10^4$  сут. в зависимости от отношения  $K/\sigma$ (O–C).

 $dN/dm \propto m^{-1}$  (плоское в логарифмическом масштабе), а для планет с массами больше 5 масс Юпитера показатель степени снова становится равным -2. Распределение по проективным массам RV-планет, скорректированное с помощью алгоритма "окна видимости", хорошо согласуется с предсказаниями теории популяционного синтеза [30] в области 0.21-13 масс Юпитера, но не согласуется для маломассивных планет (*m* < 0.21 масс Юпитера). Олнако новое поколение моделей популяционного синтеза (например, [31]) предсказывает распределение  $dN/dm \propto m^{-3}$  в области масс планет, равных 5-50 масс Земли. В диапазоне 0.087-0.21 масс Юпитера наблюдается дефицит планет (т.н. "пустыня горячих нептунов"), природа которого обсуждается ниже.

#### 3.6. Минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера

В области масс 0.087–0.21 масс Юпитера скорректированное распределение RV-планет по проективным массам демонстрирует глубокий минимум. Вместе с тем стоит отметить, что в этой области происходит скачок в эффективности обнаружения планет: для планет меньших масс применяется коэффициент  $\gamma = 0.75$ , для планет больших масс –  $\gamma = 1.6$ . Необходимо определить, может ли наблюдаемый минимум быть следствием некорректной оценки эффективности обнаружения планет с массами 0.087–0.21 масс Юпитера, т.е. локальной некорректной оценкой коэффициента  $\gamma$  (скачкообразным переходом от  $\gamma = = 0.75$ к  $\gamma = 1.6$ ).

На рис. 22 показано распределение в форме гистограммы 58 RV-планет с массами 0.087–0.38 масс Юпитера в зависимости от отношения

 $K/\sigma(O-C)$  полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению  $\sigma(O-C)$  от наилучшей кеплеровской кривой, аналогичное распределениям, представленным на рис. 10, 14 и 17.

Хотя для данного диапазона масс  $\gamma = 0.75$ , было проанализировано влияние изменения коэффициента  $\gamma$  на глубину минимума в распределении RV-планет по проективным массам путем сравнения скорректированных распределений, полученных с помощью  $\gamma = 0.75$  и  $\gamma = 1.6$ . Были рассмотрены планеты с орбитальными периодами 1–100 сут. из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 8$  м/с. Результат представлен на рис. 23а.

Как можно видеть на рис. 23а, изменение коэффициента  $\gamma$  качественно не меняет вида распределения. В области минимума (0.108–0.135 масс Юпитера или 34–43 масс Земли) количество планет, предсказанное степенным законом со стороны малых масс (черная пунктирная линия на рис. 23а), в ~7 раз больше количества планет, скорректированного "окном видимости" V для  $\gamma = 0.75$ . При этом количество планет в этой же области, скорректированное "окном видимости" с  $\gamma = 1.6$ , в 3.6 раза меньше количества планет, предсказанного степенным законом. Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087–0.21 масс Юпитера не может быть объяснен только за счет скачка в значении  $\gamma$ .

На рис. 236 исследованы распределения RV-планет по проективным массам в зависимости от орбитальных периодов: 10–1000 сут., 4.64– 464 сут., 2.15–215 сут. и 1–100 сут. (были выбраны интервалы периодов, равные в логарифмическом масштабе, так, чтобы верхняя граница диапазона в 100 раз превосходила нижнюю границу).



Масса, масс Юпитера

**Рис. 23.** (а) Скорректированные с помощью матрицы V распределения по проективным массам RV-планет с массами 0.036–0.38 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут. из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) \le 8$  м/с. Синей линией показано распределение, скорректированное с  $\gamma = 0.75$ , красной линией – распределение, скорректированное с  $\gamma = 1.6$ . Черной пунктирной линией показан степенной закон с показателем степени –3 (dN/d log  $m \propto m^{-2}$ , соответствующий dN/dm  $\propto m^{-3}$ ). (6) Скорректированные с помощью матрицы V распределения по проективным массам планет из систем с низким уровнем шума  $\sigma(O-C) \le 4$  м/с, полное время наблюдений которых превышает 412.7 сут.: с орбитальными периодами 1–100 сут. (показано синей линией), 2.15–215 сут. (показано зеленой линией), 4.64–464 сут. (показано желтой линией), 10–10<sup>3</sup> сут. (показано красной линией), 1–10 сут. (показано черной линией). Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087–0.21 масс Юпитера обусловлен дефицитом планет с малыми орбитальными периодами.

Рисунок 236 наглядно демонстрирует, что глубина минимума увеличивается по мере уменьшения орбитальных периодов. Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087— 0.21 масс Юпитера вызван резким дефицитом планет с периодами короче 10 сут. и соответствует т.н. "пустыне горячих нептунов" [32, 33].

# 3.7. Максимум в области 6-9 масс Юпитера

Распределение RV-планет по проективным массам в диапазоне 1.7–13 масс Юпитера может быть представлено в виде суммы степенного за-

кона и дополнительной особенности, избытка планет в области 6–9 масс Юпитера (рис. 18б, г). Эта особенность проявляется и на общем скорректированном распределении, и на скорректированном распределении планет из не шумных систем с  $\sigma$ (O–C) < 15 м/с, и на нескорректированном распределении (малиновая точечная линия на рис. 21).

Возможно, данная особенность объясняется вкладом планет, сформировавшихся в результате гравитационной неустойчивости в протопланетном диске [34], тогда как остальные гиганты сформировались в результате аккреции на ядро [35, 36]. Однако подробное обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей работы.

#### 4. ГИСТОГРАММЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ RV-ПЛАНЕТ ПО ОРБИТАЛЬНЫМ ПЕРИОДАМ

В разделе 2.1 была описана методика перехода от наблюдаемой двумерной гистограммы распределения известных RV-планет по проективным массам и орбитальным периодам  $N_0(m_i, P_j)$  к скорректированной двумерной гистограмме  $N(m_i, P_j)$  с помощью матриц "окна видимости" W(m, P),  $\tilde{W}(m, P)$  и V(m, P). Чтобы получить распределение RV-планет по проективным массам, было проведено суммирование элементов  $N(m_i, P_j)$  по орбитальным периодам. Однако возможно также провести суммирование двумерной гистограммы  $N(m_i, P_j)$  по проективным массам и получить распределение по орбитальным периодам N(P).

Из-за наличия "слепого пятна" (нулевых элементов) в матрицах W(m, P),  $\tilde{W}(m, P)$  и V(m, P) невозможно построить распределение по орбитальным периодам RV-планет на всей плоскости m-P(см. разделы 2.2, 3.1), т.е. всех планет с проективными массами от 0.011 до 13 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до 10<sup>4</sup> сут. Возможно или получить распределение планет  $N_A(P)$ всех масс с орбитальными периодами 1–100 суток аналогично (14.2), или распределение  $N_B(P)$ планет всех орбитальных периодов и масс, больших 0.12 масс Юпитера (37 масс Земли) аналогично (14.3).

Аналогично разделу 2.1, и выбранный диапазон масс, и выбранный диапазон орбитальных периодов был разбит на 12 интервалов, равных в логарифмическом масштабе. Соответственно,

$$N_{A}(P) = N(\Delta_{j=7-12}P) =$$

$$\sum_{i=2}^{12} \mathbf{N}(\Delta_{i}m, \Delta_{j}P) \times (1/\mathbf{V}(\Delta_{i}m, \Delta_{j}P)), \qquad (15.1)$$

$$N_{\rm B}(P) = N(\Delta_{j=1-12}P) =$$

$$= \sum_{i=5}^{12} \mathbf{N}(\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{V}(\Delta_i m, \Delta_j P)).$$
(15.2)

При построении распределения  $N_A(P)$  были исключены из рассмотрения самые маломассивные планеты с массами 0.011–0.02 масс Юпитера, поскольку для них значения некоторых элементов матрицы V очень малы (в частности, V(1,6) = = 4.9 × 10<sup>-4</sup>), а статистические погрешности велики, поскольку малое количество реальных планет становится очень большим после коррекции – деления на малое значение элемента матрицы V. Кроме того, согласно [31], в области масс, мень-

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022

ших 5 масс Земли (0.016 масс Юпитера), распределение планет по массам может не следовать степенному закону с показателем степени -3, а значит, расчет матрицы V, сделанный в этом предположении, становится некорректным.

Для планет с проективными массами *m* > > 0.12 масс Юпитера эффективность обнаружения зависит и от уровня шума σ(О-С) (который ограничивает эффективность обнаружения со стороны малых масс), и от времени наблюдения Т (которое ограничивает эффективность обнаружения со стороны больших орбитальных периодов), поэтому нельзя непосредственно применить подход, описанный в разделе 2.1 (7)-(13). Для получения распределений долгопериодических планет необходимо рассматривать либо планеты с большим полным временем наблюдений Т, для которых условие (6.1) выполняется всегда, либо лишь достаточно массивные планеты, для которых всегда выполняется условие (6.2), и делать различные предположения о зависимости распространенности планет от орбитального периода *f*(*P*).

На рис. 24а показано распределение по орбитальным периодам  $N_A(P)$  планет с массами 0.02—13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1—100 сут.

На рис. 246 показано скорректированное распределение по орбитальным периодам  $N_{\rm B}(P)$  планет с массами 0.12–13 масс Юпитера из систем с полным временем наблюдений T > 1077 сут., для которых условие (6.1) выполняется для всех планет с периодами меньше 2154 сут., для систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 50$  м/с и  $\sigma(O-C) < 15$  м/с. Полученные распределения демонстрируют устойчивое увеличение количества планет с увеличением орбитальных периодов от 6.8 до 680 сут., которое может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степе-

ни  $0.69 \pm 0.03$  (dN/d log  $P \propto P^{0.69 \pm 0.03}$ ) и  $0.70 \pm 0.03$ (dN/d log  $P \propto P^{0.70 \pm 0.03}$ ), соответственно.

Также на рис. 246 показано скорректированное распределение по орбитальным периодам  $N_{\rm B}(P)$  планет с массами 0.12–13 масс Юпитера из систем с полным временем наблюдений T >> 2320 сут. и уровнем шума  $\sigma$ (O–C) < 50 м/с, для которых условие (6.1) выполняется для всех планет с периодами меньше 4640 сут. В диапазоне орбитальных периодов 6.8–680 сут. это распределение может быть описано степенным законом с показателем степени 0.77 ± 0.07: dN/d log  $P \propto$  $\propto P^{0.77\pm0.07}$ , а при периодах 680–4640 сут. становится плоским (dN/d log  $P \approx$  0). Для сравнения приведено также не скорректированное (из Экзопланетного архива НАСА [1]) распределение планет с проективными массами 0.12–13 масс Юпи-



Рис. 24. Распределение по орбитальным периодам RV-планет. (а)  $N_A(P)$  – скорректированное распределение планет с проективными массами 0.02-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 сут. при  $\gamma = 0.75$ ; точечная синяя линия показывает скорректированное распределение планет из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) \le 15$  м/с, сплошная синяя линия — скорректированное распределение планет из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) \le 4$  м/с. Малиновыми линиями показаны соответствующие не скорректированные распределения из Экзопланетного архива НАСА [1]. Черной штрихпунктирной линией показано распределение по орбитальным периодам транзитных планет "Кеплера" с радиусами 1–16 радиусов Земли и орбитальными периодами 6.25–100 сут. из [19]. (б) N<sub>B</sub>(P) – скорректированное распределение планет с массами 0.12-13 масс Юпитера при у= 1.6; синей и зеленой линиями показаны распределения планет с полным временем наблюдений T > 1077 сут. и уровнем шума  $\sigma(O-C) < 50$  м/с и  $\sigma(O-C) < 15$  м/с, соответственно, оранжевой линией – распределение с T > 2320 сут. и  $\sigma$ (O–C) < 50 м/с. Синяя, зеленая и оранжевая пунктирные линии показывают степенные законы с показателями степени 0.69, 0.70 и 0.77, соответственно ( $dN/d\log P \propto$  $\propto P^{0.69\pm0.03}$ ,  $dN/d\log P \propto P^{0.70\pm0.03}$  u  $dN/d\log P \propto P^{0.77\pm0.07}$ ). Нескорректированное (из Экзопланетного архива НАСА [1]) распределение показано точечной малиновой линией. (в) Скорректированное распределение планет с массами 1.2–13 масс Юпитера и орбитальными периодами  $1-10^4$  сут. при  $\gamma = 2$  и  $\delta = 1.5, 2.0$  и 2.5. Красной линией показано распределение планет с T > 5000 сут., зеленой линией – с T > 2320 сут. и  $\sigma(O-C) < 10$  м/с. синей линией – с T > 1077 сут. и  $\sigma$ (O–C) < 15 м/с. Сплошными линиями показаны распределения, скорректированные с  $\delta = 2.0$ , пунктирными линиями – с δ = 1.5, точечными линиями – с δ = 2.5. Черная пунктирная линия соответствует степенному закону dN/d log  $P \propto P^{1.12 \pm 0.09}$ .



Рис. 24. Окончание.

тера с произвольным временем наблюдений T от 40 до 11314 сут.

Выбор коэффициента δ в условии (6.1) влияет на распределение RV-планет по орбитальным периодам только для периодов, в δ раз превышающих полное время наблюдений Т. Чтобы полностью исключить неопределенности, связанные с выбором δ, следовало бы рассматривать только планеты, открытые программами наблюдений с большим полным временем наблюдений, однако таких планет мало. Только для 107 планет из 695 полное время наблюдений Т превышает 5000 сут. Чтобы охватить как можно большее количество планет, были рассмотрены (1) планеты, открытые программами наблюдений с *T* > 2320 сут. и уровнем шума σ(O-C) < 10 м/с (316 планет) и (2) планеты, открытые программами наблюдений с T > > 1077 сут. и уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с (523 планеты). В этом случае для планет с проективными массами 1.2-13 масс Юпитера условие (6.2) выполняется всегда: (1) для планет с орбитальными периодами меньше 4640 сут., (2) для планет с орбитальными периодами меньше 2154 сут.

На рис. 24в показано распределение по орбитальным периодам планет с проективными массами 1.2–13 масс Юпитера (9–12 столбцы матрицы  $N(m_i, P_j)$ ) при различных значениях коэффициента  $\delta$  ( $\delta$  = 1.5, 2.0 и 2.5) и минимального полного времени наблюдений T (T > 1077, 2320, 5000 сут.).

Как видно из рис. 24в, нельзя сделать выводы о распределении планет по орбитальным периодам с периодами, более чем вдвое превышающими полное время наблюдений, поскольку в этой об-

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 99 № 10 2022

ласти вид распределения сильно зависит от выбора коэффициента  $\delta$ . Тем не менее, все три распределения на рис. 24в демонстрируют схожее поведение: планет с массами 1.2—13 масс Юпитера и периодами меньше 46.4 сут. очень мало, в области 46.4—464 сут. наблюдается быстрое увеличение количества планет, в области 464—4640 сут. распределение становится плоским. Есть намек на уменьшение количества планет в последнем интервале (4640—10<sup>4</sup> сут.), но пока не ясно, насколько — обусловлено наблюдательной селекцией.

Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено с аналогичным распределением транзитных планет, обнаруженных телескопом "Кеплер" [19]. Распределение планет по данным телескопа "Кеплер" с радиусами 1–16 радиусов Земли и орбитальными периодами 6.25–100 сут., показанное черной штрихпунктирной линией на рис. 24а, находится в хорошем согласии с распределением по орбитальным периодам RV-планет с массами 0.02– 13 масс Юпитера.

Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено с распределением планет по данным телескопа "Кеплер" с периодами 1–300 сут. из работы [37] (рис. 12). Распределение планет с радиусами 1– 16 радиусов Юпитера (показано черной линией на рис. 12 в [37]) находится в хорошем согласии с распределением RV-планет с проективными массами 0.02–13 масс Юпитера, показанным синей точечной линией на рис. 24а. Распределение планет с радиусами 8–16 радиусов Юпитера, показанное красной линией на рис. 12 из работы [37], выглядит подобным распределению RV-планет с проективными массами 0.12–13 масс Юпитера, представленному на рис. 246. Эти распределения сравнивать правомерно, поскольку диапазон масс 0.12–13 масс Юпитера соответствует планетам-гигантам, чьи радиусы, за редким исключением, превышают 8 радиусов Земли (~0.7 радиусов Юпитера) [38].

Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено также с распределением 155 RV-планет с проективными массами 0.1-20 масс Юпитера, обнаруженных спектрографами HARPS и CORALIE из работы [39] (рис. 2). В диапазоне 7–1000 сут. в [39] показывают увеличение количества планет, а в диапазоне 1000-4000 сут. распределение становится плоским. Вместе с тем в диапазоне 4  $\times$  10<sup>3</sup>-104 сут. в [39] показывают резкое уменьшение количества планет, которое не наблюдается на рис. 24в настоящей работы. Возможно, дефицит долгопериодических планет, показанный в [39], объясняется уменьшением эффективности обнаружения маломассивных газовых гигантов с проективными массами 0.1-0.3 масс Юпитера и орбитальными периодами 4  $\times$  10<sup>3</sup>-10<sup>4</sup> сут., поскольку полуамплитуда колебаний лучевой скорости, наведенных такими планетами, становится меньше 3 м/с (для звезд солнечной массы), и они в большинстве случаев остаются не обнаруженными.

Поскольку распределение по проективным массам RV-планет демонстрирует различное поведение в диапазонах масс 0.02–0.12, 0.12–1.2 и 1.2–13 масс Юпитера, были построены распределения по орбитальным периодам планет из каждого диапазона (рис. 25).

Рисунок 25 показывает, что распределения по орбитальным периодам планет малых, средних и больших масс отличаются друг от друга, что говорит о преимущественном (усредненном) строении планетных систем. Наиболее массивные планеты с проективными массами 2.2-13 масс Юпитера находятся преимущественно на широких орбитах (P > 100 сут.). Только у 18 массивных планет из 227 (7.9%) орбитальные периоды короче 100 сут., притом, что среди планет средних масс эта доля достигает 27.9% (65 планет из 233). Распределение планет средних масс демонстрирует примерно двукратный пик в диапазоне периодов 2.15-4.64 сут., который не наблюдается в распределении планет малых и больших масс.

Распределение по орбитальным периодам RV-планет с проективными массами 0.02–0.12 масс Юпитера (синяя линия на рис. 25) было сравнено с аналогичным распределением планет по данным телескопа "Кеплер" с радиусами 1–6 радиусов Земли из [40] (рис. 17, верхний график). Хотя оба набора планет перекрываются лишь частично, оба распределения находятся в

хорошем согласии друг с другом: быстрое увеличение количества планет в диапазоне 1–10 сут. сменяется почти плоским распределением в диапазоне 10–100 сут.

Распределение по орбитальным периодам RV-планет с проективными массами 0.02-0.12 масс Юпитера также было сравнено с аналогичным распределением планет "Кеплера" с радиусами 1.7-4.0 радиусов Земли (т.е. суб-нептунов) и орбитальными периодами 1-300 сут., а распределение RV-планет с проективными массами 1.2-13 масс Юпитера – с распределением планет по данным телескопа "Кеплер" с радиусами 8-24 радиусов Земли (т.е. планет-гигантов) ([41], рис. 7). И распределение по орбитальным периодам планет малых масс, и распределение планет-гигантов находятся в хорошем согласии с аналогичными распределениями, полученными для планет, открытых космической обсерваторией "Кеплер", в пределах перекрывающихся интервалов орбитальных периодов (1-100 сут. для маломассивных планет и 1-300 сут. для планет-гигантов) [41].

Хорошее согласие скорректированных с помощью алгоритма "окна видимости" распределений RV-планет по орбитальным периодам с аналогичными распределениями, полученными другими авторами (в том числе планет, открытых транзитным методом, а не методом лучевых скоростей), говорит о корректности предложенного алгоритма и косвенно подтверждает и распределение RV-планет по проективным массам.

# КРАТКОЕ ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В настоящей работе были рассмотрены 695 RV-планет с проективными массами от 0.011 масс Юпитера (3.5 масс Земли) до 13 масс Юпитера и с орбитальными периодами от 1 до  $10^4$  сут., вращающиеся вокруг 547 звезд. Распределения по проективным массам и орбитальным периодам были скорректированы с помощью матрицы V(*m*, *P*), элементы которой описывают вероятность обнаружить RV-планету с данными проективной массой и орбитальным периодом (*m*, *P*).

Каждый элемент матрицы V(m, P) представляет собой вероятность — отношение количества наблюдаемых звезд, возле которых планету с данными проективной массой и орбитальным периодом (m, P) возможно обнаружить, к общему количеству наблюдаемых звезд (7.1—7.3). Однако в общем случае полные списки звезд, наблюдаемых в рамках той или иной наблюдательной программы, не публикуются, распространенности планет разных масс  $f_i$  остаются неизвестными или плохо



**Рис. 25.** Скорректированные распределения по орбитальным периодам RV-планет малых (0.02-0.12 масс Юпитера), средних (0.12-1.2 масс Юпитера) и больших (1.2-13 масс Юпитера) масс показаны синей, зеленой и красной линиями, соответственно. Представлены планеты из систем с уровнем шума  $\sigma(O-C) < 15$  м/с и полным временем наблюдений свыше 1077 сут.

определенными, поэтому прямое вычисление коэффициентов *v<sub>i</sub>* оказывается недоступным.

Тем не менее оказалось возможным вычислить элементы матрицы V(m, P) из элементов вспомогательной матрицы  $\tilde{\mathbf{W}}(m, P)$ , построенной по звездам с известными планетами (10.1–10.3), с учетом многопланетных систем, предполагая определенный вид зависимости распространенности планет f(m) при фиксированном орбитальном периоде *P*. Вычисляя элементы матрицы V из элементов вспомогательной матрицы  **ilde{W}**, мы фиксируем орбитальный период, т.е. всякий раз рассматриваем только планеты в узком интервале орбитальных периодов, соответствующем одной строке матрицы  $\tilde{\mathbf{W}}$  (например, от 1 до 2.15 сут., потом от 2.15 до 4.64 сут., и т.д.), и считаем, что внутри каждого такого интервала зависимости распространенности f от орбитального периода Pнет. Другими словами, матрица V строится строка за строкой, причем значения элементов в разных строках не зависят друг от друга.

В рассмотренном диапазоне проективных масс и орбитальных периодов часть элементов матрицы V равна нулю, что соответствует невозможности (нулевой вероятности) обнаружить планеты малых масс с большими орбитальными периодами. Эта область на диаграмме "Проективная масса – Орбитальный период" была названа "слепым пятном". В "слепом пятне" коррекция невозможна из-за возникающей неопределенности вида 0/0, количество планет в этой области остается неизвестным. Из-за наличия

"слепого пятна" коррекция распределений RV-планет по проективным массам и орбитальным периодам на всей диаграмме "Проективная масса – Орбитальный период" невозможна. Однако в ограниченных областях диаграммы "Проективная масса – Орбитальный период" возможно получить, например, скорректированные распределения по проективным массам и орбитальным периодам планет с массами 0.02–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут., или распределения планет с проективными массами больше 0.12 масс Юпитера с периодами 1–10<sup>4</sup> сут.

Скорректированное распределение по проективным массам RV-планет с массами 0.02-0.087 масс Юпитера (6.3-28 масс Земли) и орбитальными периодами 1-100 сут. следует степенному закону с показателем степени -3,  $dN/dm \propto$  $\propto m^{-3}$ . В области 0.21–1.7 масс Юпитера распределение планет с периодами 1-3981 сут. следует степенному закону с показателем степени от -0.8 до -1: d*N*/d*m*  $\propto$  *m*<sup>-0.8...-1.0</sup>. Распределение RV-планет с проективными массами 1.7-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 сут. может быть описано степенным законом с показателем степени от -1.7 до -2.0:  $dN/dm \propto m^{-1.7...-2.0}$ . В области 0.087-0.21 масс Юпитера (28-67 масс Земли) наблюдается минимум, глубина которого достигает 7.7 крат для планет с массами 0.11-0.14 масс Юпитера и периодами 1-100 сут. При рассмотрении планет с периодами 10-10<sup>3</sup> сут. минимум исчезает, что свидетельствует о том, что он вызван дефицитом планет с малыми орбитальными периодами и соответствует т.н. "пустыне горячих нептунов" [32, 33].

В области 6–9 масс Юпитера распределение RV-планет демонстрирует максимум (рис. 18б, г). Возможно, наличие этого максимума отражает существование двух механизмов формирования массивных планет-гигантов – гравитационной неустойчивости в протопланетном диске [34] и аккреции на ядро [35, 36], тогда как менее массивные планеты образуются только путем аккреции на ядро.

Следует отметить, что полученные в настоящей работе скорректированные распределения не следует автоматически распространять на все звезды в Галактике. Большинство RV-планет обнаружено у солнцеподобных звезд. Так, из 547 родительских звезд известных RV-планет, рассмотренных в настоящей работе, у 341 (62.3%) массы попадают в интервал  $1.0 \pm 0.3$  солнечных масс, у 154 (28.2%) массы превышают 1.3 солнечных масс, и лишь у 52 (9.5%) массы меньше 0.7 солнечных масс. При этом большинство звезд в окрестностях Солнца и в Галактике в целом являются красными карликами с массами меньше 0.5 солнечных масс. К сожалению, количество известных RV-планет у красных карликов пока мало для полноценных статистических исследований.

Помимо распределений RV-планет по проективным массам были построены скорректированные распределения по орбитальным периодам. Из-за наличия "слепого пятна" возможно получить или скорректированное распределение по орбитальным периодам планет с массами 0.02–13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–100 сут., или распределение планет с массами больше 0.12 масс Юпитера и орбитальными периодами 1–3981 сут.

Скорректированное распределение планет с массами 0.02-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 сут. демонстрирует быстрый рост количества планет с увеличением периодов от 1 до 10 сут. и примерно плоское распределение для периодов 10-100 сут. (рис. 24а). Полученное распределение находится в хорошем согласии с распределением по орбитальным периодам транзитных планет, открытых телескопом "Кеплер", с радиусами 1-16 радиусов Земли [18, 37, 40]. Распределение по орбитальным периодам планет с массами больше 0.12 масс Юпитера демонстрирует локальный максимум в области ~3 сут. В области 6.8-680 сут. это распределение следует степенному закону с показателем степени -0.3: dN/dP ∝ P<sup>-0.3</sup>, а в области 680-4640 сут. становится плоским d*N*/d*P* ∝ *P*<sup>-1</sup> (рис. 24б).

Скорректированное распределение по проективным массам RV-планет с орбитальными периодами 1—100 сут. находится в хорошем согласии со скорректированным распределением по массам транзитных планет, открытых миссией "Кеплер" [42], при условии, что массы последних были определены методом лучевых скоростей. Это независимо подтверждает адекватность предложенного подхода и позволяет оценивать относительные распространенности планет различных типов у солнцеподобных звезд.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наблюдаемые (полученные непосредственно из каталогов) распределения экзопланет, открытых методом лучевых скоростей, значительно искажены наблюдательной селекцией, вызванной разной чувствительностью спектрографов, разным уровнем активности родительских звезд, разным количеством измерений и разной общей продолжительностью наблюдений – особенно в области маломассивных планет. Для учета наблюдательной селекции и коррекции распределений эффективен предложенный метод ("окна видимости"), основанный на вычислении вероятности обнаружить планету на диаграмме "Проективная масса-Орбитальный период". Обнаруженную RV-планету учитывают со статистическим весом, обратным значению вероятности ее обнаружения.

Составное скорректированное распределение RV-планет по проективным массам следует кусочно-степенному закону с изломами при ~0.14 и ~1.7 масс Юпитера (рис. 86, г) и показателями степени -3:  $dN/dm \propto m^{-3}$  (m = 0.02-0.087 масс Юпитера), -0.8...-1.0:  $dN/dm \propto m^{-0.8...-1.0}$  (m = 0.21-1.7 масс Юпитера), -1.7...-2.0:  $dN/dm \propto m^{-1.7...-2.0}$  (m = 1.7-13 масс Юпитера). Таким образом, скорректированное распределение по проективным массам RV-планет согласуется с современными выводами теории популяционного синтеза [30] и [31].

Показано, что наблюдаемый минимум в области 0.087–0.21 масс Юпитера вызван дефицитом планет с малыми орбитальными периодами и соответствует т.н. "пустыне горячих нептунов" [32, 33].

Анализ распределения по орбитальным периодам позволяет говорить о существовании преимущественной (усредненной) структуры планетных систем, в которой маломассивные планеты находятся преимущественно на близких к звезде орбитах, а массивные планеты — на широких орбитах, аналогично планетам Солнечной системы.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Авторы признательны правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку в рамках гранта № 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Архив экзопланет HACA. URL: https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/
- 2. *M. Perryman, The Exoplanet Handbook* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 103, 2011).
- 3. S. Ho and E. L. Turner, Astrophys. J. 739, 26 (2011).
- В. И. Ананьева, А. В. Тавров, А. А. Венкстерн, Д. В. Чурбанов, И. А. Шашкова, О. И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Астрон. вестник 53, 133 (2019).
- 5. J.-L. Bertaux and A. Ivanova, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **512**, 5552 (2022).
- https://www.eso.org/public/teles-instr/paranal-observatory/vlt/
- 7. M. Mayor, Astron. and Astrophys. 507, 487 (2009).
- 8. A. Marconi, arXiv:2011.12317.
- 9. N. Tamura, Proc. SPIE 107021C (2018).
- N. Langellier, T. W. Milbourne, D. F. Phillips, R. D. Haywood, S. H. Saar, A. Mortier, L. Malavolta, S. Thompson, A. Collier Cameron, X. Dumusque, H. M. Cegla, D. W. Latham, J. Maldonado, C. A. Watson, N. Buchschacher, M. Cecconi, D. Charbonneau, R. Cosentino, A. Ghedina, M. Gonzalez, C-H. Li, M. Lodi, M. López-Morales, G. Micela, E. Molinari, F. Pepe, E. Poretti, K. Rice, D. Sasselov, A. Sozzetti, S. Udry, and R. L. Walsworth, Astron. J. 161, 287 (2021).
- 11. F. Pepe, F. Bouchy, M. Mayor, and S. Udry Handbook of Exoplanets (Springer, Cham, 855, 2018).
- L. A. Paredes, T. J. Henry, S. N. Quinn, D. R. Gies, R. Hinojosa-Goñi, H.-S. James, W.-Ch. Jao, and R. J. White, Astron. J. 162, 176 (2021).
- R. P. Butler, J. T. Wright, G. W. Marcy, D. A. Fischer, S. S. Vogt, C. G. Tinney, H. R. A. Jones, B. D. Carter, J. A. Johnson, C. McCarthy, and A. J. Penny, Astrophys. J. 646, 505 (2006).
- 14. G. Marcy, R. P. Butler, D. Fischer, S. Vogt, J. T. Wright, C. G. Tinney, and H. R. Jones, Prog. of Theor. Phys. Suppl. 158, 24 (2005).
- A. Cumming, R. P. Butler, G. W. Marcy, S. S. Vogt, J. T. Wright, and D. A. Fischer, Publ. Astron. Soc. Pacif. 120, 531 (2008).
- A. W. Howard, G. W. Marcy, J. A. Johnson, D. A. Fischer, J. T. Wright, H. Isaacson, J. A. Valenti, J. Anderson, D. N. C. Lin, and Sh. Ida, Science 330, 653 (2010).
- M. Tuomi, H. R. A. Jones, R. P. Butler, P. Arriagada, S. S. Vogt, J. Burt, G. Laughlin, B. Holden, S. A. Shectman, J. D. Crane, I. Thompson, S. Keiser, J. S. Jenkins, Z. Berdiñas, M. Diaz, M. Kiraga, and J. R. Barnes, arXiv:1906.04644v2 (2019).
- H. Sturges, Journal of the American Statistical Association 21, 65 (1926).

- 19. E. A. Petigura, A. W. Howard, and G. W. Marcy, Proceedings of the National Academy of Sciences 110, 19273 (2013).
- 20. А. Е. Иванова, О. Я. Яковлев, В. И. Ананьева, И. А. Шашкова, А. В. Тавров, Ж.-Л. Берто, Письма в астрон. журн. 47, 46 (2021).
- H. A. Knutson, B. J. Fulton, B. T. Montet, M. Kao, H. Ngo, A. W. Howard, J. R. Crepp, S. Hinkley, G. Á. Bakos, K. Batygin, J. A. Johnson, T. D. Morton, and Ph. S. Muirhead, Astrophys. J. 785, 126 (2014).
- E. L. Rickman, D. Ségransan, M. Marmier, S. Udry, F. Bouchy, C. Lovis, M. Mayor, F. Pepe, D. Queloz, N. C. Santos, R. Allart, V. Bonvin, P. Bratschi, F. Cersullo, B. Chazelas, A. Choplin, U. Conod, A. Deline, J.-B. Delisle, L. A. Dos Santos, P. Figueira, H. A. C. Giles, M. Girard, B. Lavie, D. Martin, F. Motalebi, L. D. Nielsen, H. Osborn, G. Ottoni, M. Raimbault, J. Rey, T. Roger, J. V. Seidel, M. Stalport, A. Suárez Mascareño, A. Triaud, O. Turner, L. Weber, and A. Wyttenbach, Astron. and Astrophys. 625, A71 (2019).
- 23. F. R. Feng P. Butler, S. A. Shectman, J. D. Crane, S. Vogt, J. Chambers, H. R. A. Jones, Sharon X. Wang, J. K. Teske, J. Burt, M. R. Díaz, and I. B. Thompson, Astron. and Astrophys. Supp. 246, 11 (2020).
- 24. *B. Ma*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **480**, 2411 (2018).
- A. Jorissen, M. Mayor, and S. Udry, Astron. and Astrophys. 379, 992 (2001).
- 26. А. Е. Иванова, В. И. Ананьева, А. А. Венкстерн, И. А. Шашкова, А. В. Юдаев, А. В. Тавров, О. И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Письма в Астрон. журн. 45, 741 (2019).
- G. Anglada-Escudé, P. J. Amado, J. Barnes, Z. M. Berdiñas, R. P. Butler, G. A. L. Coleman, I. de la Cueva, S. Dreizler, M. Endl, B. Giesers, S. V. Jeffers, J. S. Jenkins, H. R. A. Jones, M. Kiraga, M. Kürster, M. J. López-González, Ch. J. Marvin, N. Morales, J. Morin, R. P. Nelson, J. L. Ortiz, A. Ofir, S.-J. Paardekooper, A. Reiners, E. Rodríguez, C. Rodríguez-López, L. F. Sarmiento, J. P. Strachan, Y. Tsapras, M. Tuomi, and M. Zechmeister, Nature 536, 437 (2016).
- 28. I. Ribas, M. Tuomi, A. Reiners, R. P. Butler, J. C. Morales, M. Perger, S. Dreizler, C. Rodríguez-López, J. I. González Hernández, A. Rosich, F. Feng, T. Trifonov, S. S. Vogt, J. A. Caballero, A. Hatzes, E. Herrero, S. V. Jeffers, M. Lafarga, F. Murgas, R. P. Nelson, E. Rodríguez, J. B. P. Strachan, L. Tal-Or, J. Teske, B. Toledo-Padrón, M. Zechmeister, A. Quirrenbach, P. J. Amado, M. Azzaro, V. J. S. Béjar, J. R. Barnes, Z. M. Berdiñas, J. Burt, G. Coleman, M. Cortés-Contreras, J. Crane, S. G. Engle, E. F. Guinan, C. A. Haswell, Th. Henning, B. Holden, J. Jenkins, H. R. A. Jones, A. Kaminski, M. Kiraga, M. Kürster, M. H. Lee, M. J. López-González, D. Montes, J. Morin, A. Ofir, E. Pallé, R. Rebolo, S. Reffert, A. Schweitzer, W. Seifert, S. A. Shectman, D. Staab, R. A. Street, A. Suárez Mascareño, Y. Tsapras, S. X. Wang, and G. Anglada-Escudé, Nature 563, 365 (2018).
- 29. B.-C. Lee, I. Han, and M.-G.Park, Astron. and Astrophys. 549, id.A2 (2013).

- 30. C. Mordasini Planetary Population Synthesis, Handbook of Exoplanets (Springer, Cham, 2018).
- 31. A. Emsenhuber, C. Mordasini, R. Burn, Y. Alibert, W. Benz, and E. Asphaug, Astron. and Astrophys. **656**, A70 (2021).
- G. M. Szabó and L. L. Kiss, Astrophys. J. Lett. 727, L44 (2011).
- T. Mazeh, T. Holczer, and S. Faigler, Astron. and Astrophys. 589, 75 (2016).
- 34. A. Boss, Science 276, 1836 (1997).
- J. B. Pollack, O. Hubickyj, P. Bodenheimer, J. J. Lissauer, M. Podolak, and Y. Greenzweig, Icarus 124, 62 (1996).
- 36. *M. Moe and K. M. Kratter*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **507**, 3593 (2020).

- 37. M. Kunimoto and J. M. Matthews, Astrophys. J. 159, 1248 (2020).
- 38. В. И. Ананьева, А. Е., Иванова, А. А. Векстерн, А. В. Тавров, О. И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Астрон. вестник 54, 195 (2020).
- 39. R. B. Fernandes, G. D. Mulders, I. Pascucci, C. Mordasini, and A. Emsenhuber, Astrophys. J. 874, 81 (2019).
- 40. G. D. Mulders, I. Pascucci, D. Apai, and F. J. Ciesla, Astrophys. J. 156, 24 (2018).
- 41. E. A. Petigura, G. W. Marcy, J. N. Winn, L. M. Weiss, B. J. Fulton, A. W. Howard, E. Sinukoff, H. Isaacson, T. D. Morton, and J. A. Johnson, Astrophys. J. 155, 89 (2018).
- 42. O. Ya. Yakovlev, V. I. Ananyeva, A. E. Ivanova, and A. V. Tavrov, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **509**, L17 (2022).