

## ВЛИЯНИЕ ПЯТЕН НА ПОВЕРХНОСТИ ЗВЕЗДЫ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВОЙНОЙ СИСТЕМЫ С ЭКЗОПЛАНЕТОЙ

© 2022 г. М. К. Абубекеров<sup>1</sup>, \*, Н. Ю. Гостев<sup>1</sup>, \*\*

<sup>1</sup> *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия*

\*E-mail: marat@sai.msu.ru

\*\*E-mail: ngostev@mail.ru

Поступила в редакцию 06.07.2022 г.

После доработки 22.08.2022 г.

Принята к публикации 30.08.2022 г.

Разработан алгоритм моделирования теоретической “наблюдаемой” кривой блеска двойной системы с экзопланетой, на поверхности материнской звезды которой присутствуют пятна. Исследованы возмущения значений параметров двойной системы, привносимые пятнами. Показано, что эффект влияния запятненности поверхности звезды слабым образом сказывается на значениях радиуса звезды и угла наклона орбиты, но оказывает заметное влияние на остальные параметры.

*Ключевые слова:* параметры двойной системы с экзопланетой, пятна, влияние пятен на параметры двойной, коэффициенты потемнения к краю, радиус планеты

DOI: 10.31857/S0004629922100012

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время при интерпретации транзитных кривых блеска все больше уделяется внимание эффектам второго порядка малости, поскольку уровень точности современных космических телескопов позволяет обнаруживать такие эффекты. К этим эффектам, в том числе, относятся эффекты, связанные с возмущением кривой блеска пятнами на поверхности материнской звезды. В частности, авторов данной работы интересовало влияние пятен на коэффициенты потемнения к краю — насколько достоверны коэффициенты потемнения к краю при определении их значений из наблюдаемой транзитной кривой блеска? Так, например, в работе [1] продемонстрировано различие коэффициентов потемнения к краю, определяемых в разные эпохи наблюдения звезды, которое вероятно вызвано запятненностью звезды. Также в работах [2–4] отмечается значимое отличие модельных коэффициентов потемнения к краю от эмпирических у звезды HD 209458, полученных во всех десяти светочастотах. Не исключено, что разница значений коэффициентов потемнения к краю вызвана в том числе и влиянием пятен на наблюдаемую транзитную кривую блеска и неучетом этого эффекта при расчетах.

В то же время изучение такого рода эффектов на основании анализа реально наблюдаемых кривых блеска затруднено тем, что неизвестно, какой

была бы кривая блеска в отсутствие искажений, вызванных теми или иными факторами. Кроме того, трудно отличить тонкие эффекты, вызванные различными факторами. Например, сложно отличить эффекты, вызванные вспышками и пятнами. По этой причине для изучения влияния возмущения кривой блеска на результаты ее интерпретации желательнее использовать синтетическую кривую блеска, относительно которой достоверно известно, какие именно возмущающие факторы присутствуют.

Моделирование кривой блеска, имитирующей реальную наблюдаемую кривую блеска, осуществлялось и ранее. Например, в работе [5] описано моделирование цветного шума, присутствующего в кривой блеска, на основании заданных параметров шума. Однако, даже если такой подход и дает синтетическую кривую блеска, с шумом, близким по своим параметрам к шуму реальной кривой блеска, остается неясной связь между шумовым искажением кривой блеска и вызывающими его физическими факторами. Поэтому авторы разработали свой подход к моделированию кривой блеска путем прямого задания физических факторов, вызывающих искажение кривой блеска, в данном случае, наличия пятен на поверхности звезды. Указанный подход в физическом аспекте аналогичен подсчету излученных звездой фотонов, попадающих на ПЗС матрицу телескопа, а в математическом — эквивалентен

тен вычислению методом Монте-Карло такого интеграла по поверхности звезды, который дает блеск двойной звездной системы. При этом пятнистая структура звезды непосредственно задается через функцию распределения яркости по поверхности звезды. Такой подход хотя и занимает ощутимое вычислительное время (порядка одного-двух часов для одной кривой блеска, состоящей из двух тысяч точек наблюдения), позволяет получить кривую блеска, аналогичную кривой блеска звезды с заданной пятнистой структурой.

В данной работе авторы моделируют наблюдаемые транзитные кривые блеска с разным числом пятен и разным их расположением на поверхности материнской звезды и интерпретируют посредством высокоточного алгоритма интерпретации транзитных кривых блеска [6–10]. Значения параметров двойной звездной системы с экзопланетой при этом берутся близкими к значениям параметров системы Kepler-6b.

## 2. МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Метод интерпретации наблюдаемых транзитных кривых блеска двойной системы с экзопланетой основан на алгоритме высокоточного вычисления блеска при транзите планеты по диску звезды, описанному в цикле работ [4, 6–10].

Использовалась модель двух сферических звезд на круговой орбите, в отсутствие эффектов отражения и эллипсоидальности. Относительный радиус полости Роша в десятки раз превосходит радиус планеты [11]. Поэтому наше предположение о сферичности планеты вполне обосновано. То же самое можно сказать и об оптической звезде.

При расчете кривой блеска в качестве функций распределения яркости по диску звезды использовался линейный закон потемнения к краю диска с линейным коэффициентом потемнения к краю  $x$ :

$$I(\rho) = I_0 \left( 1 - x + x \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_s^2}} \right), \quad (1)$$

и квадратичный закон потемнения к краю диска, отличающийся от линейного дополнительным слагаемым, содержащим квадратичный коэффициент потемнения к краю  $y$ :

$$I(\rho) = I_0 \left( 1 - x \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_s^2}} \right) - y \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_s^2}} \right)^2 \right). \quad (2)$$

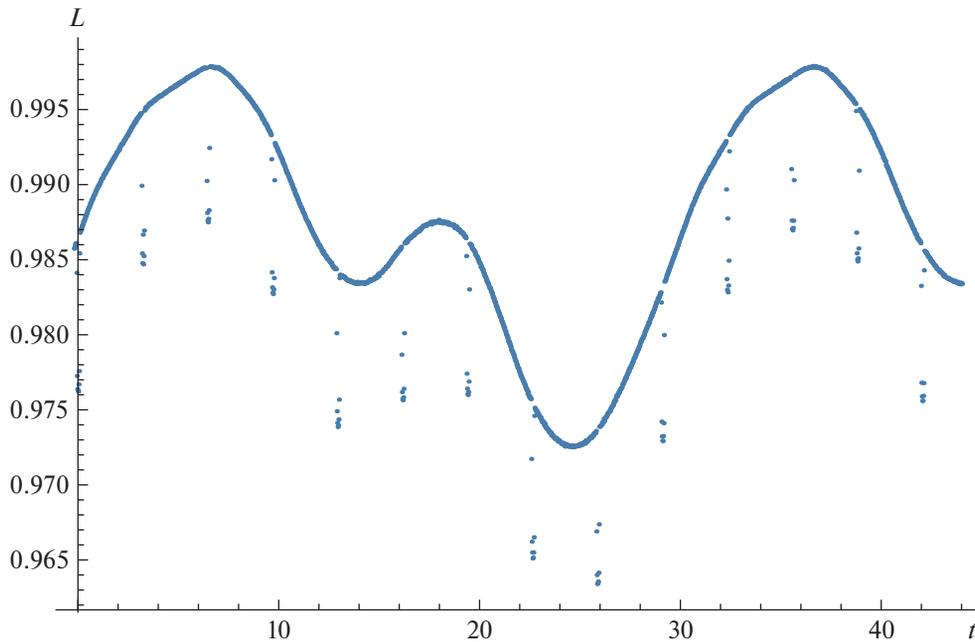
Здесь  $\rho$  – полярное расстояние от центра диска звезды,  $I_0$  – яркость в центре диска, а  $r_s$  – радиус диска звезды. Яркость в центре планеты  $i$ , соответственно, яркость в любой точке ее диска, предполагается равной нулю. Планета в орбитальной

фазе  $\theta = \pi$  затмевает компонент-звезду. Единицей длины в наших моделях является расстояние между центрами масс звезды и планеты ( $a = 1$ ), орбита считается круговой. “Третий свет” в модели отсутствует. Радиус планеты обозначен как  $r_p$ . Искомые параметрами модели являются радиусы звезды и планеты,  $r_s$  и  $r_p$ , угол наклона орбиты  $i$ , коэффициент потемнения к краю  $x$ , а в случае квадратичного закона потемнения к краю – также и коэффициент потемнения  $y$ .

Полный блеск системы предполагается известным, в используемой нормировке он равен единице. Предполагается, что наблюдаемые значения блеска распределены по нормальному закону. Также полагаются известными стандартные отклонения наблюдаемых значений блеска  $\sigma$ . Значения радиусов звезды и планеты задаются в единицах радиуса орбиты.

## 3. МОДЕЛЬНЫЕ “НАБЛЮДАЕМЫЕ” КРИВЫЕ БЛЕСКА

Звездная поверхность предполагается сферой, на которой заданы пятна как области с меньшей яркостью, чем на незапятнанной части поверхности звезды (см. рис. 1). При этом звезда вращается вокруг заданной оси с заданным периодом, значительно превышающим длительность затмения. Для тестовых расчетов этот период взят равным 30 сут. Моделирование наблюдаемого блеска осуществляется путем вычисления суммарного блеска – суммирования значений яркости всех точек (центров площадок, на которые была разбита поверхность объекта) на поверхности звезды с учетом проекции на картинную плоскость и предполагаемых законов потемнения к краю. Количество точек выбирается в зависимости от требуемой точности синтезированного таким образом потока наблюдения. В наших расчетах это количество полагалось равным  $10^8$ . Такое количество позволяет обеспечить точность кривой блеска около  $5 \times 10^{-5}$  внезатменного блеска, что соответствует уровню точности современных космических телескопов. Одновременно вычисляются и оценки стандартного отклонения наблюдаемого блеска. Такое вычисление, с одной стороны, аналогично подсчету фотонов, производимому с помощью ПЗС матрицы телескопа, с другой стороны, является по существу вычислением интеграла по яркости методом Монте-Карло (погрешность которого распределена нормально, равно как и предполагаемая ошибка наблюдения). Полученная кривая имеет тренд – существенное изменение интенсивности на временных масштабах порядка периода вращения звезды (см. 1). В ходе интерпретации данный тренд снимается путем аппроксимации полиномами и тригонометрическими функциями во внезатменной



**Рис. 1.** Исходная синтетическая наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой при запятненности 3.0% (7 пятен, по оси абсцисс отложено время  $t$  в днях).

части кривой блеска: значение наблюдаемого блеска делится на значение аппроксимирующей функции в соответствующей точке. В результате получаем кривую блеска с невыходящим за пределы погрешности наблюдения блеском вне затмения (см. рис. 2 и 3). Такая кривая интерпретируется с помощью ранее разработанного высокоточного алгоритма. Далее, полученные результаты интерпретации сравниваются с результатами, полученными при отсутствии пятен, а полученные параметры — с исходными параметрами модели. Исследование проводилось с разным числом пятен. Предварительные исследования показали, что наличие пятен на поверхности звезды больше всего искажает величину радиуса планеты. При этом значения радиуса звезды двойной системы и угла наклона почти не подвержены изменению из-за запятненности поверхности материнской звезды.

Для моделирования “наблюдаемой” транзитной кривой блеска использовалась модель двойной системы с параметрами, представленными в табл. 1. Значения параметров типичны для двойных систем с горячим Юпитером, и близки к значениям параметров двойной системы Kepler-6b (см., напр., [12–14]). Значения радиусов даны в единицах расстояния между центрами масс звезды и планеты  $a$ .

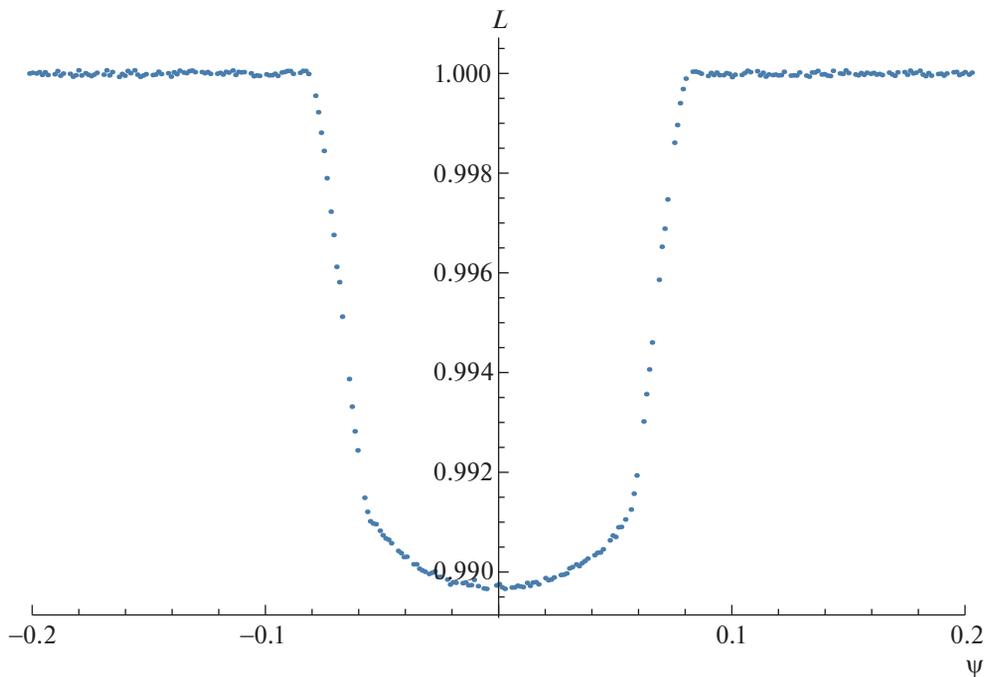
Система координат, связанная со звездной сферой, выбиралась так, чтобы ось  $X$  была направлена по направлению движения планеты, из

центра звезды вдоль пересечения плоскости орбиты и картинной плоскости. Ось  $Z$  направлена по направлению к наблюдателю (Земле). Ось  $Y$  направлена так, чтобы вектора  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  образовывали правую тройку (налево, если ось  $Z$  направлена вверх, и смотреть вдоль оси  $X$ ). Количество пятен  $n$  на поверхности варьировалось от 7 до 20, в каждом случае в качестве пятнистой структуры брались первые  $n$  пятен из набора 20 круговых пятен различного размера, угловой радиус которых в радианах составлял  $0.1 + 0.01j$ ,  $j = 0-19$ . Аксиальный угол  $\theta_j$  каждого пятна из пятнистой структуры брался равным  $\pi/6 + \pi j/n$  радиан. В качестве значений полярного угла  $\phi_j$  в радианах бы-

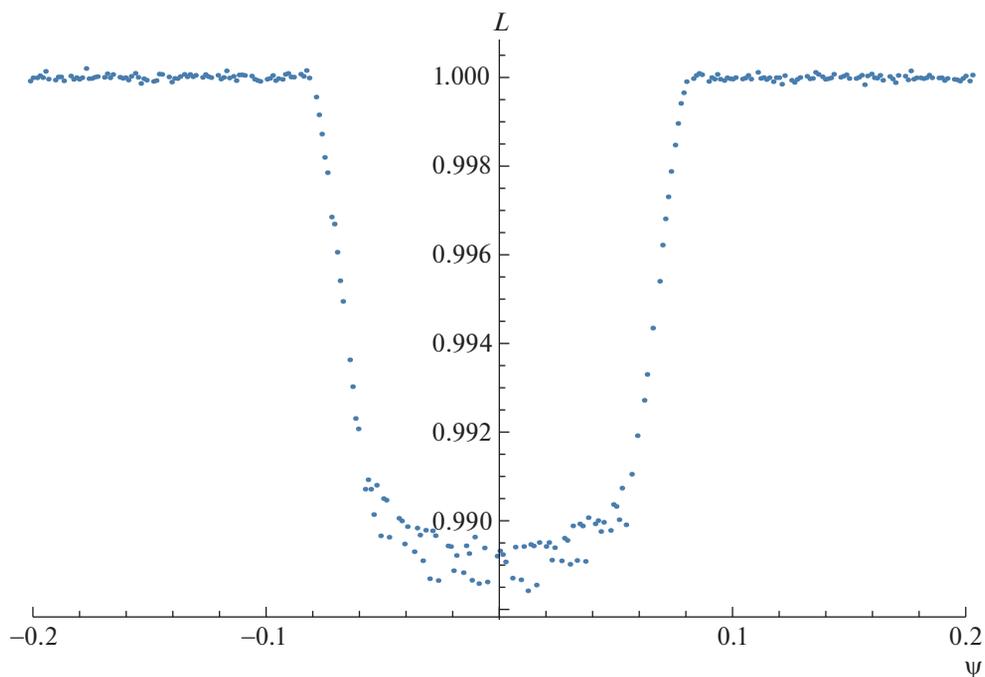
**Таблица 1.** Численные значения параметров модели двойной системы с экзопланетой

Параметр	Значение
$r_s, a$	0.1785
$r_p, a$	0.01767
$i, ^\circ$	83.14
$x$	0.3862
$y$	0.0
$P$ , дни	3.234723

Примечание.  $a$  — расстояние между центрами масс звезды и планеты,  $x$  — линейный коэффициент потемнения к краю.



**Рис. 2.** Нормализованная синтетическая наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой после удаления тренда при запятненности 3.0% (7 пятен, по оси абсцисс отложена фаза  $\Psi$  в радианах).



**Рис. 3.** Нормализованная синтетическая наблюдаемая кривая блеска двойной системы с экзопланетой после удаления тренда при запятненности 11.5% (15 пятен, по оси абсцисс отложена фаза  $\Psi$  в радианах).

ла взята псевдослучайная последовательность значений в диапазоне от  $\pi/5$  до  $36\pi/5$ . Эти значения  $\phi_j$  вычислялись по формуле  $k_j\pi/5$ , где  $k_0 = 1$ ,

$k_{j+1} = (23k_j) \bmod 37$  (здесь  $\bmod$  означает операцию взятия остатка от деления). Таким образом, обеспечивалось достаточно хаотичное располо-

**Таблица 2.** Результаты интерпретации кривых блеска двойных звездных систем с пятнами в линейном законе потемнения к краю

Запятненность	$i, ^\circ$	$r_s, a$	$r_p, a$	$x$	$\chi^2_{\text{red}}$
Без пятен (модель)	83.14	0.1785	0.01767	0.3862	—
7 пятен, 3.0%	$83.131 \pm 0.032$	$0.17856 \pm 0.00034$	$0.017957 \pm 0.000040$	$0.3857 \pm 0.0043$	1.0686
8 пятен, 3.7%	$83.125 \pm 0.034$	$0.17865 \pm 0.00036$	$0.018005 \pm 0.000043$	$0.3850 \pm 0.0046$	1.1561
9 пятен, 4.6%	$83.153 \pm 0.036$	$0.17832 \pm 0.00038$	$0.018011 \pm 0.000046$	$0.3877 \pm 0.0049$	1.1981
10 пятен, 5.5%	$83.203 \pm 0.038$	$0.17769 \pm 0.00041$	$0.017993 \pm 0.000049$	$0.3847 \pm 0.0051$	1.4193
11 пятен, 6.4%	$83.131 \pm 0.032$	$0.17856 \pm 0.00034$	$0.017957 \pm 0.000041$	$0.3857 \pm 0.0043$	1.0686
12 пятен, 7.5%	$83.175 \pm 0.041$	$0.17809 \pm 0.00043$	$0.018115 \pm 0.000052$	$0.3919 \pm 0.0054$	1.6385
13 пятен, 8.8%	$83.229 \pm 0.042$	$0.17759 \pm 0.00045$	$0.018084 \pm 0.000054$	$0.3959 \pm 0.0056$	1.6228
14 пятен, 10.0%	$83.240 \pm 0.044$	$0.17746 \pm 0.00047$	$0.018114 \pm 0.000057$	$0.3992 \pm 0.0057$	1.7115
15 пятен, 11.5%	$83.194 \pm 0.047$	$0.17787 \pm 0.00049$	$0.018210 \pm 0.000060$	$0.3938 \pm 0.0060$	1.7681
20 пятен, 20.6%	$83.747 \pm 0.053$	$0.17171 \pm 0.00053$	$0.017604 \pm 0.000066$	$0.4063 \pm 0.0062$	1.8481

Примечание.  $a$  — расстояние между центрами масс звезды и планеты,  $x$  — линейный коэффициент потемнения к краю.

**Таблица 3.** Результаты интерпретации кривых блеска двойных звездных систем с пятнами в квадратичном законе потемнения к краю

$S, \%$	$i, ^\circ$	$r_s, a$	$r_p, a$	$x$	$y$	$\chi^2$
Модель	83.14	0.1785	0.01767	0.3862	0.0	—
3.0	$83.135 \pm 0.037$	$0.17854 \pm 0.00036$	$0.017948 \pm 0.000058$	$0.376 \pm 0.042$	$0.013 \pm 0.056$	1.0691
3.7	$83.109 \pm 0.039$	$0.17873 \pm 0.00037$	$0.018045 \pm 0.000062$	$0.427 \pm 0.044$	$-0.056 \pm 0.059$	1.1562
4.6	$83.116 \pm 0.039$	$0.17850 \pm 0.00038$	$0.018100 \pm 0.000064$	$0.477 \pm 0.045$	$-0.120 \pm 0.060$	1.1968
5.5	$83.146 \pm 0.040$	$0.17799 \pm 0.00039$	$0.018125 \pm 0.000065$	$0.512 \pm 0.046$	$-0.171 \pm 0.061$	1.4167
6.4	$83.135 \pm 0.037$	$0.17854 \pm 0.00035$	$0.017948 \pm 0.000058$	$0.376 \pm 0.042$	$0.013 \pm 0.056$	1.0691
7.5	$83.115 \pm 0.043$	$0.17838 \pm 0.00042$	$0.018262 \pm 0.000071$	$0.540 \pm 0.049$	$-0.198 \pm 0.065$	1.6352
8.8	$83.170 \pm 0.044$	$0.17789 \pm 0.00043$	$0.018220 \pm 0.000072$	$0.524 \pm 0.050$	$-0.173 \pm 0.067$	1.6207
10.0	$83.187 \pm 0.047$	$0.17775 \pm 0.00045$	$0.018234 \pm 0.000076$	$0.511 \pm 0.052$	$-0.150 \pm 0.069$	1.7104
11.5	$83.153 \pm 0.049$	$0.17809 \pm 0.00048$	$0.018303 \pm 0.000080$	$0.481 \pm 0.056$	$-0.117 \pm 0.074$	1.7679
20.6	$83.850 \pm 0.072$	$0.17117 \pm 0.00063$	$0.017417 \pm 0.000099$	$0.240 \pm 0.054$	$0.241 \pm 0.080$	1.8438

Примечание.  $S$  — запятненность поверхности звезды (%).  $a$  — расстояние между центрами масс звезды и планеты,  $x$  — линейный коэффициент потемнения к краю,  $y$  — квадратичный коэффициент потемнения к краю.

жение пятен на поверхности звезды. Предполагалось, что температура незапятненной поверхности звезды составляет 6500 К, а запятненной — 4500 К соответственно, яркость в области пятна вычислялась исходя из закона Стефана—Больцмана, как  $(4500/6500)^4 \approx 0.2297..$  от яркости в незапятненной части.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТРАНЗИТНЫХ КРИВЫХ БЛЕСКА

Интерпретация модельной кривой блеска проведена для двух законов потемнения звезды к краю — в линейном и квадратичном. Интерпретация выполнена для разной площади запятненности звезды, от  $\sim 3.0\%$  при 7 пятнах до  $20.5\%$  при

20 пятнах. При этом исключены точки, в которых планета проходит по пятну, исходя из того, что в затменной части кривой блеска они выпадают из нее вверх более, чем на 10 стандартных отклонений синтетических значений наблюдаемого блеска.

Результаты интерпретации в предположении линейного закона потемнения звезды к краю представлены в табл. 2, результаты интерпретации при квадратичном законе потемнения звезды к краю — в табл. 3. В качестве ошибки параметров указаны их стандартные отклонения  $\sigma$ .

Из табл. 2 видно, что в подавляющем большинстве случаев модели кривых блеска отвергаются по критерию  $\chi^2$ . Это говорит о том, что пятна приносят в кривую блеска статистически

значимые изменения. Вычислим величину количественного влияния возмущения вследствие запятненности звезды на геометрические параметры и коэффициенты потемнения к краю.

При интерпретации кривой блеска в линейном законе потемнения, согласно результатам табл. 2, значения радиуса звезды, угла наклона орбиты и линейного коэффициента потемнения к краю устойчивы к возмущению кривой блеска пятнами при запятненности не более 11.5%, их отклонение в этом случае не превышает  $\sim 2\sigma$ . Однако у радиуса планеты отклонение больше  $7\sigma$ .

Отметим, что согласно работе [15] максимальная запятненность поверхности звезд составляет 6%. У подавляющего числа звезд запятненность менее 6%.

В случае квадратичного закона потемнения к краю мы видим, что параметры двойной системы, кроме радиуса планеты, также устойчивы к наличию пятен и их количеству (хотя коэффициенты потемнения к краю устойчивы несколько меньше, чем радиус звезды и угол наклона орбиты). Из табл. 3 видно, что их максимальное изменение не более  $3\sigma$ . В то же время изменения радиуса планеты достаточно значимы даже для малого числа пятен. Так, отклонение величины найденного значения радиуса планеты относительно истинного модельного значения уже при 4.6% запятненности звезды составляет  $7.4\sigma$ .

На рис. 2, 3 представлены кривые блеска, синтезированные с учетом присутствия пятен на поверхности звезды с запятненностью 3.0% и 15%. При их построении учтен тренд нормализованной сводной кривой блеска. Из рисунков видно, что в случае запятненности поверхности звезды до 11.5% сводная кривая блеска значительно возмущена, что, соответственно, сказывается на получаемых из ее решения значениях параметров двойной системы.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

В приведенных выше расчетах показано, как могут изменяться результаты интерпретации кривой блеска двойной системы с экзопланетой в зависимости от площади запятненной поверхности материнской звезды.

Численные значения радиуса звезды, наклона орбиты и коэффициентов потемнения к краю оказываются сравнительно устойчивыми в пределах погрешностей к площади запятненности звезды — их изменения составляют не более  $3\sigma$  при запятненности до 11.5%.

Тут следует отметить, что величина  $3\sigma$ , на которую могут отклоняться от модельных значений, например, коэффициенты потемнения к краю, тоже могла бы считаться значительной, если бы

речь шла об интерпретации в предположении идеально верной модели классической затменной двойной системы. Однако, как следует из сказанного выше, мы интерпретируем кривую блеска, полученную после снятия тренда с синтетической наблюдаемой кривой блеска путем деления на аппроксимирующую функцию. Очевидно, что такое деление создаст дополнительный разброс точек в минимумах кривой блеска, поскольку значения аппроксимирующей функции в каждом из минимумов разные. На рис. 2, 3 видно, как увеличивается разброс с увеличением количества пятен. Это же показывает и рост величины  $\chi^2$ . Поэтому вполне уместно принять в качестве консервативного значения погрешности  $3\sigma$  (см. также [16]). Однако увеличение найденного радиуса планеты уже не может быть объяснено такими же простыми соображениями. Можно также отметить, что значения коэффициентов потемнения к краю несколько сильнее отклоняются от модельных значений с ростом запятненности, хотя это отклонение и не такое явное, как отклонение значения радиуса планеты.

Также запятненность увеличивает значение  $\chi^2$ , которое характеризует достоверность определения параметров затменной двойной системы по транзитной кривой блеска.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализован алгоритм моделирования кривой блеска затменной двойной системы с экзопланетой, позволяющий учесть запятненность поверхности звезды. С помощью данного алгоритма получены синтетические транзитные кривые блеска затменной двойной системы с экзопланетой. На основании их интерпретации исследовано влияние запятненности поверхности звезды на результаты интерпретации транзитной кривой блеска. Показано, что запятненность поверхности звезды оказывает определенное влияние на достоверность получаемых результатов интерпретации транзитной кривой блеска, как на основании общего критерия  $\chi^2$ , так и путем анализа отклонений найденных значений конкретных параметров от их модельных значений. Показано, что более всего запятненность влияет на определение значения радиуса планеты.

Алгоритм моделирования кривой блеска с учетом запятненности поверхности звезды, а также полученные с его помощью синтетические кривые блеска, исследуемые в данной работе, выложены на сайте Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> <http://lnfm1.sai.msu.ru/~ngostev/Files/ModelingSpots.zip>

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят академика А.М. Черепашука за полезные советы и обсуждение данной работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *M. K. Abubekеров, H. Ю. Гостев*, Астрон. журн. **97**, 531 (2020).
2. *J. Southworth*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **386**, 1644 (2008).
3. *A. Claret*, Astron. and Astrophys. **506**, 1335 (2009).
4. *M. K. Abubekеров, H. Ю. Гостев, A. M. Черепашук*, Астрон. журн. **87**, 1199 (2010).
5. *J. A. Carter and J. N. Winn*, Astrophys. J. **704**, 51 (2009).
6. *M. K. Abubekеров, H. Ю. Гостев, A. M. Черепашук*, Астрон. журн. **85**, 121 (2008).
7. *M. K. Abubekеров, H. Ю. Гостев, A. M. Черепашук*, Астрон. журн. **86**, 778 (2009).
8. *M. K. Abubekеров and N. Yu. Gostev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **432**, 2216 (2013).
9. *M. K. Abubekеров and N. Yu. Gostev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **459**, 2078 (2016).
10. *M. K. Abubekеров and N. Yu. Gostev*, Astron. and Astrophys. **633**, id. A96 (2020).
11. *H. Ю. Гостев*, Астрон. журн. **88**, 704 (2011).
12. *D. G. Koch, W. J. Borucki, J. F. Rowe, N. M. Batalha, et al.*, Astrophys. J. **713**, id. 131 (2010).
13. *E. W. Dunham, W. J. Borucki, D. G. Koch, N. M. Batalha, et al.*, Astrophys. J. **713**, L136 (2010).
14. *D. W. Latham, W. J. Borucki, D. G. Koch, T. M. Brown, et al.*, Astrophys. J. **713**, L140 (2010).
15. *I. S. Savanov*, Astrophys. Bull. **76**, 157 (2021).
16. *M. K. Abubekеров, H. Ю. Гостев*, Вычисл. методы и программирование **15**, 677 (2014).