

## ВЛИЯНИЕ ДИФФУЗИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СТРУКТУРУ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ГОРЯЧИХ ЮПИТЕРОВ

© 2022 г. А. Г. Жилкин<sup>1,\*</sup>, Д. В. Бисикало<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

\*E-mail: zhilkin@inasan.ru

Поступила в редакцию 25.05.2022 г.

После доработки 08.09.2022 г.

Принята к публикации 30.09.2022 г.

В работе представлена модификация численной МГД модели протяженных оболочек горячих юпитеров, в которой учтена магнитная вязкость. В новый вариант численной модели мы включили процессы диффузии магнитного поля, обусловленные омической (турбулентной) вязкостью, а также вязкостью бомовского типа. В области магнитосферы планеты бомовская диффузия может играть значительную роль в окрестности нейтральных точек магнитного поля и вблизи токовых слоев. Для численного решения уравнения диффузии магнитного поля используется неявная абсолютно устойчивая схема. Проведены расчеты структуры сверхальфвеновской оболочки квазиоткрытого типа для типичного горячего юпитера HD 209458b с учетом и без учета магнитной вязкости. Анализ результатов расчетов приводит к выводу о том, что на коротких временах порядка орбитального периода эффекты диффузии незначительны. Однако в квазистационарной оболочке горячего юпитера диффузия магнитного поля будет эффективно работать на более длительных временах порядка нескольких орбитальных периодов. Кроме того, эффективность бомовской диффузии может существенно возрастать даже на коротких временах в пространственных областях достаточно малого размера. В представленных расчетах физическая диффузия магнитного поля оказывается сравнимой с эффектом численной диффузии.

*Ключевые слова:* численное моделирование, магнитная гидродинамика (МГД), диффузия магнитного поля, горячие юпитеры

DOI: 10.31857/S0004629922110214

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Горячие юпитеры представляют собой экзопланеты-гиганты с массой порядка массы Юпитера, орбиты которых расположены в непосредственной близости от родительской звезды [1]. Первый горячий юпитер был открыт в 1995 г. [2]. Газовые оболочки горячих юпитеров могут переполнять свои полости Роша, в результате чего формируются интенсивные потоки газа как на ночной стороне (окрестность точки Лагранжа  $L_2$ ), так и на дневной стороне (окрестность внутренней точки Лагранжа  $L_1$ ) планеты [3, 4].

На наличие таких истечений косвенно указывает избыточное поглощение излучения в ближнем ультрафиолетовом диапазоне, наблюдаемое у некоторых горячих юпитеров во время их прохождения по диску родительской звезды [5–11]. Эти выводы подтверждаются непосредственными численными расчетами в рамках одномерных астрономических моделей [1, 12–15]. Структура протяженной оболочки и ее физические свойства определяются тем, что на каждый элемент тече-

ния в оболочке, кроме притяжения планеты и градиента давления, действуют еще несколько сил: сила тяготения звезды, орбитальная центробежная сила, орбитальная сила Кориолиса, а также силы, определяемые взаимодействием со звездным ветром, излучением звезды и магнитным полем. Поэтому исследование структуры газовых оболочек подобных объектов является одной из наиболее актуальных проблем современной астрофизики [16, 17].

В трехмерном приближении газодинамическая структура протяженных оболочек горячих юпитеров исследовалась в работах [18–23]. Было показано, что в зависимости от параметров модели в процессе взаимодействия звездного ветра с расширяющейся оболочкой горячего юпитера могут формироваться структуры трех основных типов [18]. Если атмосфера планеты полностью располагается внутри ее полости Роша, то формируется оболочка замкнутого типа. Если поток вещества из внутренней точки Лагранжа  $L_1$  охватывается динамическим давлением звездного ветра, то формируется оболочка квазизамкнутого

(или квазиоткрытого) типа. Наконец, если динамического давления звездного ветра оказывается недостаточно для остановки истечения из точки Лагранжа  $L_1$ , формируется оболочка открытого типа. Тип формирующейся оболочки в существенной мере определяет темп потери массы горячего юпитера [18] и, следовательно, время его жизни. С другой стороны, в работах [24–28] заметной зависимости скорости потери массы планеты от силы звездного ветра не обнаружено, в то время как тип оболочки менялся от открытого типа до закрытого.

Горячие юпитеры могут обладать собственным магнитным полем, которое должно оказывать влияние на процесс их обтекания звездным ветром, а также на внутреннюю динамику расширяющейся частично ионизованной верхней атмосферы и формирование потоков истекающей плазмы. Однако оценки собственного магнитного поля горячих юпитеров показывают, что оно, скорее всего, является достаточно слабым. Характерное значение магнитного момента горячих юпитеров, по-видимому, составляет  $(0.1–0.2)\mu_J$ , где  $\mu_J = 1.53 \times 10^{30}$  Гс см<sup>3</sup> – магнитный момент Юпитера. Это значение неплохо согласуется как с наблюдательными [29–32], так и с теоретическими [33] оценками. Анализ влияния магнитного поля звездного ветра на процесс обтекания атмосферы [34] показывает, что в случае горячих юпитеров этот эффект может оказаться чрезвычайно важным. Это обусловлено тем, что почти все горячие юпитеры располагаются в так называемой субальфвеновской зоне звездного ветра родительской звезды, где скорость ветра меньше альфвеновской скорости.

Проблема влияния магнитного поля на динамику протяженных оболочек горячих юпитеров вызывает неизменный интерес у научного сообщества. В последние годы неоднократно предпринимались попытки учета магнитного поля в одномерных [35–38], двумерных [39] и в трехмерных [37, 40, 41] численных астрономических моделях атмосфер горячих юпитеров. Однако в этих работах рассматривалась лишь непосредственная окрестность планеты, а оценки темпов потери массы выполнялись без учета наличия протяженных оболочек. Исключением является работа [41], в которой авторы проводили трехмерное численное моделирование в широкой пространственной области и получили МГД решения для экзопланет с открытыми и квазизамкнутыми оболочками. В наших недавних работах мы исследовали влияние как собственного магнитного поля планеты [42, 43], так и поля ветра [34, 44–47] на динамику оболочек горячих юпитеров. Результаты этих исследований изложены в обзоре [16], а также в монографии [17].

В нашей недавней работе [48] представлено описание численной модели протяженной оболочки горячего юпитера, основанной на приближении многокомпонентной магнитной гидродинамики с включением полноценной МГД модели звездного ветра. В результате численная модель оказывается применимой для расчетов структуры протяженной оболочки горячих юпитеров не только в сверхальфвеновском и субальфвеновском режимах обтекания звездным ветром, но и в трансальфвеновском режиме. Приближение многокомпонентной МГД позволяет в дальнейшем учесть изменения химического состава водородно-гелиевых оболочек горячих юпитеров.

В данной работе мы рассматриваем вопросы учета диффузии магнитного поля в нашей численной модели. До сих пор эффектами магнитной вязкости мы пренебрегали. В протяженных оболочках горячих юпитеров можно выделить несколько основных типов диффузии магнитного поля. Омическая диффузия возникает вследствие столкновений ионов и электронов. Величина соответствующего коэффициента магнитной вязкости, как правило, мала. Эффективное значение этого коэффициента можно увеличить за счет учета турбулентной диффузии, которая в плазме звездного ветра может иметь как вихревую, так и волновую природу [49]. Бомовская диффузия [50] возникает вследствие развития дрейфово-диссипативных неустойчивостей в плазме. Она может играть значительную роль в некоторых областях магнитосферы, где происходят интенсивные процессы перезамыкания силовых линий. В частности, бомовская диффузия может развиваться на дневной стороне на границе зон с открытыми и замкнутыми линиями поля планеты, на магнитопаузе, а также в токовых слоях в магнитосферном хвосте [51]. Процесс бомовской диффузии приводит к размыванию токовых слоев и нейтральных точек. Амбиполярная диффузия [52] возникает в не полностью ионизованной плазме вследствие столкновений между ионами и нейтралами. Она имеет существенно анизотропный характер, поскольку коэффициент магнитной вязкости зависит от направления по отношению к вектору магнитного поля.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 приведено описание численной модели протяженной оболочки горячего юпитера на основе многокомпонентной МГД с учетом диффузии магнитного поля. В разделе 3 представлены результаты расчетов. В заключении сформулированы основные выводы по работе. Наконец, некоторые детали метода расчета диффузии магнитного поля описаны в Приложении.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Для описания структуры и динамики течения плазмы в окрестности горячего юпитера мы используем численную модель, подробно описанную в нашей недавней работе [48]. Напомним некоторые детали. В основе нашей модели лежит приближение многокомпонентной магнитной гидродинамики, позволяющее учесть сложный химический состав протяженной оболочки горячего юпитера. Уравнения записываются в неинерциальной системе отсчета, вращающейся вместе с двойной системой, состоящей из планеты и звезды, вокруг их общего центра масс. Полное магнитное поле  $\mathbf{V}$  представляется в виде суперпозиции фонового магнитного поля  $\mathbf{H}$  и магнитного поля  $\mathbf{b}$ , индуцированного токами в самой плазме,  $\mathbf{V} = \mathbf{H} + \mathbf{b}$  [16, 17, 34, 42, 53, 54]. Фоновое поле удовлетворяет условию потенциальности,  $\nabla \times \mathbf{H} = 0$ , что позволяет его частично исключить из уравнений магнитной гидродинамики [55, 56]. Кроме того, фоновое магнитное поле предполагается стационарным,  $\partial \mathbf{H} / \partial t = 0$ , поскольку собственное вращение горячего юпитера из-за сильных приливных взаимодействий со стороны близко расположенной родительской звезды должно быть синхронизовано с орбитальным вращением.

При учете магнитной вязкости дополнительные члены появляются только в уравнениях индукции и энергии. Эти уравнения принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b} + \mathbf{v} \times \mathbf{H}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{b}), \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \varepsilon \right] + P \nabla \cdot \mathbf{v} = \rho Q + \frac{\eta}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{b})^2. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – скорость,  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия,  $P$  – давление,  $Q$  – функция нагрева,  $\eta$  – коэффициент магнитной вязкости. Второе слагаемое в правой части уравнения индукции (1) описывает диффузию магнитного поля. В уравнении энергии (2) аналогичное слагаемое определяет нагрев за счет диссипации токов.

В наших расчетах для коэффициента магнитной вязкости используется следующее выражение:

$$\eta = \eta_{\text{OD}} + \eta_{\text{BD}}, \quad (3)$$

где  $\eta_{\text{OD}}$  и  $\eta_{\text{BD}}$  – коэффициенты омической и боровской диффузии соответственно. Оценки показывают, что величина коэффициента омической диффузии оказывается малой во всей области течения, как в области звездного ветра, так и в протяженной оболочке горячего юпитера. С учетом возможного вклада турбулентной магнитной вязкости (как вихревого, так и волнового типа) величину  $\eta_{\text{OD}}$  мы задавали постоянной,

равной  $10^{-5} A^2 \Omega$ , где  $A$  – большая полуось орбиты планеты,  $\Omega$  – орбитальная угловая скорость. Коэффициент боровской диффузии определяется выражением

$$\eta_{\text{BD}} = \frac{1}{16} \frac{ck_{\text{B}}T}{eB}, \quad (4)$$

где  $c$  – скорость света,  $k_{\text{B}}$  – постоянная Больцмана,  $e$  – элементарный заряд,  $T$  – температура. Отметим, что величина этого коэффициента существенно возрастает в областях течения, где индукция магнитного поля  $B$  оказывается близкой к нулю. Такая ситуация, в частности, возникает вблизи токовых слоев и нейтральных точек. В целом диффузия магнитного поля оказывается нелинейной, поскольку коэффициент  $\eta_{\text{BD}}$  зависит от величины магнитного поля  $B$ .

Алгоритм численного решения уравнений состоит из нескольких последовательных этапов, возникающих в результате применения метода расщепления по физическим процессам. Диффузия магнитного поля учитывается на отдельном этапе численного алгоритма с помощью неявной абсолютно устойчивой разностной схемы. Некоторые детали использованной нами схемы расчета диффузии магнитного поля описаны в Приложении.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве объекта исследования мы рассматриваем типичный горячий юпитер HD 209458b, который имеет массу  $M_{\text{p}} = 0.71 M_{\text{J}}$  и фотометрический радиус  $R_{\text{p}} = 1.38 R_{\text{J}}$ , где  $M_{\text{J}}$  и  $R_{\text{J}}$  – масса и радиус Юпитера. Родительская звезда характеризуется следующими параметрами: спектральный класс G0, масса  $M_{\text{s}} = 1.1 M_{\odot}$ , радиус  $R_{\text{s}} = 1.2 R_{\odot}$ . Предполагается, что планета движется по круговой орбите. Большая полуось орбиты планеты  $A = 10.2 R_{\odot}$ , что соответствует периоду обращения вокруг звезды  $P_{\text{orb}} = 84.6$  ч.

Для численных расчетов мы использовали декартову систему координат  $(x, y, z)$  в неинерциальной системе отсчета, вращающейся вместе с двойной системой “звезда-планета” вокруг общего центра масс. Начало системы координат выбиралось в центре масс планеты. Ось  $x$  располагалась вдоль линии, соединяющей центры масс звезды и планеты, при этом центр масс звезды оказывался в точке  $(-A, 0, 0)$ . Ось  $y$  выбиралась так, чтобы ее направление совпадало с направлением орбитального движения планеты. Наконец, с учетом выбранных ориентаций осей  $x$  и  $y$  третья ось  $z$  будет совпадать по направлению с вектором орбитальной угловой скорости  $\Omega$ .

Начальные распределения всех величин в расчетной области задавались также, как в нашей работе [48]. Для описания МГД структуры звездного ветра в окрестности горячего юпитера мы используем осесимметричную модель, опирающуюся на хорошо изученные свойства солнечного ветра. Из-за вращения звезды магнитные силовые линии закручиваются в виде спирали и на больших расстояниях магнитное поле ветра с хорошей точностью описывается простой моделью Паркера [57]. Однако на достаточно близких расстояниях от звезды характер решения оказывается более сложным из-за наличия альфвеновской, а также быстрой и медленной магнитозвуковых особых точек [58]. Мы рассматриваем случай, соответствующий сверхальфвеновскому режиму обтекания планеты звездным ветром, при котором формируется протяженная оболочка квазиоткрытого типа. Данный вариант характеризуется следующим набором параметров. Температура атмосферы задавалась равной  $T_a = 5500$  К, а концентрация частиц на фотометрическом радиусе  $n_a = 10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Темп истечения атмосферы  $\dot{M}_a = 10^9$  г/с соответствует скорости планетного ветра на фотометрическом радиусе  $v_a = 78$  см/с. Величину магнитного момента  $\mu_p$  планеты мы принимали равной 0.1 от магнитного момента Юпитера. При этом ось магнитного диполя была наклонена на угол 90° к оси вращения, а угол с осью  $x$  составлял 60°. Среднее магнитное поле на поверхности звезды задавалось равным 0.01 Гс. Отметим, что использованное нами относительно низкое по сравнению с другими работами (см., напр., [18]) значение температуры в атмосфере обусловлено тем, что наша численная модель основана на приближении полной ионизации, при котором полное давление в атмосфере увеличивается за счет давления электронов.

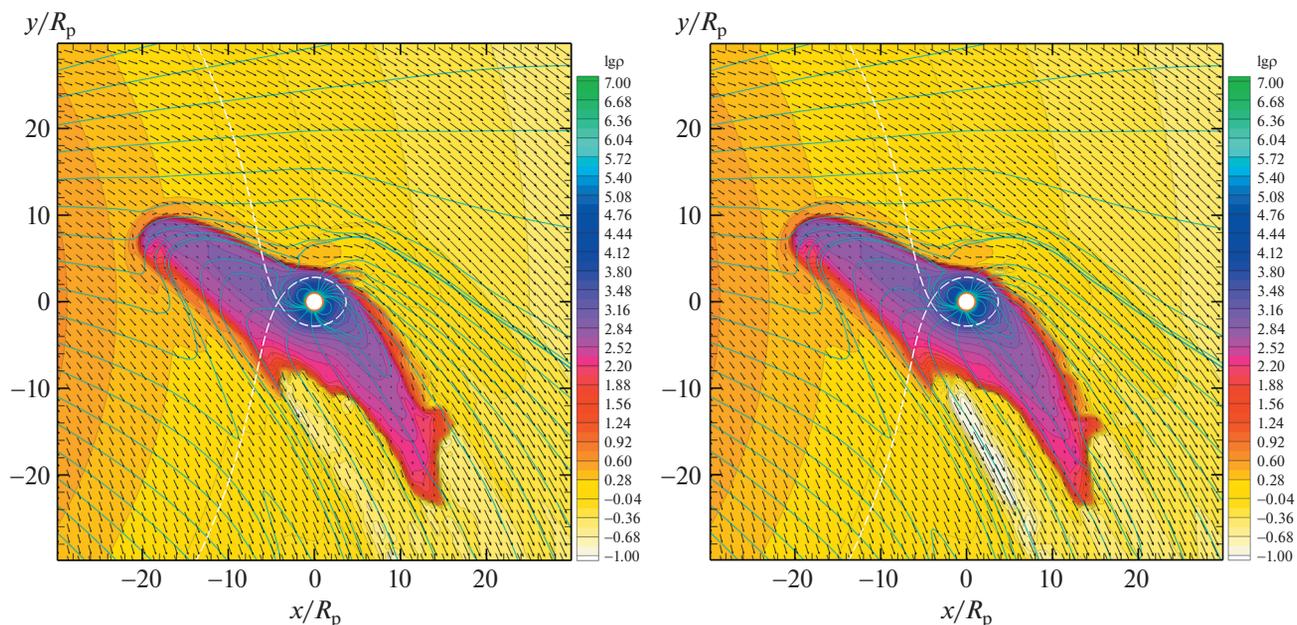
Химический состав водородно-гелиевой оболочки горячего юпитера в нашей модели характеризуется параметром  $\chi = [\text{He}/\text{H}]$ , равным отношению числа ядер гелия к числу ядер водорода. В приводимых ниже расчетах мы задавали  $\chi = 0.05$ , что соответствует массовому содержанию водорода  $X = 0.83$  и гелия  $Y = 0.17$ . Учитывались следующие компоненты атмосферы:  $\text{H}$ ,  $\text{H}^-$ ,  $\text{H}^+$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2^+$ ,  $\text{H}_3^+$ ,  $\text{He}$ ,  $\text{He}^+$ ,  $\text{HeH}^+$ , а также протоны звездного ветра. Степени диссоциации молекулярного водорода, ионизации атомарного водорода и ионизации атомарного гелия задавались равными 0.9. Концентрации  $\text{H}^-$ ,  $\text{H}_2^+$ ,  $\text{H}_3^+$ ,  $\text{HeH}^+$  задавались равными 0.001 от концентрации атомарного водорода  $\text{H}$ . Химические реакции, а также реакции ионизации, рекомбинации и диссоциации в данных расчетах не учитывались. По-

этому все компоненты плазмы рассматривались в качестве пассивных примесей, переносимых вместе с веществом.

Ниже мы представляем результаты численных расчетов двух моделей. В модели 1 диффузия магнитного поля не учитывалась и поэтому она соответствует приближению идеальной (многокомпонентной) магнитной гидродинамики. В модели 2 мы учитывали эффекты магнитной вязкости. Моделирование проводилось в расчетной области  $-30 \leq x/R_p \leq 30$ ,  $-30 \leq y/R_p \leq 30$ ,  $-15 \leq z/R_p \leq 15$  с числом ячеек  $192 \times 192 \times 96$ .

Результаты моделирования демонстрирует рис. 1. На панелях этого рисунка представлены распределения полной плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии) в орбитальной плоскости. Плотность выражена в единицах плотности ветра в окрестности планеты  $\rho_w = 2.3 \times 10^{-21}$  г/см<sup>3</sup>. Граница полости Роша показана штриховой линией. Планета расположена в центре расчетной области и изображена светлой окружностью, радиус которой соответствует фотометрическому радиусу. Координаты  $x$ ,  $y$  выражены в радиусах планеты  $R_p$ . Все полученные решения соответствуют моменту времени  $0.25 P_{\text{orb}}$  от начала счета. На левой панели рисунка представлено решение, полученное в рамках идеальной магнитной гидродинамики (модель 1), а на правой панели показано решение с учетом диффузии магнитного поля (модель 2).

В результате обтекания звездным ветром на ночной стороне планеты формируется широкий (порядка нескольких радиусов) водородно-гелиевый турбулентный шлейф. Взаимодействие звездного ветра с оболочкой горячего юпитера приводит к возникновению отошедшей ударной волны. На дневной стороне формируется мощный поток вещества из окрестности внутренней точки Лагранжа  $L_1$ . Этот поток движется против ветра в сторону звезды под действием ее гравитации. Струя водородно-гелиевого вещества из внутренней точки Лагранжа существенно искажает форму отошедшей ударной волны, при этом отодвигая ее дальше от планеты. Поэтому ударная волна состоит из двух отдельных частей, одна из которых возникает вокруг атмосферы планеты, а другая – вокруг струи из внутренней точки Лагранжа  $L_1$ . Вдоль поверхности струи развивается неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Из сравнения рисунков следует, что картины течения, полученные в двух моделях, практически совпадают. Это говорит о том, что эффекты магнитной вязкости проявляются слабо. Омическая (турбулентная) диффузия никакой заметной роли не играет. Действие же бомовской диффузии локализовано в области токовых слоев и нейтральных точек



**Рис. 1.** Распределения полной плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии) в орбитальной плоскости на момент времени  $0.25 P_{\text{orb}}$  для моделей 1 (слева, идеальная МГД) и 2 (справа, учет диффузии). Плотность выражена в единицах  $\rho_w$ . Штриховая линия показывает границу полости Роша. Белый кружок соответствует фотометрическому радиусу планеты.

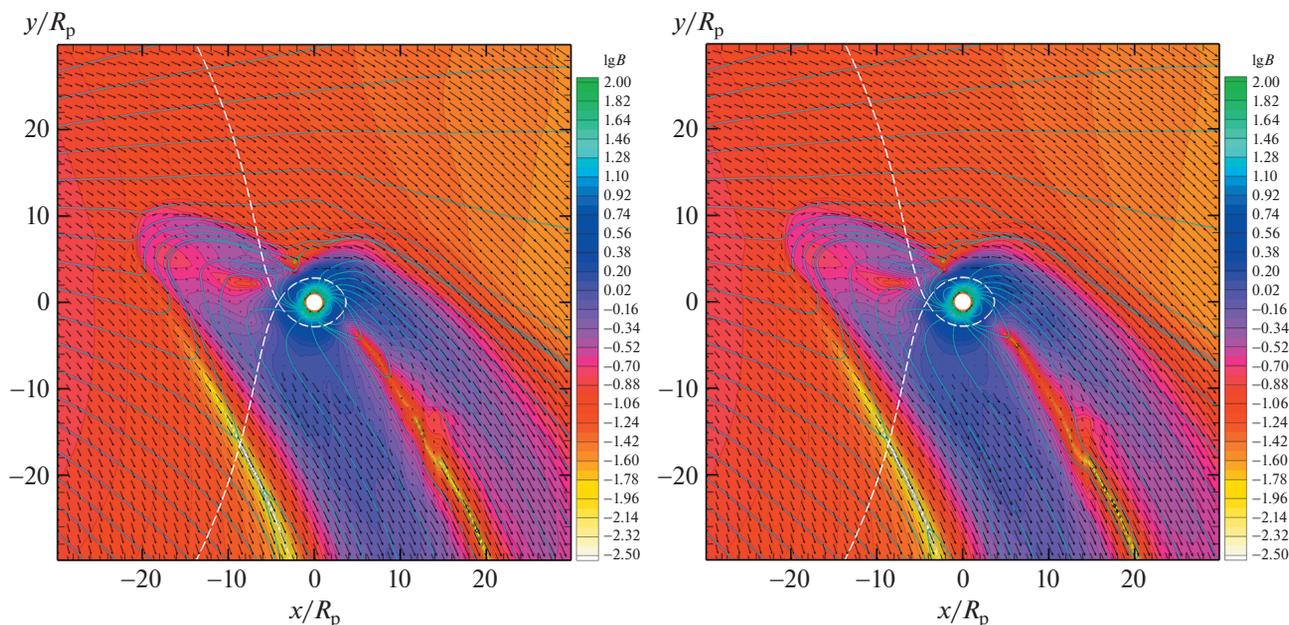
магнитного поля. В остальных областях течения она также не влияет на решение.

Более детально картина магнитного поля представлена на рис. 2. Панели этого рисунка полностью соответствуют панелям рис. 1, но вместо распределения плотности здесь цветом и изолиниями показано распределение индукции магнитного поля  $B$ . Величина  $B$  выражена в единицах  $B_0 = \sqrt{4\pi r_w A \Omega} = 2.46 \times 10^{-3}$  Гс. Минимальные значения величины магнитного поля достигаются в нейтральных точках и в области токовых слоев. В орбитальной плоскости планеты магнитное поле имеет две нейтральные точки [34, 48]. Одна из них расположена выше и немного левее горячего юпитера. Вторая точка находится слева внизу. Однако в этой области происходит формирование токового слоя (граница магнитопаузы), разделяющего собственное магнитное поле планеты и магнитное поле звездного ветра. В результате вторая нейтральная точка оказывается лежащей внутри этого токового слоя.

На ночной стороне в области магнитосферного хвоста формируется еще один токовый слой, который располагается вдоль магнитного экватора горячего юпитера. Подобный элемент течения имеется и в магнитосфере Земли [51]. Аналогичную структуру можно наблюдать и в потоке вещества из окрестности внутренней точки Лагранжа на дневной стороне. Однако этот токовый слой выражен более слабо. В этих отмеченных обла-

стях течения, в основном, и проявляется бомовская диффузия, поскольку коэффициент (4) в них достигает максимальных значений. Однако даже с учетом этого обстоятельства из сравнения левой и правой панелей на рис. 2 можно заключить, что учет диффузии на распределение магнитного поля практически никакого влияния не оказывает. Поэтому наши предыдущие расчеты, которые мы проводили в рамках приближения идеальной магнитной гидродинамики [34, 45–48], являются корректными.

Результаты расчетов, представленные на рис. 1 и 2, соответствуют моменту времени в четверть орбитального периода. Характерные максимальные значения коэффициента диффузии  $\eta$  получились равными примерно  $(10^{-4} - 10^{-3}) A^2 \Omega$ . Поэтому на таком масштабе времени диффузия магнитного поля оказывается неэффективной. Однако, если формируется квазистационарная картина течения, то диффузия будет эффективно работать на большем масштабе времени (порядка нескольких орбитальных периодов). С другой стороны, можно заметить, что при увеличении количества ячеек пространственное разрешение нейтральных точек и токовых слоев улучшается и, следовательно, коэффициент бомовской диффузии будет достигать больших значений. В представленном варианте расчета пространственного разрешения этих областей, по-видимому, оказалось недостаточно.



**Рис. 2.** Распределения индукции магнитного поля (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии) в орбитальной плоскости на момент времени  $0.25 P_{\text{orb}}$  для моделей 1 (слева, идеальная МГД) и 2 (справа, учет диффузии). Индукция магнитного поля выражена в единицах  $\sqrt{4\pi\rho_w}A\Omega$ . Штриховая линия показывает границу полости Роша. Белый кружок соответствует фотометрическому радиусу планеты.

Заметим, что бомовская диффузия предполагает наличие в плазме достаточно сильного магнитного поля. При уменьшении величины магнитного поля  $B$  коэффициент бомовской диффузии (4) растет обратно пропорционально  $B$  и формально устремляется в бесконечность при стремлении  $B$  к нулю. Однако коэффициент диффузии, обусловленный столкновениями электронов и ионов в полностью ионизованной плазме в поперечном направлении к магнитному полю, при уменьшении  $B$  растет обратно пропорционально квадрату  $B$  (см., напр., [50]). Следовательно, при очень слабых полях процесс диффузии будет уже определяться не бомовской диффузией, а столкновениями частиц. Интервал параметров, где доминирует бомовская диффузия, можно оценить с помощью отношения соответствующих коэффициентов диффузии. Коэффициент поперечной диффузии, связанной со столкновениями электронов с ионами в полностью ионизованной плазме, можно описать выражением

$$\eta_{\perp} = \eta_{\text{OD}} \frac{n_e k_B T}{B^2}, \quad (5)$$

где  $n_e$  – концентрация электронов. Отсюда отношение коэффициентов

$$\frac{\eta_{\text{BD}}}{\eta_{\perp}} = \frac{1}{16} \frac{cB}{en_e \eta_{\text{OD}}}. \quad (6)$$

Используя размерные масштабы для плотности  $\rho_w$  и магнитного поля  $B_0$ , получаем

$$\frac{\eta_{\text{BD}}}{\eta_{\perp}} = 0.07 \left( \frac{B}{B_0} \right) \left( \frac{\rho_w}{\rho} \right). \quad (7)$$

Отсюда видно, что в области звездного ветра бомовский коэффициент  $\eta_{\text{BD}} \ll \eta_{\perp}$  и, следовательно, доминирует столкновительная диффузия. Кроме того, вблизи альфвеновской точки ветра, где приблизительно расположена планета,  $\eta_{\perp} \approx \eta_{\text{OD}}$ . Поэтому эффекты диффузии оказываются пренебрежимо слабыми. В протяженной оболочке планеты  $\eta_{\text{BD}} \gg \eta_{\perp}$  и, следовательно, доминирует бомовская диффузия. Если, например, нейтральная точка расположена в оболочке, то в ее окрестности сначала будет развиваться бомовская диффузия, а лишь затем при достаточно слабом поле в процесс включится столкновительная диффузия. Как следует из наших расчетов, все эти процессы происходят на масштабе, не превышающем размеры ячейки сетки.

Таким образом, результаты наших расчетов, полученные в приближении идеальной магнитной гидродинамики (модель 1) и с учетом магнитной вязкости (модель 2), практически не отличаются между собой. В первом случае диссипация магнитного поля определяется исключительно численной диффузией, обусловленной расчетной сеткой, а также используемой разностной схе-

мой. Поэтому можно сказать, что во втором случае эффект физической вязкости получился того же порядка (или даже еще более слабым), что и эффект численной диффузии. Для того, чтобы эффекты физической вязкости стали преобладающими, необходимо либо увеличить пространственное разрешение, либо проводить расчет на более длительном интервале времени в условиях квазистационарной картины течения.

В нашей численной модели предполагается изотропный характер бомовской диффузии, когда коэффициент  $\eta_{\text{BD}}$  (4) не зависит от направления. В действительности, бомовская диффузия является анизотропной и происходит в направлении поперек магнитного поля. В данной работе мы сознательно пошли на такое упрощение, поскольку учет анизотропных эффектов существенно усложнил бы численную модель. Нетрудно видеть, что в представленной нами модели бомовская диффузия оказывается переоцененной, поскольку она распространена изотропным образом на все направления. Поэтому эффекты бомовской диффузии проявляются в модели сильнее, чем нужно. Однако, как показывают результаты наших расчетов, даже с учетом такой переоценки эффекты диффузии оказались все равно слабыми. Это позволяет утверждать, что на основной вывод нашей работы упрощение модели бомовской диффузии никак не влияет.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа представляет собой очередной этап развития наших МГД моделей протяженных оболочек горячих юпитеров [16, 17, 34, 42, 45, 46, 48] с целью включения в них дополнительных эффектов. До сих пор во всех наших расчетах не учитывалась магнитная вязкость. Однако в некоторых областях течения в окрестности горячего юпитера, особенно в области магнитосферы, процессы диффузии магнитного поля могут играть важную роль. В частности, на дневной стороне на границе зон с открытыми и замкнутыми линиями собственного поля планеты должна эффективно развиваться диффузия бомовского типа, физическая природа которой связана с развитием в замагниченной плазме дрейфово-диссипативных неустойчивостей, приводящих к дальнейшей турбулизации плазмы. В этих областях магнитосферы горячего юпитера происходят интенсивные процессы перезамыкания магнитных линий, как и в магнитосфере Земли. Аналогичные процессы должны протекать и в магнитосферном хвосте на ночной стороне. В предыдущих наших расчетах за все эти эффекты отвечала численная вязкость, которая определяется разностной схемой и расчетной сеткой.

В представленной работе для более корректного учета этих процессов мы включили в нашу численную модель диффузию магнитного поля, которая определяется не только омической (турбулентной) вязкостью, но и вязкостью бомовского типа. Для расчета уравнения диффузии магнитного поля используется неявная абсолютно устойчивая схема, не налагающая какие-либо дополнительные ограничения на величину временного шага.

Для оценки влияния эффектов диффузии магнитного поля мы провели два расчета (с учетом и без учета магнитной вязкости) структуры сверхальфвеновской оболочки квазиоткрытого типа для типичного горячего юпитера HD 209458b. Полученные результаты приводят к выводу, что учет диффузии на конфигурацию течения и, в частности, на распределение магнитного поля практически никакого влияния не оказывает. Такой вывод (несмотря на отрицательный оттенок) для нас имеет важное значение, поскольку ранее мы все расчеты структуры протяженных оболочек горячих юпитеров проводили в приближении идеальной магнитной гидродинамики. Следовательно, наши предыдущие расчеты являются корректными.

Заметим, что в субальфвеновском режиме бомовская диффузия будет еще более слабой, поскольку соответствующий коэффициент вязкости (4) обратно пропорционален величине магнитного поля. С другой стороны, в условиях сформировавшейся квазистационарной картины течения диффузия магнитного поля будет эффективно работать на более длительных временах порядка нескольких орбитальных периодов. Эффективность бомовской диффузии также в существенной степени зависит от пространственного разрешения нейтральных точек магнитного поля и токовых слоев. В представленных расчетах физическая диффузия магнитного поля оказывается сравнимой с эффектом численной диффузии.

#### Приложение А

##### РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Уравнение, описывающее диффузию магнитного поля, можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = -\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{b}). \quad (\text{A1})$$

В декартовых координатах это уравнение удобно переписать в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x^k} \left( \eta \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x^k} \right) - \frac{\partial \eta}{\partial x^k} \nabla b_k, \quad (\text{A2})$$

где по индексу  $k$  предполагается суммирование от 1 до 3. Поскольку коэффициент диффузии  $\eta$

зависит, вообще говоря, от величины магнитного поля, то использование явных схем для решения уравнения (A2) приводит к слишком сильным ограничениям на величину временного шага. Поэтому для аппроксимации этого уравнения на интервале  $t^n \leq \Delta t \leq t^{n+1}$  в нашем численном коде применяется абсолютно устойчивая полностью неявная схема [59]

$$\frac{\mathbf{b}^{n+1} - \mathbf{b}^n}{\Delta t} = \hat{D}^{n+1} \mathbf{b}^{n+1} - \mathbf{R}^{n+1}. \quad (\text{A3})$$

Здесь диффузионный оператор  $\hat{D}$  аппроксимирует первое слагаемое в правой части (A2), а  $\mathbf{R}$  аппроксимирует источниковый член.

Диффузионный оператор и источниковый член удобно расщепить по пространственным направлениям:

$$\hat{D} = \hat{D}_x + \hat{D}_y + \hat{D}_z, \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_x + \mathbf{R}_y + \mathbf{R}_z, \quad (\text{A4})$$

где, например, оператор  $\hat{D}_x$  аппроксимирует выражение  $\partial/\partial x(\eta \partial \mathbf{b}/\partial x)$ , а  $\mathbf{R}_x$  — выражение  $(\partial \eta / \partial x) \nabla \mathbf{b}_x$ . Для реализации схемы (A3) организуем итерационный процесс:

$$\frac{\mathbf{b}^{(p+1/3)} - \mathbf{b}^n}{\Delta t} = \hat{D}^{(p)} \mathbf{b}^{(p+1/3)} - \mathbf{R}_x^{(p)}, \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\mathbf{b}^{(p+2/3)} - \mathbf{b}^{(p+1/3)}}{\Delta t} = \hat{D}^{(p)} \mathbf{b}^{(p+2/3)} - \mathbf{R}_y^{(p)}, \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\mathbf{b}^{(p+1)} - \mathbf{b}^{(p+2/3)}}{\Delta t} = \hat{D}^{(p)} \mathbf{b}^{(p+1)} - \mathbf{R}_z^{(p)}, \quad (\text{A7})$$

где  $p$  — номер итерации. При этом считаем, что  $\mathbf{b}^{(0)} = \mathbf{b}^n$ , а в пределе при  $p \rightarrow \infty$  процесс сходится к нужному решению  $\mathbf{b}^{(p)} \rightarrow \mathbf{b}^{n+1}$ . Сходимость процесса определяем с помощью условия

$$\|\mathbf{b}^{(p+1)} - \mathbf{b}^{(p)}\| \leq \varepsilon_1 \|\mathbf{b}^{(p)}\| + \varepsilon_2, \quad (\text{A8})$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — параметры сходимости.

Расчет значения магнитного поля на новом итерационном слое  $p+1$  по известному значению на слое  $p$  состоит из трех этапов. На первом этапе получаем значение  $\mathbf{b}^{(p+1/3)}$ , затем по найденному значению находим  $\mathbf{b}^{(p+2/3)}$  и, наконец, с учетом этого получаем  $\mathbf{b}^{(p+1)}$ . На каждом этапе имеем разностную схему вида:

$$\frac{\mathbf{b}_C - \mathbf{b}_C^0}{\Delta t} = \frac{1}{h_C} \left( \eta_2 \frac{\mathbf{b}_R - \mathbf{b}_C}{h_2} - \eta_1 \frac{\mathbf{b}_C - \mathbf{b}_L}{h_1} \right) - \mathbf{R}_C, \quad (\text{A9})$$

где индексы  $L, C, R$  определяют три соседние ячейки расчетной сетки в заданном координатном направлении, а соответствующие узлы обозначены как 1 (между ячейками  $L$  и  $C$ ) и 2 (между

ячейками  $C$  и  $R$ ). Через  $h_C$  обозначен размер ячейки  $C$ , а через  $h_1$  и  $h_2$  обозначены расстояния между соответствующими центрами ячеек. Эту схему можно переписать следующим образом:

$$-a_1 \mathbf{b}_L + (d_1 + a_1 + a_2) \mathbf{b}_C - a_2 \mathbf{b}_R = \mathbf{f}_1, \quad (\text{A10})$$

где коэффициенты

$$a_{1,2} = \frac{\Delta t \eta_{1,2}}{h_{1,2}}, \quad d_1 = h_C, \quad \mathbf{f}_1 = h_C (\mathbf{b}^0 - \Delta t \mathbf{R}_C). \quad (\text{A11})$$

Таким образом, возникающие при реализации схемы системы линейных алгебраических уравнений можно решать методом скалярной прогонки вдоль каждого пространственного направления. При этом мы используем потоковый вариант прогонки [60]. Алгоритм потоковых прогонок дает более точное решение в случае жестких задач диффузии, когда коэффициент диффузии в расчетной области изменяется в широких пределах. Поэтому при учете, например, бомовской диффузии магнитного поля этот вариант прогонки представляется более предпочтительным. Описанная схема является неявной, абсолютно устойчивой и удовлетворяет условию положительности.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 22-12-00364).

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа была выполнена с использованием вычислительных средств МСЦ РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *R. A. Murray-Clay, E. I. Chiang, and N. Murray*, *Astrophys. J.* **693**, 23 (2009).
2. *M. Mayor and D. Queloz*, *Nature* **378**, 355 (1995).
3. *D. Lai, C. Hellings, and E. P. J. van den Heuvel*, *Astrophys. J.* **721**, 923 (2010).
4. *S.-L. Li, N. Miller, D. N. C. Lin, and J. J. Fortney*, *Nature* **463**, 1054 (2010).
5. *A. Vidal-Madjar, A. Lecavelier des Etangs, J.-M. Desert, G. E. Ballester, et al.*, *Nature* **422**, 143 (2003).
6. *A. Vidal-Madjar, J.-M. Desert, A. Lecavelier des Etangs, G. Hebrard, et al.*, *Astrophys. J.* **604**, L69 (2004).
7. *L. Ben-Jaffel*, *Astrophys. J.* **671**, L61 (2007).
8. *A. Vidal-Madjar, A. Lecavelier des Etangs, J.-M. Desert, G. E. Ballester, et al.*, *Astrophys. J.* **676**, L57 (2008).
9. *L. Ben-Jaffel and S. Sona Hosseini*, *Astrophys. J.* **709**, 1284 (2010).
10. *J. L. Linsky, H. Yang, K. France, C. S. Froning, et al.*, *Astrophys. J.* **717**, 1291 (2010).

11. *A. Lecavelier des Etangs, V. Bourrier, P. J. Wheatley, H. Dupuy, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **543**, id. L4 (2012).
12. *R. V. Yelle*, *Icarus* **170**, 167 (2004).
13. *A. Garcia Munoz*, *Planet. Space Sci.* **55**, 1426 (2007).
14. *T. T. Koskinen, M. J. Harris, R. V. Yelle, and P. Lavvas*, *Icarus* **226**, 1678 (2013).
15. *D. E. Ionov, V. I. Shematovich, and Ya. N. Pavlyuchenkov*, *Astron. Rep.* **61**, 387 (2017).
16. *D. V. Bisikalo, V. I. Shematovich, P. V. Kaigorodov, and A. G. Zhilkin*, *Physics Uspekhi* **64**(A1), 747 (2021).
17. *D. V. Bisikalo, V. I. Shematovich, P. V. Kaigorodov, and A. G. Zhilkin*, *Gaseous Envelopes of Exoplanets – Hot Jupiters* (Nauka, Moscow, 2020) (in Russian).
18. *D. V. Bisikalo, P. V. Kaigorodov, D. E. Ionov, and V. I. Shematovich*, *Astron. Rep.* **57**, 715 (2013).
19. *A. A. Cherenkov, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **58**, 679 (2014).
20. *D. V. Bisikalo and A. A. Cherenkov*, *Astron. Rep.* **60**, 183 (2016).
21. *A. Cherenkov, D. Bisikalo, L. Fossati, and C. Möstl*, *Astrophys. J.* **846**, id. 31 (2017).
22. *A. A. Cherenkov, D. V. Bisikalo, and A. G. Kosovichev*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **475**, 605 (2018).
23. *D. V. Bisikalo, A. A. Cherenkov, V. I. Shematovich, L. Fossati, and C. Möstl*, *Astron. Rep.* **62**, 648 (2018).
24. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, K. G. Kislyakova, et al.*, *Astrophys. J.* **832**, id. 173 (2016).
25. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, K. G. Kislyakova, et al.*, *Astrophys. J.* **847**, id. 126 (2017).
26. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, and M. S. Rumenskikh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 5315 (2018).
27. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, M. S. Rumenskikh, K. G. Kislyakova, and N. K. Dwivedi*, *Astrophys. J.* **885**, id. 67 (2019).
28. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, and M. S. Rumenskikh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **491**, 3435 (2020).
29. *J.-M. Grießmeier, A. Stadelmann, T. Penz, H. Lammer, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **425**, 753 (2004).
30. *A. Sanchez-Lavega*, *Astrophys. J.* **609**(2), L87 (2004).
31. *A. A. Vidotto, M. Jardine, and Ch. Helling*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **411**, L46 (2011).
32. *K. G. Kislyakova, M. Holmström, H. Lammer, P. Odert, and M. L. Khodachenko*, *Science* **346**, 981 (2014).
33. *D. J. Stevenson*, *Reports Progress Phys.* **46**, 555 (1983).
34. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Astron. Rep.* **63**, 550 (2019).
35. *T. T. Koskinen, J. Y.-K. Cho, N. Achilleos, and A. D. Aylward*, *Astrophys. J.* **722**, 178 (2010).
36. *T. T. Koskinen, R. V. Yelle, P. Lavvas, and N. K. Lewis*, *Astrophys. J.* **723**, 116 (2010).
37. *G. B. Trammell, P. Arras, and Z.-Y. Li*, *Astrophys. J.* **728**, id. 152 (2011).
38. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, Y. L. Sasunov, H. Lammer, et al.*, *Astrophys. J.* **795**, id. 132 (2014).
39. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, and P. A. Prokopov*, *Astrophys. J.* **813**, id. 50 (2015).
40. *G. B. Trammell, Z.-Y. Li, and P. Arras*, *Astrophys. J.* **788**, id. 161 (2014).
41. *T. Matsakos, A. Uribe, and A. Königl*, *Astron. and Astrophys.* **578**, id. A6 (2015).
42. *A. S. Arakcheev, A. G. Zhilkin, P. V. Kaigorodov, D. V. Bisikalo, and A. G. Kosovichev*, *Astron. Rep.* **61**, 932 (2017).
43. *D. V. Bisikalo, A. S. Arakcheev, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **61**, 925 (2017).
44. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **64**, 159 (2020).
45. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **64**, 259 (2020).
46. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Astron. Rep.* **64**, 563 (2020).
47. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and E. A. Kolymagina*, *Astron. Rep.* **65**, 676 (2021).
48. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Universe* **7**, 422 (2021).
49. *M. J. Owens and R. J. Forsyth*, *Liv. Rev. Solar Physics* **10**, 5 (2013).
50. *Ф. Чен*, *Введение в физику плазмы* (М.: Мир, 1987).
51. *E. S. Belen'kaya*, *Physics Uspekhi* **52**, 765 (2009).
52. *L. Mestel and L. Spitzer, Jr.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **116**, 503 (1956).
53. *D. V. Bisikalo, A. G. Zhilkin, and A. A. Boyarchuk*, *Gas Dynamics of Close Binary Stars* (Moscow: Fizmatlit, 2013) (in Russian).
54. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and A. A. Boyarchuk*, *Physics Uspekhi* **55**, 115 (2012).
55. *T. Tanaka*, *J. Comput. Phys.* **111**, 381 (1994).
56. *K. G. Powell, P. L. Roe, T. J. Linde, T. I. Gombosi, and D. L. de Zeeuw*, *J. Comput. Phys.* **154**, 284 (1999).
57. *E. N. Parker*, *Astrophys. J.* **128**, 664 (1958).
58. *E. J. Weber and L. Davis, Jr.*, *Astrophys. J.* **148**, 217 (1967).
59. *А. А. Самарский*, *Теория разностных схем* (М.: Наука, 1989).
60. *А. А. Самарский, Е. С. Николаев*, *Методы решения сеточных уравнений* (М.: Наука, 1978).