

## БЫСТРОЕ АПСИДАЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ V1103 Cas

© 2022 г. И. М. Волков<sup>1, 2, \*</sup>, А. С. Кравцова<sup>1, 2, \*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

\*E-mail: hwp@yandex.ru

\*\*E-mail: kravts@yandex.ru

Поступила в редакцию 06.12.2021 г.

После доработки 29.01.2022 г.

Принята к публикации 21.02.2022 г.

Впервые получены высокоточные  $UBVRI(RI)c$  кривые блеска малоисследованной затменной системы V1103 Cas = GSC 3682 736 ( $P = 6.18^d$ ,  $V = 11.16^m$ ,  $e = 0.27$ , В3 V). Построена геометрическая орбита системы, найдены физические параметры звезд-компонентов:  $T_1 = 16110 \pm 400$  К,  $M_1 = 5.9 \pm 0.3 M_\odot$ ,  $R_1 = 4.41 \pm 0.08 R_\odot$ ,  $T_2 = 16010 \pm 400$  К,  $M_2 = 5.4 \pm 0.3 M_\odot$ ,  $R_2 = 3.77 \pm 0.08 R_\odot$ . Возраст компонентов составляет 59 млн. лет. Фотометрический параллакс  $\pi = 0.00052'' \pm 0.00002''$  близок к значению GAIA DR1  $\pi = 0.0006'' \pm 0.0003''$ . В системе обнаружено быстрое апсидальное вращение  $\dot{\omega}_{\text{obs}} = 0.42^\circ/\text{год}$ , значительно превышающее теоретическое значение  $\dot{\omega}_{\text{theor}} = 0.31^\circ/\text{год}$ . В каталоге WDS звезда ошибочно обозначена как тесная оптическая пара.

*Ключевые слова:* двойные затменные звезды, апсидальное вращение, межзвездное поглощение

DOI: 10.31857/S000462992206007X

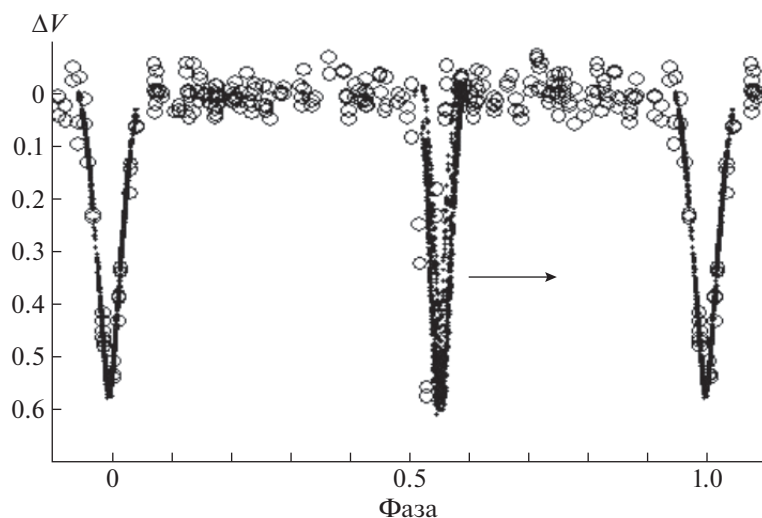
### 1. ВВЕДЕНИЕ

Звезда была открыта как затменная переменная в работе Отеро и др. [1] на основании фотометрического обзора ROTSE [2]. Фазовая кривая блеска представлена на рис. 1, где точки ROTSE показаны большими кружками. Звезда была включена в каталоги затменных звезд с эксцентрическими орбитами: в [3] она ошибочно обозначена как GSC 3682 837, и в [4] внесена с верным обозначением GSC 3682 736. В обоих каталогах содержатся только исходные данные из [1]. Наша наблюдательная программа [5] направлена в первую очередь на изучение затменных звезд с эллиптическими орбитами, поэтому V1103 Cas была включена в список для наблюдений. Звезда также включена в каталог [6] как тесная визуальная двойная, содержащая компоненты одинаковой яркости. Мы утверждаем, что это ошибка, так как наблюдаемая кривая блеска не допускает присутствия в системе столь значительной, до 50%, как это следует из [6], доли третьего света. В эфемериде, приводимой в [1], в качестве главного обозначен немного более мелкий минимум. Так как наше исследование показало, что в этом минимуме затмевается более яркий и массивный компонент, мы оставили принятое изначально

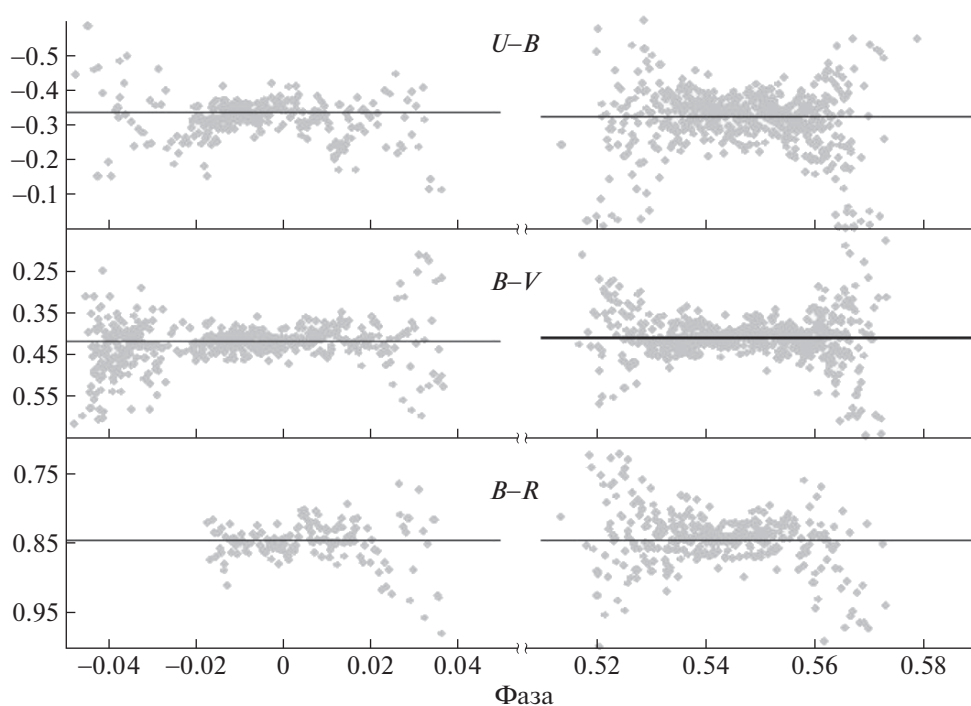
обозначение минимумов без изменений. В дальнейшем, при пользовании найденной нами эфемеридой, необходимо иметь в виду, что глубина минимума, указанного в нашей статье как главный, на  $V = 0.02^m$  меньше глубины вторичного. Такая же разность глубин минимумов наблюдается и в других фотометрических полосах, что объясняется близостью друг другу показателей цвета обоих компонентов (см. рис. 2).

### 2. НАБЛЮДЕНИЯ, РЕДУКЦИЯ ДАННЫХ И МЕЖЗВЕЗДНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Мы провели наблюдения в течение 23 ночей в 2007–2021 гг. Журнал наблюдений приведен в табл. 1, всего получено 6361 измерений в семи фотометрических полосах  $UBV'RI(RI)c$  системы Джонсона–Казинса. Наиболее полно кривая блеска охвачена в полосах  $U$ ,  $B$ ,  $V$ , а в полосах  $R$ ,  $I$ ,  $Rc$ ,  $Ic$  главный минимум покрыт наблюдениями не полностью. На достоверность результатов это практически не влияет, поскольку наибольший вес в решении имеют наиболее точные и многочисленные наблюдения в полосе  $V$ . Наблюдения



**Рис. 1.** Фазовая кривая V1103 Cas, построенная с начальной эпохой и периодом для главного минимума (1), найденными в данной работе. Обозначены разными символами наблюдения ROTSE (большие кружки) и наши наблюдения в полосе  $V$  (черные точки). Блеск звезды на плато принят равным нулю. Смещение вторичного минимума в направлении стрелки наглядно демонстрирует увеличение с течением времени долготы периастра вследствие поворота апсидального эллипса.



**Рис. 2.** Графики цветов потери света в минимумах, указывающие на близость температур компонентов. Наиболее показательным для звезд раннего спектрального класса является график  $U - B$ , из которого следует, что главный компонент может иметь температуру примерно на 240 К выше вторичного. Остальные графики указывают на равенство температур.

ния в остальных полосах служат для дополнительного контроля правильности решения и для точного определения температур компонентов.

Мы использовали такую же методику наблюдений и редукции данных, что и в предыдущих наших работах [7–12]. В качестве основной звез-

Таблица 1. Журнал наблюдений

Год	JD 245 0000 +	<i>N</i>	Фильтр	Телескоп и приемная аппаратура
2007	4370	88	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Южная станция ГАИШ, Ар-47р
2008	4472, 4474	293	<i>UBV</i>	Цейсс-600, Звенигородская обсерватория ИНАСАН, ФЭУ ЕМІ9789
2008	4745	11	<i>UBVR</i>	Цейсс-600, Словакия, ФЭУ Hamamatsu R2949S
2010	5470, 5476	485	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2011	5831	386	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 1340×1300
2011	5853	405	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Словакия, VersArray 512UV
2011	5853	179	<i>V RcIc</i>	15 см Максутов, Словакия, ST-10XME
2013	6588, 6591	743	<i>V</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2017	7756, 7777	1147	<i>UBV RcIc</i>	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL09000
2018	8123	119	<i>V</i>	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL09000
2018	8355	538	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2019	8701, 8710	674	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2019	8753	309	<i>UBV RcIc</i>	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL18603
2020	8868, 8936	549	<i>UBV RcIc</i>	Цейсс-1000, Симеиз, ИНАСАН, FLI PL18603
2020	9161	52	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2021	9288	153	<i>UBVRI</i>	Цейсс-600, Симеиз, ИНАСАН, VersArray 512UV
2021	9492	230	<i>V</i>	Celestron RASA 11", Звенигородская обсерватория ИНАСАН, ZWO ASI 6200 MM Pro

Примечание. *N* – количество измерений. В столбце “Фильтр” приведены фотометрические полосы наблюдений.

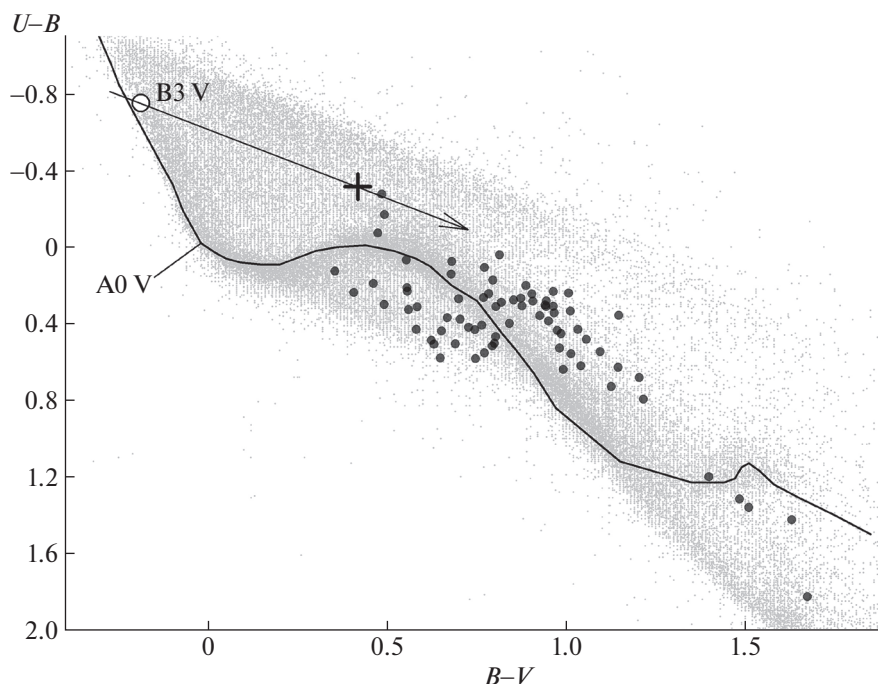
ды сравнения при наблюдениях с ПЗС была использована звезда GSC 3682 1688, которая по своей яркости и показателям цвета очень близка к переменной и находится от нее на угловом расстоянии  $4'$ . Положение этой звезды на двухцветной диаграмме, представленной на рис. 3, говорит о несколько большем межзвездном поглощении и одинаковом спектральном классе с компонентами исследуемой нами двойной звезды. Фотометрический параллакс, определяемый в предположении, что звезда имеет не только температуру, но и размеры, схожие с размерами компонентов V1103 Cas, указывает на совпадение с точностью 10% расстояний до V1103 Cas и GSC 3682 1688. Собственные движения обеих звезд измерены в обзоре GAIA и примерно одинаковы. Поэтому не исключено, что обе звезды связаны общностью происхождения и принадлежат к одному, пока еще не выявленному на небе, рассеянному скоплению. На существование такого слабо выраженного скопления косвенно указывает то, что в ближайшей окрестности V1103 Cas обнаруживается значительное число звезд, имеющих близкое к исследуемой звезде межзвездное поглощение (см. рис. 3–5). В непосредственной близости к исследуемой области расположены хорошо известные молодые рассеянные скопления NGC 457 и NGC 436. Построенная нами для всех звезд окрестности диаграмма  $V$ ,  $(B - V)$  здесь не при-

ведена, но она аналогична такой же диаграмме для скопления NGC 457 (см. [17, 18]).

При наблюдениях с фотоумножителями мы использовали в качестве стандарта звезду HD 8159, расположенную на удалении  $16'$  от переменной. Звездные величины всех вторичных стандартов были измерены относительно HD 8272 AB, величины которой взяты из каталога ГАИШ [15]. Ультрафиолетовая величина  $W$ , приведенная в каталоге, была трансформирована в стандартную полосу  $U$  Джонсона.

Экспозиции зависели от величины сигнала в каждой из фотометрических полос и составляли от 120 с в  $U$ , где сигнал наименьший, до 3 с в  $R$ , где величина сигнала была максимальной. Если сильный сигнал не позволял делать продолжительную экспозицию, то записывалась цепочка кадров с суммарной экспозицией не менее 10 с для телескопов с апертурой 0.6 и 1.0 метра, и в несколько минут для инструментов с меньшей апертурой. В ходе обработки такая последовательность считалась одним измерением, она усреднялась, и вычислялась ошибка среднего.

Дополнительные данные о величинах и показателях цвета V1103 Cas были получены при наблюдениях с полуавтоматическим *UBVR* фотометром с фотоумножителем Hamamatsu R2949S, чувствительным к полосе  $R$ , в обсерватории в



**Рис. 3.** Двухцветная диаграмма  $U - B$ ,  $B - V$ . Крестиком показано положение V1103 Cas. Белый кружок отмечает положение звезды после исправления показателей цвета за межзвездное поглощение. Сплошная линия соответствует нормальным показателям цвета звезд пятого класса светимости согласно [13]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Облако точек – данные фотоэлектрического каталога [14]. Темные кружки – звезды из ближайшей окрестности переменной.

Старой Лесне (Словакия) на телескопе Цейсс-600 в октябре 2008 г.

Так как каталог [15] не содержит инфракрасных величин  $I$  и, к тому же, использовавшиеся фотометры с фотоумножителями не чувствительны в ближней инфракрасной области, мы провели дополнительные измерения в этой фотометрической полосе с помощью фотометра на базе ПЗС-матрицы VersArray 512UV и телескопа Цейсс-600 Симеизской обсерватории ИНАСАН. Привязка осуществлялась к экваториальному стандарту 95 52 = HD 24538 из списка [19]. Несмотря на значительную удаленность стандарта от исследуемой области, величины  $V$  и  $R$  совпали с измеренными ранее с помощью фотоумножителя в пределах  $0.009^m$ , величина  $B$  отклонилась на  $0.019^m$ ,  $U$  на  $0.062^m$  и при усреднении была отброшена.

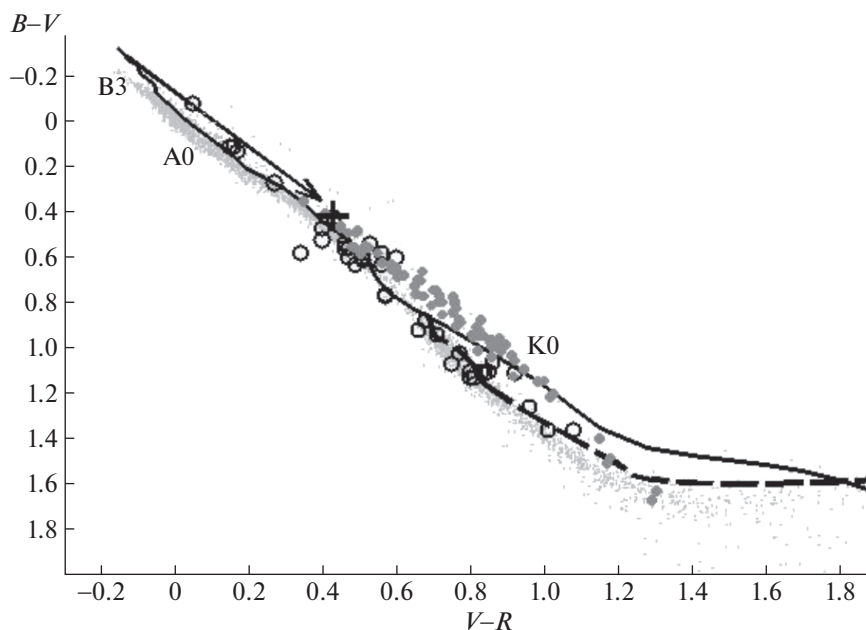
Блеск переменной, измеренный в разные ночи и на разных инструментах, после исправления за инструментальные системы, попадает в интервал  $\pm 0.029^m$ . В таких пределах блеск звезд сравнения и блеск переменной на плато можно считать постоянным. Этот интервал несколько больше того, который можно было бы объяснить одними только ошибками наблюдений, скорее всего, либо

ПЗС-стандарт, либо сама звезда испытывают незначительную физическую переменность. Усредненные звездные величины переменной на плато, звезд сравнения и стандартов представлены в табл. 2.

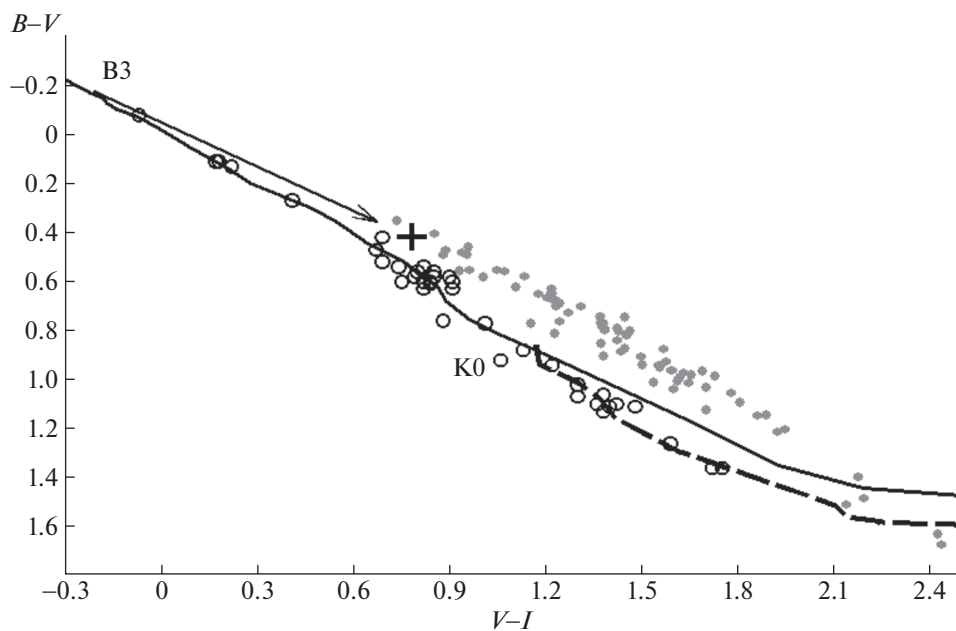
Мы сравнили полученные нами величины ПЗС-стандарта GSC 3682 1688 с  $UBV$  измерениями [20]. Наша величина  $V$  слабее на  $0.017^m$ ,  $B - V$  краснее на  $0.015^m$ , а  $U - B$  краснее на  $0.044^m$ . Надо признать, что для измерений полученных с интервалом в 50 лет совпадение не такое уж и плохое.

Значительная доля наблюдений переменной была получена в полосах  $R_c$ ,  $I_c$  системы Казинса. Отдельных привязок в этой системе сделать, по разным причинам, не удалось, и мы воспользовались тем, что полосы  $R_c$ ,  $I_c$  Казинса расположены между полосами  $V$ ,  $R$ ,  $I$  Джонсона, величины в которых мы зафиксировали с высокой точностью. Поэтому по формулам перевода из одной стандартной системы в другую [21] мы определили показатели цвета переменной на плато  $V - R_c = 0.290$ ,  $R_c - I_c = 0.336$ . Точность полученных показателей цвета мы оцениваем не хуже  $\pm 0.02^m$ .

С помощью ПЗС-матрицы VersArray  $1300 \times 1340$ , особенно чувствительной к ультрафиоле-



**Рис. 4.** Двухцветная диаграмма  $B - V$ ,  $V - R$ . Крестиком показано положение V1103 Cas. Сплошная линия показывает положение нормальных показателей цвета звезд пятого класса светимости, штриховая линия – то же, но для звезд третьего класса светимости согласно [13]. Стрелкой обозначено направление линии межзвездного покраснения. Заполненные кружки – положение звезд из ближайшей окрестности переменной. Пустые кружки – данные для M67 согласно [16]. Облако точек – фотоэлектрический каталог ГАИШ [15].



**Рис. 5.** Двухцветная диаграмма  $B - V$ ,  $V - I$ . Все обозначения такие же, как на рис. 4, за исключением того, что данные каталога ГАИШ отсутствуют.

товому излучению, установленной на телескопе Цейсс-600 Симеизской обсерватории ИНАСАН, мы измерили величины  $UBVRI$  звезд поля в области  $10' \times 10'$  вокруг V1103 Cas, используя вели-

чины нашего вторичного стандарта GSC 3682 1688. Были выбраны все звезды, для которых отношение сигнала к шуму в полосе  $U$  обеспечивало бы точность не хуже  $\pm 0.05^m$ . Таких звезд оказа-

**Таблица 2.** Звездные величины V1103 Cas на плато, фотоэлектрических и ПЗС-стандартов в системе Джонсона

Звезда	$V$	$U - B$	$B - V$	$V - R$	$R - I$	Примечание
V1103 Cas	11.160	-0.315	0.418	0.428	0.354	Переменная, плато
	0.007	0.013	0.009	0.010	0.018	
HD 8159	7.790	0.136	0.415	0.407	-	ФЭУ стандарт
	0.006	0.039	0.007	0.008	-	
GSC 3682 1688	11.677	-0.276	0.485	0.496	0.446	ПЗС стандарт
	0.009	0.015	0.009	0.013	0.018	
HD 8272AB	6.368	-0.037	0.437	0.380	-	[15]
	0.006	0.009	0.006	0.006	-	
HD 24538	9.578	0.060	0.520	0.479	0.310	95 52, [19]
	0.009	0.015	0.007	0.016	0.015	

лось 73. Самая слабая из них имеет звездную величину  $U = 17.68^m$ . Это исследование было предпринято для подробного изучения межзвездного поглощения в направлении на V1103 Cas. Было обнаружено, что область подвержена значительному межзвездному поглощению, а некоторые звезды покраснены в большей степени, чем исследуемая звезда. Из графиков на рис. 3–5 видно, что положение V1103 Cas соответствует сильно покрасненной звезде спектрального класса V3. На всех двухцветных диаграммах (рис. 3–5) эта звезда показана крестиком. Межзвездное поглощение для V1103 Cas, используя данные Страйжиса [13], мы определили равным  $E(B - V) = 0.606^m$ . За ошибку этой величины мы склонны взять не ошибку определения показателей цвета в нашем исследовании, ведь как показано в табл. 2, она крайне незначительна, а неопределенность положения линии нормальных цветов, которую мы из графика на рис. 3 оцениваем равной  $\pm 0.01^m$ . Из рис. 4, 5 видно, что наши данные, а также данные [16] для скопления M67, хорошо удовлетворяют нормальным показателям цвета, а вот для наблюдений из каталога ГАИШ [15] нормальные показатели цвета на рис. 4 ложатся на линию, огибающую облако точек сверху. Этот факт объясняется не разностью фотометрических систем ГАИШ–Джонсон, а нормировкой каталога ГАИШ, которая подразумевает нулевые показатели цвета для звезд A0 V, в то время, как Страйжис [13] показал, что данным Джонсона для спектрального класса A0 V соответствуют показатели цвета  $U - B = -0.02^m$ ,  $B - V = -0.02^m$  и  $V - R = +0.02^m$ . В наших предыдущих работах [22, 23] уже упоминалось данное несоответствие. Для сравнения данных Страйжиса с реальными наблюдениями в системе Джонсона мы нанесли на рис. 3 показатели цвета всех звезд из фотоэлектрического каталога Мермильо [14]. На всех диа-

граммах, особенно на  $(B - V)$ ,  $(V - I)$ , хорошо выделяются пять звезд – красных гигантов. V1103 Cas находится близко к Галактическому экватору, ее галактическая широта  $b = -4^\circ$ , это может объяснить значительное межзвездное поглощение.

Для независимой оценки полученной нами величины межзвездного поглощения мы воспользовались данными обзоров. Для пользования ими необходимо знать расстояние до системы. В данной работе мы нашли эту величину,  $d = 1930$  пк, что дает из [24] значение  $E(B - V) = 0.46^{+0.02}_{-0.03}$ . Это меньше найденной нами из фотометрических наблюдений величины.

Другие обзоры дают  $E(B - V) = 0.48^m \pm 0.014^m$  [25] и  $E(B - V) = 0.55^m \pm 0.016^m$  [26], последнее уже довольно близко к найденному нами значению.

Таким образом, независимые оценки, хотя и несколько меньше найденного нами значения, но все же не слишком сильно ему противоречат и мы окончательно принимаем  $E(B - V) = 0.61^m \pm 0.01^m$ . Резюмируем, что для V1103 Cas не наблюдается избыточного поглощения, которое было обнаружено нами у молодых затменных звезд с эллиптическими орбитами: GG Ori [27], V944 Ser [28], V2544 Cyg [29] и V839 Ser [30]. Исправленные за межзвездное поглощение показатели цвета дают нам возможность с помощью таблиц в [31] определить температуру звезд-компонентов.

Все наши наблюдения можно найти в базе данных CDS<sup>1</sup> или по прямой ссылке<sup>2</sup>. Образцы этих таблиц представлены в табл. 3 и 4. В первом столбце табл. 3 представлена Юлианская гелиоцентрическая дата наблюдения, отнесенная к середине экспозиции, во второй – звездная величина объекта, исправленная за атмосферную экстинкцию, редуцированная в стандартную систе-

<sup>1</sup> ftp://cdsarc.u-strasbg.fr (130.79.128.5)

<sup>2</sup> https://cdsarc.unistra.fr/viz-bin/cat/J/AZh

**Таблица 3.** Таблица индивидуальных наблюдений (обрезец)

$JD_{hel}+245\ 0000+$	Зв. величина
4370.57953	11.1609
4370.58408	11.1672
4370.58909	11.1590
4370.59328	11.1648
4370.59778	11.1570

му. Небольшие ночные поправки, полученные при окончательном решении кривых блеска, также учтены. Фотометрическая полоса наблюдений указана в названии файла.

В первом столбце табл. 4 указаны координаты звезды с точностью  $0.2''$ , затем идут звездные величины  $V$  и показатели цвета  $U - B$ ,  $B - V$ ,  $V - R$ ,  $R - I$  с соответствующими погрешностями (в скобках).

### 3. ТЕМПЕРАТУРА КОМПОНЕНТОВ И РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА

Межзвездное поглощение измерено нами однозначно и надежно, что гарантирует точность определения температуры компонентов. Сосредоточимся на измерении их относительной температуры. Для этого определим цвета потери света в минимумах. Так как измерения в разных фотометрических полосах не могли быть получены одновременно, то наблюдения в одном из двух использовавшихся при вычислении цветов потери света фильтров интерполировались скользящим средним на время измерения в другом. Показатели цвета  $B - V$  оказались немного меньше у менее яркого вторичного компонента, что, как бы, говорит о его немного более высокой температуре. Для контроля мы построили показатели цвета  $B - R$ , которые оказались одинаковыми. Из этого, гораздо более контрастного показателя, следует одинаковая температура обоих компонентов. Самым наглядным для звезд ранних

спектральных классов является показатель цвета  $U - B$ , которым мы обычно не пользуемся вследствие больших ошибок его измерения, но в случае V1103 Cas удалось определить, что  $U - B$  главного компонента на  $0.004^m \pm 0.002^m$  меньше, чем у вторичного, что из калибровки [31] и  $E(U - B)/E(B - V) = 0.714$  [13] соответствует более высокой (на  $240 \pm 160$  K) температуре главного компонента. Ошибка здесь относится именно к разности температур компонентов. Сам показатель цвета  $U - B$  определяется с меньшей точностью (см. табл. 2).

На более высокую температуру главного компонента указывает и его большая поверхностная яркость, которая получается из решений во всех фотометрических полосах. Также для выполнения условия равных расстояний до обоих компонентов температуру главного следует принять на 100 K выше температуры вторичного. Эта величина меньше той, которая следует из разностей показателей цвета компонентов  $U - B$ ,  $\Delta T = 240$  K. Мы принимаем значение, которое следует из условия равенства расстояний, ведь калибровки температур по показателям цвета для горячих звезд показывают значительное расхождение. Например, в работах [31, 32] предлагают для звезд V3 V температуры, отличающиеся на 2000 K. Когда речь идет о разности температур, расхождение, конечно же, будет меньше, но тем не менее, погрешность в измерении в 100 K для столь горячих звезд не существенна.

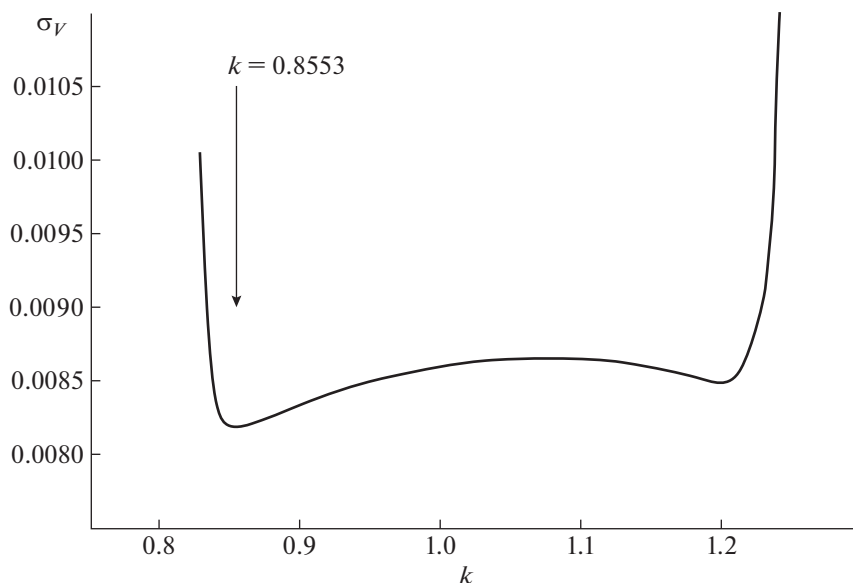
Наши наблюдения, а также наблюдения ROTSE [2], представленные в виде фазового графика на рис. 1, показывают, что система не меняет свой блеск между минимумами, эффекты близости незначительны. Поэтому анализ кривых блеска проводился для модели двух сферических звезд с линейным законом потемнения к краю, обращающихся на эллиптической орбите. Кривые блеска моделировались с использованием простого алгоритма, описанного в работе [33]. Линейные коэффициенты потемнения к краю из наших кривых блеска определяются с неплохой точностью, примерно в 13%. В этих же пределах

**Таблица 4.** Величины звезд в окрестности V1103 Cas

RA 2000 h m s	Dec 2000 ° ' "	$V$ mag	$U - B$ mag	$B - V$ mag	$V - R$ mag	$R - I$ mag
01 21 18.65	58 27 50.8	14.810(4)	0.173(11)	0.796(9)	0.760(13)	0.627(19)
01 21 21.35	58 30 27.1	14.664(4)	0.237(12)	0.407(7)	0.411(12)	0.443(19)
01 21 22.30	58 26 01.7	13.838(4)	0.075(09)	0.681(8)	0.656(12)	0.578(18)
01 21 23.27	58 27 05.8	13.352(4)	0.299(11)	0.492(8)	0.492(12)	0.463(18)
01 21 26.51	58 28 14.1	14.452(5)	0.243(13)	0.784(9)	0.749(13)	0.629(18)

Примечание. Цифры в скобках соответствуют погрешностям последних 1–2 знаков величины.





**Рис. 6.** Зависимость ошибки решения от отношения радиусов компонентов  $k = r_2/r_1$ . Стрелкой показана принятая величина.

они совпадают с теоретическими значениями. При поиске окончательного решения на последних шагах итераций, после уточнения косвенным методом [34, 35] температур компонентов и ускорений свободного падения на их поверхности, мы фиксировали интерполяцией таблиц из работы [36] значения линейных коэффициентов потемнения к краю. Для достижения близкого к окончательному результата хватило трех итераций, четвертая уже не привела к уменьшению разностей  $O - C$  между вычисляемой и наблюдаемой кривыми блеска. Мы говорим “близкого к окончательному”, а не окончательному решению потому, что дно минимума невязок обычно имеет близкую к плоской форму, ведь многие параметры, определяющие кривую блеска, взаимосвязаны. Мы провели специальное исследование зависимости невязок от отношения радиусов компонентов. Результат представлен на рис. 6. Видно, что хотя ошибки на дне меняются незначительно, все же имеются два выраженных минимума, первый из которых соответствует большему радиусу главного компонента, а второй относится к модели с обратными размерами, когда вторичный компонент больше. Мы выбираем более глубокий минимум, на рис. 6 он обозначен стрелкой. Такая модель соответствует условию одинакового расстояния до обоих компонентов для тех допустимых диапазонов температур компонентов, которые мы определили непосредственно из наблюдений. График, иллюстрирующий данный метод, можно найти в нашей работе [37], рис. 7, здесь мы аналогичный график, полученный из

проведенного для данной звезды исследования, не приводим.

С полученными геометрическими параметрами системы мы вошли в нашу программу определения абсолютных параметров и исправили значения температур для того, чтобы, как уже говорилось, выровнять расстояния до компонентов. Результаты решений кривых блеска приведены в табл. 5 и представлены на рис. 7, 8.

#### 4. ПРОБЛЕМА ТРЕТЬЕГО СВЕТА

Случайные ошибки решения удается еще немного уменьшить добавлением небольшой доли третьего света. Большого влияния на получаемые в ходе решения параметры системы наличие третьего света не оказывает, но формально теоретическая кривая блеска показывает лучшее совпадение с наблюдениями (см. табл. 5). Также при включении в процесс поиска решения коэффициентов потемнения к краю небольшие добавки третьего света приводят к тому, что программа решения начинает находить значения коэффициентов, очень близкие к теоретически ожидаемым. То есть в данном конкретном случае коэффициенты потемнения реально определяются из наблюдений в полосе  $V$  с точностью 13%.

Небольшие добавки третьего света немного уменьшают ошибки и в других фотометрических полосах, за исключением полосы  $U$  (см. табл. 6). В этой же таблице представлены невязки решений  $O - C$  во всех полосах и количество использованных при решениях точек. Видно, что во всех



**Таблица 5.** Фотометрические элементы V1103 Cas в полосе  $V$ 

Параметр	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$r_1$	0.1388(2)	0.1383(5)	<b>0.1389(2)</b>	0.1386(5)
$r_2$	0.1187(3)	0.1187(6)	<b>0.1188(3)</b>	0.1192(6)
$i, ^\circ$	88.207(1)	88.264(1)	<b>88.287(1)</b>	88.278(1)
$e$	0.2723(8)	0.2694(22)	<b>0.2728(8)</b>	0.2712(22)
$\omega, ^\circ$	284.456(1)	284.629(2)	<b>284.423(1)</b>	284.518(2)
$L_1$	0.5822(12)	0.5822(21)	<b>0.5767(10)</b>	0.5757(21)
$L_3$	0.0	0.000(2)	<b>0.0065(6)</b>	0.0065
$u_1$	0.294	0.19(5)	<b>0.294</b>	0.26(5)
$u_2$	0.294	0.32(5)	<b>0.294</b>	0.33(5)
$r_1 + r_2$	0.2575(4)	0.2570(8)	<b>0.2578(3)</b>	0.2578(8)
$\sigma_{O-C},^m$	0.008207	0.008198	<b>0.008201</b>	0.008200

Примечание. Вариант 1 – расчет параметров с фиксированными коэффициентами потемнения, поиск при  $L_3 = 0$ . Вариант 2 – общий поиск, включая коэффициенты потемнения. Вариант 3 – расчет параметров с фиксированными коэффициентами потемнения, поиск  $L_3$ . Вариант 4 – общий поиск, при фиксированном значении третьего света  $L_3 = 0.0065$ . В скобках приведены погрешностям последних 1–2 знаков величины.

**Таблица 6.** Относительные светимости  $L$  компонентов во всех фотометрических полосах

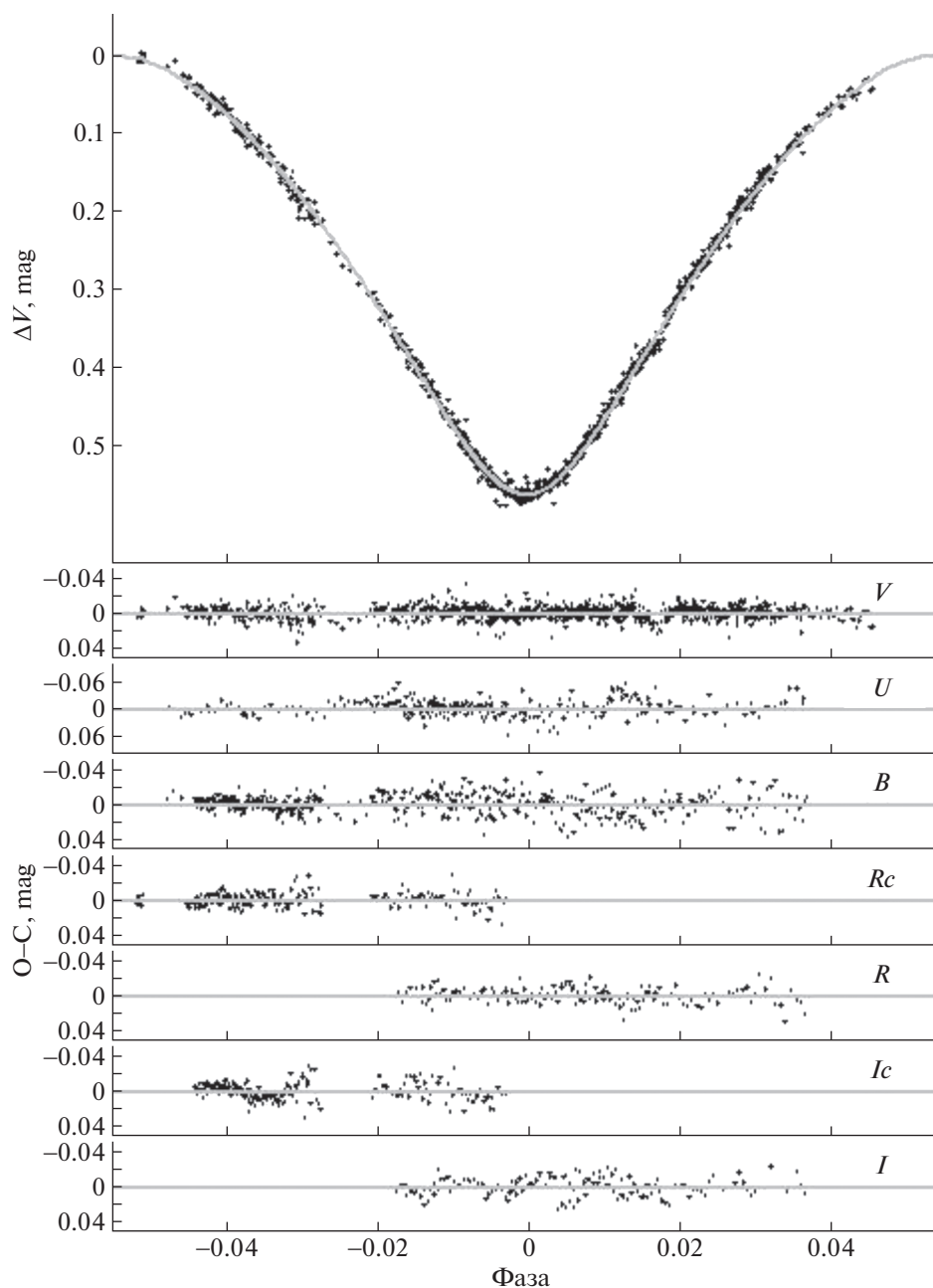
$L$	Главный компонент	Вторичный компонент	Третий свет	$O - C$ , зв. вел.	$N$
$L_U$	0.5763(20)	0.4237(20)	0.0000	0.02304	886
$L_B$	0.5736(14)	0.4191(14)	0.0073	0.01107	1109
$L_V$	0.5767(10)	0.4168(10)	0.0065	0.00820	2247
$L_{Rc}$	0.5750(15)	0.4191(15)	0.0059 <sub>ee</sub>	0.00946	555
$L_R$	0.5768(16)	0.4161(16)	0.0071	0.00924	553
$L_{Jc}$	0.5814(17)	0.4134(17)	0.0052	0.00995	547
$L_I$	0.5814(21)	0.4116(21)	0.0070	0.01485	563

Примечание.  $N$  – количество измерений.

полосах доля третьего света примерно одинакова, что указывает на равенство цветовых температур третьего света и исследуемой звезды. Возможно, ответственность за это несет далекая голубая звезда фона, попадающая при обработке в одну апертуру с переменной. Для этой, богатой голубыми звездами области, это не такое уж невероятное совпадение. Ошибки определения относительных светимостей, впрочем, достаточно велики и говорить о показателях цвета возможного третьего света, как и вообще о его наличии, рано, нужны дальнейшие наблюдения.

Присутствие в решении третьего света не обязательно имеет под собой реальную причину в виде физического или оптического спутника. Иногда небольшим третьим светом компенсируются неточности в определении ночных поправок к блеску системы. В данном случае мы пока не знаем действительной причины появления третьего

света. В ходе дальнейших наблюдений может быть обнаружена небольшая нелинейность в ходе моментов минимумов, что прямо укажет на дополнительный компонент в системе, как это заподозрено и, возможно, подтверждается в системе V680 Mon [23]. В системах V577 Oph [38, 39], V974 Cyg [40], RW CrA [35] обнаруженный нами третий свет дал стимул к регулярным наблюдениям моментов минимумов, что позволило обнаружить невидимые спутники и исследовать их орбиты. В двух других затменных системах, где нами был обнаружен третий свет, и наблюдения которых мы поэтому регулярно проводим – V961 Ser [7, 41], BD–20 4369 [42] – нами также обнаружены третьи компоненты, идет накопление наблюдательного материала и в скором времени мы планируем опубликовать орбиты невидимых тел. Таким образом, предложенные нами фотометрические признаки наличия в затменных системах невидимых компонентов [43] реально работают.

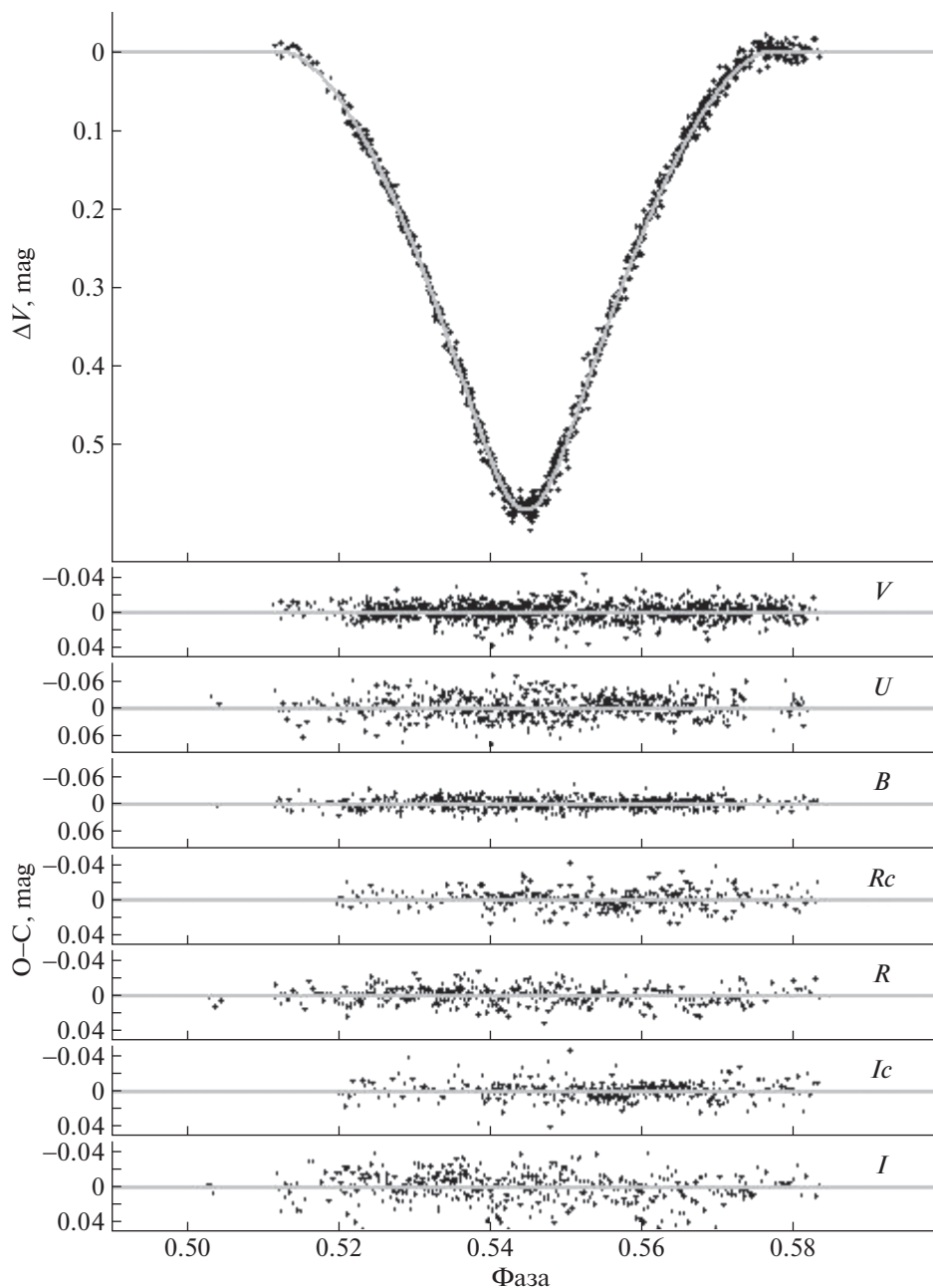


**Рис. 7.** Наблюдения в главном минимуме в полосе  $V$  (верхняя панель). На нижних панелях представлены отклонения  $O - C$  наблюдаемых точек от модельных кривых для всех фотометрических полос.

Но эти признаки являются только необходимыми. Без подтвержденного светового уравнения в остатках  $O - C$  в моментах минимумов говорить о наличии в системе третьего тела нельзя. К примеру, в таких системах как BW Aqr [44], DI Her [45], и особенно EQ Boo [8, 46], нами были получены обширные наблюдательные ряды, которые не подтвердили присутствия невидимых компонентов, заподозренных на основании третьего света и противоречий в физических моделях звезд.

### 5. АБСОЛЮТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМЫ, СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ С ТЕОРИЕЙ

Мы уже говорили, что в ходе поиска решения при каждой итерации вычислялись абсолютные параметры системы. Значения геометрических параметров, которые были получены на последнем шаге итераций, приведены в четвертом столбце табл. 5. Эти значения были использованы



**Рис. 8.** То же, что и на рис. 7, для вторичного минимума. Масштаб обоих рисунков одинаков, что наглядно демонстрирует сильно отличающиеся продолжительности обоих минимумов.

для вычисления масс и размеров звезд, которые мы приводим в табл. 7.

Ошибки определения масс, полученных косвенным способом [34, 35], мы оценили, проведя аналогичные вычисления для затменных звезд из каталога [47], в которых массы определены с высокой точностью из наблюдений лучевых скоростей. Для масс, соответствующих компонентам V1103 Cas, неопределенность равна  $\pm 0.2 M_{\odot}$ . Из ошибок относительных размеров и температур

компонентов (см. табл. 7) ошибка получается  $\pm 0.3 M_{\odot}$ , ее мы и принимаем. Такого порядка ошибку можно ожидать для солнечного химического состава. При недостатке или избытке тяжелых элементов в ядре звезды ее реальная масса может значительно отличаться от вычисленных значений.

Приводимые в табл. 7 массы компонентов хорошо соответствуют эволюционным моделям [48]. На рис. 9 (зависимость  $\lg g - \lg T$ ) и рис. 10

Таблица 7. Абсолютные параметры V1103 Cas

Параметр	Главный компонент	Вторичный компонент
$V$ , зв. вел.	$9.855 \pm 0.008$	$10.207 \pm 0.008$
$U - B$ , зв. вел.	$-0.320 \pm 0.016$	$-0.327 \pm 0.016$
$B - V$ , зв. вел.	$0.424 \pm 0.012$	$0.412 \pm 0.012$
$V - R$ , зв. вел.	$0.428 \pm 0.015$	$0.426 \pm 0.015$
$R - I$ , зв. вел.	$0.363 \pm 0.020$	$0.342 \pm 0.020$
Масса, $M_{\odot}$	$5.9 \pm 0.3$	$5.4 \pm 0.3$
Радиус, $R_{\odot}$	$4.41 \pm 0.08$	$3.77 \pm 0.07$
Светимость $\lg L, L_{\odot}$	$3.07 \pm 0.10$	$2.92 \pm 0.10$
Эффективная температура $T_{\text{eff}}$ , К	$16\,110 \pm 400$	$16\,010 \pm 400$
Спектр. класс из $UBV$ -фотометрии	B3 V	B3 V
Гравитационное ускорение $\lg g$ , $\text{cm}/\text{c}^2$	$3.918 \pm 0.007$	$4.017 \pm 0.007$
Межзвездное поглощение $E(B - V)$	$0.61 \pm 0.01$	$0.61 \pm 0.01$
Болометрическая поправка В.С.	-1.409	-1.393
Абс. визуальные величины $M_v$	$-1.58 \pm 0.08$	$-1.225 \pm 0.08$
Большая полуось $a, R_{\odot}$		$31.7 \pm 0.3$
Расстояние до системы $d$ , пк		$1930 \pm 70$
Фотометрический параллакс, $\pi_{ph}$ , ''		$0.00052 \pm 0.00002$
Возраст системы, млн. лет		$59 \pm 7$

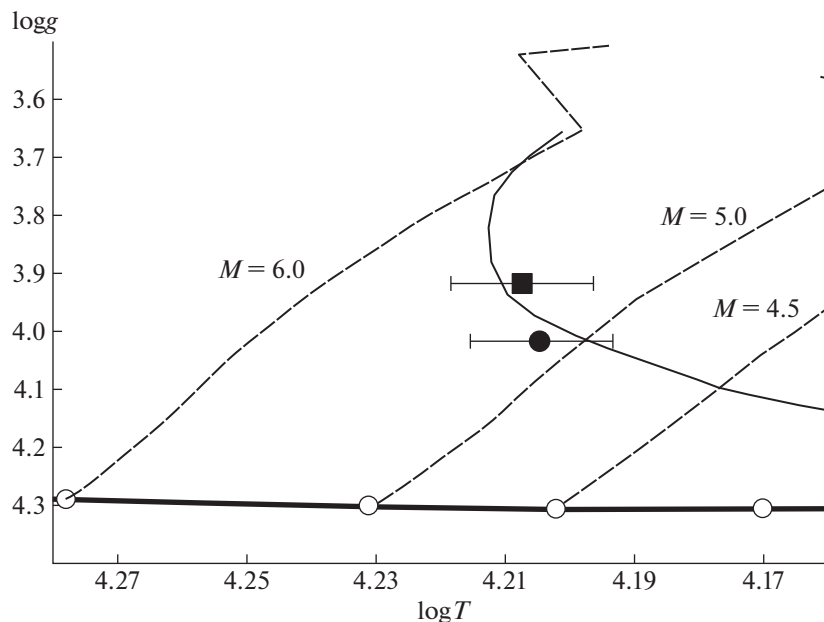
( $\lg L - \lg T$ , диаграмма Герцшпрунга–Рассела) нанесены некоторые эволюционные треки для звезд солнечной металличности из [48]. Как и в случае, например, с V798 Ser [9], лучшее согласие с теоретическими расчетами достигается в предположении солнечной металличности. На этих же графиках показана изохрона для возраста 59 млн. лет, которой лучшим образом соответствуют оба компонента системы. Близость температур звезд при относительно большой разнице в массах объясняется положением системы вблизи точки поворота на диаграммах. Вычисленные нами массы звезд немного меньше ожидаемых из теории для данных температур и размеров, но в пределах указанных ошибок им не противоречат, совпадение параметров хорошее.

### 6. ВРАЩЕНИЕ ЛИНИИ АПСИД

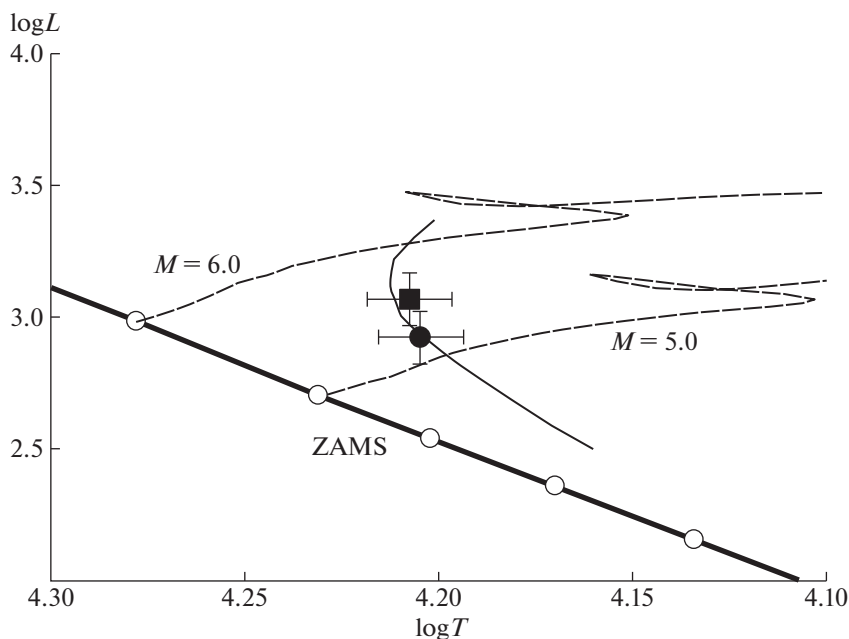
Для исследования апсидального вращения необходимо знать моменты минимумов, из которых можно с максимально возможной точностью определить периоды следования главных и вторичных минимумов. Эти данные необходимы и при поиске невидимых спутников [49]. Мы используем нашу программу решения кривых блеска. Варьируя только начальную эпоху, добиваемся наилучшего совпадения между теоретическими кривыми блеска, построенными с параметрами из табл. 5, и наблюдениями в конкретном минимуме. Если наблюдения проводились одновременно в нескольких фотометриче-

ских полосах, то вычисляется средневзвешенное значение. Также из наблюдений ROTSE были построены один средний главный и один средний вторичный минимумы. За эпоху этих минимумов были взяты Юлианские даты наблюдений ROTSE, выпадающие на минимумы, близкие к медианной дате наблюдений. Полученные моменты примерно совпали с теми, что приведены в [1], их точность гораздо ниже точности наших наблюдений, но некоторую пользу они принесли — главный и вторичный минимумы, эпохи которых сильно удалены от наших наблюдений, отклонились в разные стороны от линейной формулы (см. рис. 11). Этот факт можно прямо приписать низкой точности определения моментов из данных ROTSE. А вот в случае отклонения минимумов в одну сторону могли бы возникнуть подозрения о наличии светового уравнения в ходе остатков  $O - C$ . Все полученные нами моменты минимумов представлены в табл. 8, в скобках указаны ошибки их определения. На сегодняшний день других измерений моментов минимумов для V1103 Cas не существует. Линейная регрессия данных из табл. 8 с учетом индивидуальных весов приводит к следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 \text{HJD Min I} &= 2454472.43925(20) + \\
 &+ 6.17762740(34)E, \\
 \text{HJD Min II} &= 2454475.80518(4) + \\
 &+ 6.17776123(8)E.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$



**Рис. 9.** Эволюционные треки, показывающие зависимость ускорения свободного падения от температуры звезды, построенные по данным [48] для избранных масс звезд. Сплошной жирной линией показано положение Начальной Главной Последовательности (ZAMS). Главный компонент обозначен заполненным квадратом, вторичный – кружком. Показаны ошибки определения параметров. Сплошная кривая линия – изохрона для возраста 59 млн. лет.

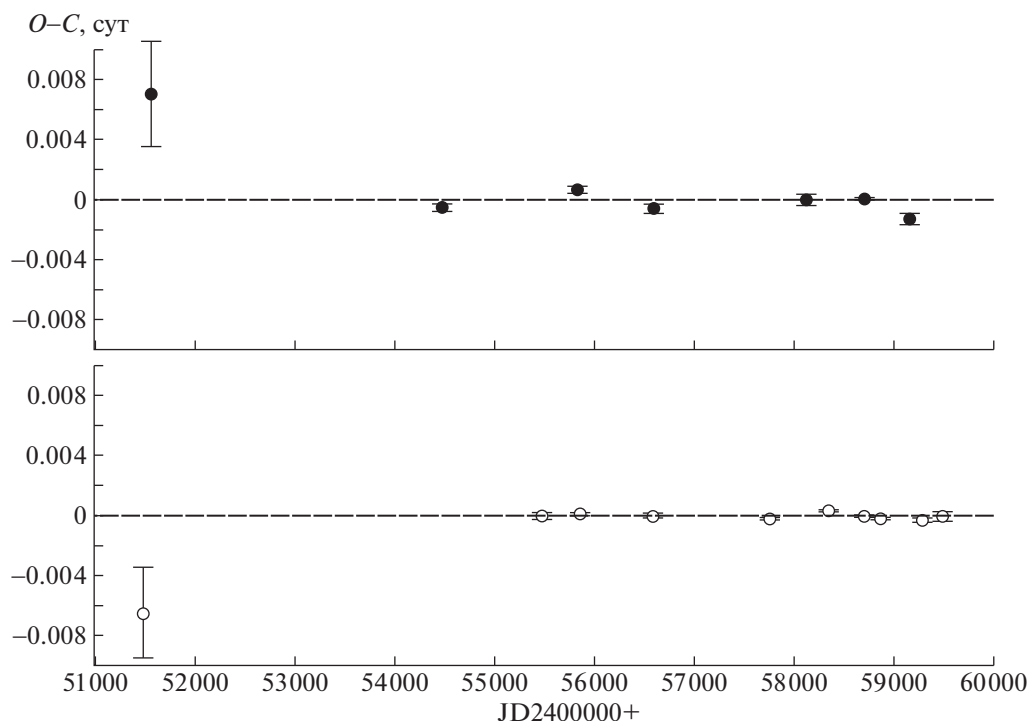


**Рис. 10.** Зависимость светимости звезд в солнечных единицах от температуры для избранных масс [48]. Обозначения те же, что и на рис. 9.

При наличии в системе апсидального вращения периоды следования главных и вторичных минимумов должны отличаться, период для вторичных минимумов при найденной конфигурации орбиты должен быть больше, что и наблюдается. Апсидальное вращение определяется с очень хоро-

шей точностью и равно  $\dot{\omega}_{\text{obs}} = 0.423 \pm 0.003^\circ/\text{год}$  или наблюдаемый период вращения оси апсид составляет  $U_{\text{obs}} = 851 \pm 7$  лет.

Оценим теперь теоретическое значение скорости вращения линии апсид. Для этого вос-



**Рис. 11.** График  $O - C$ , построенный в соответствии с полученной в данной работе эфемеридой (1). Главные минимумы – заполненные кружки, вторичные – пустые кружки. Показаны ошибки измерений моментов минимумов. Две сильно уклоняющиеся точки – наблюдения ROTSE.

пользуемся данными из табл. 5, 7. Теоретически ожидаемая скорость апсидального вращения вычисляется как простая сумма классического и релятивистского эффектов. Для учета классических эффектов мы воспользовались формулами, приведенными в работе [50], традиционно предположив, что система полностью синхронизирована, т.е. оси вращения компонентов параллельны орбитальному моменту и их угловые скорости вращения равны орбитальным скоростям в периастре. Константы концентрации к центру обеих звезд  $\kappa_{2,1} = 0.0045$ ,  $\kappa_{2,2} = 0.0050$  мы определили интерполяцией таблиц из работы [51] для возраста 59 млн. лет. В результате мы получили  $\dot{\omega}_{\text{class}} = 0.26 \pm 0.02^\circ/\text{год}$ . Для учета релятивистского вклада во вращение линии апсид воспользуемся формулой из [52] и получим  $\dot{\omega}_{\text{rel}} = 0.052 \pm 0.002^\circ/\text{год}$  – в пять раз меньше классического вклада. Теоретически ожидаемая скорость вращения линии апсид равна  $\dot{\omega}_{\text{theor}} = 0.31 \pm 0.02^\circ/\text{год}$  или  $U_{\text{theor}} = 1160 \pm 70$  лет. Мы видим, что наблюдаемое значение на 36% превышает теоретическое. Наблюдаемое расхождение никоим образом не может быть приписано ошибкам наблюдений. Также мы можем утверждать, что и вычисленное нами теоретическое значение не может быть сильно изменено. Например, при увеличении температур компонентов даже на

1000 К, что приводит к увеличению определяемых косвенным методом масс звезд на  $0.4M_\odot$ , теоретическое значение скорости вращения линии апсид остается тем же, не выходя за пределы указанной ошибки. Самым простым объяснением полученного расхождения является отсутствие синхронизма в системе. Скорость синхронного со средним орбитальным обращением для главного компонента равна 36 км/с, а вторичного 31 км/с. Если воспользоваться формулами из работы Шакуры [50], то можно вычислить, что при скорости вращения на экваторе обеих звезд примерно 160 км/с, при условии параллельности осей вращения орбитальному моменту, наблюдаемая картина совпадет с теоретически ожидаемой. Небольшое исследование приводимых в работе формул показывает, что в случае неколлинеарности векторов момента вращения компонентов орбитальному, эффект наклона начнет замедлять апсидальное вращение. Тогда для совпадения с наблюдаемой картиной осевые скорости вращения звезд следует увеличить. При значительном отклонении осей вращения звезд от вертикали, которая в работе Шакуры принимается за  $0^\circ$ , примерно в районе  $57^\circ$ , замедление апсидального вращения дополнительной раскруткой осевого вращения компенсировать уже не удастся. Так что этот угол

Таблица 8. Индивидуальные моменты минимумов

Моменты $JD_{hel} 245\ 0000 +$	Эпоха	$O - C$
Главные		
1556.6062(35)	–472	0.00708
4472.43875(27)	0	–0.00050
5831.51798(24)	220	0.00070
6591.36489(30)	343	–0.00056
8123.41703(35)	591	–0.00001
8710.29171(9)	686	0.00006
9161.25716(40)	759	–0.00129
Вторичные		
1479.5845(30)	–485	–0.00648
5470.42469(18)	161	–0.00005
5476.60256(10)	162	0.00006
5853.44592(5)	223	–0.00001
6588.59891(20)	342	–0.00061
7756.19621(7)	531	–0.00018
8355.43955(5)	628	0.00032
8701.39386(6)	684	0.00000
8868.19317(7)	711	–0.00024
9288.28087(12)	779	–0.00031
9492.14276(30)	812	–0.00004

Примечание. При вычислении  $O - C$  использовалась линейная формула (1).

можно принять за верхнюю границу для углов наклона компонентов.

Таким образом, нами обнаружена затменная звезда, дополняющая системы, в которых отсутствует синхронизм осевого и орбитального вращения, в том смысле, что скорость апсидального вращения ускоряется эффектом отсутствия синхронизма, а не замедляется. Для окончательного решения вопроса следует непосредственно измерить  $v \sin i$  обоих компонентов. Если окажется, что  $v \sin i$  звезды значительно меньше 160 км/с, то сохраняется возможность того, что наклон осей вращения значителен, либо вращательные моменты ориентированы на наблюдателя. Большую помощь для решения вопроса оказали бы спектральные наблюдения в минимумах, когда по изменению профиля линий была бы более точно установлена ориентация осей вращения звезд, как это было сделано в случае  $\alpha$  CrB [53–55] и DI Her [56].

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы определили надежные относительные и абсолютные параметры затменной звезды V1103 Cas. Система состоит из пары массивных звезд

V3 V и показывает скорость апсидального вращения, превышающую скорость апсидального вращения, которую она должна была бы иметь при наличии в системе синхронизма. Поэтому система представляет особенный интерес для исследования синхронизации вращения звезд и циркуляризации орбит. Релятивистский вклад в апсидальное вращение составляет не более одной восьмой от наблюдаемого эффекта. Как и всякая система с надежно определенными параметрами, она представляет значительный интерес также и для теории звездной эволюции. Для уточнения масс, абсолютных размеров звезд и измерения их осевого вращения необходимо получить кривую лучевых скоростей. Существует ненулевая вероятность, что звезда вместе с некоторыми окрестными звездами составляет рассеянное скопление.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Наблюдения выполнены в основном на 1-м и 60-см телескопах Симеизской обсерватории ИНАСАН. В работе использовались база данных SIMBAD Страсбургского центра астрономических данных (Франция) и служба библиографических ссылок ADS (NASA, США). Выражаем нашу искреннюю признательность анонимному референту, важные замечания которого позволили исправить допущенные нами неточности.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа была выполнена при поддержке стипендии Словацкого Академического Информационного агентства SAIA<sup>3</sup>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. A. Otero, P. Wils, G. Hoogeveen, and P. A. Dubovsky, *Inform. Bull. Var. Stars* № 5681 (2006).
2. P. R. Woźniak, W. T. Vestrand, C. W. Akerlof, R. Balsano, et al., *Astron. J.* **127**, 2436 (2004).
3. Í. Bulut and O. Demircan, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **378**, 179 (2007).
4. C. H. Kim, J. M. Kreiner, B. Zakrzewski, W. Ogłóza, H. W. Kim, and M. J. Jeong, *Astrophys. J. Suppl.* **235**, id. 41 (2018).
5. I. M. Volkov and N. S. Volkova, *Astron. Rep.* **53**, 136 (2009).
6. B. D. Mason, G. L. Wycoff, W. I. Hartkopf, G. G. Douglas, and C. E. Worley, *Astron. J.* **122**, 3466 (2001).
7. I. M. Volkov, N. S. Volkova, and D. Chochol, *Astron. Rep.* **54**, 418 (2010).
8. I. M. Volkov, N. S. Volkova, I. V. Nikolenko, and D. Chochol, *Astron. Rep.* **55**, 824 (2011).
9. I. M. Volkov, D. Chochol, and A. S. Kravtsova, *Astron. Rep.* **61**, 440 (2017).

<sup>3</sup> www.saia.sk



10. *L. A. Bagaev, I. M. Volkov, and I. V. Nikolenko*, *Astron. Rep.* **62**, 664 (2018).
11. *I. M. Volkov and A. S. Kravtsova*, *Astron. Rep.* **64**, 211 (2020).
12. *M. A. Burlak, I. M. Volkov, and N. P. Ikonnikova*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **48**, 536 (2018).
13. *V. Straižys*, *Multicolor stellar photometry* (Tucson: Pachart Pub. House, 1992).
14. *J. C. Mermilliod, M. Mermilliod, and B. Hauck*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **124**, 349 (1997).
15. *V. G. Kornilov, I. M. Volkov, A. I. Zakharov, L. N. Kozyreva, et al.*, *Trudy Gosudarstvennogo Astronomicheskogo Instituta* **63**, 4 (1991).
16. *E. E. Mendoza*, *Boletín de los Observatorios Tonantzintla y Tacubaya* **4**, 149 (1967).
17. *X. B. Zhang, C. Q. Luo, and J. N. Fu*, *Astron. J.* **144**, id. 86 (2012).
18. *A. Fitzsimmons*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **99**, 15 (1993).
19. *T. J. Moffett and T. G. Barnes, III*, *Astron. J.* **84**, 627 (1979).
20. *W. L. Sanders*, *Astron. J.* **71**, 719 (1966).
21. *B. J. Taylor*, *Astrophys. J. Suppl.* **60**, 577 (1986).
22. *A. S. Kravtsova, I. M. Volkov, and D. Chochol*, *Astron. Rep.* **63**, 495 (2019).
23. *I. M. Volkov, A. S. Kravtsova, and D. Chochol*, *Astron. Rep.* **65**, 184 (2021).
24. *G. M. Green, E. F. Schlafly, D. P. Finkbeiner, H.-W. Rix, et al.*, *Astrophys. J.* **810**, id. 25 (2015).
25. *E. F. Schlafly and D. P. Finkbeiner*, *Astrophys. J.* **737**, id. 103 (2011).
26. *D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner, and M. Davis*, *Astrophys. J.* **500**, 525 (1998).
27. *I. M. Volkov and K. F. Khaliullin*, *Astron. Rep.* **46**, 747 (2002).
28. *I. M. Volkov, L. A. Bagaev, and D. Chochol*, in *Living Together: Planets, Host Stars and Binaries*, edited by S. M. Rucinski, G. Torres, and M. Zejda, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **496**, 266 (2015).
29. *I. M. Volkov, L. A. Bagaev, and D. Chochol*, in *The ESO Workshop on the Impact of Binaries on Stellar Evolution*, ESO Garching, July 3, 2017, edited by G. Beccari and H. M. J. Boffin (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2017).
30. *I. M. Volkov, L. A. Bagaev, A. S. Kravtsova, and D. Chochol*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **49**, 434 (2019).
31. *P. J. Flower*, *Astrophys. J.* **469**, 355 (1996).
32. *D. M. Popper*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **18**, 115 (1980).
33. *A. I. Khaliullina and K. F. Khaliullin*, *Astron. Rep.* **28**, 228 (1984).
34. *K. F. Khaliullin*, *Astrophys. J.* **299**, 668 (1985).
35. *I. M. Volkov, D. Chochol, J. Grygar, M. Mašek, and J. Juryšek*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **47**, 29 (2017).
36. *R. A. Wade and S. M. Rucinski*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **60**, 471 (1985).
37. *I. M. Volkov and A. S. Kravtsova*, arXiv:2109.03925 [astro-ph.SR] (2021).
38. *I. M. Volkov*, *Inform. Bull. Var. Stars № 3493*, 1 (1990).
39. *I. Volkov and N. Volkova*, in *Binaries – Key to Comprehension of the Universe*, edited by A. Prša and M. Zejda, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **435**, 323 (2010).
40. *N. Volkova and I. Volkov*, *Inform. Bull. Var. Stars № 5976*, 1 (2011).
41. *I. M. Volkov*, *Peremennye Zvezdy* **42**, 1 (2022).
42. *A. S. Kravtsova, I. M. Volkov, and T. Pribulla*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **50**, 615 (2020).
43. *I. M. Volkov*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **50**, 601 (2020).
44. *I. M. Volkov and D. Chochol*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **43**, 419 (2014).
45. *I. M. Volkov*, in *The Light-Time Effect in Astrophysics: Causes and cures of the O–C diagram*, edited by C. Sterken, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **335**, 351 (2005).
46. *I. M. Volkov, D. Chochol, N. S. Volkova, and I. V. Nikolenko*, in *From Interacting Binaries to Exoplanets: Essential Modeling Tools*, edited by M. T. Richards and I. Hubeny, *Proc. IAU Symp.* **282**, 89 (2012).
47. *Z. Eker, S. Bilir, F. Soyduğan, E. Y. Gökçe, E. Soyduğan, M. Tüysüz, T. Şenyüz, and O. Demircan*, *Publ. Astron. Soc. Australia* **31**, id. e024 (2014).
48. *L. Girardi, A. Bressan, G. Bertelli, and C. Chiosi*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **141**, 371 (2000).
49. *I. M. Volkov*, in *Living Together: Planets, Host Stars and Binaries*, edited by S. M. Rucinski, G. Torres, and M. Zejda, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **496**, 109 (2015).
50. *N. I. Shakura*, *Soviet Astron. Letters* **11**, 224 (1985).
51. *A. Claret*, *Astron. and Astrophys.* **424**, 919 (2004).
52. *T. Levi-Civita*, *American J. Mathematics* **59**, 225 (1937).
53. *D. B. McLaughlin*, *Publ. Michigan Observatory* **5**, 91 (1934).
54. *I. M. Volkov*, *Astrophys. Space Sci.* **296**, 105 (2005).
55. *I. M. Volkov*, *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* **50**, 635 (2020).
56. *S. Albrecht, S. Reffert, I. A. G. Snellen, and J. N. Winn*, *Nature* **461**, 373 (2009).