

ВЛИЯНИЕ РАДИАЦИОННЫХ СИЛ НА НАБЛЮДАЕМОЕ ПОЛОЖЕНИЕ И ЭВОЛЮЦИЮ ОРБИТЫ ОБЪЕКТОВ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА С БОЛЬШИМ ОТНОШЕНИЕМ ПЛОЩАДИ К МАССЕ

© 2023 г. Т. Н. Санникова^{1,*}

¹Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Россия

*E-mail: tnsannikova@craocrimea.ru

Поступила в редакцию 05.06.2023 г.

После доработки 07.07.2023 г.

Принята к публикации 17.07.2023 г.

Данное исследование посвящено оценке влияния светового давления на наблюдаемое положение и элементы орбиты объектов космического мусора с большим отношением площади к массе A/m в области средневысоких, геостационарных и высокоэллиптических орбит на коротких интервалах времени (до 1 года). Выполнено численное интегрирование орбит 78 модельных объектов при 8 значениях A/m от 0.01 до 125 м²/кг и двух значениях коэффициента отражения $k = 1.0$ и 1.44. Определены максимальные (в течение заданных периодов времени) угловые расстояния относительно подспутниковой точки на поверхности Земли между положениями, найденными с учетом радиационных сил и без их учета, а также максимальные в течение времени интегрирования изменения большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты под влиянием радиационных сил. Получено, что для всех объектов наблюдается отрицательный дрейф большой полуоси. У моделей с большими полуосями 10000, 15000 и 20000 км вариации наклона не превышают 15°. Среди остальных объектов при $\gamma = kA/m \geq 50$ м²/кг зафиксированы случаи обусловленных световым давлением переходов от прямого движения к обратному (и наоборот), что говорит о возможности флипов плоскости орбиты под влиянием радиационных сил даже в краткосрочной перспективе. Приведены продолжительности успешного интегрирования (время жизни объекта на орбите): для большинства моделей с $\gamma \geq 50.0$ м²/кг оно составило менее 1 года. Также представлены интервалы времени, в течение которых смещение возмущенного под влиянием радиационных сил положения от невозмущенного не превышает 5', 45' и 3° в зависимости от величины γ , большой полуоси и эксцентриситета в начальную эпоху. Опираясь на результаты статьи, можно оценить необходимую периодичность наблюдений объектов с большим A/m .

Ключевые слова: численное интегрирование орбит, космический мусор, отношение площади к массе, световое давление, эффект Пойнтинга–Робертсона

DOI: 10.31857/S0004629923080091, **EDN:** HNLPU

1. ВВЕДЕНИЕ

На околоземных орбитах находится большое количество космических объектов (КО) искусственного происхождения: выработавшие ресурс спутники, ступени ракет и различные фрагменты, оставшиеся после космических полетов (далее космический мусор (КМ)).

По данным Управления по космическому мусору Европейского космического агентства (ЕКА) (ESA's Space Debris Office at ESOC, Darmstadt, Germany) от 27 марта 2023 г. количество объектов мусора, регулярно отслеживаемых сетями космического наблюдения и сохраняемых в их каталоге, составляет около 33 640, а суммарная масса всех космических объектов на околоземной

орбите превышает 10 800 тонн [1]. Но далеко не все объекты отслеживаются и каталогизируются. Количество объектов мусора в ОКП, оцененное ЕКА [1] на основе статистической модели MASTER-8 (ESA's Meteoroid And Space debris Terrestrial Environment Reference [2]), по состоянию на 2021 год:

- 36 500 объектов КМ размером более 10 см;
- 1 миллион объектов КМ размером от более 1 см до 10 см;
- 130 миллионов объектов КМ размером от более 1 мм до 1 см.

К сожалению, численность объектов КМ постоянно растет из-за орбитальных разрушений

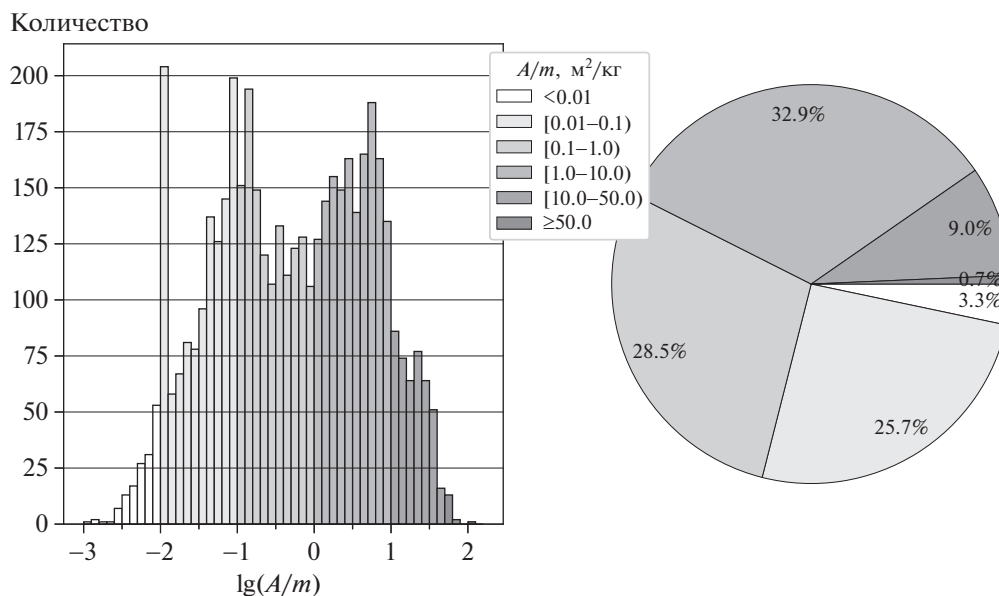


Рис. 1. Распределение объектов космического мусора в геостационарной области по отношению площади к массе A/m .

КО в результате их физического износа, взрывов и столкновений [3]. Расчетное количество различных событий, приведших к фрагментации, указанное на сайте ЕКА [1], более 640. Это создает серьезную угрозу не только для пилотируемых орбитальных станций и функционирующих космических аппаратов (КА), но и для экологии Земли и околоземного космического пространства (ОКП).

В России создана и эффективно функционирует с 1 января 2016 г. автоматизированная система предупреждения об опасных ситуациях в околоземном космическом пространстве (АСПОС ОКП) [4], представляющая собой единое информационное поле, охватывающее как средства мониторинга ОКП, так и центры обработки и анализа информации мониторинга. Согласно [4] каталог АСПОС ОКП содержит 26 015 техногенных объектов размером более 10 см, что составляет лишь 4% от их общего числа.

В статье Агапова и др. [5] отмечено, что система мониторинга ОКП контролирует всю область геостационарной орбиты (ГСО), что позволило обнаружить и сопровождать около 9000 КО на высоких орбитах: ГСО, высокоэллиптических (ВЭО) и средневысоких (СВО). Среди них оказалось несколько тысяч объектов с большим отношением площади к массе (ОПМ), многие из которых пересекают область ГСО или остаются там постоянно, увеличивая таким образом опасность для работающих спутников. На рис. 1 приведено распределение объектов космического мусора в геостационарной области по ОПМ согласно дан-

ным информационного портала ПАО МАК “Вымпел” [6] (на 2022 г.).

Для фрагментов КМ с большим ОПМ возмущения, обусловленные радиационными силами, становятся вторым по величине (после гравитационного поля Земли) фактором, влияющим на движение. В результате элементы орбиты таких объектов значительно изменяются за короткое время. Исследования показали, что влияние светового давления приводит к существенным изменениям эксцентриситета и наклона орбит объектов с большим ОПМ (см., напр., [7–14]).

Кроме того, сложная форма поверхности фрагментов и их непрогнозируемое вращение относительно центра масс вызывают изменение эффективного значения отношения площади к массе, и, как следствие, к большим ошибкам прогноза их положения даже на коротких интервалах времени. Это приводит к их необнаружению при повторных наблюдениях и переводу этих объектов в категорию потерянных [5]. Как показано в [15], быстрое вращение гибкой модели (тонкой, деформируемой мембраны) приводит к изменениям наклона и эксцентриситета, отличающимся от таковых у твердых тел с постоянным отношением площади к массе, таких как плоская жесткая пластина и твердое сферическое тело.

Если эфемерида для объекта вычислена без учета возмущений от радиационных сил либо с учетом этих сил, но при неправильном их моделировании, например, из-за неверного определения отношения площади миделева сечения к массе A/m , то при отсутствии наблюдений объекта в

Таблица 1. Значения начального эксцентриситета e_0 при различных больших полуосях a_0

a_0 , тыс. км	e_0
10	0.001, 0.1, 0.2, 0.3
15	0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5
20	0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6
25, 30	0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7
35, 40, 45, 50, 55	0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8

течение длительного времени вероятность обнаружения КО с большим ОПМ снижается. Актуально определить период времени, в течение которого отклонение возмущенного положения от невозмущенного достигнет таких значений, когда при повторных наблюдениях объект не попадет в поле зрения телескопа, что повлечет за собой перевод этого объекта в разряд потерянных.

Данное исследование посвящено оценке влияния радиационных сил на положение КО с большим ОПМ на небесной сфере. В разделе 2 описан алгоритм формирования начальных параметров модельных объектов, в разделе 3 представлены методы исследования, в разделе 4 изложены результаты анализа полученных данных.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

Выбор элементов орбиты модельных КО совершен таким образом, чтобы обеспечить широкий охват наблюдаемых в настоящее время фрагментов КМ в области средневысоких, геостационарных и высокоэллиптических орбит по данным портала [6].

Исходные элементы орбит модельных КО сформированы следующим образом: для каждого значения большой полуоси a_0 в диапазоне от 10000 до 55000 км включительно с шагом 5000 км эксцентриситет e_0 принимал значения, указанные в табл. 1. Остальные элементы выбраны случайно из заданного набора значений: наклон i_0 от 0° до 110° включительно с шагом 1° , долгота восходящего узла Ω_0 и аргумент перигея ω_0 от 0° до 359° включительно с шагом 1° , во всех случаях средняя аномалия $M_0 = 0^\circ$. Всего сгенерированы элементы орбиты для 78 модельных объектов (табл. 2).

3. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1. Радиационные силы

Прямое световое давление, экспериментально открытое П.Н. Лебедевым [16], — это давление, которое оказывает световое (и вообще электромагнитное) излучение, падающее на поверхность

тела. Возмущающее ускорение, вызванное влиянием светового давления, зависит не только от массы и положения облучаемого тела, но и от его размеров, формы, температуры и отражающих свойств его поверхности, а также от ориентации тела в световом потоке. Существенным параметром является так называемая “парусность”, т.е. отношение площади поперечного (к потоку лучей) сечения тела к массе последнего. Этот параметр достигает высоких значений, например, для мельчайших пылевых и микрометеоритных частиц Солнечной системы и для протяженных отражающих искусственных конструкций типа зеркальных солнечных парусов, околоземных спутников-баллонов, орбитальных отражателей и т.п.

Другим проявлением влияния радиационных сил является эффект Пойнтинга-Робертсона [16], благодаря которому происходит медленное вековое спиральное приближение частицы к Солнцу. Это вызывает ее выгорание и постепенное увеличение “парусности”. За этим следует резкое прямолинейное выметание остатков выгоревшей частицы из Солнечной системы под действием прямого давления солнечной радиации. Как показано в [17], этот эффект оказывается важным и для объектов КМ с умеренным и большим ОПМ, поскольку вызывает вековое уменьшение большой полуоси орбиты.

Согласно [18], в системе координат с началом в центре масс Солнца радиационные силы, действующие на КО сферической формы, можно представить в виде

$$\mathbf{F}_L = L \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} - L \left(\frac{\dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{x} \mathbf{x}}{c |\mathbf{x}|^3} + \frac{\dot{\mathbf{x}}}{c} \right), \quad (1)$$

$$L = \Phi P k \frac{A a_E^2}{m |\mathbf{x}|^2},$$

где c — скорость света, Φ — функция тени, $P = 4.56 \times 10^{-8} \text{ Н/м}^2$ — солнечная постоянная; k — постоянная, характеризующая отражающие свойства объекта ($k = 1.0$ соответствует зеркальному отражению, $k = 1.44$ — полному диффузному рассеиванию); a_E — большая полуось орбиты Земли; A — площадь миделева сечения, отнесенного к плоскости, перпендикулярной $\mathbf{x}$ -вектору положения объекта относительно Солнца; $|\mathbf{x}|$ — расстояние между объектом и Солнцем; m — масса исследуемого объекта. Первая составляющая в (1) отвечает за прямое световое давление (эффект Лебедева), вторая — за эффект Пойнтинга-Робертсона.

Поскольку в дальнейшем коэффициент kA/m часто используется, введем обозначение $\gamma = kA/m$.

Таблица 2. Начальные элементы орбит модельных объектов

№	a_0 , км	e_0	i_0 , °	Ω_0 , °	ω_0 , °	№	a_0 , км	e_0	i_0 , °	Ω_0 , °	ω_0 , °	№	a_0 , км	e_0	i_0 , °	Ω_0 , °	ω_0 , °
1	10000	0.001	70	273	312	27	30000	0.1	59	201	273	53	45000	0.1	106	7	34
2	10000	0.1	103	86	346	28	30000	0.2	19	327	326	54	45000	0.2	38	128	170
3	10000	0.2	84	191	198	29	30000	0.3	110	270	334	55	45000	0.3	18	125	304
4	10000	0.3	85	8	40	30	30000	0.4	69	115	7	56	45000	0.4	69	197	118
5	15000	0.001	53	39	298	31	30000	0.5	68	230	42	57	45000	0.5	56	112	276
6	15000	0.1	44	127	113	32	30000	0.6	107	355	259	58	45000	0.6	34	90	87
7	15000	0.2	71	182	232	33	30000	0.7	7	282	192	59	45000	0.7	76	129	185
8	15000	0.3	59	92	312	34	35000	0.001	5	327	55	60	45000	0.8	54	252	278
9	15000	0.4	31	92	89	35	35000	0.1	103	47	244	61	50000	0.001	61	230	207
10	15000	0.5	62	127	65	36	35000	0.2	37	149	159	62	50000	0.1	72	67	182
11	20000	0.001	12	99	80	37	35000	0.3	24	49	57	63	50000	0.2	98	70	171
12	20000	0.1	92	322	87	38	35000	0.4	38	283	219	64	50000	0.3	1	80	275
13	20000	0.2	104	100	31	39	35000	0.5	1	323	255	65	50000	0.4	10	246	90
14	20000	0.3	3	198	12	40	35000	0.6	33	94	17	66	50000	0.5	39	292	200
15	20000	0.4	96	26	40	41	35000	0.7	82	316	315	67	50000	0.6	4	8	135
16	20000	0.5	106	132	23	42	35000	0.8	44	227	121	68	50000	0.7	16	303	15
17	20000	0.6	57	303	198	43	40000	0.001	50	347	87	69	50000	0.8	65	339	151
18	25000	0.001	17	224	343	44	40000	0.1	10	304	187	70	55000	0.001	12	93	323
19	25000	0.1	36	75	165	45	40000	0.2	54	192	212	71	55000	0.1	88	44	158
20	25000	0.2	8	32	162	46	40000	0.3	67	47	339	72	55000	0.2	72	32	193
21	25000	0.3	71	250	229	47	40000	0.4	84	246	244	73	55000	0.3	13	222	248
22	25000	0.4	38	232	212	48	40000	0.5	74	268	33	74	55000	0.4	34	9	28
23	25000	0.5	44	85	210	49	40000	0.6	98	229	51	75	55000	0.5	2	136	44
24	25000	0.6	102	76	101	50	40000	0.7	16	271	263	76	55000	0.6	76	313	237
25	25000	0.7	33	104	335	51	40000	0.8	46	238	166	77	55000	0.7	95	263	266
26	30000	0.001	36	197	231	52	45000	0.001	19	173	236	78	55000	0.8	45	25	300

Примечание. Приведены: a_0 — большая полуось, e_0 — эксцентриситет, i_0 — наклон, Ω_0 — долгота восходящего узла, ω_0 — аргумент перигея. Средняя аномалия $M_0 = 0^\circ$ для всех моделей, начальная эпоха — 0^h 0^m 0^s 1 июня 2018 г.

3.2. Интегратор

Для исследования влияния радиационных сил на движение объекта с большим ОПС использован высокоточный программный комплекс “Численная модель движения систем ИСЗ” [19], разработанный в Научно-исследовательском институте прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИПММ ТГУ).

В модель сил комплекса [19] включены следующие составляющие: гравитационное поле Земли (модель EGM2008, гармоники геопотенциала до 30-го порядка и степени включительно), притяжение Солнца, Луны, всех планет и Плутона (с использованием фонда больших планет DE/LE421), гармоники селенопотенциала до 2-го порядка и степени включительно (модель LP150Q), приливы в теле Земли, океанические и

полюсной приливы, радиационные силы, сопротивление атмосферы (модель атмосферы NRLMSISE-00, коэффициент лобового сопротивления 2.0), релятивистские эффекты (шварцшильдовские возмущения, эффекты Лензе—Тирринговой прецессии, релятивистские квадратурные члены). Уравнения движения проинтегрированы методом Эверхарта 19-го порядка с автоматическим выбором шага.

Со стороны радиационных сил комплекс [19] учитывает возмущения от светового давления и эффекта Пойнтинга-Робертсона, при этом используется конусная модель светового давления с тенью и полутенью, и принято, что тело имеет сферическую форму, т.е. отношение площади к массе A/m постоянно.

Постоянство A/m обычно обосновывается тем, что действие светового давления на объекты

несферической формы (что практически всегда справедливо для больших ОПМ) на продолжительных интервалах времени усредняется. На малых временах это предположение не работает. Но моделирование тела в виде сферически-симметричного тела с постоянным отношением площади к массе должно приводить к максимальному проявлению эффектов со стороны радиационных сил, что следует из исследования [15], в котором приведено сравнение орбитальной эволюции трех моделей КО: гибкая деформируемая мембрана, твердое сферическое тело и плоская жесткая пластина, и получено, что орбитальная эволюция сферического тела демонстрирует самый высокий вековой тренд эксцентриситета и наибольшую амплитуду вариаций наклона.

3.3. Численное моделирование орбит

При моделировании рассмотрены два варианта: с коэффициентом отражения поверхности спутника k , равным 1.0 и 1.44. Для каждого k принимались значения A/m из списка (0.01, 1.0, 10.0, 25.0, 50.0, 75.0, 100.0, 125.0) $\text{м}^2/\text{кг}$, так как согласно [5] по наблюдениям 2016–2017 гг. имелись объекты с $A/m \sim 70 \text{ м}^2/\text{кг}$, а по более новым данным [6] уже обнаружен объект с $A/m > 100 \text{ м}^2/\text{кг}$ (рис. 1).

Таким образом, для каждого модельного объекта получены 16 вариантов прогнозируемых положений (координат и скоростей в инерциальной геоцентрической системе) с учетом радиационных сил (далее “возмущенное” положение) и 16 без их учета (“невозмущенное” положение) на интервале времени 1 год (с $0^{\text{h}} 0^{\text{m}} 0.0^{\text{s}}$ 1 июня 2018 г. по $0^{\text{h}} 0^{\text{m}} 0.0^{\text{s}}$ 1 июня 2019 г.) с шагом выдачи 5 мин.

Затем между соответствующими возмущенным и невозмущенным положениями объекта вычислено угловое расстояние θ для каждой точки, и найдены максимальные значения θ_{max} в течение заданных периодов времени, а также количество дней, в течение которых θ не превышает $5'$, $45'$ и 3° , что соответствует полям зрения различных телескопов.

Угловое расстояние θ вычислялось относительно подспутниковой точки КО, находящегося в возмущенном положении. Все координатные преобразования и определение расстояний θ выполнялись с помощью средств библиотеки *astro-coordinates* [20], при этом Земля принималась в виде эллипсоида WGS84. Кроме того, этот астрономический пакет позволил определить угловое расстояние между двумя точками с известными геоцентрическими координатами как проекциями на небесную сферу по дуге большого круга.

Также найдены максимальные в течение времени интегрирования изменения большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты под

влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента γ .

3.4. Оценка ошибки округления

В процессе численного интегрирования накапливается ошибка округления, которая оценена путем интегрирования на 1 год вперед и обратно орбит 20 модельных объектов с наименьшим и наибольшим значениями эксцентриситета при данной a_0 (табл. 1) и, дополнительно, орбиты объекта № 54 – единственного объекта, для которого при $\gamma = 180.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ проведено интегрирование на протяжении 1 года.

Введем обозначения: r – радиус-вектор модельного объекта от центра Земли; нижний индекс “0” соответствует невозмущенной орбите, “1” – возмущенной; верхний индекс “0” – исходное положение в начальный момент, “1” – вычисленное положение в начальный момент после численного интегрирования на 1 год вперед и обратно, выполненном с параметрами $k = 1.0$, $A/m = 0.01$, “2” – то же при максимальном значении коэффициента γ , для которого интегрирование проведено на протяжении 1 года (это значение указано в последнем столбце табл. 3).

В начальный момент интегрирования возмущенной и невозмущенной орбит координаты и скорость объекта одинаковые, следовательно $r_0^0 = r_1^0$, пространственное расстояние $D^0 = 0$. При обратном интегрировании за счет накопления ошибок округления на начальный момент времени получены координаты и скорости, отличные от исходных. Сравним их и вычислим следующие величины: $dr_0^1 = |r_0^1 - r_0^0|$, $dr_1^1 = |r_1^1 - r_1^0|$, $dr_0^2 = |r_0^2 - r_0^0|$, $dr_1^2 = |r_1^2 - r_1^0|$, $dD^1 = D^1 - D^0$, $dD^2 = D^2 - D^0$ (см. табл. 3). Поскольку $r_0^0 = r_1^0$ (невозмущенное положение не зависит от k и A/m), то $dr_0^1 = dr_1^1$, поэтому в табл. 3 приведены значения только для dr_0^1 .

Для оценки влияния ошибки округления на положение объекта на небесной сфере также вычислены угловые расстояния θ^1 , θ^2 , соответствующие расстояниям dD^1 и dD^2 , относительно подспутниковой точки.

Анализируя табл. 3, получим, что максимальная возможная ошибка вычисления углового расстояния составила $\sim 2.8''$, учитывая, что в результате интегрирования на 1 год вперед и обратно накопленная ошибка округления в 2 раза больше, чем при интегрировании только вперед. Таким образом, указанные параметры модели возмущающих сил обеспечивают необходимую для реше-

Таблица 3. Значения ошибки округления при численном интегрировании на 1 год вперед и обратно

№*	a_0 , км	e_0	dr_0^1 , м	dr_1^1 , м	dr_1^2 , м	dD^1 , м	θ^1 , "	dD^2 , м	θ^2 , "	γ , м ² /кг
1	10000	0.001	0.0029	0.0030	0.0030	8×10^{-5}	5×10^{-6}	0.0059	3×10^{-4}	75.0
4	10000	0.3	0.0055	4.2842	0.0057	4.2787	1.3978	2×10^{-4}	7×10^{-5}	1.44
5	15000	0.001	8×10^{-5}	8×10^{-5}	1×10^{-5}	1×10^{-6}	2×10^{-8}	9×10^{-5}	2×10^{-6}	36.0
10	15000	0.5	0.0017	0.0014	0.0009	3×10^{-4}	5×10^{-5}	0.0007	0.0001	1.44
11	20000	0.001	4×10^{-5}	4×10^{-5}	5×10^{-6}	2×10^{-7}	3×10^{-9}	3×10^{-5}	5×10^{-7}	25.0
17	20000	0.6	8×10^{-4}	7×10^{-4}	3×10^{-4}	1×10^{-5}	2×10^{-6}	5×10^{-4}	6×10^{-5}	10.0
18	25000	0.001	2×10^{-5}	2×10^{-5}	3×10^{-6}	2×10^{-6}	3×10^{-8}	2×10^{-5}	2×10^{-7}	36.0
25	25000	0.7	0.0012	30.4384	3×10^{-4}	30.4372	5.5903	0.0015	3×10^{-4}	108.0
26	30000	0.001	7×10^{-6}	1×10^{-5}	5×10^{-7}	4×10^{-6}	3×10^{-8}	7×10^{-6}	6×10^{-8}	50.0
33	30000	0.7	4×10^{-5}	4×10^{-5}	2×10^{-4}	8×10^{-5}	7×10^{-6}	2×10^{-4}	2×10^{-5}	25.0
34	35000	0.001	8×10^{-6}	2×10^{-6}	5×10^{-6}	6×10^{-6}	4×10^{-8}	3×10^{-6}	2×10^{-8}	36.0
42	35000	0.8	1×10^{-3}	9×10^{-4}	4×10^{-4}	6×10^{-5}	2×10^{-5}	0.0014	5×10^{-4}	10.0
43	40000	0.001	5×10^{-6}	4×10^{-6}	4×10^{-8}	1×10^{-6}	8×10^{-9}	5×10^{-6}	3×10^{-8}	36.0
51	40000	0.8	9×10^{-4}	8×10^{-4}	1×10^{-5}	6×10^{-5}	8×10^{-6}	9×10^{-4}	1×10^{-4}	75.0
52	45000	0.001	3×10^{-6}	8×10^{-7}	7×10^{-8}	2×10^{-6}	9×10^{-9}	3×10^{-6}	1×10^{-8}	36.0
54	45000	0.2	1×10^{-6}	4×10^{-6}	4×10^{-5}	5×10^{-6}	3×10^{-8}	4×10^{-5}	3×10^{-7}	180.0
60	45000	0.8	4×10^{-6}	1×10^{-5}	2×10^{-5}	1×10^{-5}	8×10^{-7}	1×10^{-5}	1×10^{-6}	10.0
61	50000	0.001	2×10^{-6}	3×10^{-6}	2×10^{-7}	1×10^{-6}	5×10^{-9}	2×10^{-6}	1×10^{-8}	75.0
69	50000	0.8	3×10^{-5}	5×10^{-6}	3×10^{-5}	3×10^{-5}	2×10^{-6}	4×10^{-6}	2×10^{-7}	25.0
70	55000	0.001	1×10^{-8}	9×10^{-7}	3×10^{-6}	9×10^{-7}	4×10^{-9}	3×10^{-6}	1×10^{-8}	36.0
78	55000	0.8	4×10^{-6}	3×10^{-5}	5×10^{-6}	4×10^{-5}	2×10^{-6}	9×10^{-6}	4×10^{-7}	1.44

Примечание. №* — номер модельного объекта согласно табл. 2, a_0 , e_0 — исходные большая полуось и эксцентриситет орбиты объекта. Пояснение к обозначениям остальных столбцов см. в тексте (п. 3.4).

ния задачи точность прогнозирования движения объектов.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Эволюция большой полуоси, эксцентриситета и наклона

На рис. 2 приведены максимальные в течение времени интегрирования изменения (по модулю) большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента γ . При $\gamma \leq 50$ м²/кг прослеживается увеличение дрейфа a , e и i с ростом γ . Отсутствие дальнейшего роста дрейфа связано с уменьшением времени жизни на орбите объектов с большей парусностью. Наблюдается тенденция увеличения дрейфа большой полуоси и наклона с ростом e_0 при одинаковых значениях a_0 . Зависимость амплитуды колебаний эксцентриситета от e_0 при малых γ не так однозначна, но при больших γ заметно уменьшение $|de_{\max}|$ с ростом e_0 .

Для всех объектов получен отрицательный дрейф большой полуоси (см. рисунки ниже). Скорость этого дрейфа разная для различных объектов, но для всех КО она растет с увеличением γ .

Изменение эксцентриситета под влиянием радиационных сил происходит согласно трем вариантам:

1. Сначала увеличение, затем уменьшение, при этом разность возмущенного и невозмущенного эксцентриситетов практически не переходит в область отрицательных значений (рис. 3, верхняя панель);

2. Похож на 1-й вариант, но возмущенный эксцентриситет может быть значительно меньше невозмущенного (рис. 3, средняя панель);

3. Сначала уменьшение, затем увеличение (рис. 3, нижняя панель).

Графики в левой части рис. 3 иллюстрируют простую реализацию, но в некоторых случаях может быть более сложный характер зависимости $de(t)$, как показано на рис. 3, справа. Первый ва-

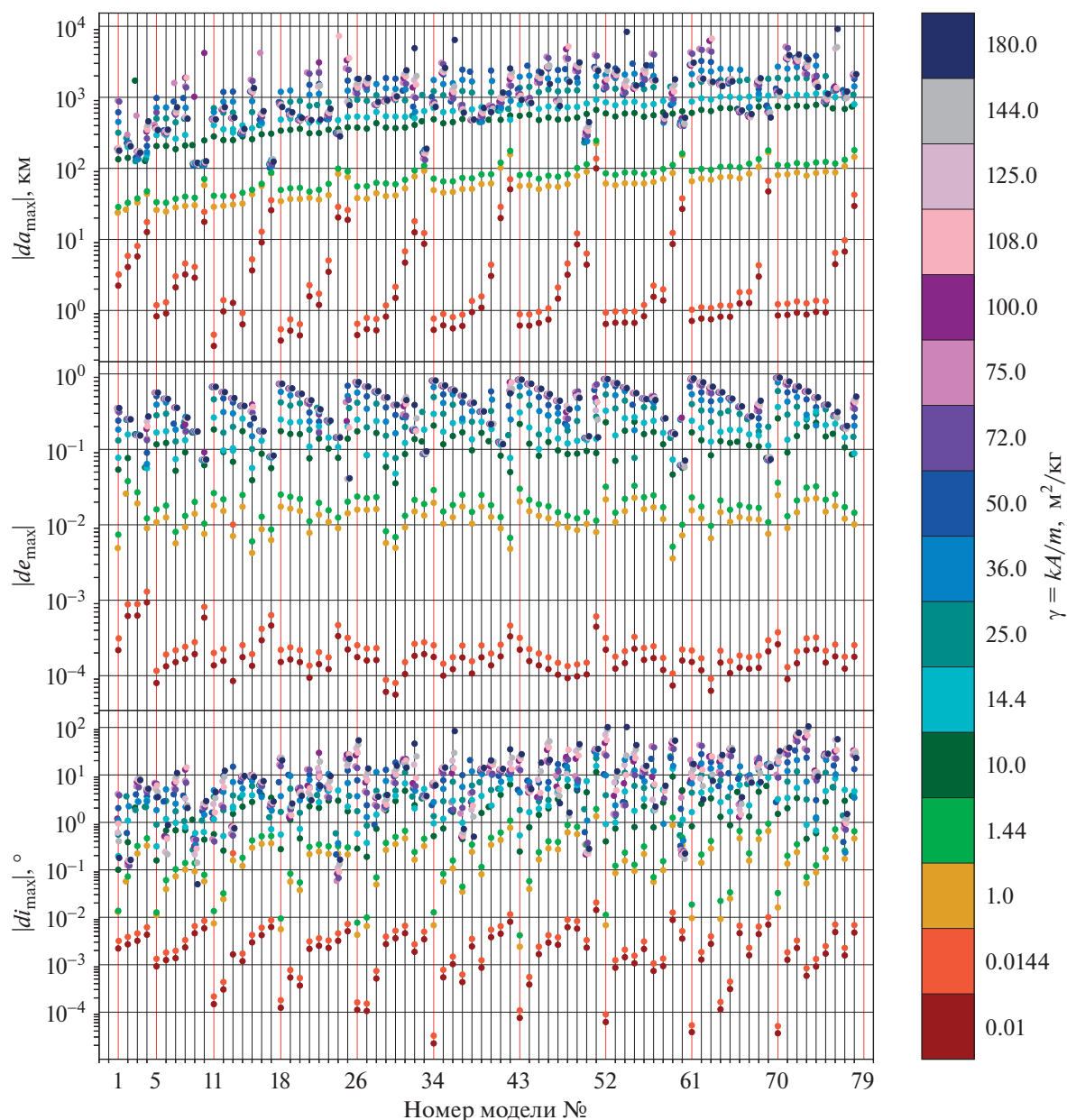


Рис. 2. Максимальные изменения (по модулю) большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$, указанных на цветовой шкале справа, в течение периода интегрирования. Красные вертикальные линии отделяют объекты с одинаковыми значениями a_0 .

риант чаще всего реализуется в случае малого эксцентриситета в начальную эпоху. Во всех случаях изменение эксцентриситета тем значительней, чем больше γ . При достижении эксцентриситетом такого значения, при котором орбита пересеклась с плотными слоями атмосферы или Землей, интегрирование прерывалось.

Под действием радиационных сил происходит также изменение наклона орбиты (рис. 9, 10, 11). Небольшие вариации наклона (в пределах 5°) в течение времени интегрирования при всех значе-

ниях γ продемонстрировали модели № 1, 2, 4, 6, 9, 10, 11, 17, 20, 24, 33, 60 и 77. В пределах 10° изменяется наклон орбит объектов № 3, 5, 14, 15, 16, 19, 23, 34, 37, 44, 50, 58 и 67. При некоторых значениях γ (как правило, $\geq 50 \text{ м}^2/\text{кг}$) амплитуда $di(t)$ превышает 10° , но менее 20° у моделей с номерами 7, 8, 12, 13, 21, 27, 28, 29, 30, 35, 38, 39, 41, 45, 47, 53, 56, 66, 69, 74. У всех объектов с большими полуосями ($a_0 = 10000, 15000$ и 20000 км) вариации наклона не превышают 15° (рис. 2).

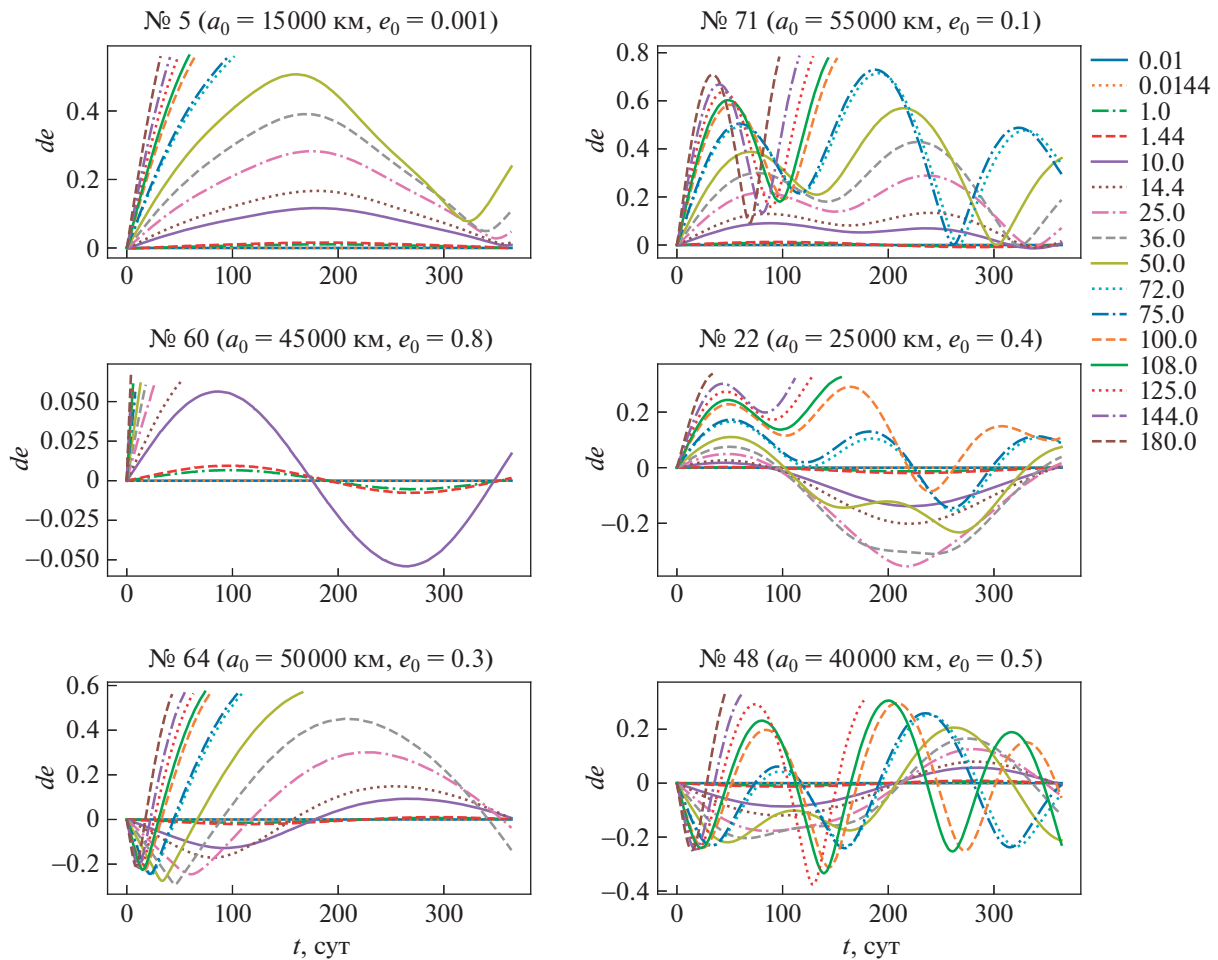


Рис. 3. Демонстрация вариантов типичного поведения изменения эксцентриситета под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$ м²/кг, указанных в легенде, на примере орбит модельных объектов № 5, 60, 64, 71, 22 и 48; de — разность эксцентриситетов орбит, вычисленных с учетом и без учета радиационных сил, t — время от начальной эпохи.

Для объектов № 18, 22, 25, 31, 40, 42, 43, 48, 49, 51, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 70, 71, 75 и 78 $|di_{\max}|$ в отдельных случаях (как правило, при $\gamma \geq 25$ м²/кг) принимает значения до 45° (см. рис. 2). У ряда объектов (№ 26, 32, 36, 46, 59, 72, 76) при больших γ изменение наклона достигает значительных величин, от 46° до 85°, а для моделей № 52, 54 и 73 $di_{\max} > 100^\circ$ при $\gamma = 180$ м²/кг. Это говорит о возможности флипов плоскости орбиты [14] (т.е. переходов от прямого движения с наклоном $i < 90^\circ$ к обратному с наклоном $i > 90^\circ$ и обратно), обусловленных световым давлением, даже на малых интервалах времени при $\gamma \geq 50$ м²/кг.

4.2. Поведение $\theta_{\max}$

Рисунки 4, 5 содержат информацию по всем 78 модельным объектам, расположенным в зави-

симости от начальных значений большой полуоси a_0 и эксцентриситета e_0 (табл. 2), для 16 значений γ . На рис. 4 приведены максимальные угловые расстояния $\theta_{\max}$ между положениями объектов, определенными с учетом и без учета возмущений со стороны радиационных сил, в течение одних, двух и трех суток. Рисунок 5 демонстрирует временные интервалы, в течение которых максимальное угловое расстояние $\theta_{\max}$ не превышает 5', 45' и 3°. В дальнейшем, при изложении результатов уделено большое внимание превышению $\theta_{\max}$ трех градусов, поскольку это сигнализирует о возможности выхода прогнозируемого положения КО за пределы поля зрения даже широкоугольных обзорных телескопов.

На рис. 6 для каждого модельного объекта, расположенного в координатных осях (γ , e_0) при различных значениях a_0 , приведено количество

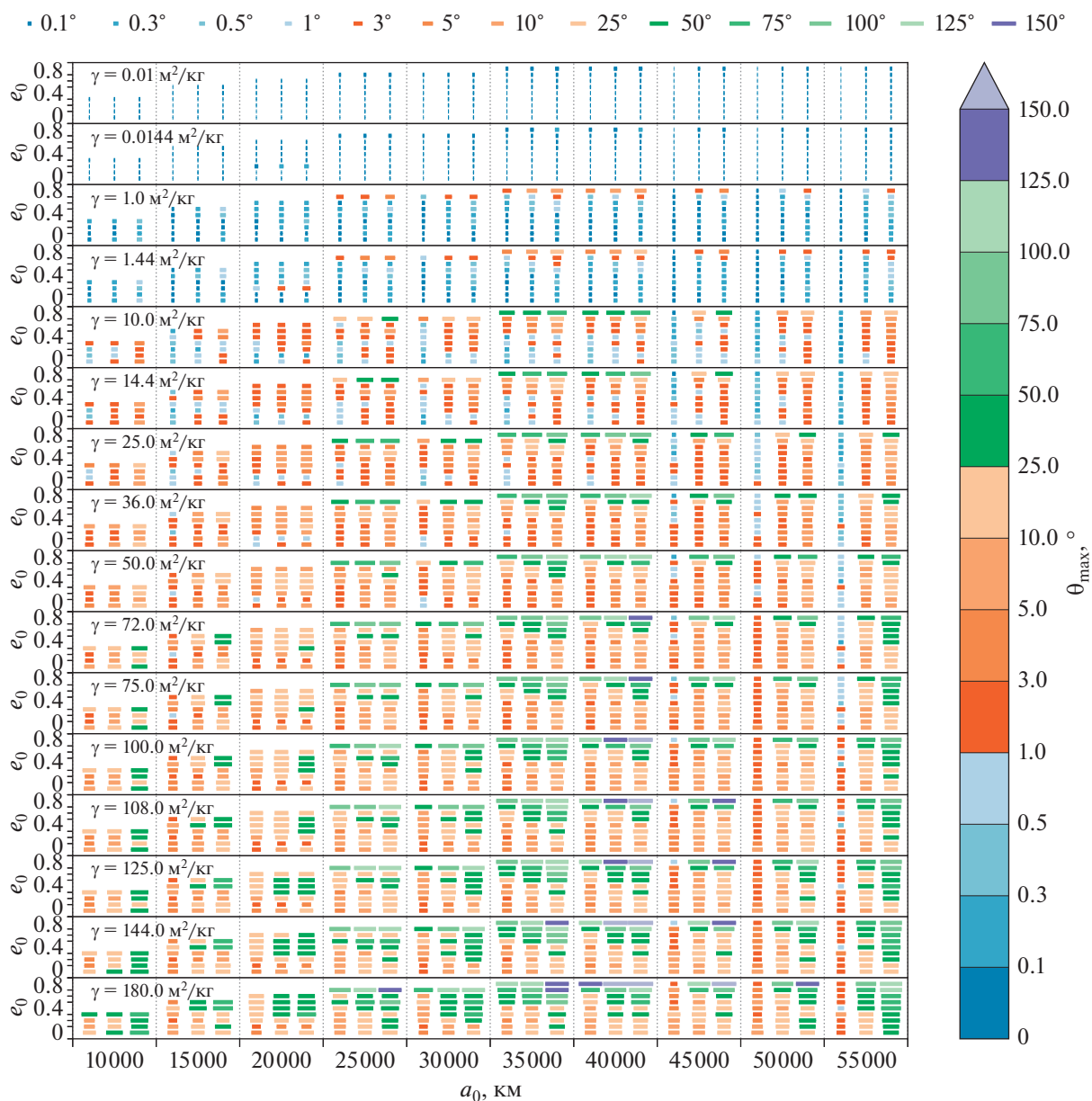


Рис. 4. Максимальные угловые расстояния $\theta_{\max}$ между положениями объектов, определенными с учетом и без учета возмущений со стороны радиационных сил при различных $\gamma = kA/m$. Для каждого значения большой полуоси приведены 3 столбика маркеров: в течение одного (слева), двух (в центре) и трех (справа) дней.

времени, в течение которого проводилось численное интегрирование. Если интегрирование было успешно в течение 1 года, то маркер на рис. 6 имеет темно-синий цвет. В остальных случаях работа программы была прервана в связи с падением объекта на Землю.

На рис. 4–6 цвет маркера соответствует интервалу значений, указанному на шкале справа, а размер маркера пропорционален иллюстрируемой величине, причем на верхней шкале (над рисунком) изображены соотношения размеров маркеров граничным значениям из правой (цвето-

вой) шкалы. Единицы измерения значений обеих шкал совпадают и указаны на боковой шкале справа.

На рис. 7 приведены максимальные значения γ , при которых $\theta_{\max} \leq 3^\circ$ в течение одного, двух и трех дней.

4.2.1. Влияние коэффициента отражения k . Великое влияние коэффициента отражения k , которое покажем на примере модели № 13: при $A/m = 1.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ и $k = 1.0$ — $\theta_{\max} = 3.671'$, $6.468'$, $8.379'$ и $9.613'$ через 1, 2, 3 и 5 дней соответствен-

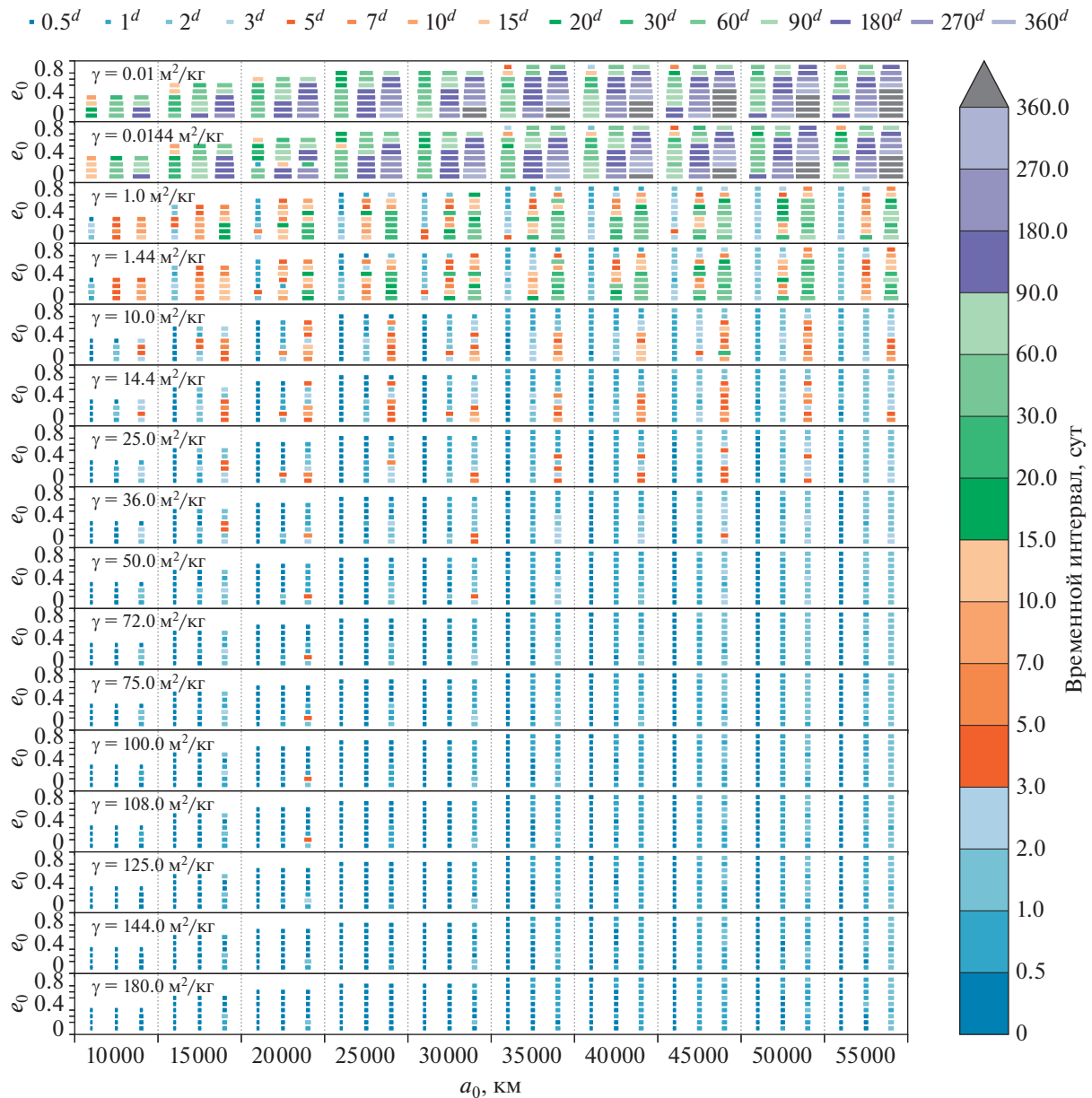


Рис. 5. Временные интервалы, в течение которых максимальные угловые расстояния $\theta_{\max}$ между положениями объектов, определенными с учетом и без учета возмущений со стороны радиационных сил при различных $\gamma = kA/m$, не превышают $5'$, $45'$ и 3° . Для каждого значения большой полуоси приведены 3 столбика маркеров: слева — для $\theta_{\max} \leq 5'$, в центре — для $\theta_{\max} \leq 45'$, справа — для $\theta_{\max} \leq 3^\circ$.

но, а при $A/m = 1.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ и $k = 1.44$ — $\theta_{\max} = 47.558'$, $83.832'$, $108.631'$ и $124.707'$ (рис. 4).

Таким образом, неверное моделирование отражающих свойств поверхности объекта может сильно сказаться на достоверности прогнозируемого положения.

4.2.2. Сравнение $\theta_{\max}$ при близких значениях γ .

Также сравним $\theta_{\max}$ при близких значениях γ : 72.0 и 75.0 $\text{м}^2/\text{кг}$, 100 и 108 $\text{м}^2/\text{кг}$, отличие которых состав-

ляет 4.167 и 8.0% соответственно. В табл. 4 для объектов № 26 ($a_0 = 30000 \text{ км}$, $e_0 = 0.001$), № 30 ($a_0 = 30000 \text{ км}$, $e_0 = 0.4$), № 70 ($a_0 = 55000 \text{ км}$, $e_0 = 0.001$), № 74 ($a_0 = 55000 \text{ км}$, $e_0 = 0.4$) и № 77 ($a_0 = 55000 \text{ км}$, $e_0 = 0.7$) представлены значения $\theta_{\max}$ (в угловых минутах) в течение одних, двух, трех, пяти и семи суток (для каждой модели, 1, 2, 3, 4 и 5 строка соответственно), а также абсолютное $\Delta\theta_{\max}$ и относительное $\delta\theta_{\max}$ изменения $\theta_{\max}$ с

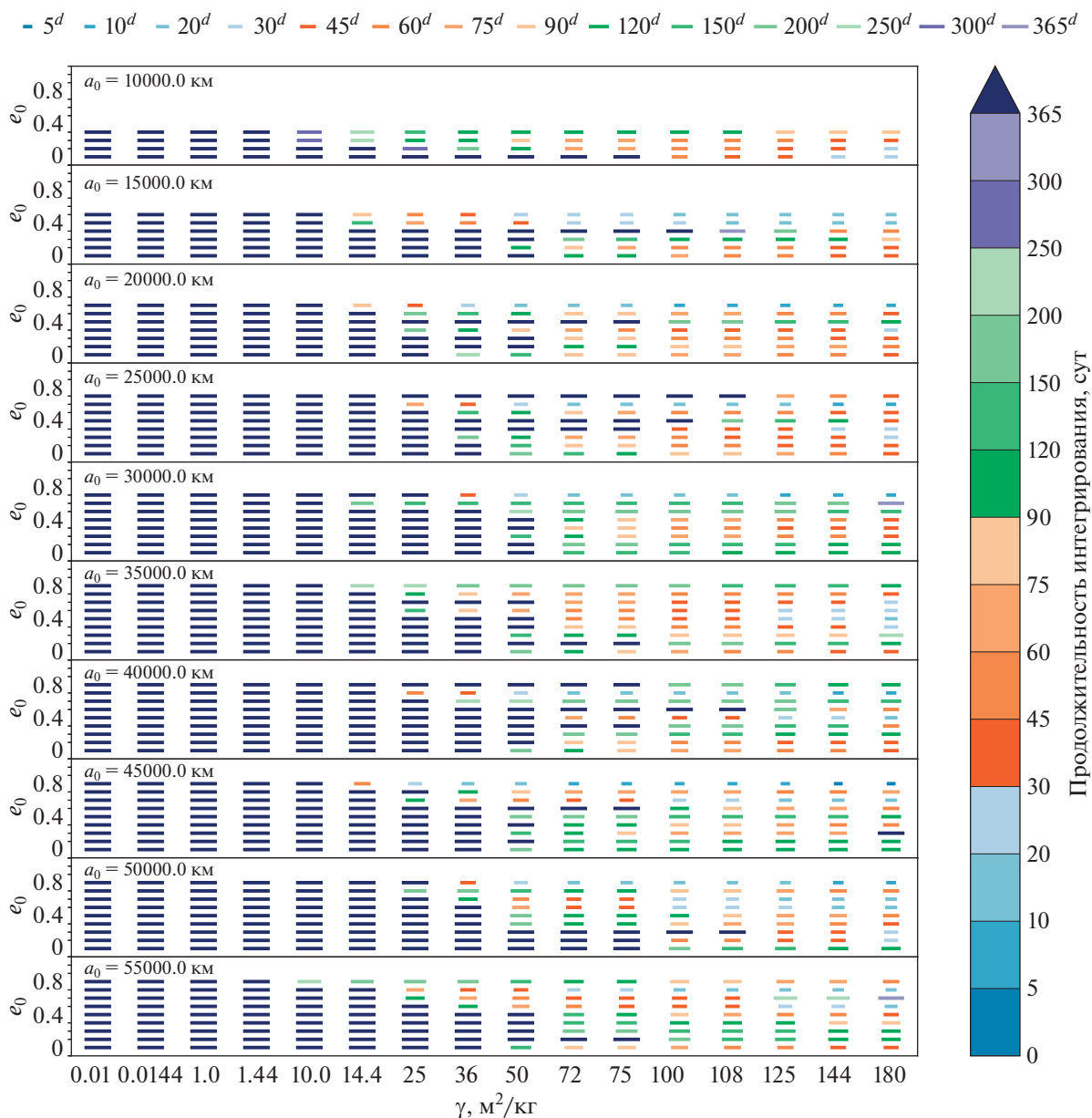


Рис. 6. Продолжительность численного интегрирования для каждого модельного объекта при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$.

ростом γ . Видим, что $\theta_{\max}$ увеличивается примерно на тот же процент, что и γ , но $\delta\theta_{\max}$ имеет тенденцию уменьшаться со временем, а также с ростом e_0 .

Далее представлен комплексный анализ рис. 4, 5, 6 и 7 для каждого значения a_0 . В скобках указаны номера моделей по табл. 2.

4.2.3. Большая полуось $a_0 = 10000$ км (№ 1–4).

При $e_0 = 0.001$ время интегрирования (рис. 6) резко уменьшается для объектов с $\gamma \geq 100$ м²/кг, для которых под влиянием радиационных сил

эксцентриситет быстро растет, в результате чего уменьшается перигейное расстояние, и объекты входят в плотные слои атмосферы. При γ до 75 м²/кг имеет место волнообразное изменение эксцентриситета, причем амплитуда колебаний увеличивается с ростом γ (вариант 1, см. п. 4.1). При $e_0 = 0.1$ и 0.3 эксцентриситет под действием радиационных сил сначала уменьшается, а затем увеличивается (поведение 3-го типа), в то время как при $e_0 = 0.2$ наблюдается рост разности эксцентриситетов de орбит, вычисленных с учетом и

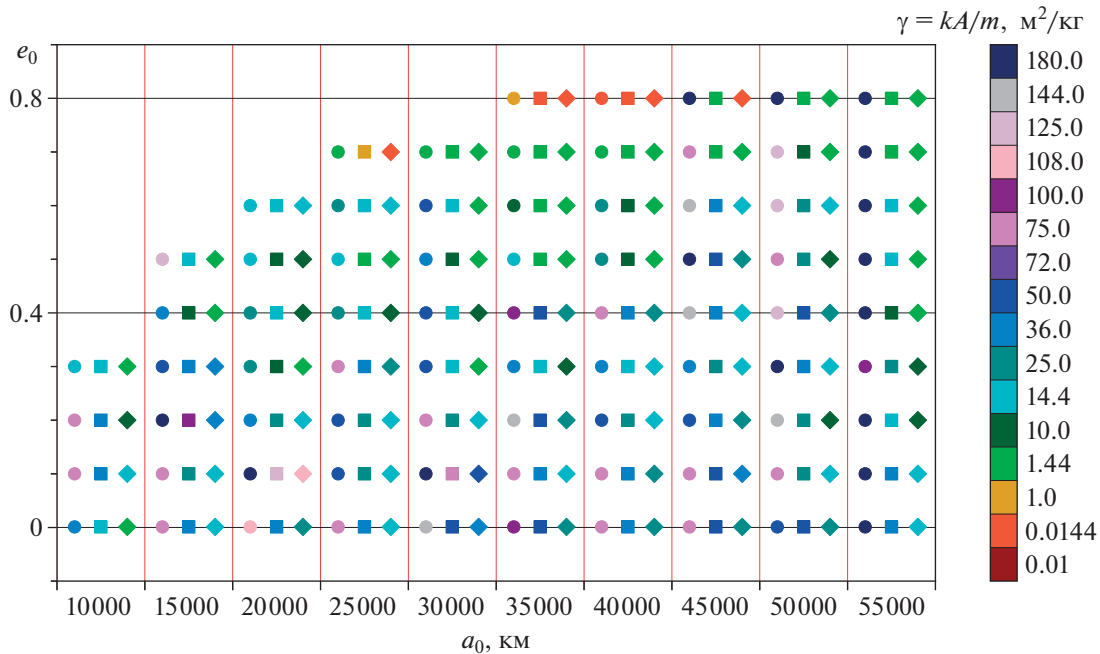


Рис. 7. Максимальные значения $\gamma = kA/m$, при которых $\theta_{\max} \leq 3^\circ$, для каждого значения a_0 и e_0 в течение одного (круглые маркеры), двух (квадратные маркеры) и трех (ромбовидные маркеры) дней.

без учета радиационных сил, в течение всего времени интегрирования (рис. 8, № 3).

Смещение возмущенного положения от невозмущенного быстро растет с увеличением γ и со временем (рис. 4, 5). На рис. 7 видим, что если в течение первых суток $\theta_{\max}$ не превышает 3° при максимуме γ от $14.4 \text{ м}^2/\text{кг}$ (для высокоэллиптических орбит с $e_0 = 0.3$) до $75 \text{ м}^2/\text{кг}$ (при средних значениях e_0), то в течение трех суток $\theta_{\max} \leq 3^\circ$ для моделей с $e_0 = 0.001$ и 0.3 при $\gamma \leq 1.44 \text{ м}^2/\text{кг}$, а с $e_0 = 0.1$ и 0.2 при $\gamma \leq 14.4$ и $10.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ соответственно. Таким образом, объекты на орбитах с большими и малыми эксцентриситетами требуют более частых наблюдений, чем при средних e_0 . Кроме того, на рис. 6 видим, что время жизни на орбите объектов с $\gamma \geq 100 \text{ м}^2/\text{кг}$ увеличивается с ростом e_0 , т.е. при периоде обращения ~ 3 ч они могут многократно пересекать орбиты низкоорбитальных КО в ОКП, прежде чем сгорят в атмосфере Земли.

4.2.4. Большая полуось $a_0 = 15000$ км (№ 5–10).

Наибольшим временем жизни (рис. 6) обладают объекты при $e_0 = 0.2$ и 0.3 . При $\gamma \geq 14.4 \text{ м}^2/\text{кг}$ и $e_0 = 0.4, 0.5$ продолжительность интегрирования быстро убывает с ростом γ и составляет менее 1 мес при $\gamma \geq 72.0 \text{ м}^2/\text{кг}$. При малых e_0 объекты с большой парусностью “живут” значительно дольше, чем в случаях высокоэллиптических орбит. В целом поведение de протекает по первому

варианту у объектов № 5 (рис. 3), 6, 9, по второму — у КО № 7 и 10, по третьему — у модели № 8.

Рисунок 7 демонстрирует $\theta_{\max}$ в пределах 3° через трое суток у моделей со средним эксцентриситетом ($e_0 = 0.2$ и 0.3) при $\gamma \leq 36.0 \text{ м}^2/\text{кг}$, в то время как у низкоэллиптических при $\gamma \leq 14.4 \text{ м}^2/\text{кг}$, а у высокоэллиптических при $\gamma \leq 1.44 \text{ м}^2/\text{кг}$. Таким образом, в данном случае объекты с большим временем жизни имеют также более медленный темп роста $\theta_{\max}$.

4.2.5. Большая полуось $a_0 = 20000$ км (№ 11–17). Согласно рис. 6 наиболее стабильными оказались орбиты с $e_0 = 0.4$ (модель № 15), а самыми короткоживущими при $e_0 = 0.6$ (№ 17), хотя изменение эксцентриситета для обеих моделей происходит по сценарию 2-го типа, но для объекта № 15 в начале периода интегрирования e сначала растет, затем уменьшается, а потом снова растет. Эксцентриситет орбит объектов № 11, 13, 14 изменяется по первому варианту, у КО № 12 и 16 — по третьему.

Самый быстрый темп роста $\theta_{\max}$ в зависимости от γ наблюдается для объекта с $e_0 = 0.3$, а самый медленный у модели с $e_0 = 0.1$, у которой $\theta_{\max}$ остается в пределах 3° в течение трех суток при $\gamma \leq 108.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ (рис. 7). Модели № 11 с $\gamma \leq 25.0 \text{ м}^2/\text{кг}$, № 13, 17 с $\gamma \leq 14.4 \text{ м}^2/\text{кг}$, № 15, 16 с $\gamma \leq 10.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ и № 14 с $\gamma \leq 1.44 \text{ м}^2/\text{кг}$ также имеют

Таблица 4. Значения $\theta_{\max}$ в угловых минутах при близких значениях $\gamma = kA/m$, а также абсолютное ($\Delta\theta_{\max}$) и относительное ($\delta\theta_{\max}$) изменения $\theta_{\max}$ с ростом γ

№*	$\gamma, \text{ м}^2/\text{кг}$		$\Delta\theta_{\max}, '$	$\delta\theta_{\max}, \%$	$\gamma, \text{ м}^2/\text{кг}$		$\Delta\theta_{\max}, '$	$\delta\theta_{\max}, \%$
	72	75			100	108		
26	81.236	84.636	3.400	4.185	113.010	122.106	9.096	8.049
	225.863	235.305	9.442	4.180	314.140	339.399	25.259	8.041
	346.846	361.339	14.493	4.179	482.199	520.930	38.731	8.032
	484.246	504.450	20.204	4.172	672.902	726.777	53.875	8.006
	569.284	593.027	23.743	4.171	790.727	853.931	63.204	7.993
30	226.683	236.161	9.478	4.181	315.382	340.783	25.401	8.054
	630.585	656.858	26.273	4.166	875.222	944.806	69.584	7.950
	966.664	1006.576	39.912	4.129	1336.046	1440.050	104.004	7.785
	1344.971	1399.415	54.444	4.048	1843.216	1983.144	139.928	7.592
	1574.510	1637.171	62.661	3.980	2148.689	2306.888	158.199	7.363
70	63.915	66.535	2.620	4.099	88.233	95.126	6.893	7.812
	315.629	328.995	13.366	4.235	441.036	477.149	36.113	8.188
	607.841	633.132	25.291	4.161	843.237	910.153	66.916	7.936
	902.405	940.487	38.082	4.220	1259.060	1361.443	102.383	8.132
	1172.993	1222.372	49.379	4.210	1634.805	1767.070	132.265	8.091
74	17.536	18.269	0.733	4.180	24.323	26.259	1.936	7.960
	951.665	991.325	39.660	4.167	1320.442	1425.277	104.835	7.939
	1799.853	1870.227	70.374	3.910	2433.626	2604.558	170.932	7.024
	2570.940	2669.188	98.248	3.821	3452.362	3689.919	237.557	6.881
	3234.100	3351.572	117.472	3.632	4270.841	4543.373	272.532	6.381
77	43.653	45.477	1.824	4.178	60.675	65.542	4.867	8.021
	1422.511	1480.352	57.841	4.066	1952.131	2098.647	146.516	7.505
	2940.541	3051.913	111.372	3.787	3912.809	4171.588	258.779	6.614
	4379.960	4527.955	147.995	3.379	5625.025	5935.496	310.471	5.519
	5673.831	5843.173	169.342	2.985	7080.769	7425.757	344.988	4.872

Примечание. Для каждого объекта представлены значения $\theta_{\max}$ (в угловых минутах) в течение одних, двух, трех, пяти и семи суток (для каждой модели, 1, 2, 3, 4 и 5 строка соответственно).

$\theta_{\max} \leq 3^\circ$ в течение трех суток. В целом при данной a_0 низкоэллиптические модели смещаются под влиянием радиационных сил медленнее, чем средне- и высокоэллиптические.

4.2.6 Большая полуось $a_0 = 25000$ км (№ 18–25). Изменение эксцентриситета 1-го типа наблюдается у моделей № 18, 19 и 20; вариант 2 – у КО № 21, 22 (рис. 3), 24; третий вид $de(t)$ – у объектов № 23 и 25. Во всех случаях наблюдается увеличение скорости дрейфа большой полуоси по сравнению с меньшими a_0 , а также сокращение времени достижения $\theta_{\max} = 3^\circ$, особенно у моделей с высокоэллиптическими орбитами.

Анализ рис. 4, 5, 7 дает, что в течение трех суток $\theta_{\max}$ не превысит 3° для моделей:

- с $e_0 = 0.7$ при $\gamma \leq 0.0144 \text{ м}^2/\text{кг}$;

- с $e_0 = 0.5$ при $\gamma \leq 1.44 \text{ м}^2/\text{кг}$;
- с $e_0 = 0.4$ при $\gamma \leq 10.0 \text{ м}^2/\text{кг}$;
- с $e_0 = 0.001, 0.1, 0.2$ и 0.6 при $\gamma \leq 14.4 \text{ м}^2/\text{кг}$;
- с $e_0 = 0.3$ при $\gamma \leq 25.0 \text{ м}^2/\text{кг}$.

Самый медленный темп роста $\theta_{\max}$ в зависимости от γ наблюдается для объекта с $e_0 = 0.3$ (№ 21), а самый быстрый при $e_0 = 0.7$ (№ 25). При этом у объекта № 25 наиболее стабильные орбиты (рис. 6), только при $\gamma \geq 125.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ интегрирование продолжалось менее 1 года. На рис. 8 (№ 25) показано, как изменяется эксцентриситет под действием радиационных сил, и видно, что при средних γ (от 25 до $75 \text{ м}^2/\text{кг}$) эксцентриситет значительно уменьшается, и при $50.0 \text{ м}^2/\text{кг}$ в середине периода интегрирования орбита стано-

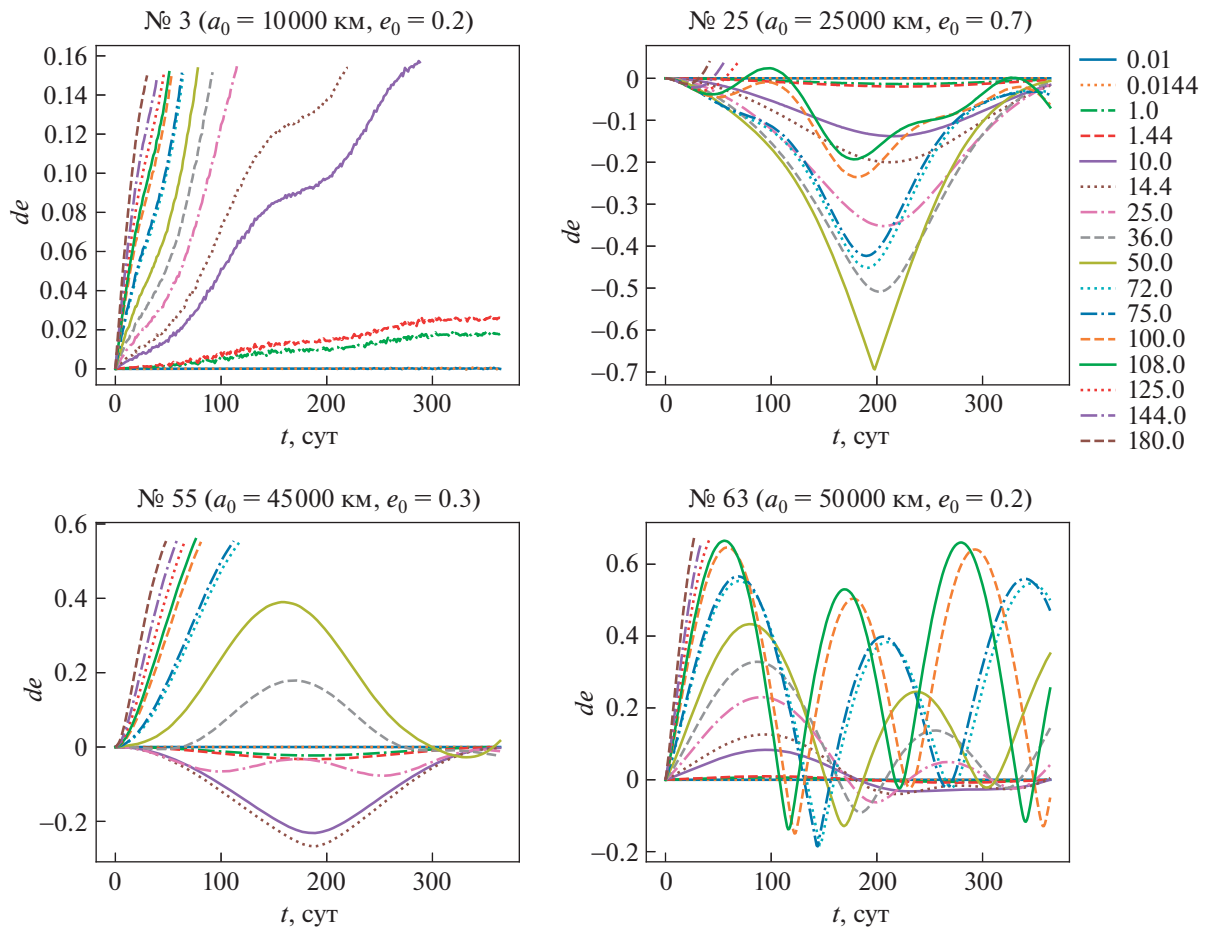


Рис. 8. Изменение эксцентриситета e орбит модельных объектов № 3, 25, 55, 63 под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$, указанных в легенде; de — разность эксцентриситетов орбит, вычисленных с учетом и без учета радиационных сил, t — время от начальной эпохи.

вится практически круговой. Таким образом, за короткий промежуток времени высота над уровнем моря этих объектов изменяется в значительных пределах, захватывая области от низкоорбитальной до геостационарной.

4.2.7. Большая полуось $a_0 = 30\,000$ км (№ 26–33). Рисунок 6 демонстрирует более длительное время жизни на орбите у объектов № 26, 27, 31 и 32. Это связано со сложной эволюцией эксцентриситета, зависимость от времени которого имеет либо фазу снижения, либо плато. У остальных объектов с продолжительностью интегрирования менее 1 года фаза снижения эксцентриситета либо отсутствует, либо очень короткая, в начале периода интегрирования, а затем быстрый рост. В целом по первому сценарию протекает эволюция эксцентриситета у объекта № 26; по второму — № 27, 29 и 33; по третьему — № 28, 30, 31 и 32. На рис. 9 показано, как изменяются большая полуось, эксцентриситет и наклон орбиты КО № 32 под действием радиационных сил при различных γ . Особенно примечательна эволюция элементов

при $\gamma = 180.0$ м²/кг, так как для данного объекта продолжительность интегрирования составила 347 сут.

Снова прослеживается тенденция увеличения $\theta_{\max}$ с ростом e_0 для объектов с большой парусностью. Для моделей с $e_0 \geq 0.3$ в пределах 3° сохраняется $\theta_{\max}$ только при $\gamma \leq 1.44$ м²/кг, кроме объекта № 30 ($e_0 = 0.4$), для которого $\gamma \leq 10.0$ м²/кг. При меньших начальных эксцентриситетах, согласно рис. 7, отмечаются более высокие значения максимумов γ (36, 50 и 14.4 м²/кг при $e_0 = 0.001, 0.1$ и 0.2 соответственно).

4.2.8. Большая полуось $a_0 = 35\,000$ км (№ 34–42). Как видно на рис. 6, наиболее стабильными являются орбиты с $e_0 = 0.1, 0.2$ и 0.8 (№ 35, 36 и 42 соответственно). Поведение de этих объектов, а также № 41, соответствует варианту 3. Модель № 36 выделяется большим временем жизни при $\gamma = 180.0$ м²/кг, картина зависимости $de(t)$ для нее качественно такая же, как у модели № 32 (рис. 9).

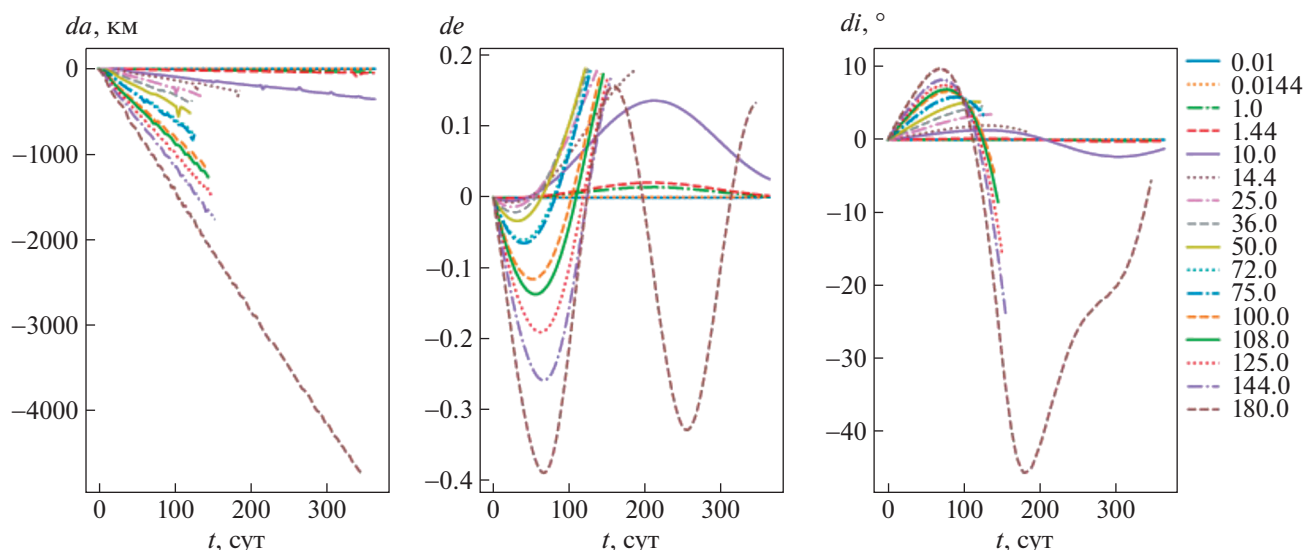


Рис. 9. Изменение большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты модельного объекта № 32 ($a_0 = 30\,000$ км, $e_0 = 0.6$, $i_0 = 107^\circ$) под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$, указанных в легенде; da , de , di — разности больших полуосей, эксцентриситетов и наклонов орбит, вычисленных с учетом и без учета радиационных сил, t — время от начальной эпохи.

По сценарию 2 изменяется эксцентриситет моделей № 37, 38 и 40; по первому сценарию — № 34 и 39.

Время достижения $\theta_{\max} = 3^\circ$ продолжает сокращаться. Темп роста $\theta_{\max}$ в зависимости от γ увеличивается с эксцентриситетом e_0 . Для высокоэллиптических орбит с $e_0 = 0.8$ смещение превысит 3° через 3 дня при $\gamma \geq 1.0$ м²/кг, а с $e_0 = 0.5$, 0.6 и 0.7 — при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг, в то время как при $e_0 \leq 0.4$ на протяжении трех суток $\theta_{\max} \leq 3^\circ$ для моделей с γ от 10.0 до 25.0 м²/кг (рис. 7).

Таким образом, объекты на орбитах с большим эксцентриситетом требуют постоянного мониторинга даже при малых ОПМ ~ 1 м²/кг, тем более что в данном случае они имеют довольно продолжительное время жизни.

4.2.9. Большая полуось $a_0 = 40\,000$ км (№ 43–51). Наибольшее время жизни у модели № 48 с $e_0 = 0.5$ (рис. 6), только при $\gamma \geq 125.0$ м²/кг интегрирование продолжалось менее 1 года. На рис. 3 можно заметить синусообразное поведение эксцентриситета орбит модели № 48 с небольшим затуханием амплитуды к концу периода интегрирования при γ от 10 до 108 м²/кг, что может говорить о возможности более долгого времени жизни этих объектов. Зависимость $de(t)$ первого типа имеет объект № 43; второго типа — № 44, 47 и 50; третьего — № 45, 46, 48, 49 и 51.

Через 3 сут $\theta_{\max}$ превысит 3° :

- при $\gamma \geq 1.0$ м²/кг для КО с $e_0 = 0.8$;
- при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг для КО с $e_0 = 0.5, 0.6$ и 0.7 ;

- при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг для КО с $e_0 = 0.2$ и 0.3 ;
- при $\gamma \geq 36.0$ м²/кг для КО с $e_0 = 0.001, 0.1$ и 0.4 .

Как и ранее, прослеживается тенденция уменьшения значений γ , при которых $\theta_{\max}$ достигнет 3° , с ростом e_0 .

4.2.10. Большая полуось $a_0 = 45\,000$ км (№ 52–60). Значения $\theta_{\max}$ в течение первых суток по сравнению с $a_0 = 35\,000$ и $40\,000$ км уменьшаются, но скорость увеличения $\theta_{\max}$ значительно увеличивается с ростом e_0 . Если в течение первых суток при $e_0 = 0.8$ и $\gamma = 10.0$ м²/кг $\theta_{\max} = 3.253'$, то через два дня максимальное смещение этого объекта от невозмущенного положения достигло 15.5° .

Через 3 сут $\theta_{\max}$ превысит 3° для объектов:

- с $e_0 = 0.8$ при $\gamma \geq 1.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.7$ при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.3, 0.4$ и 0.6 при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.001, 0.2$ и 0.5 при $\gamma \geq 36.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.1$ при $\gamma \geq 50.0$ м²/кг.

Под влиянием радиационных сил эксцентриситет изменяется по сценарию 1-го типа у модели № 52; 2-го типа — № 53, 58, 59 и 60; 3-го — № 54, 56 и 57. Поведение de объекта № 55 сочетает в себе 2-й и 3-й варианты и показано на рис. 8 (№ 55). Более долгоживущими оказались КО с меньшими e_0 (рис. 6). Примечателен объект № 54 ($e_0 = 0.2$), орбита которого при $\gamma = 180.0$ м²/кг

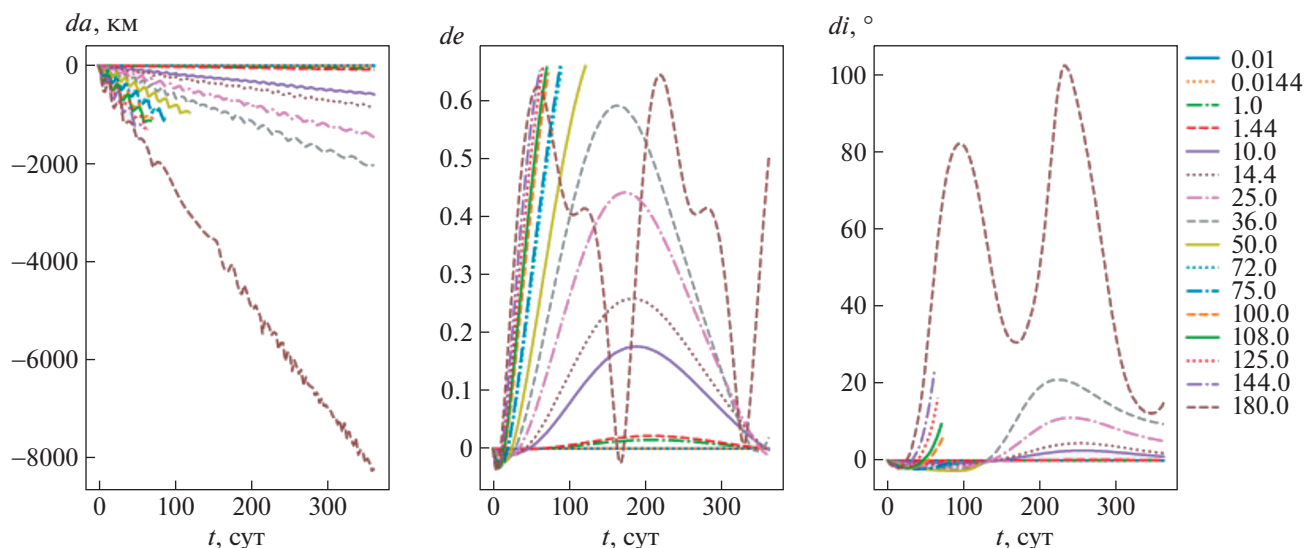


Рис. 10. Изменение большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты модельного объекта № 54 ($a_0 = 45000$ км, $e_0 = 0.2$, $i_0 = 38^\circ$) под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$, указанных в легенде; da , de , di — разности больших полуосей, эксцентриситетов и наклонов орбит, вычисленных с учетом и без учета радиационных сил, t — время от начальной эпохи.

успешно проинтегрирована в течение всего года. Изменение его элементов орбиты показано на рис. 10. Модель № 60 ($e_0 = 0.8$) при $\gamma = 180.0$ м²/кг имеет самое короткое время интегрирования (4.25^d) среди всех рассмотренных моделей, поведение эксцентриситета для нее приведено на рис. 3.

4.2.11. Большая полуось $a_0 = 50000$ км (№ 61–69). Максимальное смещение в течение первых суток меньше, чем при $a_0 = 45000$ км, также уменьшается скорость увеличения $\theta_{\max}$ для высокоэллиптических орбит (рис. 4).

Через 3 дня $\theta_{\max}$ превысит 3° для объектов:

- с $e_0 = 0.8$ и 0.7 при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.2$ и 0.5 при $\gamma \geq 14.4$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.1, 0.3$ и 0.6 при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.001$ и 0.4 при $\gamma \geq 36.0$ м²/кг.

Время интегрирования убывает с ростом γ и e_0 . Самыми долгоживущими при всех γ оказались объекты с $e_0 = 0.001$, но для модели № 63 ($e_0 = 0.2$) интегрирование было выполнено в течение всего года при $\gamma \leq 108.0$ м²/кг, поведение de для нее синусообразное (рис. 8, № 63) и происходит по второму сценарию, как и у моделей № 66, 67 и 69. Третий вариант поведения de у объектов № 64, 65 и 68; первый — у моделей № 61 и 62.

4.2.12. Большая полуось $a_0 = 55000$ км (№ 70–78). Среди почти всех моделей самые малые значения $\theta_{\max}$ в течение первых суток при всех γ и e_0

получены для моделей с $a_0 = 55000$ км (меньше только у моделей № 60 и 64), но величина $\theta_{\max}$ быстро нарастает со временем, особенно при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг, с увеличением e_0 темп роста $\theta_{\max}$ также увеличивается.

В течение первых суток $\theta_{\max}$ превысит 3° только при $e_0 = 0.3$ и $\gamma \geq 108.0$ м²/кг, но через двое суток максимальное смещение достигнет 3° для объектов:

- с $e_0 = 0.7$ и 0.8 при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.4$ при $\gamma \geq 14.4$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.2, 0.5$ и 0.6 при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг;
- с $e_0 = 0.3$ при $\gamma \geq 36.0$ м²/кг;
- для остальных e_0 при $\gamma \geq 50.0$ м²/кг.

Через 3 дня $\theta_{\max}$ превысит 3° для всех объектов на высокоэллиптических орбитах с $e_0 \geq 0.4$ при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг, а при $e_0 < 0.4$ при $\gamma \geq 25.0$ м²/кг (рис. 7).

Наибольшее время интегрирования отмечено у моделей с e_0 от 0.1 до 0.4 при $\gamma \leq 50.0$ м²/кг, но объект № 76 продемонстрировал увеличение времени жизни при $\gamma \geq 125.0$ м²/кг. На рис. 11 показано, как изменяются элементы орбиты этого модельного объекта под действием радиационных сил (2-й тип). Также 2-й вариант поведения de у моделей № 73, 75 и 77; 3-й тип — у объектов № 74 и 78; 1-й — у КО № 70, 71 и 72.

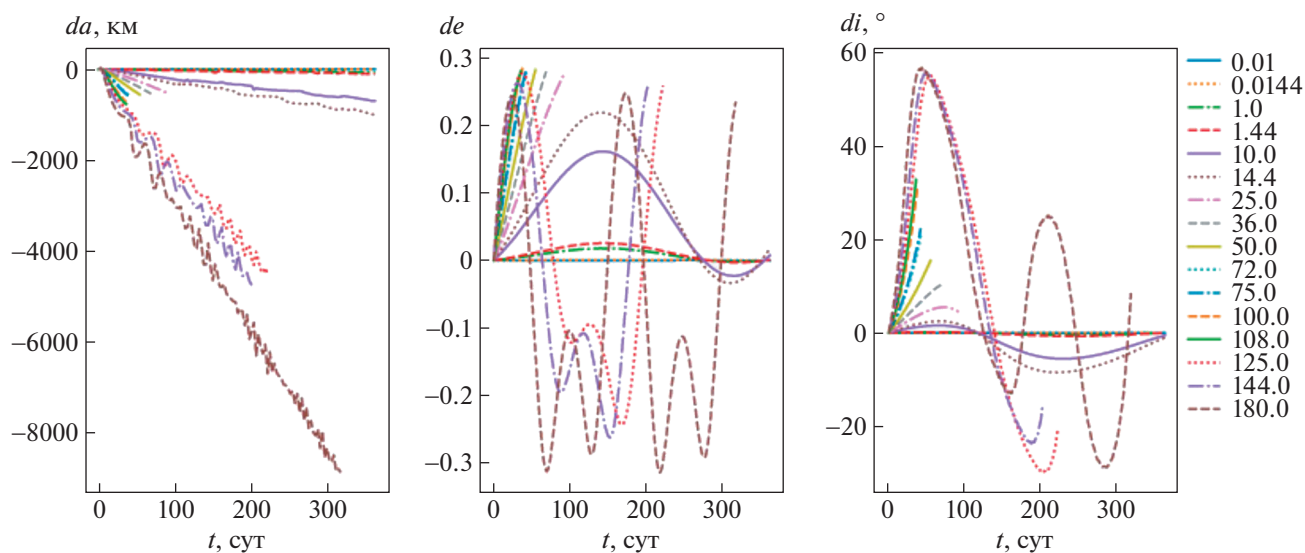


Рис. 11. Изменение большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты модельного объекта № 76 ($a_0 = 55000$ км, $e_0 = 0.6$, $i_0 = 76^\circ$) под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$, указанных в легенде; da , de , di — разности больших полуосей, эксцентриситетов и наклонов орбит, вычисленных с учетом и без учета радиационных сил, t — время от начальной эпохи.

4.3. Резюме

Согласно рис. 6 для большинства моделей с $\gamma \geq 50.0$ м²/кг время интегрирования составило менее 1 года, поскольку из-за увеличения эксцентриситета и уменьшения большой полуоси перигейное расстояние уменьшается, и объект входит в плотные слои атмосферы Земли. Вероятно, это одна из причин малого количества таких фрагментов КМ, по статистике портала [6] их менее 1% (рис. 1). Таким образом, происходит самоочищение ОКП от объектов с большой парусностью, однако есть исключения. Выявлено несколько случаев продолжительного существования КО даже с $\gamma = 180.0$ м²/кг. Элементы орбит объектов с большими ОПМ претерпевают значительные и быстрые изменения, вследствие чего смещение $\theta_{\max}$ возмущенного под влиянием радиационных сил положения от невозмущенного быстро увеличивается со временем для всех моделей, особенно на ВЭО (рис. 4).

На рис. 5 видим, что вероятность попасть в поле зрения обзорного телескопа через двое суток у КО с $\gamma \geq 50.0$ м²/кг выше при $a_0 = 55000$ км, в то время как при $a_0 \leq 25000$ км и больших γ $\theta_{\max}$ превысит 3° за время менее 24 ч. При одинаковых γ модели с $a_0 \leq 40000$ км имеют, как правило, большее максимальное в течение первых суток угловое расстояние, чем при $a_0 = 45000$, 50000 и 55000 км, т.е. смещение за первый день уменьшается с ростом a_0 , но темп роста $\theta_{\max}$ со временем

при $a_0 \leq 40000$ км ниже, чем у высокоорбитальных объектов.

Рисунок 4 демонстрирует увеличение $\theta_{\max}$ не только с ростом γ , но и с ростом начального эксцентриситета e_0 , причем эта тенденция более выражена для объектов с большими полуосями от 25000 до 45000 км. В основном, объекты на орбитах с большими эксцентриситетами требуют более частых наблюдений при $\gamma \geq 10.0$ м²/кг, но в случае высокоэллиптических орбит с большими полуосями от 25000 до 45000 км требуется постоянный мониторинг при $\gamma \geq 1.0$ м²/кг.

Опираясь на данные рис. 4, 5, 6 и 7, можно оценить временные интервалы, через которые необходимо повторить наблюдение объектов с большим ОПМ. Поскольку программный комплекс [19] предполагает форму объекта сферической, то, с учетом результатов [15], наши данные носят пессимистический характер и должны обеспечивать гарантированное обнаружение объекта.

4.4. Сравнение с наблюдениями

Сравним наблюдаемые и вычисленные координаты объекта 90080, который на 31 января 2019 г. имел следующие орбитальные параметры: большая полуось $a = 43606.873$ км, эксцентриситет $e = 0.3418830$, наклон $i = 28.0140^\circ$, долгота восходящего узла $\Omega = 33.0376^\circ$, аргумент перигея $\omega = 272.7548^\circ$, средняя аномалия $M = 49.3510^\circ$, время UTC, на которое рассчитаны элементы,

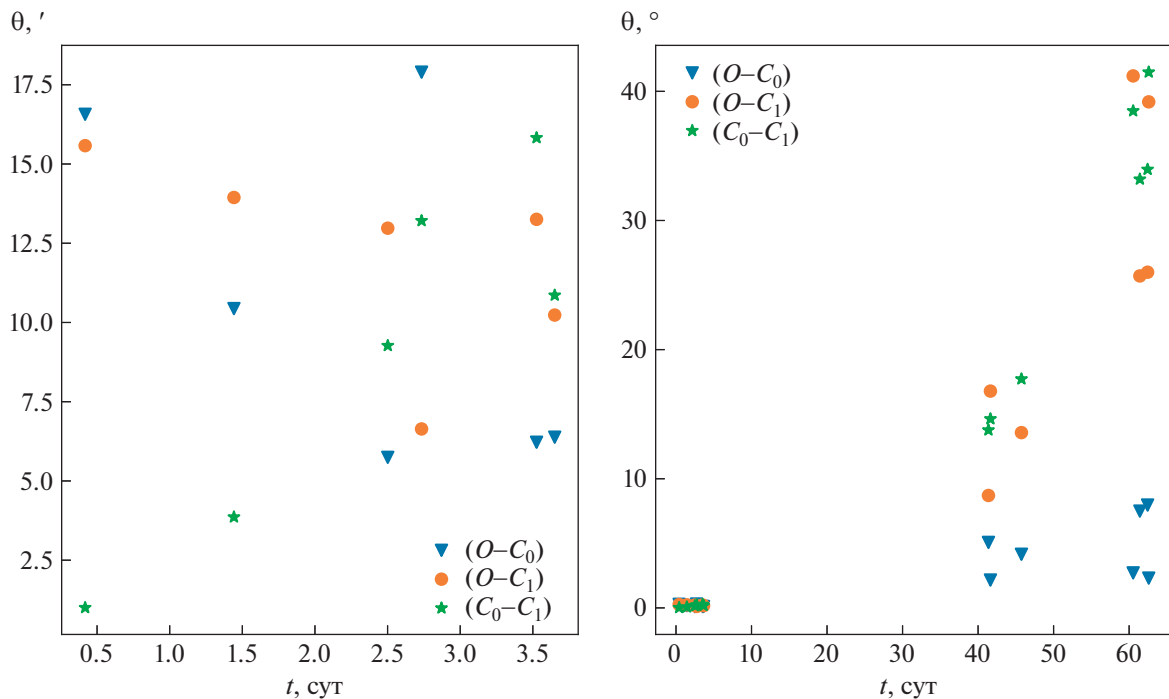


Рис. 12. Сравнение полученных из наблюдений и вычисленных угловых расстояний θ объекта 90080: $(O-C_0)$ — между полученными из наблюдений и вычисленными без учета светового давления положениями, $(O-C_1)$ — между полученными из наблюдений и вычисленными с учетом светового давления положениями, (C_0-C_1) — между положениями, вычисленными без учета и с учетом светового давления; t — время от эпохи элементов t_0 .

$t_0 = 31.01.2019 \ 8:33:13.274$, усредненное по архиву орбит значение ОПМ $A/m = 10.89979 \text{ м}^2/\text{кг}$.

Параметры орбиты и наблюдательные данные объекта 90080, полученные в КрАО РАН с 31 января по 3 апреля 2019 г., предоставлены В.В. Румянцевым (КрАО РАН) в частном порядке.

С помощью интегратора [19] вычислены эфемериды с учетом и без учета светового давления. Затем найдены угловые расстояния между полученными из наблюдений и вычисленными положениями. Рисунок 12 демонстрирует значительное отличие углового расстояния $(O-C_1)$ от $(O-C_0)$, достигающее со временем десяти и более градусов. Таким образом, расчет целеуказаний в предположении сферически-симметричной формы объекта может привести к большим ошибкам в прогнозе. Также замечен рост θ со временем, т.е. вероятность потерять объект без повторных наблюдений и уточнения параметров орбиты увеличивается.

На рис. 12 видно, что в большинстве случаев угловое расстояние θ между наблюдаемым положением и положением, вычисленным без учета светового давления $(O-C_0)$, оказывается меньше, чем угловые расстояния $(O-C_1)$ и (C_0-C_1) . Это

подтверждает предположение о пессимистичности нашей оценки.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное исследование посвящено оценке влияния радиационных сил на положение космического объекта с большим отношением площади к массе на небесной сфере. Для 78 модельных объектов в области средневысоких, геостационарных и высокоэллиптических орбит определены максимальные (в течение заданного периода времени) угловые расстояния относительно подспутниковой точки на поверхности Земли между двумя положениями, найденными с учетом радиационных сил и без их учета, при 8 значениях отношения площади к массе A/m от 0.01 до $125 \text{ м}^2/\text{кг}$ и двух значениях коэффициента отражения $k = 1$ и 1.44. Также найдены максимальные в течение времени интегрирования изменения большой полуоси a , эксцентриситета e и наклона i орбиты под влиянием радиационных сил при различных значениях коэффициента $\gamma = kA/m$.

Для всех объектов наблюдается отрицательный дрейф большой полуоси, скорость этого дрейфа разная для различных объектов, но во всех случаях она растет с увеличением коэффи-

циента γ . Наблюдается тенденция увеличения дрейфа большой полуоси и наклона с ростом e_0 при одинаковых значениях a_0 , в то время как амплитуда колебаний эксцентриситета при больших γ уменьшается. При $\gamma < 50$ м²/кг прослеживается увеличение дрейфа a , e и i с ростом γ . Отсутствие дальнейшего роста дрейфа связано с уменьшением времени жизни на орбите объектов с большей парусностью. Чаще всего нет какой-либо зависимости максимального изменения наклона от γ , но у всех моделей с большими полуосями $a_0 = 10000, 15000$ и 20000 км вариации i не превышают 15° . Среди остальных моделей при $\gamma \geq 50$ м²/кг зафиксированы случаи обусловленных световым давлением переходов от прямого движения с наклоном $i < 90^\circ$ к обратному с наклоном $i > 90^\circ$ и обратно, что говорит о возможности флипов плоскости орбиты под влиянием радиационных сил даже на малых интервалах времени.

Эволюция эксцентриситета орбиты под действием радиационных сил приводит к уменьшению высоты перигея и входу объекта в плотные слои атмосферы Земли, что влечет за собой прерывание процесса интегрирования. Так, для большинства моделей с $\gamma \geq 50.0$ м²/кг время интегрирования составило менее 1 года, но зафиксированы случаи продолжительного существования КО даже с $\gamma = 180.0$ м²/кг.

Приведены интервалы времени, в течение которых смещение возмущенного под влиянием радиационных сил положения от невозмущенного не превышает $5'$, $45'$ и 3° в зависимости от величины γ , а также значений большой полуоси и эксцентриситета в начальную эпоху. Опираясь на результаты статьи, можно получить пессимистическую оценку периодичности наблюдений объектов с большим ОПМ, которая гарантирует обнаружение КО.

В дальнейшем планируется исследовать влияние изменения ОПМ по заданному закону на положение реальных объектов КМ с целью минимизации отклонения вычисленных положений от наблюдаемых.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит Василия Владимировича Румянцев за предоставленные данные и обсуждение статьи, Ивана Николаевича Чувашова за предоставленный программный комплекс “Численная модель движения систем ИСЗ”, а также анонимного рецензента за ценные предложения и комментарии, которые улучшили качество и ясность статьи.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет, что у нее нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ESA's Space Debris Office at ESOC, Darmstadt. Space Debris by the numbers. (2023). https://www.esa.int/Safety_Security/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers
2. A. Horstmann, S. Hesselbach, C. Wiedemann, S. Flegel, M. Oswald, and H. Krag, Enhancement of S/C Fragmentation and Environment Evolution Models, ESA contract No. 4000115973/15/D/SR (2020).
3. ESA's Space Debris Office at ESOC, Darmstadt. About space debris. (2023). https://www.esa.int/Space_Safety/Space_Debris/About_space_debris
4. Г. Г. Ступак, Научно-практическая конференция с международным участием “Околоземная астрономия – 2022”, Москва, 18–21 апреля 2022 г. Тезисы <http://www.inasan.ru/wp-content/uploads/2022/04/Abstract-Book-2022.pdf>, с. 24 (2022).
5. В. М. Агапов, И. Е. Молотов, Г. К. Боровин, А. И. Стрельцов, Инженерный журнал: наука и инновации № 2 (98), 6 (2020).
6. ПАО МАК “Вымпел”, информационный портал. Параметры орбит новых обнаруженных высокоорбитальных объектов космического мусора. <http://spacedata.vimpel.ru/ru>
7. R. Sun, C. Zhao, M. Zhang, and Y. Hou, Adv. Space Research **51** (11), 2136 (2013).
8. L. Anselmo and C. Pardini, Adv. Space Research **43** (10), 1491 (2009).
9. L. Anselmo and C. Pardini, Acta Astronautica **67** (1–2), 204 (2010).
10. E. D. Kuznetsov and E. A. Avvakumova, Acta Astronautica **158**, 140 (2019).
11. A. J. Rosengren and D. J. Scheeres, Adv. Space Research **52** (8), 1545 (2013).
12. S. Valk, N. Delsate, A. Lemaître, and T. Carletti, Adv. Space Research **43** (10), 1509 (2009).
13. E. D. Kuznetsov, V. Gusev, and I. Malyutin, J. Space Safety Engineering **6** (4), 276 (2019).
14. S. O. Belkin and E. D. Kuznetsov, Acta Astronautica **178**, 360 (2021).
15. S. Channumsin, M. Ceriotti, and G. Radice, Adv. Space Research **61** (4), 1066 (2018).
16. Е. Н. Поляхова, Вестн. СПбГУ. Сер. 1: Математика. Механика. Астрономия № 4, 89 (2004).
17. Э. Д. Кузнецов, Астрон. вестн. **45** (5), 444 (2011).
18. В. А. Авдюшев, Численное моделирование орбит (Томск: Изд-во НТЛ, 2010).
19. А. Г. Александрова, Т. В. Бордовицына, И. Н. Чувашов, Изв. ВУЗов. Физика **60** (1), 69 (2017).
20. A Community Python Library for Astronomy Astropy v5.3.2. Astropy Documentation. Astronomical Coordinate Systems ([astropy.coordinates](https://docs.astropy.org/en/stable/coordinates/index.html)). <https://docs.astropy.org/en/stable/coordinates/index.html>

INFLUENCE OF RADIATION FORCES ON THE OBSERVED POSITION AND EVOLUTION OF THE ORBIT OF SPACE DEBRIS OBJECTS WITH A HIGH AREA-TO-MASS RATIO

T. N. Sannikova^{a,*}

^a*Crimean Astrophysical Observatory, Russian Academy of Sciences, Nauchnyi, Russia*

This study is devoted to assessing the effect of light pressure on the observed position and orbital elements of space debris objects with a large area-to-mass ratio A/m in the region of medium-high, geostationary and highly elliptical orbits over short time intervals (up to 1 year). Numerical integration of the orbits of 78 model objects was performed at 8 values of A/m from 0.01 to 125 m²/kg and two values of the reflection coefficient $k = 1.0$ and 1.44. The maximum (during the given time periods) angular distances relative to the sub-satellite point on the Earth's surface between the positions found with and without radiation forces, as well as the maximum changes in the semi-major axis, eccentricity and inclination of the orbit under the influence of radiation forces during the integration time, are determined. It is found that for all objects there is a negative drift of the semi-major axis. For models with semi-major axes of 10000, 15000, and 20000 km, the inclination variations do not exceed 15°. Among other objects, at $\gamma = kA/m \geq 50$ m²/kg, cases of transitions from direct to reverse motion (and vice versa) due to light pressure, were recorded, which indicates the possibility of flips of the orbital plane under the influence of radiation forces even in the short term. The duration of successful integration (the lifetime of an object in orbit) is given; it was less than 1 year for most models with $\gamma \geq 50.0$ m²/kg. Also the time intervals during which the displacement of the position perturbed under the influence of radiation forces from the unperturbed one does not exceed 5', 45', and 3° are presented, depending on the value of γ , semi-major axis, and eccentricity in the initial epoch. Based on the results of the article, it is possible to estimate the required frequency of observations of objects with large A/m .

Keywords: numerical integration of orbits, space debris, area-to-mass ratio, light pressure, the Poynting–Robertson effect