

УДК 524.3:523.4

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКЗОПЛАНЕТ-ГИГАНТОВ ПО ИСТИННЫМ И ПРОЕКТИВНЫМ МАССАМ. УЧЕТ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ

© 2019 г. В. И. Ананьева<sup>a, \*</sup>, А. В. Тавров<sup>a, b</sup>, А. А. Венкстерн<sup>a</sup>, Д. В. Чурбанов<sup>a, b</sup>, И. А. Шашкова<sup>a</sup>, О. И. Кораблев<sup>a</sup>, Ж.-Л. Берто<sup>a, c</sup>

<sup>a</sup>Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup>Московский физико-технический институт ГУ, Москва, Россия

<sup>c</sup>Лаборатория атмосферных и космических исследований, Гюйанкур, Франция

\*e-mail: lada@rssi.ru

Поступила в редакцию 26.02.2018 г.

После доработки 17.07.2018 г.

Принята к публикации 24.07.2018 г.

Для построения распределения по массам экзопланет, открытых методом измерения лучевых скоростей, необходимо учитывать факторы наблюдательной селекции. Предложен метод “окон видимости” для формирования однородных рядов экзопланет. Дополнительно учтены погрешности в определении масс. Произведено сравнение распределения по массам планет с транзитами и планет, открытых методом лучевых скоростей в диапазоне 0.5–13  $M_J$ .

**Ключевые слова:** экзопланеты, проективная масса, распределение по массам, наблюдательная селекция, метод “окон видимости”, метод лучевых скоростей, метод транзитов

DOI: 10.1134/S0320930X1901002X

### ВВЕДЕНИЕ

Поиск и исследование экзопланет методом измерения лучевых скоростей родительских звезд (он же RV-метод) — один из наиболее эффективных и плодотворных, уступающий в количестве открытых планет только методу транзитов (Perryman, 2011). На момент подготовки публикации (октябрь 2017 г.) по данным Экзопланетного каталога NASA (The NASA Exoplanet Archive, 2017) с его помощью было открыто 626 планет с массой меньше 13 масс Юпитера.

Однако у метода измерения лучевых скоростей есть принципиальный недостаток. Этот метод позволяет измерять не истинную (физическую) массу планеты  $m$ , а произведение  $m \sin(i)$ , которое называют минимальной или проективной массой, где  $i$  — наклонение перпендикуляра к плоскости орбиты планеты к лучу зрения. Поскольку  $\sin(i) \leq 1$ , измеряемая проективная масса всегда меньше или равна истинной. В общем случае наклонение орбиты планеты неизвестно, и значение проективной массы определяет нижний предел на истинную массу, и при малых значениях угла  $i$ , когда орбита планеты расположена к лучу зрения приблизительно перпендикулярно (“плашмя”, англ. — face on), измеряемая масса существенно отличается от истинной массы экзопланеты. Поэтому статистическое распределение экзопланет по проек-

тивным массам отличается от распределения по истинным массам.

По мере совершенствования спектрографов точность измерения лучевых скоростей звезд увеличивалась, достигая у наиболее прецизионных инструментов величины 0.8–1.0 м/с (спектрографы HARPS, HARPS-N, HIRES, PFS и др.), что позволяет находить планеты все меньшей массы. Проективная масса самой легкой планеты YZ Cet b, обнаруженной (Astudillo-Defru и др., 2017) методом лучевых скоростей, составляет всего  $0.75 \pm 0.13$  масс Земли.

Важно перейти от наблюдаемого распределения экзопланет  $N$  по проективным (минимальным) массам  $m \sin(i)$  к их статистическому распределению по истинным массам  $m$ , т.е. от известной гистограммы  $N(m \sin(i))$  к гистограмме  $N(m)$ . В этом случае, например, возможен вывод о пространственности планет с теми или иными массами, что важно для построения и верификации теорий формирования планетных систем.

Преобразовать распределение наблюдаемых проективных масс экзопланет  $N(m \sin(i))$  в распределение их истинных масс  $N(m)$  возможно, если предположить, что орбиты планет ориентированы в пространстве изотропно. В этом случае вероятность, что наклонение орбиты равно  $i$ , пропорциональна  $\sin(i)$  ( $0^\circ < i < 90^\circ$ ) (Jorissen и др., 2001).

Математически похожая задача перехода от наблюдаемой скорости вращения  $v \sin(i)$  звезд к их истинной скорости вращения была рассмотрена Chandrasekhar и Münch (1950). Было показано, что функция  $\Phi(y)$ , описывающая распределение вероятности проективной (наблюдаемой) скорости вращения звезды  $y = v \sin(i)$ , и функция  $f(x)$ , описывающая распределение вероятности истинной скорости вращения звезды  $x = v$ , связаны уравнением (1):

$$\Phi(y) = y \int_y^{\infty} \frac{f(x)}{x(x^2 - y^2)^{1/2}} dx, \quad (1)$$

которое может быть сведено к интегральному уравнению Абеля при помощи простой подстановки (2):

$$\Phi(\eta) = \int_0^{\eta} \frac{F(\xi)}{(\eta - \xi)^{1/2}} d\xi. \quad (2)$$

Хорошо известно, что решение этого уравнения имеет вид (3):

$$F(\xi) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\xi} \frac{\Phi(\eta)}{(\eta - \xi)^{1/2}} d\eta. \quad (3)$$

То есть в первоначальных обозначениях (1) это эквивалентно (4):

$$f(x) = -\frac{2}{\pi} x^2 \frac{\partial}{\partial x} x \int_x^{\infty} \frac{\Phi(y)}{y^2 (y^2 - x^2)^{1/2}} dy. \quad (4)$$

В (Chandrasekhar, Münch, 1950) делается вывод, что полученное формальное решение задачи (4) не имеет большого практического значения, так как требуется дифференцировать плохо определённую наблюдаемую частотную функцию. Иначе говоря, формальное решение неприменимо, когда данные зашумлены (имеют большую статистическую погрешность) или данных недостаточно.

С тех пор было предложено несколько численных методов перехода от  $N(m \sin(i))$  к  $N(m)$ , в том числе т.н. “метод очистки луковицы” (Bertaux и др., 2017), часто применяемый для анализа планетных атмосфер.

Применяемые для решения поставленной задачи методы регуляризации, сглаживания, аппроксимирования как исходных, так и получаемых данных не должны выходить за рамки адекватной физической модели. Очевидно, что сглаживание *разнородных* наблюдательных данных не выявит каких-либо объективных особенностей массового распределения планет.

В данной работе применен “метод окон видимости” (Ananjeva и др., 2017), учитывающий фак-

торы наблюдательной селекции, обусловленной различной величиной инструментальной погрешности спектрографов и существенно разным уровнем звездной активности. Дополнительно, учет погрешности измерения массы для каждой экзопланеты объективно сглаживает гистограммы распределения экзопланет.

446 экзопланет, чья масса была измерена методом лучевых скоростей с точностью лучше  $2\sigma$ , находятся в транзитной конфигурации, когда для земного наблюдателя планета проходит по диску родительской звезды и кривая блеска звезды содержит характерные области уменьшения светимости. Так как в транзитной конфигурации наклонение орбиты экзопланеты  $i$  известно и близко к  $90^\circ$ , истинная масса планеты также становится известной. Накопленное к настоящему времени (октябрь 2017 г.) число экзопланет с транзитами в (The NASA Exoplanet Archive, 2017) с измеренной истинной массой позволяет проверить результаты обращения статистического распределения оставшейся части экзопланет в нетранзитной конфигурации (с измеренной проективной массой) к распределению экзопланет по истинной массе.

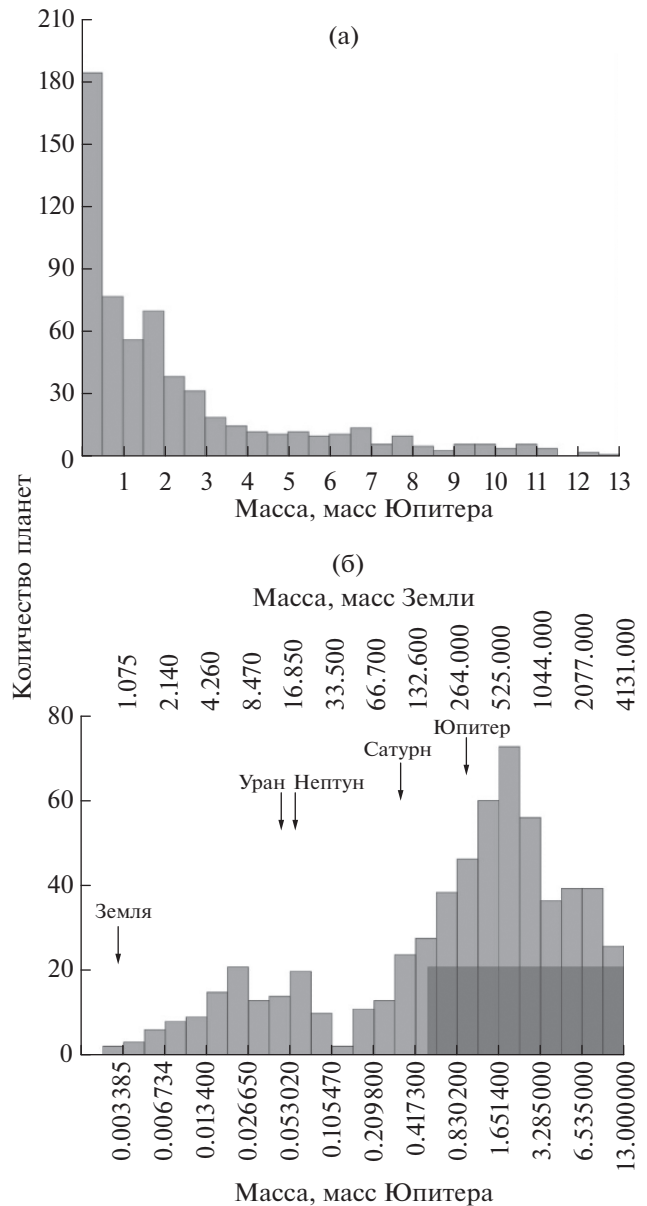
Настоящая публикация состоит из следующих разделов: глава “Наблюдаемое распределение...” описывает распределение проективных масс экзопланет, открытых методом RV, которое содержит значительные факторы наблюдательной селекции и погрешности измерений. Далее предложены регуляризующие методы “окон видимости” и “учета погрешности”, а также приведены результаты сглаживания статистики RV-планет. В главе “Распределение по массам...” проанализировано распределение по массам транзитных экзопланет с измеренной массой, в том числе сглаженное с “учетом погрешности”. Там же приведены результаты преобразования распределения “истинных” масс (определенного по транзитным планетам) к проективным для сравнения с наблюдаемым распределением по проективным массам RV-планет. Результаты сравнения, аппроксимации и гипотезы истинного распределения, а также перспективы дальнейших исследований обсуждаются в главе “Сравнение”. В Приложении 1 приведена таблица RV-планет с проективными массами от 0.5 до 13 масс Юпитера ( $M_J$ ). Таблица содержит данные, взятые из (The NASA Exoplanet Archive, 2017), из оригинальных публикаций и используемые нами для настоящего исследования. В Приложении 2 приведено решение по методу Тихонова для перехода от распределения экзопланет по проективным массам к распределению по истинным массам.

# НАБЛЮДАЕМОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ПРОЕКТИВНЫМ МАССАМ ЭКЗОПЛАНЕТ, ОБНАРУЖЕННЫХ МЕТОДОМ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ

(The NASA Exoplanet Archive, 2017) содержит сведения о 626 экзопланетах<sup>1</sup>, открытых методом лучевых скоростей, чья проективная масса меньше  $13M_J$  (общепринятой границы между планетами-гигантами и коричневыми карликами (Burgasser, 2008)). На рис. 1 представлены гистограммы распределения проективных масс 621 планеты, обнаруженной с помощью наблюдательных программ, измеряющих лучевые скорости родительских звезд (RV-обзоров). Для 5 планет из 626 был указан только нижний предел на проективную массу, и мы их не учитывали.

Из известных RV-планет в настоящей работе рассмотрены только 430 планет, чья проективная масса превышает  $0.5M_J$ . Данный диапазон планетных масс выбран так, чтобы иметь возможность в ходе работы сравнивать распределения масс RV-планет и транзитных планет с измеренной массой. Важно отметить, что из 446 транзитных планет с измеренной массой более 300 были открыты наземными транзитными наблюдательными программами (SuperWASP, HATNet, KELT, XO, TrES и др.) фотометрии целевых звезд с помощью автоматических телескопов небольшой апертуры (10–25 см). Наблюдения сквозь турбулентную земную атмосферу и сравнительно малая апертура ограничивают точность единичного фотометрического измерения величиной 0.1–0.3%, что делает эти обзоры нечувствительными к планетам с радиусом менее  $\sim 0.7R_J$  (у солнцеподобных звезд). Фактически, наземные транзитные обзоры оптимизированы под поиск горячих юпитеров, а значит, наблюдаемое распределение транзитных планет по истинным массам  $N(m)$  отражает реальность (не искажено наблюдательной селекцией) только для планет этого размерного класса ( $R_p > 0.7R_J$ ).

В работе (Seager и др., 2007) предложена теоретическая зависимость радиуса планеты от ее массы в зависимости от химического состава. Из вида этой зависимости и из оценок средней плотности известных транзитных экзопланет следует, что планеты с радиусами больше  $0.7R_J$  являются газовыми гигантами, т.е. состоят преимущественно из водорода и гелия. Известна только одна планета, которая при радиусе меньше  $0.7R_J$  имеет массу больше  $0.5M_J$  – это Kepler-238 e (Xie, 2013), причем и ее радиус, и масса определены с огромными погрешностями ( $m_p = 0.534^{+0.226}_{-0.214}m_J$ ,  $R_p = 0.500^{+0.211}_{-0.041}R_J$ ). Все остальные транзитные планеты с массой более  $0.5M_J$  имеют радиус более

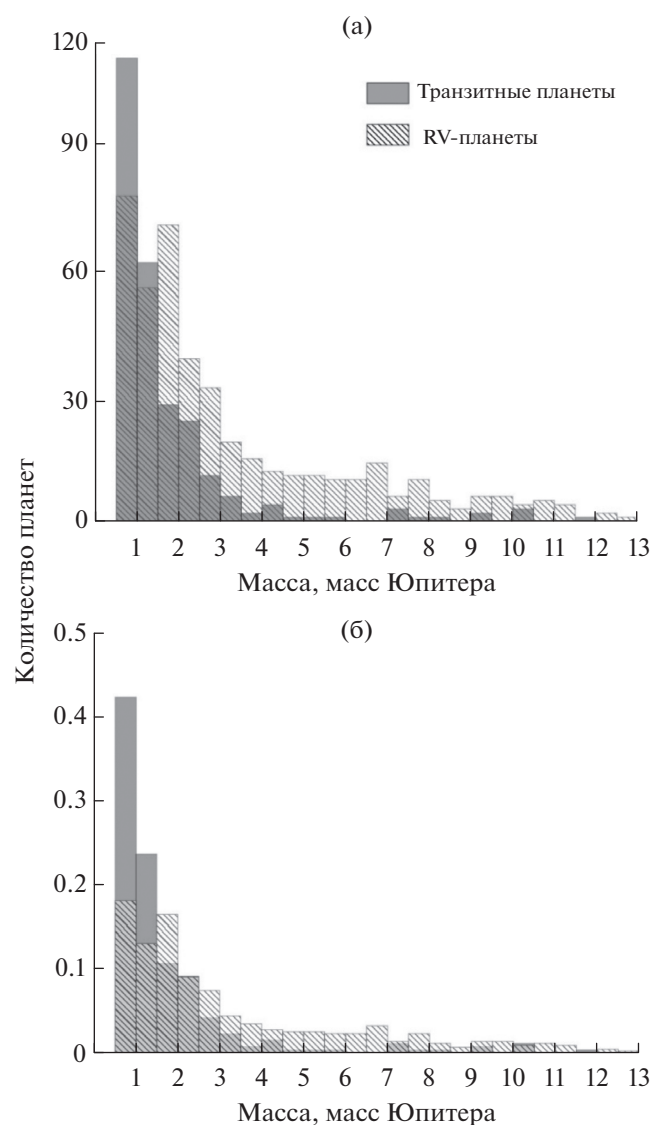


**Рис. 1.** Гистограмма распределения RV-планет из каталога (The NASA Exoplanet Archive, 2017) по проективным массам в линейной (а) и в логарифмической (б) шкалах. Серым прямоугольником показан диапазон масс планет, рассмотренный в данной работе. Планеты Солнечной системы приведены для сравнения.

$0.7R_J$ , а значит, могут быть эффективно обнаружены в рамках наземного транзитного обзора. Таким образом, рассматривая интервал масс  $0.5–13M_J$ , мы избегаем наблюдательной селекции, вызванной неэффективностью обнаружения планет небольших размеров наземными транзитными обзорами.

На рис. 2 представлены распределения: по проективным массам 431 планет, обнаруженных методом измерения лучевых скоростей, и по

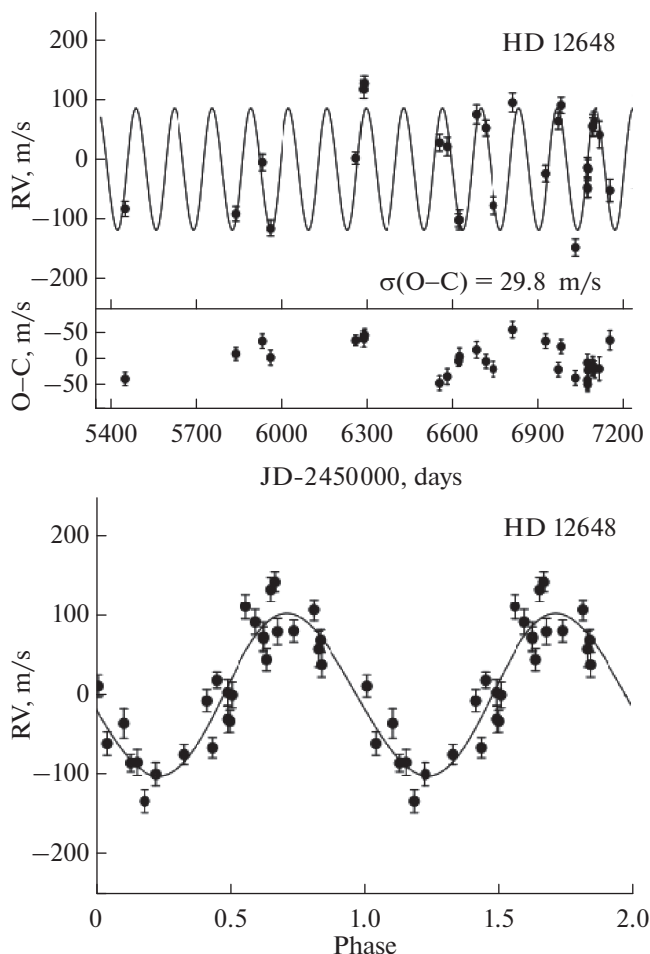
<sup>1</sup> На 19 октября 2017 года.



**Рис. 2.** Распределения 431 RV-планет и 262 транзитных планет по массам в диапазоне от  $0.5$  до  $13M_J$ : (а) — не нормированные, (б) — нормированные на число планет в каждой группе. Из каталога (The NASA Exoplanet Archive, 2017).

истинным массам 262 транзитных планет, оба распределения — в интервале  $0.5$ – $13M_J$ .

Распределения, непосредственно получаемые из (The NASA Exoplanet Archive, 2017), существенно неоднородные. Кроме этого, распределение RV-планет показывает резкий дефицит планет малых масс ( $m_p < 1.5M_J$ ) в сравнении с аналогичным распределением транзитных планет. Напротив, доля массивных тел среди RV-планет оказывается существенно выше. Также гистограмма RV-планет демонстрирует двойной максимум (в интервалах  $0.5$ – $1.0M_J$  и  $1.5$ – $2.0M_J$ ), тогда как количество транзитных планет с уменьшением массы возрастает монотонно. **В чем причина**



**Рис. 3.** Изменения лучевой скорости звезды HD 12648: (а) — от времени (юлианские дни); сплошной линией показана кеплеровская кривая, наилучшим образом описывающая полученные измерения; (б) — фазовая кривая звезды HD 12648. Все измерения лучевой скорости приведены к одному орбитальному периоду. Для наглядности фазовая кривая приведена дважды. С разрешения (Lee и др., 2015).

**таких различий, насколько неоднородны эти выборки планет, обнаруженные RV-обзорами и в транзитной конфигурации, возможно ли их сравнивать?**

Вращение звезды вокруг барицентра системы может быть обнаружено благодаря периодическим колебаниям ее лучевой скорости. В качестве примера на рис. 3 приведены колебания лучевой скорости звезды HD 12648, вызванные обращающейся вокруг нее планетой-гигантом HD 12648 b.

Фактические измерения лучевой скорости звезды ложатся на наилучшую кеплеровскую кривую не точно (см. рис. 3а, 3б). Степень отклонения фактических измерений лучевой скорости звезды от наилучшей кеплеровской кривой оценивается величиной среднего отклонения,  $\sigma(O-C)$ . Эти отклонения могут быть вызваны различными причинами: внутренней (инструментальной) по-

грешностью спектрографа, акустическим шумом звезды, вызванным ее активностью, и наличием дополнительных (еще не открытых) планет.

Величина  $\sigma(O-C)$  для разных RV-обзоров и планетных систем меняется в достаточно широких пределах — от 1–2 м/с для высокоточных спектрографов и спокойных звезд, до 50–100 м/с и даже выше для активных звезд (см. табл. в Приложении 1). Поэтому минимальная масса планет, которые еще могут быть обнаружены в рамках RV-обзора, различается в десятки и в сотни раз. А поскольку база данных экзопланет, открытых методом лучевых скоростей, наполнялась RV-обзорами с разной чувствительностью и разной продолжительностью наблюдений, она оказывается существенно неоднородной.

Так в каталоге (The NASA Exoplanet Archive, 2017) собраны планеты, обнаруженные различными RV-обзорами на протяжении уже более двух десятилетий. Спектрографы, измеряющие лучевые скорости звезд, в ранних обзорах имели точность единичного измерения 10–15 м/с (см., например, спектрограф ELODIE, с помощью которого в 1995 году была обнаружена первая внесолнечная планета у солнцеподобной звезды 51 Peg (Mayor, Queloz, 1995)). В дальнейшем точность измерения лучевых скоростей выросла сначала до ~3–5 м/с, а потом и до ~1 м/с (спектрографы HARPS, HARPS-N, HIRES, PFS и др.). Для сравнения, Юпитер, вращаясь вокруг центра масс Солнечной системы, наводит на Солнце колебания лучевой скорости (кеплеровскую составляющую) с полуамплитудой  $K \sim 12.5$  м/с и периодом 11.86 земных лет, Сатурн ~2.7 м/с и 29.4 земных лет, а Земля — лишь 0.089 м/с и 1 год. Из-за высокой погрешности единичного измерения ранние обзоры могли обнаруживать только массивные планеты-гиганты, поэтому в базе данных преобладают именно они.

Это свидетельствует о непосредственной связи факторов наблюдаемой селекции и инструментальных параметров обзора. Более точные спектрографы нового поколения смогли находить также планеты, сравнимые по массе с Нептуном (HD 49674 b, проективная масса 36.6 масс Земли (Butler и др., 2003)) и даже суперземли (55 Cnc e, проективная масса 8.1 масс Земли (McArthur и др., 2004)).

Помимо внутренней (инструментальной) погрешности спектрографов на точность измерений лучевой скорости сильно влияет собственная активность звезды. Колебания фотосферы, вызванные различными причинами (например, распространением акустических  $p$ -волн или крупномасштабными конвективными движениями), привносят дополнительную погрешность, амплитуда которой может достигать десятков метров в секунду. Особенно высокий уровень

шума у молодых звезд и у звезд красных гигантов. Именно наличие акустического шума, приводит к тому, что у красных гигантов до сих пор открываются только массивные планеты.

RV-обзоры имеют также различную продолжительность наблюдений, т.е. разную чувствительность к орбитальным периодам планет  $P$ , см (5).

Сочетание более ранних наблюдательных программ с низкой точностью измерения лучевых скоростей звезд и большой продолжительностью наблюдений, с одной стороны, и сравнительно недавних наблюдательных программ с большей точностью измерений, но меньшей продолжительности, с другой, привело к известному характерному распределению планет по проективной массе, имеющему два ярко выраженных максимума (см. рис. 1б). На рисунке левый максимум (0.01–0.1  $M_J$ ) сформирован RV-обзорами, осуществляющими поиск планет на основе данных, полученных высокоточными спектрографами, и наблюдающими спокойные звезды с низким уровнем активности. Правый максимум в области 0.5–13  $M_J$  сформирован планетами-гигантами, открытыми преимущественно в ранних обзорах и/или у звезд красных гигантов, рядом с которыми до сих пор невозможно обнаружить планеты с малой массой. Ошибочно учитывать эти измерения в общей статистике планет с малой массой.

Поэтому, чтобы от наблюдаемого распределения экзопланет по проективным массам перейти к реальному распределению по истинным (физическим) массам, необходимо не только “очистить” его от множителя  $\sin(i)$ , но и использовать однородные наблюдательные данные, учитывая их точность и продолжительность наблюдений.

## РЕГУЛЯРИЗУЮЩИЕ МЕТОДЫ “ОКОН ВИДИМОСТИ” И “УЧЕТА ПОГРЕШНОСТИ”

### Определение “окна видимости”

Проективную массу планеты  $m_p \sin(i)$ , определяемую методом измерения лучевых скоростей родительской звезды, описывают следующей формулой (3-й закон Кеплера, см., например, (Eggenberger, Udry, 2010)):

$$\frac{(m_p \sin i)^3}{(m_* + m_p)^2} = \frac{P}{2\pi G} K^3 (1 - e^2)^{3/2}, \quad (5)$$

где  $m_p$  — масса планеты,  $i$  — наклонение перпендикуляра к плоскости ее орбиты к лучу зрения,  $m_*$  — масса звезды,  $P$  — орбитальный период планеты,  $G$  — гравитационная постоянная,  $K$  — полуамплитуда колебаний лучевой скорости звезды,  $e$  — эксцентриситет орбиты планеты.

Если масса планеты много меньше массы звезды, эта формула упрощается:

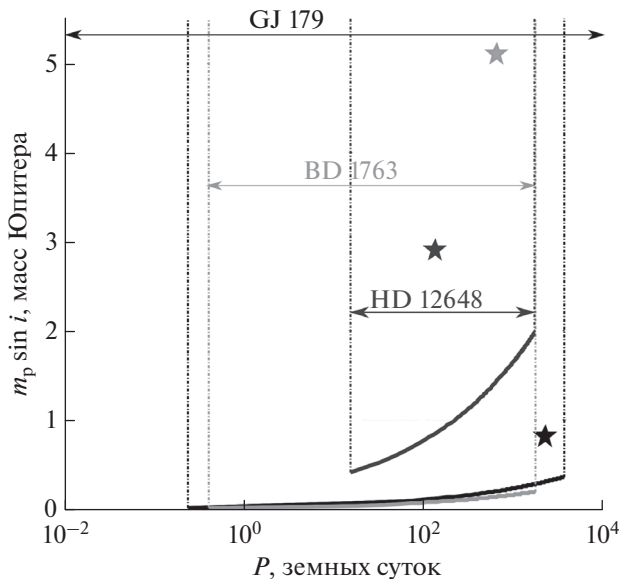


Рис. 4. Примеры “окон видимости” на плоскости “орбитальный период—проективная масса” для планетных систем BD 1763, HD 12648 и GJ 179. Символами “\*” показаны планеты BD 1763 b, HD 12648 b и GJ 179 b.

$$m_p \sin i = \left( \frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3} K m_*^{2/3} (1 - e^2)^{1/2}. \quad (6)$$

Для каждой наблюдательной программы, измеряющей лучевые скорости данной звезды (RV-обзора), в пространстве параметров, определяемом формулой (5) ( $m \sin(i)$ ,  $P$ ,  $e$ ), возможно графически очертить область, где планета могла бы быть обнаружена достоверно (если она там присутствует).

Область, где планета точно обнаруживаема, мы называем “окном видимости” для данного обзора, наблюдающего данную звезду. Поэтому каждый RV-обзор формирует вокруг каждой наблюдаемой звезды свое “окно видимости”. Размер “окна видимости” (в пространстве параметров:  $m \sin(i)$ ,  $P$ ,  $e$ ) зависит от погрешности единичного измерения лучевой скорости, уровня шума, обусловленного звездной активностью, количества измерений лучевой скорости и периода, охваченного наблюдениями.

Например, RV-обзор с погрешностью единичного измерения в 10–15 м/с не сможет обнаружить Сатурн, который наводит на Солнце колебания (кеплеровскую составляющую) с полуамплитудой около 2.7 м/с. Также, если точность все же достаточна:  $K \geq \sigma(O-C)$ , RV-обзор не сможет обнаружить планету с орбитальным периодом 20 лет, если наблюдения ведутся только 3–4 года. Такие планеты находятся за пределами “окна видимости” данного обзора для данной звезды, и об их наличии или отсутствии мы ничего сказать не можем.

Для формирования выборки однородных данных, полученных в разных обзорах, мы применяем перекрытие “окон видимости”. В результате все наши статистические выводы о распределении планет по массам будут относиться к определенному “окну”, описанному ниже.

В формуле (6) проективная масса планеты является функцией орбитального периода  $P$ , полуамплитуды колебаний лучевой скорости звезды  $K$ , наведенных планетой, массы звезды  $m_*$  и эксцентриситета  $e$ .

Для уменьшения числа параметров, как будет показано ниже, эксцентриситет орбиты  $e$  можно экстраполировать:  $e = 0$ , принимая во внимание минимальный размер “окна видимости”, поскольку  $e > 0$  расширяет “окно видимости”. При уменьшении эксцентриситета от 0.9 до 0.1 значение  $f(e) = (1 - e^2)^{1/2}$  растет от 0.436 до 0.995 и при малых  $e$  мало отличается от единицы. Этот множитель уменьшает минимальную массу планеты, которую можно обнаружить по колебаниям лучевой скорости звезды с данной полуамплитудой  $K$ , расширяя “окно видимости”, поэтому для упрощения расчетов можно считать его равным единице. (Важно не максимально расширить “окно видимости”, а иметь одинаковые или близкие “окна видимости” для всех рассмотренных звезд.)

Масса родительской звезды  $m_*$  определяется с помощью спектральных наблюдений, в большинстве случаев она известна с точностью лучше 10%.

Таким образом, в первом приближении, проективная масса планеты становится функцией двух переменных: орбитального периода  $P$  и полуамплитуды колебаний лучевой скорости звезды  $K$ :

$$m_p \sin i \propto P^{1/3} K. \quad (7)$$

Минимальное значение  $K$  определяется погрешностью  $\sigma(O-C)$ .<sup>2</sup> Формула для минимального значения проективной массы планеты, которая еще может быть обнаружена в рамках данного RV-обзора:

$$m_p \sin i \propto P^{1/3} \sigma(O-C). \quad (8)$$

Пример окон видимости для трех планетных систем приведен на рис. 4.

<sup>2</sup> Строго говоря, это не совсем так. Чувствительность обзора зависит не только от  $\sigma(O-C)$ , но и от количества измерений лучевой скорости, и при большом количестве измерений (больше ~100) становится возможным измерить когерентный сигнал с полуамплитудой  $K$ , меньшей уровня шума. Однако опыт показывает, что достоверность обнаружения подобных планет, открытых “на пределе чувствительности аппаратуры”, весьма мала: планеты, открытые одними научными группами, “закрываются” другими, а их параметры, в том числе и проективная масса, определяются с погрешностями, достигающими десятков процентов и даже крат.



В качестве левой границы “окна” положен орбитальный период, который имела бы гипотетическая планета, вращающаяся на расстоянии трех звездных радиусов<sup>3</sup>. В качестве правой границы “окна” определен орбитальный период, равный периоду наблюдений<sup>4</sup>. Это требование эквивалентно тому, что за все время наблюдений планета должна сделать вокруг своей звезды хотя бы один оборот. При периодах обращения, больших периода наблюдений, эффективность поиска и особенно точность определения параметров экзопланет резко падает.

“Окно видимости” определяется на плоскости “орбитальный период—проективная масса” (рис. 4). Соответственно, нижняя точка правой границы “окна” имеет две координаты: временную, соответствующую периоду наблюдений за данной звездой, и массовую, соответствующую минимальной проективной массе планеты, которая еще может быть обнаружена данным обзором, при условии, что ее орбитальный период равен периоду наблюдений. Смысл массовой координаты в том, что все планеты с массами, большими этой координаты, непременно будут обнаружены.

По проективным массам  $m \sin(i)$  “окно видимости” будет ограничено только снизу. Таким образом, для каждого RV-обзора можно определить минимальную проективную массу планеты, которая гарантированно будет обнаружена данным обзором. Минимальная проективная масса (нижняя граница “окна видимости”) является функцией орбитального периода возможной планеты  $m_{\text{pmin}} \sim P^{1/3}$ .

*Применение метода “окон видимости” к планетам, обнаруженным методом измерения лучевых скоростей (RV-планетам)*

Предложено рассматривать планеты с близкими “окнами видимости”, чтобы область перекрытия “окон” оказалась достаточно большой, и количество планет, попавшее в эту область (общее

“окно”), было достаточным для надежной статистики. Тем самым влияние связанных факторов инструментальной погрешности и наблюдательной селекции может быть *регуляризовано* отбором однородных наблюдений.

Из 621 экзопланет, открытых методом измерения лучевых скоростей и представленных в (The NASA Exoplanet Archive, 2017), нами были отобраны планеты, удовлетворяющие следующим критериям:

- проективная масса находится в интервале от  $0.5 M_J$  до  $13 M_J$ ;

- известны масса  $m_*$  и радиус  $r_*$ <sup>5</sup> родительской звезды;

- известно среднее отклонение измерений лучевой скорости звезды от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O-C)$ ;

- известна продолжительность наблюдений  $T$ .

Таких планет оказалось 258 (см. Приложение 1), они сформировали группу 1. Из планет группы 1 мы выбрали планеты, входящие в системы, для которых масса правой границы “окна видимости” меньше  $0.5 M_J$  (это означает, что любые планеты с проективными массами больше  $0.5 M_J$  и орбитальными периодами короче времени наблюдения  $T$  в этих системах, если они существуют, гарантированно были бы обнаружены). Таких планет оказалось только 95, они сформировали группу 2.

Поскольку количество планет в группе 2 оказалось мало для надежной статистики, из группы 1 мы также выбрали планеты, входящие в системы, для которых масса правой границы “окна видимости” меньше  $1 M_J$  (это значит, что в этих системах гарантированно были бы обнаружены планеты с массой более  $1 M_J$ ). Таких планет оказалось 176, они сформировали группу 3.

Наконец, в группу 4 попали планеты, входящие в системы, для которых масса правой границы “окна видимости” больше  $1 M_J$ , иногда существенно. Их оказалось 82. В эту группу вошли преимущественно планеты молодых звезд и звезд красных гигантов с высоким значением  $\sigma(O-C)$ . В таблице собраны краткие характеристики каждой группы экзопланет.

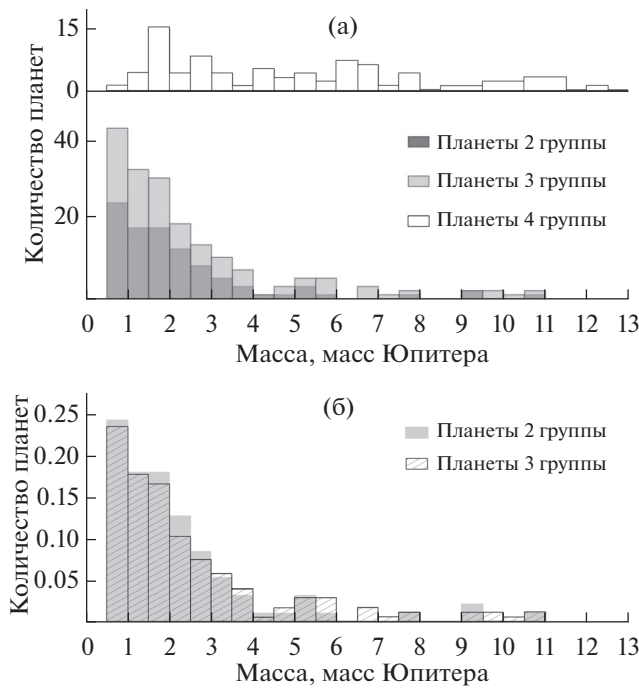
Мы построили гистограммы  $N(m \sin(i))$  для планет 2-й группы, для планет 3-й группы и для планет 4-й группы. Результат представлен на рис. 5.

Сравнение гистограмм на рис. 5а и рис. 2а наглядно демонстрирует, что второй пик на гистограмме RV-планет (в области масс  $1.5-2 M_J$ ) вызван вкладом планет из 4-й группы, т.е. планет из систем, слишком “шумных” для эффективного обнаружения планет меньших масс. Тем самым

<sup>3</sup> В последнее время было открыто несколько экзопланет, вращающихся ближе 3 звездных радиусов, например, EPIC 228813918 b ( $a \sim 2.82$  звездных радиуса) и EPIC 228732031 b ( $a \sim 2.66$  звездных радиусов), однако радиус этих планет меньше двух радиусов Земли, а их состав — железокосменный. Известна также единственная планета-гигант, вращающаяся на расстоянии ближе трех звездных радиусов — Kepler-91 b, ее родительская звезда — красный гигант с радиусом 6.3 солнечных. То, что несмотря на максимальное значение геометрической вероятности транзитной конфигурации для таких экстремально тесных орбит, была открыта только одна подобная планета, означает их большую редкость.

<sup>4</sup> Строго говоря, планета может быть обнаружена и при времени наблюдений, в 1.5–2 раза меньшем орбитального периода, но в этом случае ее параметры, в том числе и проективная масса, определяются с большими погрешностями.

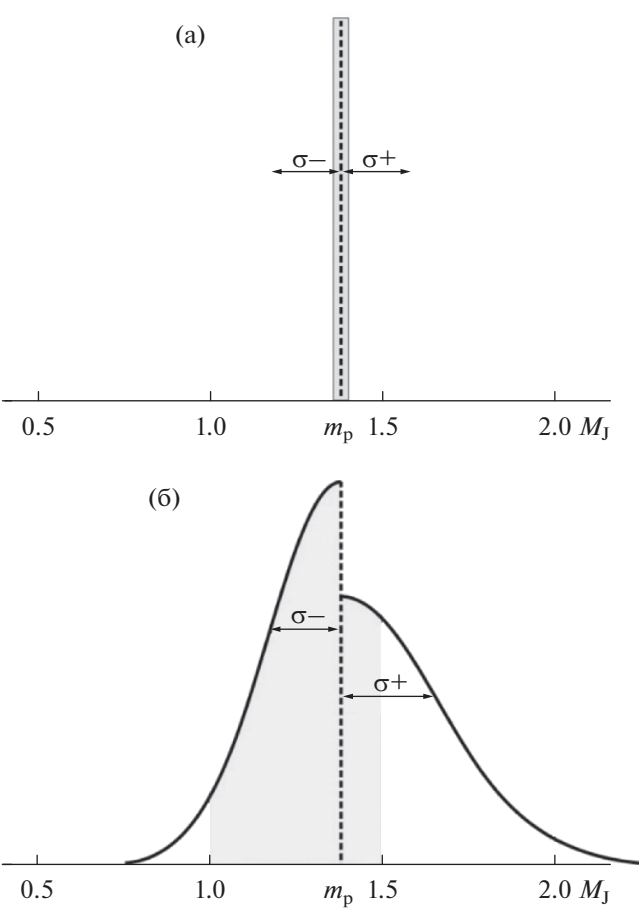
<sup>5</sup> Радиус звезды необходим для определения внутренней границы “окна видимости”.



**Рис. 5.** (а) – Гистограммы распределения планет по проективным массам  $N(m\sin(i))$  для 2-й группы (показана темно-серым цветом), 3-й группы (показана светло-серым цветом) и 4-й группы (показана черным цветом); (б) – Распределение планет 2-й и 3-й группы по проективным массам, нормированное на количество планет в каждой группе.

показано, что учет эффектов наблюдательной селекции необходим даже в области массивных планет с проективными массами  $\sim 2M_J$ .

Гистограммы  $N(m\sin(i))$  для 2-й и 3-й групп планет визуально похожи, если сделать нормировку на количество планет (рис. 5б). Поскольку в 3-й группе планет в 1.85 раза больше, чем в группе 2, в дальнейшем мы будем рассматривать в качестве однородной выборки именно 3-ю группу.



**Рис. 6.** К расчету вероятности для планеты с массой  $m_p + \sigma_+/-\sigma_-$  попасть в один из массовых интервалов (в приведенном примере – в интервал от 1.0 до  $1.5M_J$ ).

*Учет погрешности для RV-планет*

Массы многих RV-планет были измерены со значительными погрешностями, часто превышающими ширину бина (единичного интервала) гистограммы на рис. 2а ( $0.5M_J$ , где  $M_J$  – масса Юпи-

**Таблица 1.** Разбиение RV-планет на группы в соответствии с величиной правой границы “окна видимости”

| Номер группы | Количество планет, входящих в группу | Комментарий                                                                                                                                                                   |
|--------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1            | 258                                  | RV-планеты, для которых известны все ключевые параметры: масса и радиус родительских звезд, период наблюдений, величина $\sigma(O-C)$                                         |
| 2            | 95                                   | RV-планеты, для которых правая граница “окна видимости” меньше 0.5 масс Юпитера. Планет недостаточно для надежной статистики                                                  |
| 3            | 176                                  | RV-планеты, для которых правая граница “окна видимости” меньше 1 массы Юпитера. Выбрана в качестве рабочей группы                                                             |
| 4            | 82                                   | RV-планеты, для которых правая граница “окна видимости” больше 1 массы Юпитера. “Шумные” системы, где обнаружение сравнительно маломассивных планет затруднено или невозможно |



тера). Например, масса планеты 11 UMi b оценивается в  $10.50 \pm 2.47 M_J$  (Döllinger и др., 2009), масса планеты HIP 75458 b – в  $7.75 \pm 0.65 M_J$  (Butler и др., 2006), а планеты HD 220074 b – в  $11.1 \pm 1.8 M_J$  (Lee и др., 2013).

Все гистограммы, построенные выше, были построены без учета погрешностей на основании только наиболее вероятного значения массы планеты. Изначально мы помещали планету в тот интервал масс, куда попадало наиболее вероятное значение  $m_p$  (см. рис. 6а). Такой подход приводил к негладкому распределению в области больших масс, где планет мало и где статистические погрешности велики.

Чтобы учесть влияние погрешностей в определении проективных масс планет, мы применили следующий алгоритм. Для каждой планеты с массой  $m_p + \sigma_+ / -\sigma_-$  считали вероятность того, что ее масса попадет в каждый из интервалов ( $0.5-1.0 M_J$ ,  $1.0-1.5 M_J$ , ...,  $12.5-13.0 M_J$ ). Мы аппроксимировали функцию вероятности несимметричной функцией Гаусса с центром в точке  $m_p$ , учитывая отдельно стандартное отклонение в сторону больших и меньших масс  $\sigma_+$  и  $\sigma_-$  (см. рис. 6б). В дальнейшем просуммировали вклады всех планет в каждый интервал ( $0.5-1.0 M_J$ ,  $1.0-1.5 M_J$ , ...,  $12.5-13.0 M_J$ ) и получили сглаженное распределение планет по массам с учетом погрешностей в определении их масс (рис. 7). Полученное распределение нормировали на количество планет.

На рис. 6а проиллюстрирован подход, при котором погрешностями в определении проективной массы пренебрегают – планета попадает в тот интервал, куда попадает наиболее вероятное значение ее массы. На рис. 6б вероятность пропорциональна площади под гауссианой, попавшей в рассмотренный интервал (показана серым цветом). Полная площадь под гауссианой для каждой планеты нормирована на единицу.

Как результат, учет погрешностей проективных масс заметно сглаживает распределение  $N(m \sin(i))$ .

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МАССАМ ТРАНЗИТНЫХ ЭКЗОПЛАНЕТ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ

На момент написания статьи (октябрь 2017 г.) (The NASA Exoplanet Archive, 2017) содержал сведения о 446 транзитных планетах с измеренной массой, из них 271 обладала массой в интервале от 0.5 до  $13 M_J$ . Как и в случае RV-планет, у многих транзитных планет масса определена с большими погрешностями, превышающими ширину принятого интервала ( $0.5 M_J$ ). Например, масса планеты XO-3 b оценивается в  $11.79 \pm 0.59 M_J$  (Winn и др., 2008), CoRoT-27 b – в  $10.39 \pm 0.55 M_J$  (Parviainen

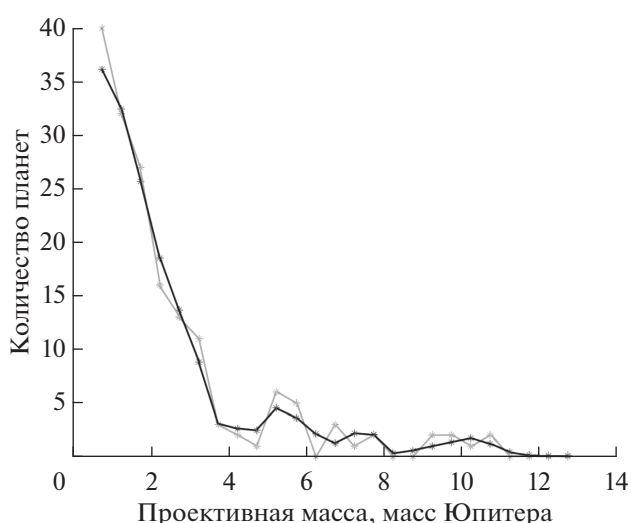


Рис. 7. Сглаженное (с учетом погрешностей, показано черным цветом) и не сглаженное (без учета погрешностей, показано серым цветом) распределение по проективным массам  $N(m \sin(i))$  планет из 3-й группы.

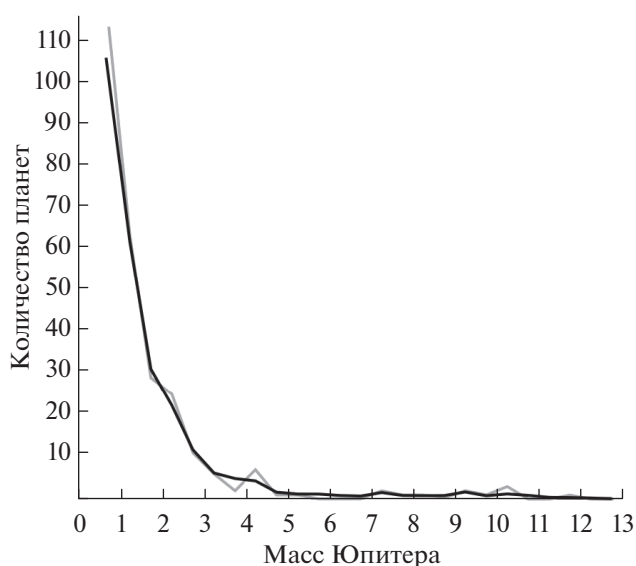
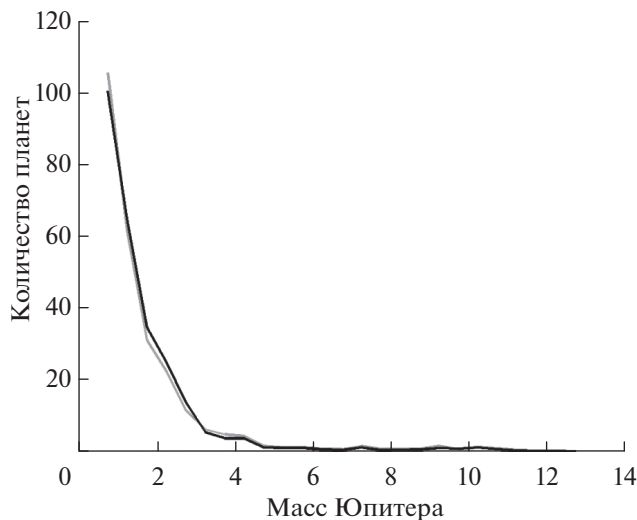


Рис. 8. Сглаженное (с учетом погрешностей, показано черным цветом) и не сглаженное (без учета погрешностей, показано серым цветом) распределение по массам транзитных планет.

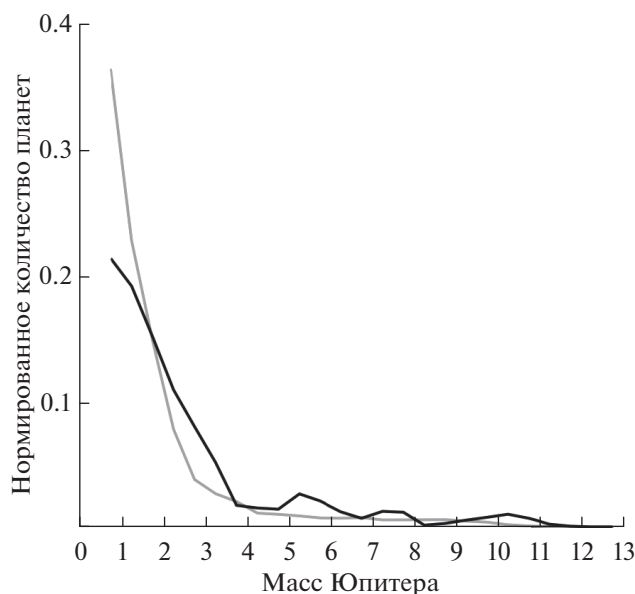
и др., 2014), SWEEPS-11 b – в  $9.7^{+5.6}_{-4.5} M_J$  (Sahu и др., 2008).

Мы применили к транзитным планетам тот же алгоритм сглаживания, что и к RV-планетам, как описано ранее. Результат представлен на рис. 8.

Если метод измерения лучевых скоростей способен находить планеты в широком диапазоне наклонов их орбит  $i$ , то транзитный метод обнаруживает лишь планеты, с точки зрения земно-



**Рис. 9.** Распределение транзитных планет по массам: сглаженное без учета вероятности транзитной конфигурации (показано серым цветом), сглаженное с учетом вероятности транзитной конфигурации (показано черным цветом).



**Рис. 10.** Распределение экзопланет по проективным массам. Черным цветом показано распределение по проективным массам планет, обнаруженных методом измерения лучевых скоростей, регуляризованное методом “окна видимости” и сглаженное путем учета погрешностей. Серым цветом показано распределение по проективным массам транзитных планет. Оба распределения нормированы на количество планет.

го наблюдателя проходящие по диску своей звезды, т.е. планеты, для которых наклонение орбит попадает в узкий диапазон вблизи  $90^\circ$ . Подавляющее большинство планет являются не транзитными. Если геометрическая вероятность транзитной конфигурации для данной экзопланеты составляет величину  $p$  ( $p \ll 1$ ), и мы обнаружили такую планету, это означает, что в среднем таких

планет должно быть  $1/p$ , причем подавляющее большинство из них будут не транзитными.

Согласно (Winn, 2014), геометрическая вероятность транзитной конфигурации в общем случае составляет

$$p = \left( \frac{r_* \pm r}{a} \right) \left( \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \right), \quad (9)$$

где  $r_*$  — радиус родительской звезды;  $r$  — радиус планеты;  $a$  — большая полуось орбиты;  $e$  — эксцентриситет орбиты;  $\omega$  — аргумент перигелия. Плюс в выражении (9) соответствует включению скользящих транзитов, минус — их исключению.

В случае, когда радиус планеты много меньше радиуса звезды, а эксцентриситет орбиты равен нулю, эта формула значительно упрощается:

$$p = r_*/a. \quad (10)$$

Вероятность транзитной конфигурации для известных транзитных планет может различаться в десятки раз. Так, для планеты WASP-18 b (Hellier и др., 2009), обращающейся на расстоянии 3.53 звездных радиусов, эта вероятность достигает 28.3%, а для планеты Kepler-30 (Sanchis-Ojeda и др., 2012) с большой полуосью орбиты 0.3 а.е. (~67.67 звездных радиусов) она составляет всего 1.5%. Если распределение планет по массам зависит от среднего расстояния между планетой и звездой, наблюдаемое распределение транзитных планет будет отличаться от истинного распределения.

Чтобы учесть этот фактор, каждую транзитную планету мы взяли со статистическим весом, равным обратной вероятности транзитной конфигурации  $1/p$ . Другими словами, наличие одной транзитной планеты WASP-18 b означает наличие в целом 3.53 таких планет (с произвольным наклонением орбиты), а наличие одной транзитной планеты Kepler-30 с означает наличие 67.67 таких планет. Распределение, полученное в результате этой процедуры, мы привели к одному масштабу с распределением, полученным без учета вероятности транзитной конфигурации. Результат представлен на рис. 9.

Как мы видим, учет вероятности транзитной конфигурации почти не повлиял на вид распределения транзитных планет по массам  $N(m)$ . Это означает, что распределение планет по массам слабо зависит от расстояния до звезды.

## СРАВНЕНИЕ

### Сравнение проективных масс

Сравним результаты, полученные для планет, обнаруженных методом измерения лучевых скоростей, и планет, обнаруженных методом транзитов.

Итак, мы получили два итоговых распределения. Первое — распределение по проективным массам планет, обнаруженных методом измерения лучевых скоростей, регуляризованное мето-

дом “окна видимости” и сглаженное путем учета погрешностей (рис. 8). Второе — распределение по истинным массам транзитных планет с учетом геометрической вероятности транзитной конфигурации, также сглаженное путем учета погрешностей (рис. 10). Оба распределения включают в себя планеты с массами от  $0.5$  до  $13M_J$ .

Непосредственно сравнивать оба распределения некорректно, поскольку они содержат разные величины: первое — проективные массы, второе — истинные массы. Поскольку качество наблюдательных данных не позволяет воспользоваться аналитическим решением Чандрасекара и Мюнха и перейти от проективных масс RV-планет к их истинным массам, был сделан обратный переход — от распределения транзитных планет по истинным массам к их распределению по проективным массам через интеграл Абеля (1). Другими словами, мы перешли от распределения транзитных планет по истинным массам к тому распределению по проективным массам, которое эти планеты имели бы, будь их орбиты произвольно ориентированы в пространстве. Далее сравниваются оба распределения (рис. 10).

#### *Сравнение истинных масс*

Мы начали разработку алгоритма перехода от проективных масс к истинным на основе обобщенного метода квазирешений Тихонова (Tikhonov, 1998). Краткое введение в этот метод и самый первый результат представлены в Приложении 2.

### ОБСУЖДЕНИЕ

Согласуясь между собой качественно, оба распределения из “Сравнение проективных...” различаются количественно. В области массивного “хвоста” (в интервале  $4-13M_J$ ) в рамках статистических погрешностей оба распределения хорошо согласуются друг с другом. Однако для масс менее  $4M_J$  расхождение становится существенным. В распределении планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, относительно распределения транзитных планет сохраняется дефицит самых маломассивных планет, причем наиболее ярко этот дефицит проявляется в диапазоне масс  $0.5-1M_J$ . Напротив, доля планет с массами  $2-3.5M_J$  среди RV-планет оказывается выше.

Возможные причины такого расхождения следующие. Во-первых, в качестве однородной выборки мы рассматривали планеты из 3-й группы, т.е. планеты, правая граница “окна видимости” для которых составляет менее  $1M_J$ . Это означает, что некоторое число планет с массой  $0.5-1M_J$  в рассмотренных системах могло быть пропущено поисковыми обзорами.

Во-вторых, подавляющее большинство транзитных планет, рассмотренных в данной работе, — горячие юпитеры. Возможно, свойства планет,

подвергающихся значительному нагреву, отличаются от свойств более прохладных планет, открытых методом лучевых скоростей. В пользу этого предположения говорит то, что кривая распределения транзитных планет, построенная с учетом вероятности транзитной конфигурации (а значит, учитывающая более прохладные транзитные планеты, наблюдавшиеся на ИСЗ Kepler, с большими статистическими весами), идет выше кривой, построенной без учета такой вероятности — т.е. ближе к кривой распределения RV-планет. Возможно, на массовое распределение горячих юпитеров оказывает влияние потеря массы вследствие сильного нагрева верхней атмосферы и формирования незамкнутой несферической оболочки (Бисикало и др., 2013).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОоды

В данной работе показана необходимость учета факторов наблюдательной селекции при построении распределения по проективным массам планет, открытых методом измерения лучевых скоростей (RV-планет). Неучет этих факторов существенно завышает долю массивных планет и качественно искажает вид распределения по проективным массам.

На основе принципа “окна видимости” для каждого RV-обзора разработан метод создания однородных выборок экзопланет.

Показано, что учет погрешности в определении проективных масс RV-планет позволяет заметно сгладить распределение RV-планет по проективным массам в диапазоне масс  $0.5-13M_J$ , особенно в области больших масс, где планет мало и статистические погрешности велики.

Получено распределение по истинным массам транзитных планет в диапазоне  $0.5-13M_J$ , сглаженное путем учета погрешностей в определении масс.

Учтена геометрическая вероятность транзитной конфигурации каждой транзитной планеты и получено соответствующее распределение транзитных планет по массам.

Для корректного сравнения распределений по массам транзитных планет и RV-планет сделано преобразование от распределения транзитных планет по истинным массам к распределению транзитных планет по проективным массам с помощью интеграла Абеля — фактически, получено то распределение, которое имели бы известные транзитные планеты, имея произвольное и случайное наклонение орбит.

Сравнение двух распределений по проективным массам — RV-планет и транзитных планет — показало, что в диапазоне  $4-13M_J$  они хорошо согласуются друг с другом, а в диапазоне  $0.5-4M_J$ , качественно ведя себя схожим образом, расходятся количественно. Это расхождение может быть вызвано как падением эффективности обнаружения наиболее маломассивных RV-планет, так и

разным характером массового распределения горячих (транзитных) и умеренно нагретых (обнаруженных методом лучевых скоростей) планет. Возможно, верны обе причины.

В будущем планируется разработать численный метод перехода от распределения по проективным массам к распределению по истинным массам, основанный на обобщенном методе квази-решений Тихонова. Также планируется усовершенствовать метод “окон видимости” и проанализировать массовые распределения планет в области малых масс (менее  $0.5M_J$ ).

Авторы признательны Министерству науки и высшего образования РФ за поддержку по гранту 14.W03.31.0017 и Д.В. Чурбанов признателен (в части Приложения 2) Российскому научному фонду за поддержку по гранту №18-19-00452.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Планеты, обнаруженные методом измерения лучевых скоростей (RV-планеты) (полный список экзопланет, учтенных в работе, приведен на Интернет-ресурсе: [http://star-patrol.cosmos.ru/paper/RV-planets\\_17\\_10\\_2017.pdf](http://star-patrol.cosmos.ru/paper/RV-planets_17_10_2017.pdf)).

| №  | Название планеты         | Орбитальный период, сут | Продолжительность наблюдений $T$ , сут | Проективная масса планеты, масс Юпитера | Верхняя погрешность проективной массы планеты | Нижняя погрешность проективной массы планеты | Масса звезды, солнечных масс | Радиус звезды, солнечных радиусов | $\sigma(O-C)$ , м/с | Орбитальный период для орбиты на расстоянии 3 радиусов звезды, сут | Минимальная проективная масса планеты, обнаруживаемая на расстоянии 3 радиусов звезды, масс Земли | Минимальная обнаруживаемая проективная масса планеты с орбитальным периодом, равным периоду наблюдений, масс Земли | Номер группы |
|----|--------------------------|-------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1  | Kepler-407 c             | 3000                    |                                        | 12.6                                    | 6.3                                           | 6.3                                          | 1.00                         | 1.01                              | —                   |                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                                    |              |
| 2  | BD+20 2457 c             | 621.99                  | 1833                                   | 12.47                                   |                                               |                                              | 2.8                          | 49                                | 60.00               | 123.358                                                            | 928.4                                                                                             | 2282.4                                                                                                             | 1, 4         |
| 3  | HD 87646 b               | 13.481                  |                                        | 12.4                                    | 0.7                                           | 0.7                                          | 1.12                         | 1.55                              | —                   |                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                                    |              |
| 4  | HIP 67537 b              | 2557                    | 4419                                   | 11.1                                    | 0.4                                           | 1.1                                          | 2.41                         | 8.69                              | 8.0                 | 16.501                                                             | 57.3                                                                                              | 369.2                                                                                                              | 1, 4         |
| 5  | HD 220074 b              | 672.1                   | 1360                                   | 11.1                                    | 1.8                                           | 1.8                                          | 1.2                          | 49.7                              | 57.40               | 192.485                                                            | 585.5                                                                                             | 1123.4                                                                                                             | 1, 4         |
| 6  | HD 110014 b              | 835.5                   | 2950                                   | 11.09                                   | 1                                             | 1                                            | 2.17                         | 20.9                              | 45.8                | 39.306                                                             | 408.3                                                                                             | 1722.5                                                                                                             | 1, 4         |
| 7  | HD 106270 <sup>1</sup> b | 2890                    | 1484                                   | 11.0?                                   | 0.8                                           | 0.8                                          | 1.32                         | 2.5                               |                     |                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                                    |              |
| 8  | HD 114762 b              | 83.915                  | 6901                                   | 10.98                                   | 0.09                                          | 0.09                                         | 0.83                         | 1.24                              | 27.40               | 0.912                                                              | 36.8                                                                                              | 721.6                                                                                                              | 1, 4         |
| 9  | TYC 4282-00605-1 b       | 101.54                  | 1203                                   | 10.78                                   | 0.12                                          | 0.12                                         | 0.97                         | 16.2                              | 23.02               | 40.492                                                             | 121.2                                                                                             | 375.4                                                                                                              | 1, 4         |
| 10 | HD 38801 b               | 696.3                   | 1143                                   | 10.7                                    | 0.5                                           | 0.5                                          | 1.36                         | 2.53                              | 6.5                 | 2.077                                                              | 15.9                                                                                              | 130.7                                                                                                              | 1, 2, 3      |
| 11 | BD-13 2130 b             | 714.3                   |                                        | 10.6                                    |                                               |                                              | 2.4                          | —                                 |                     |                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                                    |              |
| 12 | HD 156846 b              | 359.555                 | 2686                                   | 10.57                                   | 0.29                                          | 0.29                                         | 1.35                         | 2.12                              | 6.06                | 1.599                                                              | 13.6                                                                                              | 161.2                                                                                                              | 1, 3         |
| 13 | 11 Umi b                 | 516                     | 1287                                   | 10.50                                   | 2.47                                          | 2.47                                         | 1.80                         | 24.08                             | 27.5                | 53.003                                                             | 239.3                                                                                             | 692.9                                                                                                              | 1, 4         |
| 14 | HD 219077 b              | 5501                    | 4850                                   | 10.39                                   | 0.09                                          | 0.09                                         | 1.05                         | 1.91                              | 7.63                | 1.55                                                               | 14.2                                                                                              | 208.2                                                                                                              | 1, 3         |
| 15 | 18 Del b                 | 993                     | 1772                                   | 10.3                                    |                                               |                                              | 2.3                          | 8.5                               | 15.4                | 9.834                                                              | 90.0                                                                                              | 508.2                                                                                                              | 1, 4         |
| 16 | HD 39091 b               | 2151                    |                                        | 10.27                                   | 0.84                                          | 0.84                                         | 1.1                          | —                                 |                     |                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                                    |              |

Примечания (приведены для полной табл., содержащей 431 экзопланету, см. указанный выше Интернет-ресурс): <sup>1</sup> Планета HD 106270 b сделала менее 1 оборота вокруг своей звезды, ее эксцентриситет может достигать 0.9 и определен плохо, в этом случае проективная масса превысит  $20M_J$ . <sup>2</sup> Разные авторы дают противоречивые сведения о периоде планеты HD 47536 b (712 и 435 сут) и ее проективной массе ( $7.32$  и  $4.0M_J$ ). <sup>3</sup> Измерения лучевой скорости звезды HAT-P-44 дают два примерно равновероятных решения для планеты HAT-P-44 c с периодами 220 и 437.5 земных суток. <sup>4</sup> Эксцентриситет орбиты планеты HD 80606 b достигает 0.933, расстояние между планетой и звездой меняется от 0.03 а. е. в перигентре до 0.868 а. е. в апоцентре, при этом устойчивые орбиты ближе ~2 а. е. от звезды в этой системе отсутствуют. При общем времени RV-наблюдений в 840 земных суток обнаружить внешние планеты (если они есть) невозможно. <sup>5</sup> Период наблюдений 55 Спс и  $\sigma(O-C)$  взяты из работы (Endl и др., 2012). <sup>6</sup> Орбитальный период планеты HAT-P-17 c определен с большими погрешностями:  $5584 \pm 7700 / -2100$  земных суток. <sup>7</sup> Разноречивые сведения о проективной массе планеты Кар CrB b от  $1.61 \pm 0.1M_J$  до  $1.88 \pm 0.09M_J$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Рассмотрим задачу о восстановлении функции  $f(x)$ , описывающей распределение истинных масс экзопланет по функции  $\Phi(y)$ , описывающей распределение наблюдаемых (проективных  $m\sin(i)$ ) масс экзопланет с применением методов регуляризации.

Будем рассматривать массы планет в диапазоне от  $m = 0.5$  до  $M = 13M_J$ . Введем равномерную сетку на оси масс планет  $y_i = m + (M - m)\frac{i}{N}$ ,  $i = 0, \dots, N$  (в вычислительных экспериментах  $N$  бралось равным 100).

После дискретизации уравнения (1) по методу трапеций получается следующая система:

$$\begin{aligned} \varphi(y_i) = y_i \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{f(y_j) + f(y_{j+1})}{2} \right) \times \\ \times \int_{y_j}^{y_{j+1}} \frac{dx}{x(x^2 - y_i^2)^{1/2}}, \quad i = 0, \dots, N; \end{aligned} \quad (11)$$

которую можно переписать в операторном виде  $\bar{\varphi} = A\bar{f}$ , где матрица  $A = \{a_{ij}\}$  состоит из элементов

$$\begin{aligned} a_{ij} = y_{ij} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \frac{dx}{x(x^2 - y_i^2)^{1/2}}, \quad i = 0, \dots, N, \quad i < j < N, \\ a_{ij} = \frac{y_{ij}}{2} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \frac{dx}{x(x^2 - y_i^2)^{1/2}}, \quad i = 0, \dots, N, \\ i = j, \quad j = N, \end{aligned}$$

при этом матрица  $A$  связывает два вектора:

$$\bar{\varphi} = \{\varphi(y_0), \dots, \varphi(y_N)\}, \quad \bar{f} = \{f(y_0), \dots, f(y_{N-1})\}.$$

Для решения данного уравнения применяется обобщенный метод квазирешений В.К. Иванова (Tikhonov, 1998), в котором вводится априорная информация о гладкости искомой функции

$$\|A\tilde{f} - \bar{\varphi}\|_{L_2} = \inf \{\|A\tilde{f} - \bar{\varphi}\|_{L_2} : \Omega[f] \leq \bar{\Omega}\}, \quad (12)$$

где сглаживающий функционал берется как дискретный аналог нормы пространства Соболева  $W_2^1$ :

$$\Omega[f] = \int_m^M f^2(z)dz + \int_m^M (f'(z))^2 dz, \quad (13)$$

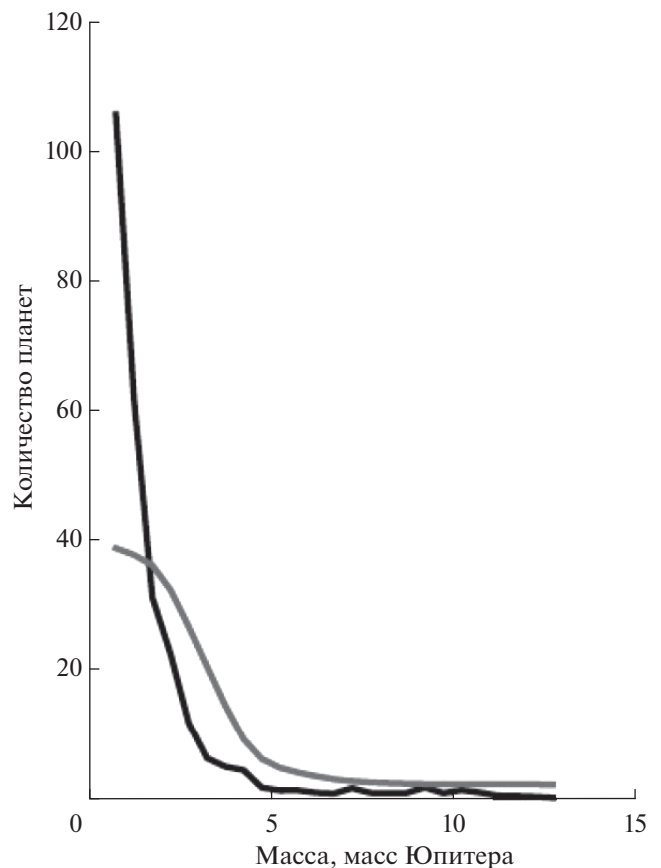
а функция доставляет минимум функционалу невязки. Априорная константа может быть получена из априорных представлений о распределении масс.

Как доказано в (Tikhonov, 1998) для вполне непрерывного оператора, поставленная математическая задача (ф-ла (12)) имеет единственное решение, сходящееся к точному. Применив опи-

санный подход к распределению по проективным массам  $N(m\sin(i))$  RV-планет из 3-й группы (см. таблицу), мы получили распределение этих планет по истинным массам (рис. 11).

Мы видим, что в диапазоне масс  $5-13M_J$  оба распределения хорошо согласуются друг с другом, однако в области меньших масс начинается рассогласование, становящееся особенно резким в области малых масс ( $0.5-1M_J$ ). Это рассогласование может быть объяснено краевым эффектом — отсутствием данных о распределении RV-планет по проективным массам в области масс  $0 < m\sin(i) < 0.5M_J$ .

Чтобы восстановить планету обратным преобразованием Абеля, необходимы данные о распределении по проективным массам в диапазоне от 0 до  $m_p$ . В рассмотренной работе для проективных масс, меньших  $0.5M_J$ , эти данные отсутствуют. В будущем планируется провести анализ данных с учетом распределения RV-планет по проективным массам в области масс  $0 < m\sin(i) < 0.5M_J$ .



**Рис. 11.** Распределение RV-планет из 3-й группы по истинным массам (показано серым цветом), полученное в рамках подхода, описанного выше. Для сравнения приведено также распределение по истинным массам транзитных планет (показано черным цветом).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бисикало Д.В., Кайгородов П.В., Ионов Д.Э., Шематович В.И. Типы газовых оболочек экзопланет, относящихся к классу “горячих юпитеров” // *Астрон. журн.* 2013. Т. 90. С. 779.
- Ananjeva V., Venkstern A., Tavrov A., Bertaux J.-L. Retrieving the true mass distribution of exoplanets detected with the Radial velocity method: Removing the effect of observing selection // *The Eight Solar System Symp.* 8M-S3. 9–13 Oct. 2017. 8MS3-EP-04.
- Astudillo-Defru N., Díaz R.F., Bonfils X., Almenara J.M., Delisle J.-B., Bouchy F., Delfosse X., Forveille T., Lovis C., Mayor M., Murgas F., Pepe F., Santos N.C., Ségransan D., Udry S., Wülsche A. The HARPS search for southern extra-solar planets XLII. A system of Earth-mass planets around the nearby M dwarf YZ Cet // *Astron. and Astrophys.* 2017. V. 605. L11. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201731581>.
- Bertaux J.-L., Tavrov A., Ananjeva V. Retrieving the true mass distribution of exoplanets detected with the Radial velocity method: method and first results // *The Eight Solar System Symp.* 8M-S3. 9–13 Oct. 2017. 8MS3-EP-03.
- Burgasser A.J. Brown dwarfs: Failed stars, super Jupiters // *Phys. Today.* 2008. V. 61. Iss. 6. P. 70–71.
- Butler R.P., Marcy G.W., Vogt S.S., Fischer D.A., Henry G.W., Laughlin G., Wright J.T. Seven new Keck planets orbiting G and K dwarfs // *Astrophys. J.* 2003. V. 582. № 1. P. 455–466.
- Butler R.P., Wright J.T., Marcy G.W., Fischer D.A., Vogt S.S., Tinney C.G., Jones H.R.A., Carter B.D., Johnson J.A., McCarthy C., Penny A.J. Catalog of nearby exoplanets // *Astrophys. J.* 2006. V. 646. № 1. P. 505–522.
- Chandrasekhar S., Munch G. On the integral equation governing the distribution of the true and the apparent rotation velocities of stars // *Astrophys. J.* 1950. V. 111. P. 142–156.
- Döllinger M.P., Hatzes A.P., Pasquini L., Guenther E.W., Hartmann M. Planetary companions around the K giant stars 11 UMi and HD 32518 // *Astron. and Astrophys.* 2009. V. 505. № 3. P. 1311–1317. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/200911702>.
- Eggenberger A., Udry S. Detection and characterization of extrasolar planets through Doppler spectroscopy // *EAS Publ. Ser.* 2010. V. 41. P. 27–25.
- Endl M., Robertson P., Cochran W.D., MacQueen Ph.J., Bragmay E. J., Caldwell C., Wittenmyer R.A., Barnes S.I., Gullikson K. Revisiting ρ1 Cancri e: A new mass determination of the transiting super-earth // *Astrophys. J.* 2012. V. 759. № 1. P. 1–7.
- Hellier C., Anderson D.R., Collier Cameron A., Gillon M., Hebb L., Maxted P.F.L., Queloz D., Smalley B., Tridau A.H.M.J., West R.G., Wilson D.M., Bentley S.J., Enoch B., Horne K., Irwin J., Lister T.A., Mayor M., Parley N., Pepe F., Pollacco D.L., Segransan D., Udry S., Wheatley P.J. An orbital period of 0.94 days for the hot-Jupiter planet WASP-18b // *Nature.* 2009. V. 460. № 7259. P. 1098–1100. doi 10.1038/nature08245
- Howard A.W. Observed properties of extrasolar planets // *Science.* 2013. V. 340. P. 572–576.
- Jorissen A., Mayor M., Udry S. The distribution of exoplanet masses // *Astron. and Astrophys.* 2001. V. 379. № 3. P. 992–998. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20011373>.
- Lee B.-C., Han I., Park M.-G. Planetary companions orbiting M giants HD 208527 and HD 220074 // *Astron. and Astrophys.* 2013. V. 549. P. A2. 7 p.
- Lee B.-C., Park M.-G., Lee S.-M., Jeong G., Oh H.-I., Han I., Lee J.W., Lee C.-U., Kim S.-L., Kim K.-M. Search for exoplanet around northern circumpolar stars-Four planets around HD 11755, HD 12648, HD 24064, and 8 Ursae Minoris // *Astron. and Astrophys.* 2015. V. 584. A79. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201527076>.
- Mayor M., Queloz D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star // *Nature.* 1995. V. 378. Iss. 6555. P. 355–359.
- McArthur B.E., Endl M., Cochran W.D., Benedict G.F., Fischer D.A., Marcy G.W., Butler R.P., Naef D., Mayor M., Queloz D. Detection of a Neptune-mass planet in the ρ<sup>1</sup> Cancri system using the Hobby-Eberly Telescope // *Astrophys. J.* 2004. V. 614. № 1. P. L81–L84.
- Parviainen H., Gandolfi D., Deleuil M., Moutou C., Deeg H.J., Ferraz-Mello S., Samuel B., Csizmadia Sz., Pasternacki T., Wuchterl G., Havel M., Fridlund M., Angus R., Tingley B., Grziwa S., Korth J., Aigrain S., Almenara J.M., Alonso R., Baglin A., Barros S.C.C., Bordé P., Bouchy F., Cabrera J., Díaz R.F., Dvorak R., Erikson A., Guillot T., Hatzes A., Hébrard G., Mazeh T., Montagnier G., Ofir A., Ollivier M., Pätzold M., Rauer H., Rouan D., Santerne A., Schneider J. Transiting exoplanets from the CoRoT space mission. XXV. CoRoT-27b: a massive and dense planet on a short-period orbit // *Astron. and Astrophys.* 2014. V. 562. A140. 12 p. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201323049>.
- Perryman M. The Exoplanet Handbook. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2011. P. 103–148.
- Sahu K.C., Casertano S., Valenti J., Bond H.E., Brown T.M., Smith T.E., Clarkson W., Minniti D., Zoccali M., Livio M., Renzini A., Rich R.M., Panagia N., Lubow S., Brown T., Piskunov N. Transiting planets in the Galactic bulge from SWEEPS survey and implications, transiting planets // *Proc. IAU Symp.* 2008. V. 4. S253. P. 45–53. <https://doi.org/10.1017/S1743921308026227>.
- Sanchis-Ojeda R., Fabrycky D.C., Winn J.N., Barclay T., Clarke B.D., Ford E.B., Fortney J.J., Geary J.C., Holman M.J., Howard A.W., Jenkins J.M., Koch D., Lissauer J.J., Marcy G.W., Mullally F., Ragozzine D., Seader Sh.E., Stull M., Thompson S.E. Alignment of the stellar spin with the orbits of a three-planet system // *Nature.* 2012. V. 487. № 7408. P. 449–453. doi 10.1038/nature11301
- Seager S., Kuchner M., Hier-Majumder C.A., Militzer B. Mass-radius relationships for solid exoplanets // *Astrophys. J.* 2007. V. 669. № 2. P. 1279–1297.
- The NASA Exoplanet Archive. URL. <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/> (дата обращения: 17.10.2017).
- Tikhonov A.N. Nonlinear ill-posed problems. Netherlands: Springer, 1998. 386 p.
- Winn J.N. Transits and Occultations. Prepr. Cornell University Library, 2014. <https://arxiv.org/abs/1001.2010>.
- Winn J.N., Holman M.J., Torres G., McCullough P., Johns-Krull C., Latham D.W., Shporer A., Mazeh T., Garcia-Melendo E., Foote C., Esquerdo G., Everett M. The transit light curve project. IX. Evidence for a smaller radius of the exoplanet XO-3b // *Astrophys. J.* 2008. V. 683. № 2. P. 1076–1084.
- Xie J.-W. Transit timing variation of near-resonance planetary pairs. II. Confirmation of 30 planets in 15 multiple planet systems // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2013. V. 208. № 2. 210:25 (10pp). <http://dx.doi.org/doi.10.1088/0067-0049/210/2/25>.