

УДК 523

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ОБЪЕКТОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В ОКРЕСТНОСТИ РЕЗОНАНСА 1 : 3 С ВРАЩЕНИЕМ ЗЕМЛИ

© 2019 г. И. В. Томилова^{а, *}, Е. В. Блинкова^{а, **}, Т. В. Бордовицына^{а, ***}

^аТомский государственный университет, Томск, Россия

*e-mail: irisha_tom@mail.ru

**e-mail: zbizk322@mail.ru

***e-mail: tvbord@sibmail.com

Поступила в редакцию 05.03.2019 г.

После доработки 22.03.2019 г.

Принята к публикации 26.03.2019 г.

В работе представлены результаты исследования динамической структуры околоземного орбитального пространства в области резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли. Приведены результаты обширного численно-аналитического эксперимента по исследованию орбитальной эволюции объектов, движущихся в диапазоне больших полуосей от 20250 до 20280 км, с наклонениями от 0 до 90 градусов. Выявлены зоны действия в ней пяти компонент орбитального резонанса и апсидально-нодальных вековых резонансов низких порядков. Даны карты распределения выявленных резонансов. Представлен анализ динамической структуры орбитального пространства, полученный с использованием быстрой ляпуновской характеристики MEGNO и дана MEGNO-карта области в сечении плоскостью (наклонение орбиты, большая полуось). Показано, что особенностью динамической эволюции большинства исследованных орбит является хаотичность, возникающая под действием наложения резонансов различных типов.

Ключевые слова: динамика околоземных объектов, орбитальный резонанс, вековые апсидально-нодальные резонансы, MEGNO-анализ

DOI: 10.1134/S0320930X19050074

ВВЕДЕНИЕ

Исследование динамической структуры околоземного орбитального пространства актуальная задача, поскольку знание динамических особенностей различных областей этого пространства необходимо и при разработке новых спутниковых систем и при определении областей паркинга отработавших объектов. Авторы настоящей работы планируют построить динамическую структуру всего околоземного орбитального пространства и это только вторая работа из запланированной серии. Первая работа (Томилова и др., 2018) посвящена исследованию динамической структуры области функционирования глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС).

Самой интересной в динамическом плане является структура областей, где действуют резонансы низких порядков между средним движением спутника и скоростью вращения Земли. К таким областям относится рассматриваемая здесь область резонанса 1 : 3 с вращением Земли. Эта область околоземного космического пространства мало изучена. В работе Кузнецова и др. (2012)

посвященной исследованию влияния светового давления на эволюции объектов, движущихся в окрестности резонансов низких порядков, для резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли была определена область действия этого резонанса по большой полуоси. Правда, при этом не было указано, для каких наклонений эти оценки были получены. Кроме того отмечалось, что зона резонанса является очень узкой и при большой парусности (т.е. большом отношении миделевого сечения к массе) объект может покидать область данного резонанса. Никакие другие динамические характеристики области не рассматривались.

Целью данной работы является детальное исследование динамической структуры области резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли и особенностей долговременной орбитальной эволюции объектов, движущихся в этой области. При этом мы не рассматриваем влияние светового давления на объекты, поскольку это возмущение не имеет прямого отношения к динамической структуре пространства, а связано с параметрами исследуемого объекта. Мы не рассматриваем так-

же влияние на динамическую эволюцию параметров вывода объекта в точку стояния.

Для реализации поставленной цели были решены следующие задачи:

- исследована динамическая структура орбитального пространства с использованием быстрой ляпуновской характеристики MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbits) (Cincotta и др., 2003) и построена соответствующая динамическая карта области;

- произведен анализ резонансных возмущений, действующих на движение объектов в рассматриваемой орбитальной области;

- выявлены особенности динамической эволюции орбит под действием резонансов.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Для исследования динамической структуры движения объектов, находящихся в окрестности резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли, применялась методика, изложенная в (Томилова и др., 2018). Методика состоит из нескольких этапов:

- построение динамической карты области с использованием быстрой ляпуновской характеристики MEGNO (Cincotta, Simo, 2000; Cincotta и др., 2003; Valk и др., 2009);

- анализ структуры всех резонансных возмущений, действующих на движение объектов рассматриваемой орбитальной области;

- изучение особенностей долговременной эволюции орбит.

Численное моделирование движения объектов осуществлялось на кластере “СКИФ Cyberia” ТГУ с использованием программного комплекса “Численная модель движения систем ИСЗ” (Александрова и др., 2017), построенного с использованием высокоточного интегратора Гаусса—Эверхарта (Авдюшев, 2010). В процессе моделирования учитывались возмущения от гармоник геопотенциала до 10 порядка и степени, а также возмущения от Луны и Солнца. Совместно с уравнениями движения интегрировались уравнения для вычисления параметров MEGNO (Бордовицына и др., 2010).

Выявление орбитальных резонансов производилось по методике предложенной Allan (1967a; 1967b) и уточненной Кузнецовым (Кузнецов и др., 2012).

Резонансные (критические) аргументы ищутся в виде

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= u(M + \Omega + \omega) - v\theta, \\ \Phi_2 &= u(M + \omega) + v(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= uM + v(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= \Phi_1 - v\dot{\Omega}, \quad \Phi_5 = \Phi_3 + v\dot{\Omega} - 2v\dot{\omega},\end{aligned}\quad (1)$$

а соответствующие им резонансные соотношения записываются как

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= u(\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - v\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= u(\dot{M} + \dot{\omega}) + v(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= u\dot{M} + v(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= \dot{\Phi}_1 - v\dot{\dot{\Omega}}, \quad \dot{\Phi}_5 = \dot{\Phi}_3 + v\dot{\dot{\Omega}} - 2v\dot{\dot{\omega}},\end{aligned}\quad (2)$$

где Ω , ω , M — долгота восходящего узла, аргумент перигея, средняя аномалия орбиты спутника, θ — гринвичское звездное время, u и v — целые числа

Для рассматриваемого в данной работе резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли соотношения (1) примут вид

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (M + \Omega + \omega) - 3\theta, \\ \Phi_2 &= (M + \omega) + 3(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= M + 3(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= M - 2\Omega + \omega - 3\theta, \\ \Phi_5 &= M + 3(-\omega + 2\Omega - \theta),\end{aligned}\quad (3)$$

а соотношения (2) запишутся как

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= (\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 3\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= (\dot{M} + \dot{\omega}) + 3(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= \dot{M} + 3(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= \dot{M} - 2\dot{\Omega} + \dot{\omega} - 3\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_5 &= \dot{M} + 3(-\dot{\omega} + 2\dot{\Omega} - \dot{\theta}).\end{aligned}\quad (4)$$

Исследование структуры вековых резонансов осуществлялось при помощи методики, которая была изложена в работе (Бордовицына и др., 2012), и дополнена в (Бордовицына, Томилова, 2016).

Также, как и в случае с орбитальным резонансом, изучается эволюция во времени резонансных аргументов, полученных из аргументов возмущающей функции для однократно (5) и двукратно (6) осредненной ограниченной задачи трех тел

$$\underline{\Psi} = (l - 2p' + q')M' + (l - 2p)\omega - (l - 2p')\omega' + \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (5)$$

$$\underline{\underline{\Psi}} = (l - 2p)\omega - (l - 2p')\omega' + \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (6)$$

и оценивается степень близости к нулю резонансных соотношений

$$\underline{\dot{\Psi}} \approx 0, \quad \underline{\underline{\dot{\Psi}}} \approx 0, \quad (7)$$

причем

$$\begin{aligned}M' &= M'_0 + \bar{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0), \\ \Omega' &= \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0), \quad \omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \\ \Omega &= \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0).\end{aligned}\quad (8)$$

Вековые частоты в движении спутника

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{J_2} + \dot{\Omega}_L + \dot{\Omega}_S, \quad \dot{\omega} = \dot{\omega}_{J_2} + \dot{\omega}_L + \dot{\omega}_S$$

Таблица 1. Типы вековых апсидально-нодальных резонансов до четвертого порядка

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$	5	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega}'_{S,L}$	9	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega}$	13	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L})$
2	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$	6	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega}'_{S,L}$	10	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega}$	14	$\dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$
3	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$	7	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega}$	11	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega}'_{S,L}$	15	$\dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$
4	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$	8	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega}$	12	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega}'_{S,L}$	16	$\dot{\omega}$

Таблица 2. Типы вековых резонансов со скоростью движения возмущающего тела второго–пятого порядков

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega}$	5	$\bar{n}'_{S,L} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	9	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	13	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
2	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega}$	6	$\bar{n}'_{S,L} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	10	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	14	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
3	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega}$	7	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	11	$\bar{n}'_{S,L} - 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	15	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
4	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega}$	8	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	12	$\bar{n}'_{S,L} + 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	16	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$

определяются влиянием второй зональной гармоникой с коэффициентом J_2

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}_{J_2} &= -\frac{3}{2}J_2\bar{n}\left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \cos i(1-e^2)^{-2}, \\ \dot{\omega}_{J_2} &= \frac{3}{4}J_2\bar{n}\left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \frac{5\cos^2 i - 1}{(1-e^2)^2},\end{aligned}\quad (9)$$

а также влиянием третьего тела: Луны (L) и Солнца (S)

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}_{L,S} &= -\frac{3}{16}\bar{n}\frac{m'_{L,S}}{m_{\oplus}}\left(\frac{a}{a'}\right)^3 \frac{2+3e^2}{\sqrt{1-e^2}}(2-3\sin^2 i')\cos i, \\ \dot{\omega}_{L,S} &= \frac{3}{16}\bar{n}\frac{m'_{L,S}}{m_{\oplus}}\left(\frac{a}{a'}\right)^3 \frac{4-5\sin^2 i + e^2}{\sqrt{1-e^2}}(2-3\sin^2 i').\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь r_0 – экваториальный радиус Земли, $a, e, i, \bar{n}$ – большая полуось, эксцентриситет наклонение орбиты и среднее движение спутника, $a', e', i', \bar{n}'$ – большая полуось, эксцентриситет, наклонение орбиты и среднее движение третьего тела, $m'_{L,S}/m_{\oplus}$ – отношение масс третьего тела $m'_{L,S}$ и Земли $m_{\oplus}$, $l, p, p', \bar{m}, q'$ – целочисленные индексы.

Если резонансный аргумент испытывает либрационное изменение во времени, то резонанс считается устойчивым, а при циркуляционном изменении – неустойчивым (Мюррей, Дермотт, 2010).

Полагая в формуле (6) индексы, равными $l = 2, p, p', \bar{m} = 0, 1, 2, q' = -1, 0, 1$, можно получить все вековые резонансные соотношения низких порядков. Эти соотношения можно разделить на 4 группы или класса: резонансные соотношения, связанные со средним движением Солнца, резонансные соотношения, связанные со средним движением Луны, апсидально-нодальные резонансы, связанные с Солнцем, и аналогичные резонансы, связанные с Луной, причем геометрический резонанс Лидова (1961)–Козаи (1962) $\dot{\omega} = 0$, является частным случаем апсидально-нодальных резонансов и представляет собой вековой резонанс первого порядка. В табл. 1 приведен набор апсидально-нодальных резонансов до четвертого порядка включительно. В табл. 2. приведена группа связанных со средним движением возмущающего тела резонансных соотношений второго–пятого порядков. Поскольку величины $\dot{\omega}'_S$ и $\dot{\Omega}'_S$, связанные с прецессией орбиты Земли, пренебрежимо малы, формулы, приведенные в табл. 1

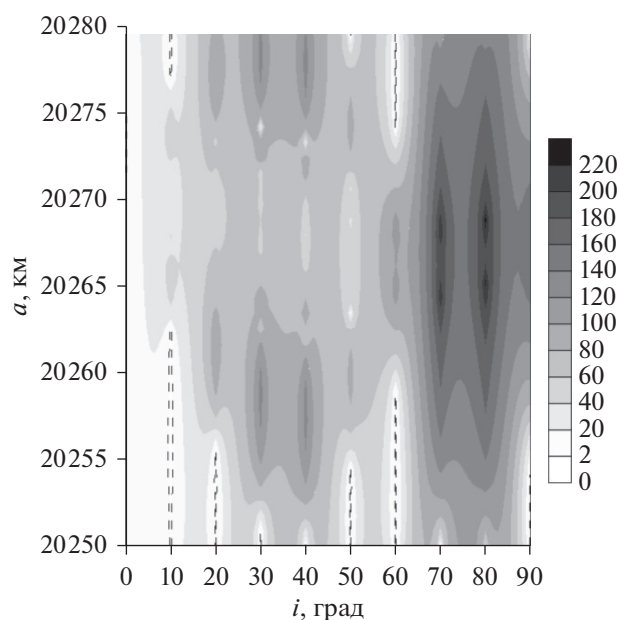


Рис. 1. MEGNO-карта области резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли. Пунктирной линией обозначена область, где усредненный параметр MEGNO равен двум.

для апсидально-нодальных резонансов, связанных с Солнцем, существенно упрощаются. Эти резонансы практически превращаются в геометрические резонансы, связывающие только собственные вековые частоты, возникающие в движении спутника под действием возмущений от Солнца.

Следует отметить, что классификация основной части вековых резонансов, действующих на движение ИСЗ, была впервые дана Дж. Куком (Cook, 1962), а аналитическая теория вековых спутниковых резонансов представлена в работах (Breiter, 2001a; 2001b; Daquin et al., 2016). Hughes (1980; 1981) был первым, кто предложил использовать численное моделирование в исследовании влияния вековых резонансов, а в работах (Chao, Gick, 2004; Rossi, 2008) были впервые применены совместно аналитический и численный подходы к исследованию проблемы.

Кроме формул (1)–(10), в применяемой здесь методике для более надежного определения устойчивости резонанса используются динамические портреты резонансов, которые строятся в фазовой плоскости (Мюррей, Дермотт, 2010; Морбилли, 2002)

$$x = e \cos \psi, \quad y = e \sin \psi, \quad (11)$$

где e — эксцентриситет орбиты спутника, ψ — критический аргумент.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ОРБИТАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

Общая оценка динамической структуры области резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли осуществлялась на основе результатов численного эксперимента, который проводился по методике, изложенной в предыдущем разделе. Принимались во внимание только гравитационные возмущения, определяемые влиянием несферичности гравитационного поля Земли, а также притяжением Луны и Солнца.

Все исследования проводились на модельных объектах, которые были распределены равномерно в интервале больших полуосей от 20250 до 20280 км с шагом в 200 м, в диапазоне наклонов от 0° до 90° с шагом 10° и начальным эксцентриситетом, равным 0.01. Расчет орбитальной эволюции проводился на интервале 100 лет.

Первоначально был проведен MEGNO-анализ динамической структуры рассматриваемой области.

На рис. 1 приведена MEGNO-карта области резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли.

Пунктирной линией на рис. 1 обозначена область, где усредненный параметр MEGNO равен двум.

Данные, приведенные на рис. 1, показывают, что область резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли отличается высокой хаотичностью движения объектов. Причем наиболее хаотична приполярная область.

Как известно (Бордовицына и др., 2012), хаотичность в движении объектов возникает вследствие одновременного действия на движение объектов резонансов различных типов, поэтому был проведен детальный анализ по выявлению всех действующих на объекты резонансов.

Прежде всего, был выполнен поиск орбитальных резонансов. Для этого исследовалась близость к нулю резонансных соотношений (4), затем определялось наличие либрации в поведении критических аргументов (3) на столетнем интервале времени. Кроме того, для каждого объекта были построены фазовые портреты в плоскости (11) для оценки устойчивости резонанса.

Поведение критического аргумента можно разделить на 3 типа: циркуляция (рис. 2), циркуляция-либрация (рис. 3) и либрация (рис. 4). Как известно (Мюррей, Дермотт, 2010) либрация критического аргумента и незамкнутость фазового портрета говорят об устойчивости резонанса. Состояние “циркуляция-либрация” свидетельствует

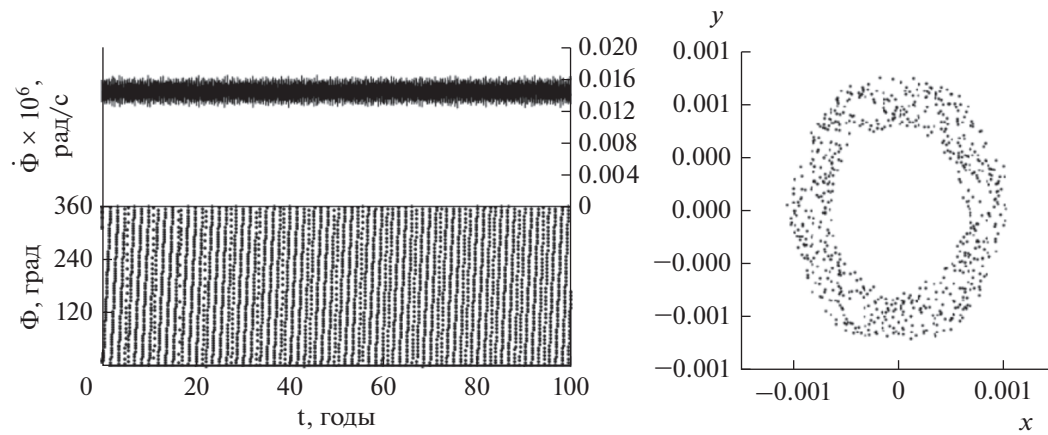


Рис. 2. Пример циркуляции: динамика резонансного соотношения $\dot{\Phi}_2$, критического аргумента Φ_2 и фазовый портрет при $a = 20264,6$ км, $i = 0^\circ$.

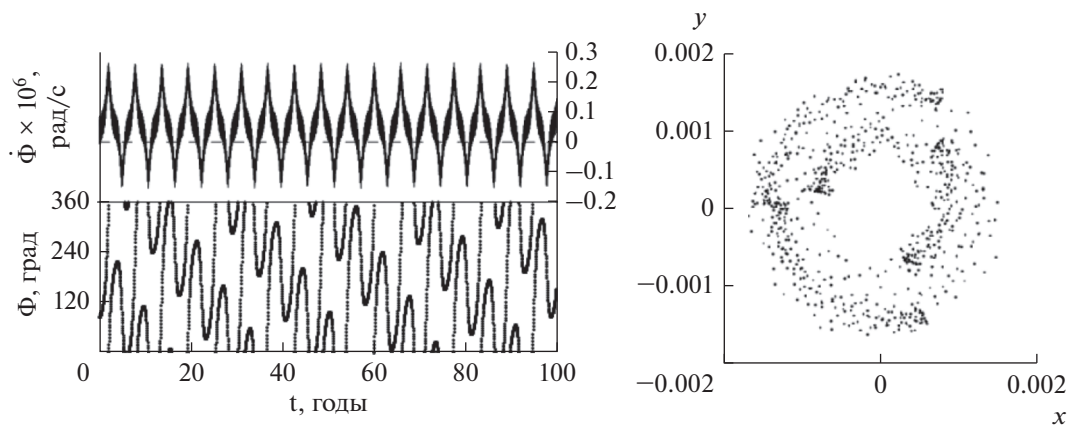


Рис. 3. Пример циркуляции-либрации: динамика резонансного соотношения $\dot{\Phi}_1$, критического аргумента Φ_1 и фазовый портрет при $a = 20268$ км, $i = 70^\circ$.

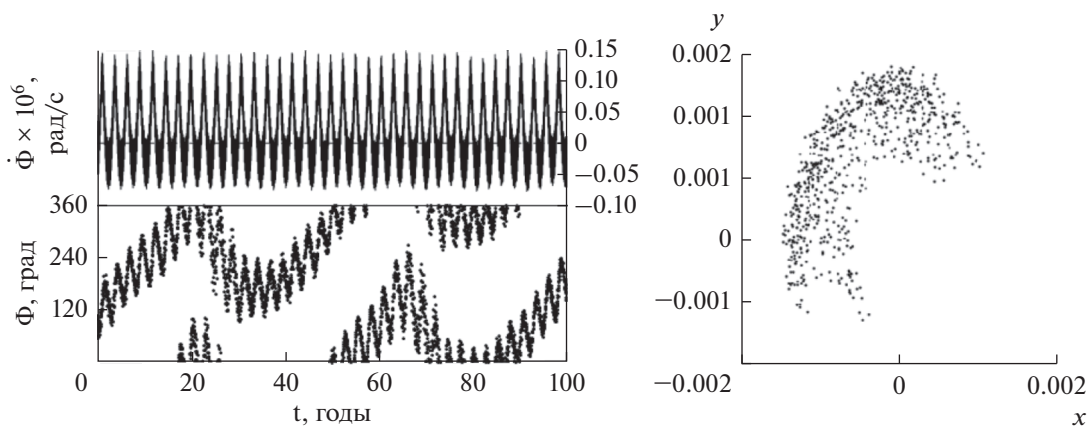


Рис. 4. Пример либрации: динамика резонансного соотношения $\dot{\Phi}_5$, критического аргумента Φ_5 и фазовый портрет при $a = 20264,6$ км, $i = 60^\circ$.

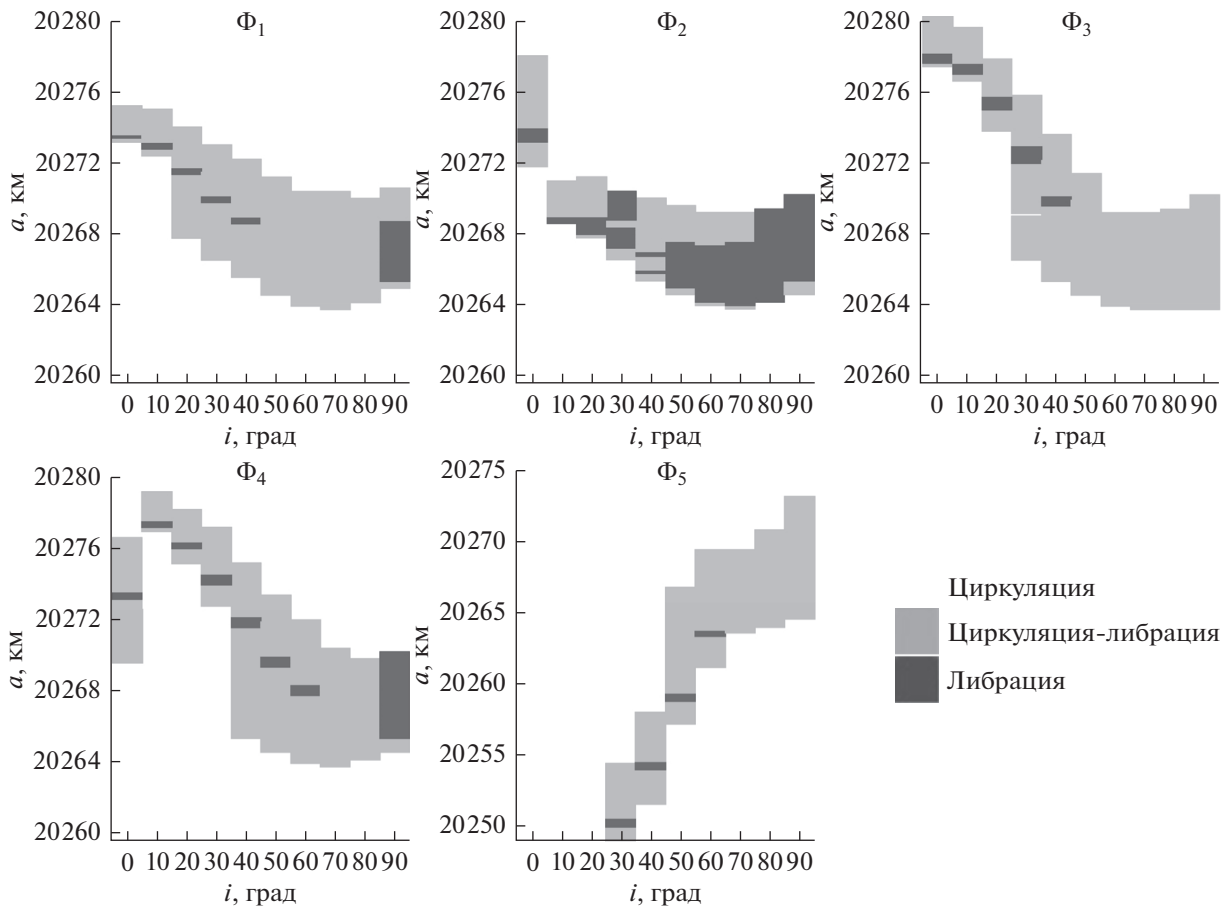


Рис. 5. Зоны действия мультиплетов орбитального резонанса 1:3 со скоростью вращения Земли.

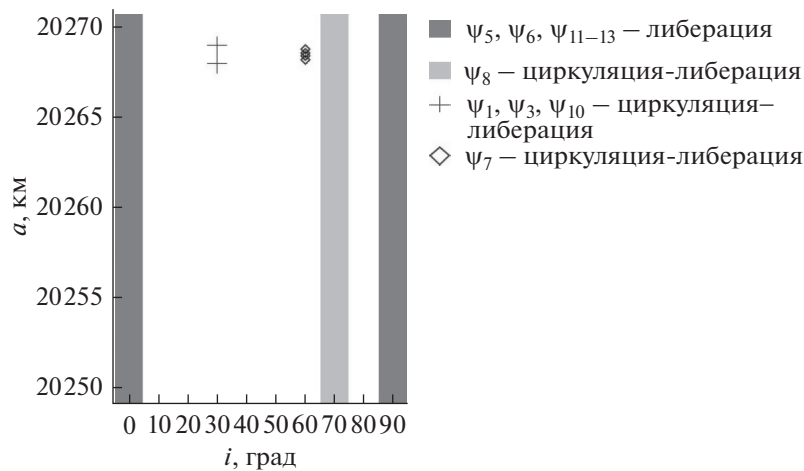


Рис. 6. Распределение апсидально-нодальных вековых резонансов, связанных с Солнцем.

о неустойчивости резонанса, а наличие циркуляции считается отсутствием резонанса.

На основе этого были определены зоны действия мультиплетов (2) для всей рассматриваемой области (рис. 5). При построении рисунка, однако, из графиков были исключены области, где на-

блюдается только циркуляция. Это область в интервале от 20250 до 20260 км по большой полуоси для Φ_1 – Φ_4 и от 20275 до 20280 км для Φ_5 .

Приведенные на рис. 5 оценки показывают, что зоной действия резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли следует считать область, простира-

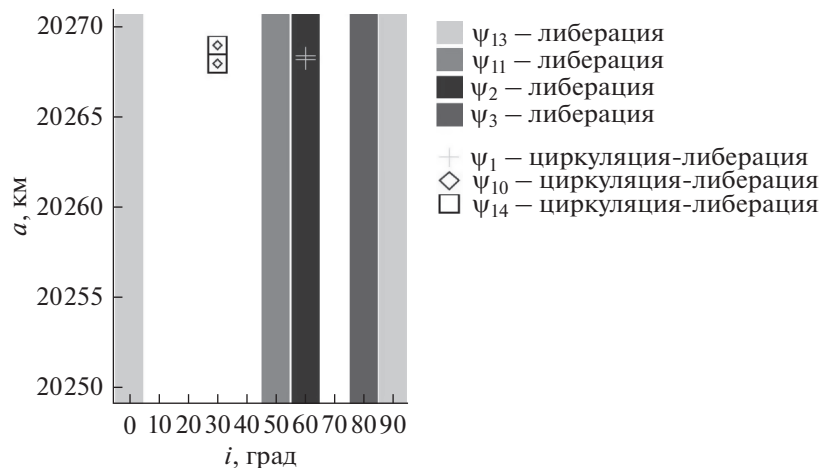


Рис. 7. Распределение апсидально-нодальных вековых резонансов, связанных с Луной.

ющуюся по большой полуоси от 20250 до 20280 км, а по наклонению от 0° до 90° .

На рис. 6 показано распределение апсидально-нодальных вековых резонансов, связанных с Солнцем, а на рис. 7 — связанных с Луной. На рисунках для краткости введены такие обозначения: ψ — критический аргумент векового резонанса, а приписанный ему номер есть номер типа резонанса из табл. 1.

Как показывают приведенные на рис. 6 и 7 данные, в рассматриваемой области орбитального пространства действуют 5 устойчивых апсидально-нодальных резонансов, связанных с Солнцем, и четыре устойчивых резонанса, связанных с Луной. В области от 10° до 40° по наклонению вообще не обнаружено вековых резонансов. В области больших полуосей от 20268 до 20269 км проявляют свое действие несколько неустойчивых резонансов, связанных как с Луной, так и с Солнцем, но только для наклонов 30° и 60° .

Кроме того, исследования показали, что в рассматриваемой области орбитального пространства нет устойчивых резонансов с движением возмущающих тел.

Полученные сведения о распределении резонансов были сопоставлены с орбитальной эволюцией объектов. Общие данные о вековых и долгопериодических возмущениях объектов рассматриваемой резонансной зоны приведены на рис. 8 и 9.

На рис. 8 показана зависимость величин амплитуд долгопериодических колебаний больших полуосей от величин основных параметров орбит: большой полуоси a объекта и наклона его орбиты i .

Данные, приведенные на рис. 9, выявляют зависимость скорости прецессии орбиты от ее наклона. Зависимость прецессии от большой полуоси внутри рассматриваемой области не обнаружена.

Представленные на рис. 8 и 9 данные хорошо коррелируют с данными о распределении мультиплетов орбитального резонанса и вековых резонансов, приведенных на рис. 5–7.

Сопоставляя эти данные, можно сделать вывод, что существенную роль в увеличении амплитуды долгопериодических колебаний играет орбитальный резонанс, поскольку амплитуды растут по всей области изменения наклонов от 10° и до 90° . Особенно большие значения амплитуд

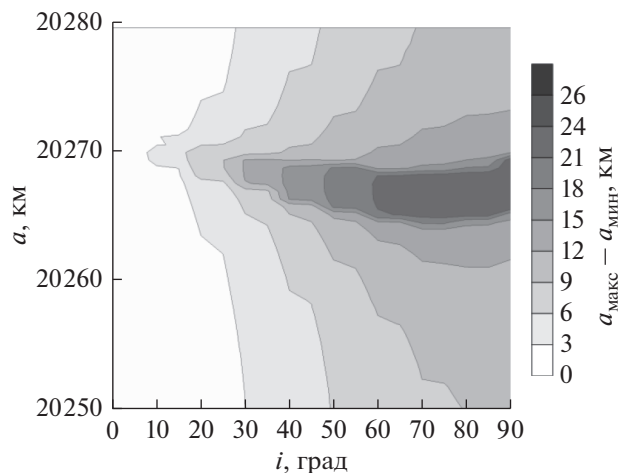


Рис. 8. Размеры амплитуд долгопериодических колебаний больших полуосей в зависимости от величин параметров a и i .

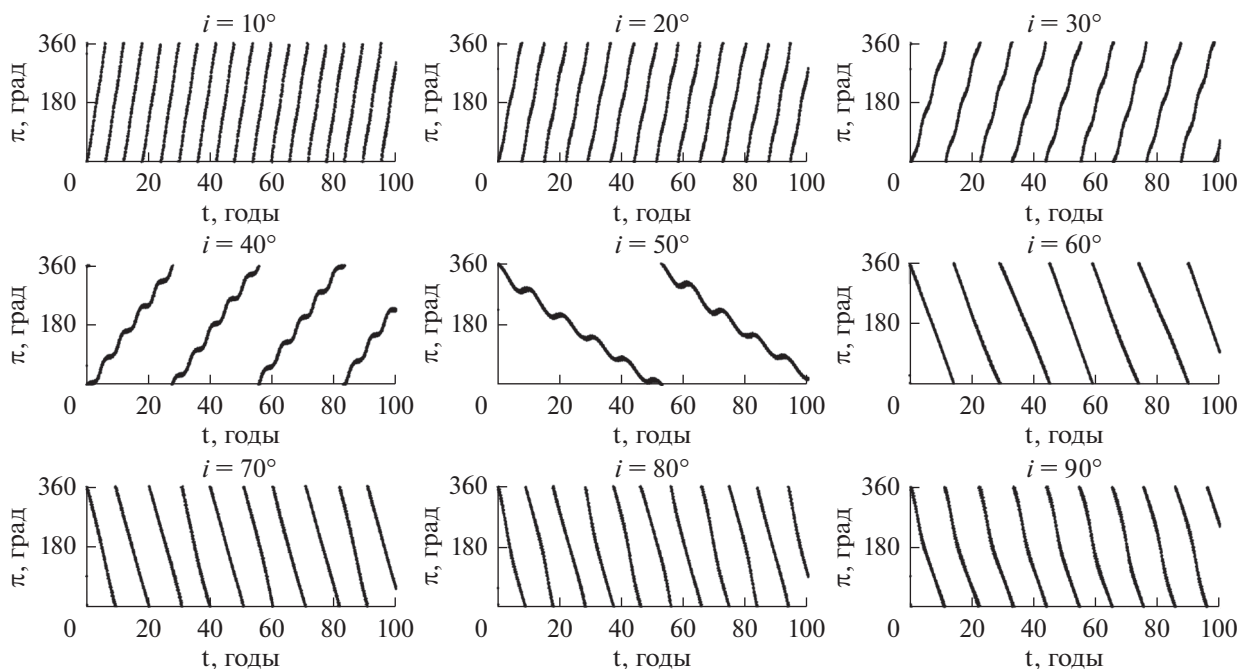


Рис. 9. Вековые и долгопериодические колебания долготы перигея от узла в зависимости от наклонения орбиты.

приходится на область наложения резонансных мультиплетов и вековых резонансов при наклонениях от 50° до 90° . Существенное уменьшение скорости прецессии орбиты приходится на зону действия вековых апсидально-нодальных резонансов $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega}'_{S,L}$ и $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$.

Рассмотрим орбитальную эволюцию конкретных объектов исследуемой области орбитального пространства в зависимости от действия на движение объектов резонансов различных типов.

Для начала, приведем пример объекта, который движется в области отсутствия резонансов (рис. 10). Все компоненты мультиплета циркулируют, что говорит об отсутствии орбитальных резонансов. Вековых резонансов в данной области также не было обнаружено. На объект не действуют факторы, которые могли бы существенно изменить его движение. Об этом свидетельствует и параметр MEGNO, который на протяжении всего столетнего интервала времени осциллирует около нуля.

На рис. 11 показана эволюция орбиты объекта, на который действуют два устойчивых вековых резонанса связанные с Солнцем и Луной. Несмотря на их присутствие, параметр MEGNO близок к 2.

Далее следует интересный пример движения в области устойчивого орбитального резонанса и

трех неустойчивых вековых резонансов, связанных с Луной и Солнцем (рис. 12).

На рис. 12 объект находится в зоне острого орбитального резонанса, резонансные аргументы четырех компонент мультиплета переходят через нулевые значения, критический аргумент второй компоненты уверенно либрирует, а критический аргумент первой компоненты многократно меняет циркуляционные колебания на либрационные и обратно. Параметр MEGNO растет быстро.

На интервале времени от 50 до 70 лет начинают проявлять свое действие одновременно три вековых резонанса, в результате чего значение эксцентриситета, которое за первые 50 лет практически опустилось до нуля, начинает расти.

Следующий пример демонстрирует орбитальную эволюцию объекта, на который действует устойчивый вековой резонанс, связанный с Луной (рис. 13). Движение происходит в области острого орбитального резонанса. Все резонансные соотношения компонентов мультиплета проходят через нулевые значения. Критический аргумент второго типа вначале временного интервала имеет либрационные колебания, но под действием векового резонанса начинает менять свое поведение на циркуляцию. В тот же момент, все остальные критические аргументы начинают испытывать некоторые изменения, оставаясь в состоянии “циркуляция-либрация”. В результате

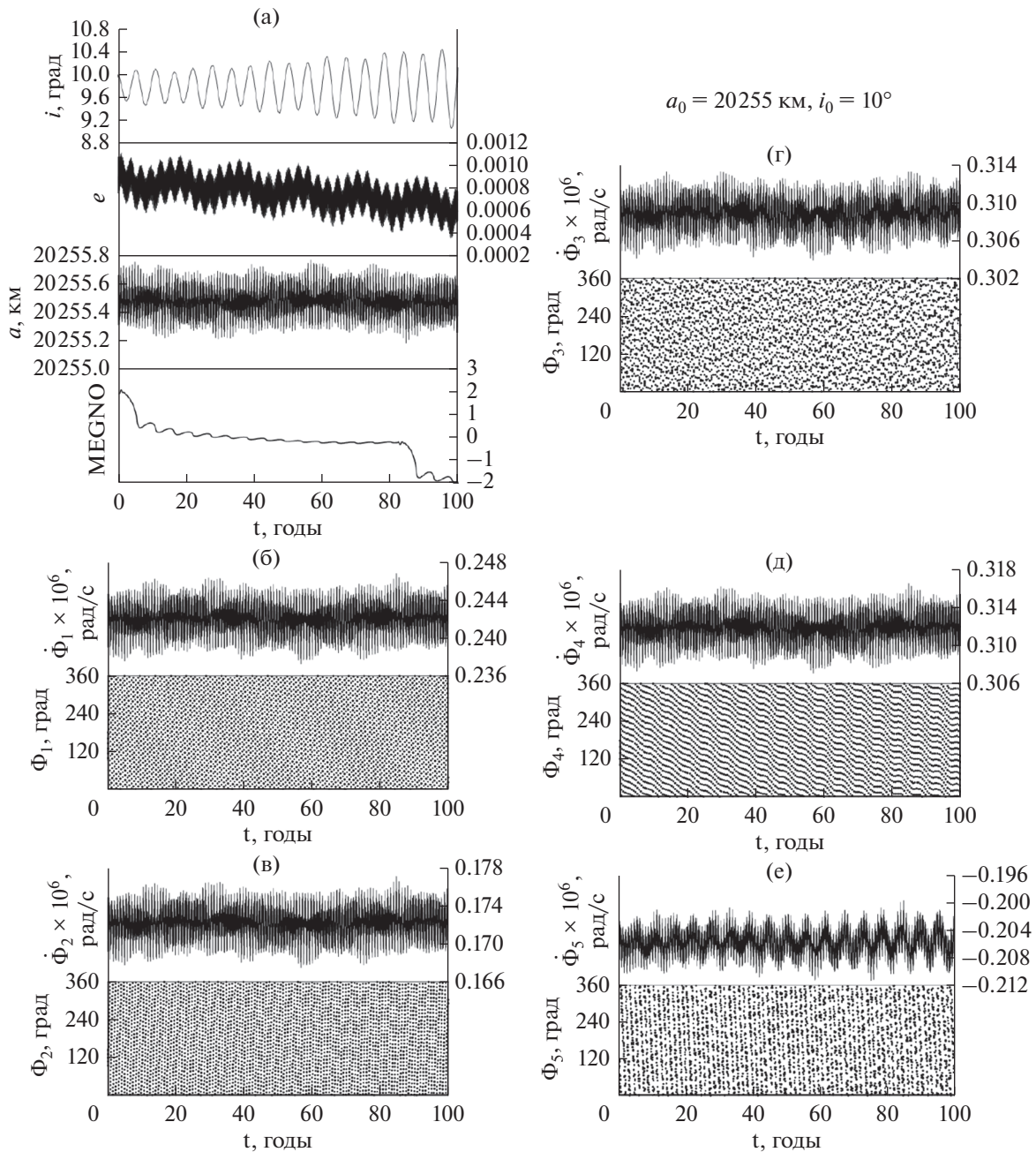


Рис. 10. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция Φ_1 , Φ_1 ; (в) — эволюция Φ_2 , Φ_2 ; (г) — эволюция Φ_3 , Φ_3 ; (д) — эволюция Φ_4 , Φ_4 ; (е) — эволюция Φ_5 , Φ_5 .

такого действия резонансов, показатель MEGNO стремительно растет.

Приведем два характерных примера для объектов, имеющих одинаковое наклонение и близкие значения большой полуоси (рис. 14 и 15). И в том, и в другом случаях оба объекта находятся в зоне острого резонанса, резонансные аргументы всех компонент мультиплета переходят через ну-

левые значения. Вековые резонансы у объектов одни и те же. Но на более низкой орбите (рис. 14) критические аргументы циркулируют первую половину временного интервала и примерно через 50 лет на объект начинают действовать устойчивые орбитальные резонансы первого, второго и четвертого типов. В результате этого объект на рис. 14 переходит на более высокую орбиту. На второй объект (рис. 15) три орбитальных резонан-

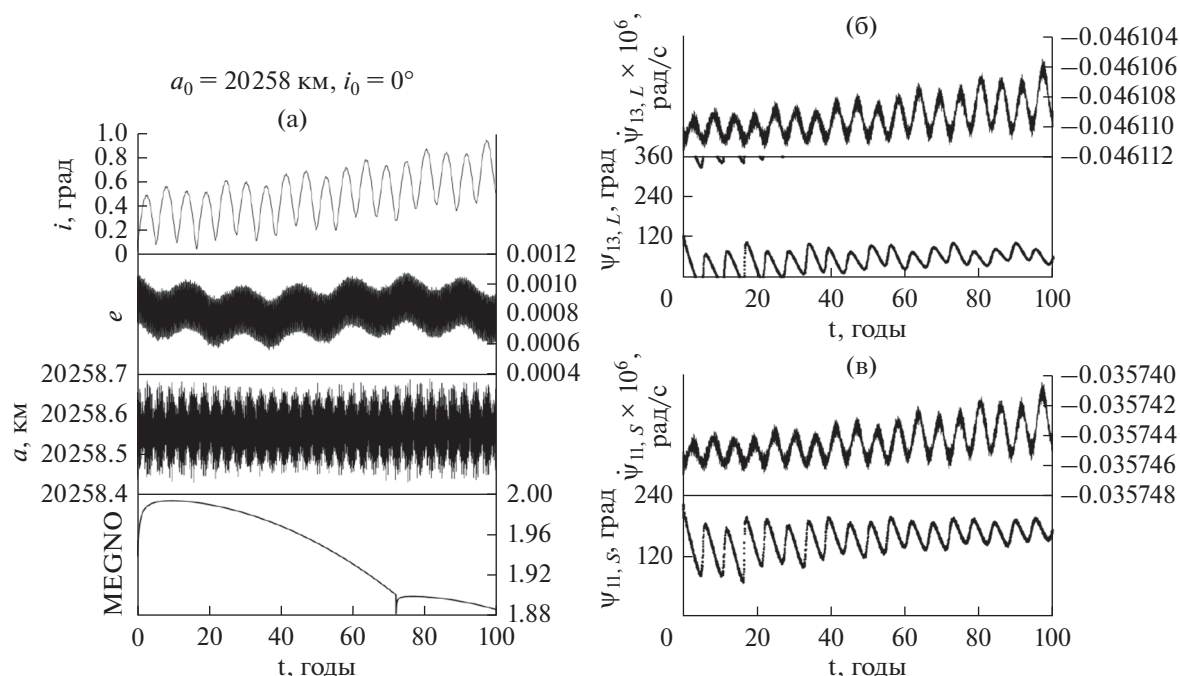


Рис. 11. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция параметров векового резонанса ψ_{13} , $\psi_{13,L}$, связанного с Луной; (в) — эволюция параметров векового резонанса ψ_{11} , $\psi_{11,S}$, связанного с Солнцем.

са действуют на всем столетнем интервале, поэтому большая полуось не подверглась изменениям.

Комплексное действие всех выявленных резонансов влечет быстрый рост MEGNO параметра.

Далее приведем пример объекта, движущегося в зоне действия неустойчивого орбитального резонанса (рис. 16). В этой области все резонансные соотношения компонентов мультиплета проходят через нулевые значения, а все критические аргументы имеют состояние “циркуляция-либрация”. В то же время на объект действует устойчивый апсидально-нодальный резонанс $\psi_2 = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_L$ с Луной.

резонанс $\psi_2 = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_L$ с Луной.

В результате такого влияния, значение эксцентриситета начинает стремительно уменьшаться. В момент, когда эксцентриситет становится близок к нулю, на объект начинает действовать другой вековой резонанс $\psi_7 = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) + 2\dot{\omega}$ с Луной, который вытягивает орбиту и эксцентриситет начинает стремительно расти. Такое действие неустойчивого векового резонанса наблюдается дважды на протяжении столетнего интервала.

Таким образом, в рамках проведенных исследований можно утверждать, что в области действия резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Зем-

ли большинство объектов показывают высокую хаотичность движения. Причем это можно объяснить наложением резонансов различных типов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты анализа динамики околоземных объектов, движущихся в резонансе 1 : 3 со скоростью вращения Земли. Для выявления особенностей динамики в этой области были решены следующие задачи.

— Исследована динамическая структура орбитального пространства с использованием быстрой ляпуновской характеристики MEGNO (Cincotta, Simo, 2000; Cincotta и др., 2003; Valk и др., 2009) и построена соответствующая динамическая карта области.

— Произведен анализ резонансных возмущений, действующих на движение объектов, населяющих рассматриваемую орбитальную область; во внимание принимались только орбитальные резонансы пяти типов и вековые апсидально-нодальные резонансы. Были построены карты распределения резонансов;

— Выявлены особенности динамической эволюции орбит под действием рассмотренных резонансов.

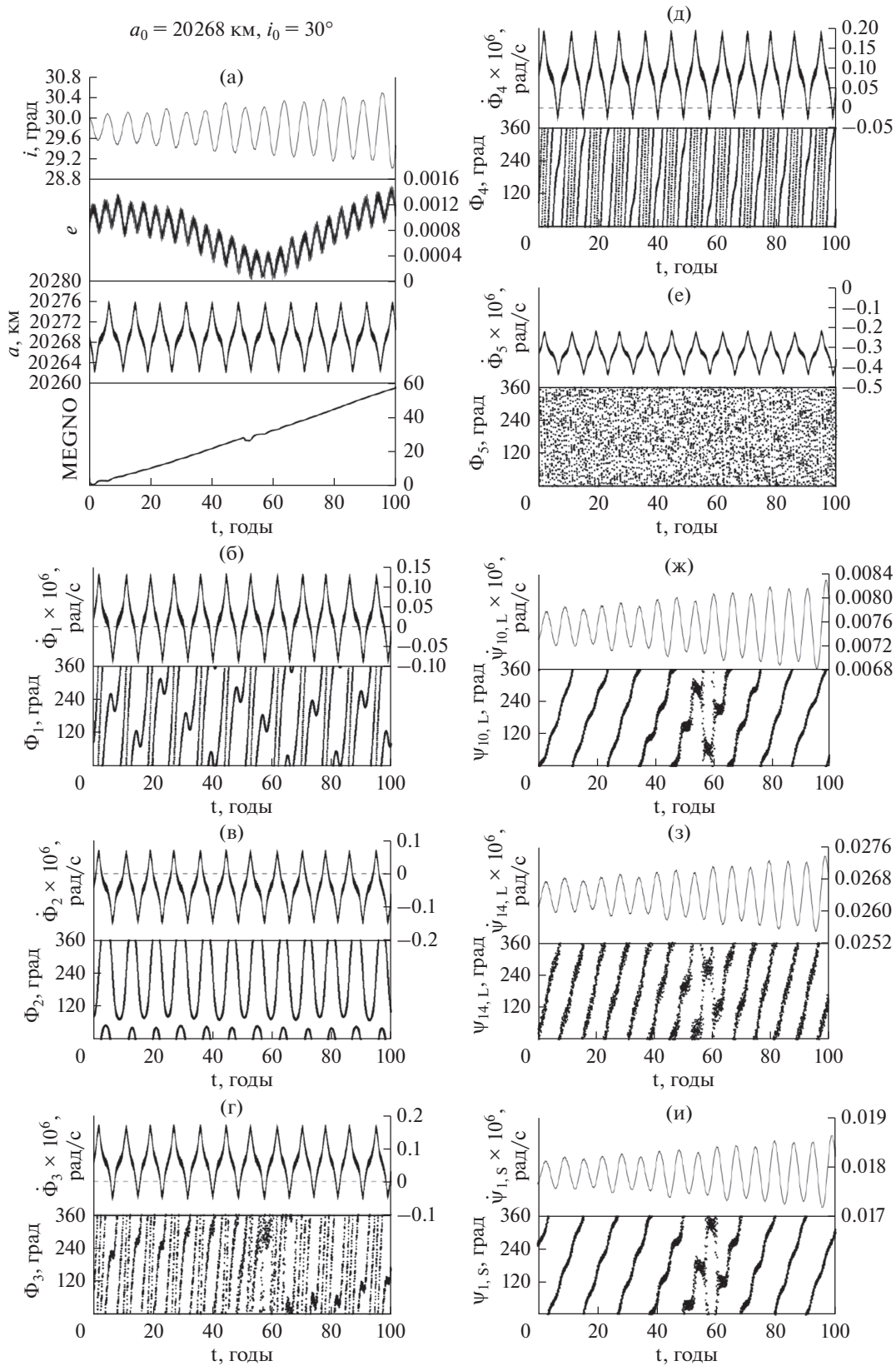


Рис. 12. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция $\dot{\Phi}_1, \Phi_1$; (в) — эволюция $\dot{\Phi}_2, \Phi_2$; (г) — эволюция $\dot{\Phi}_3, \Phi_3$; (д) — эволюция $\dot{\Phi}_4, \Phi_4$; (е) — эволюция $\dot{\Phi}_5, \Phi_5$; (ж) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\Psi}_{10}, \Psi_{10}$, связанного с Луной; (з) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\Psi}_{14}, \Psi_{14}$, связанного с Луной; (и) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\Psi}_1, \Psi_1$, связанного с Солнцем.

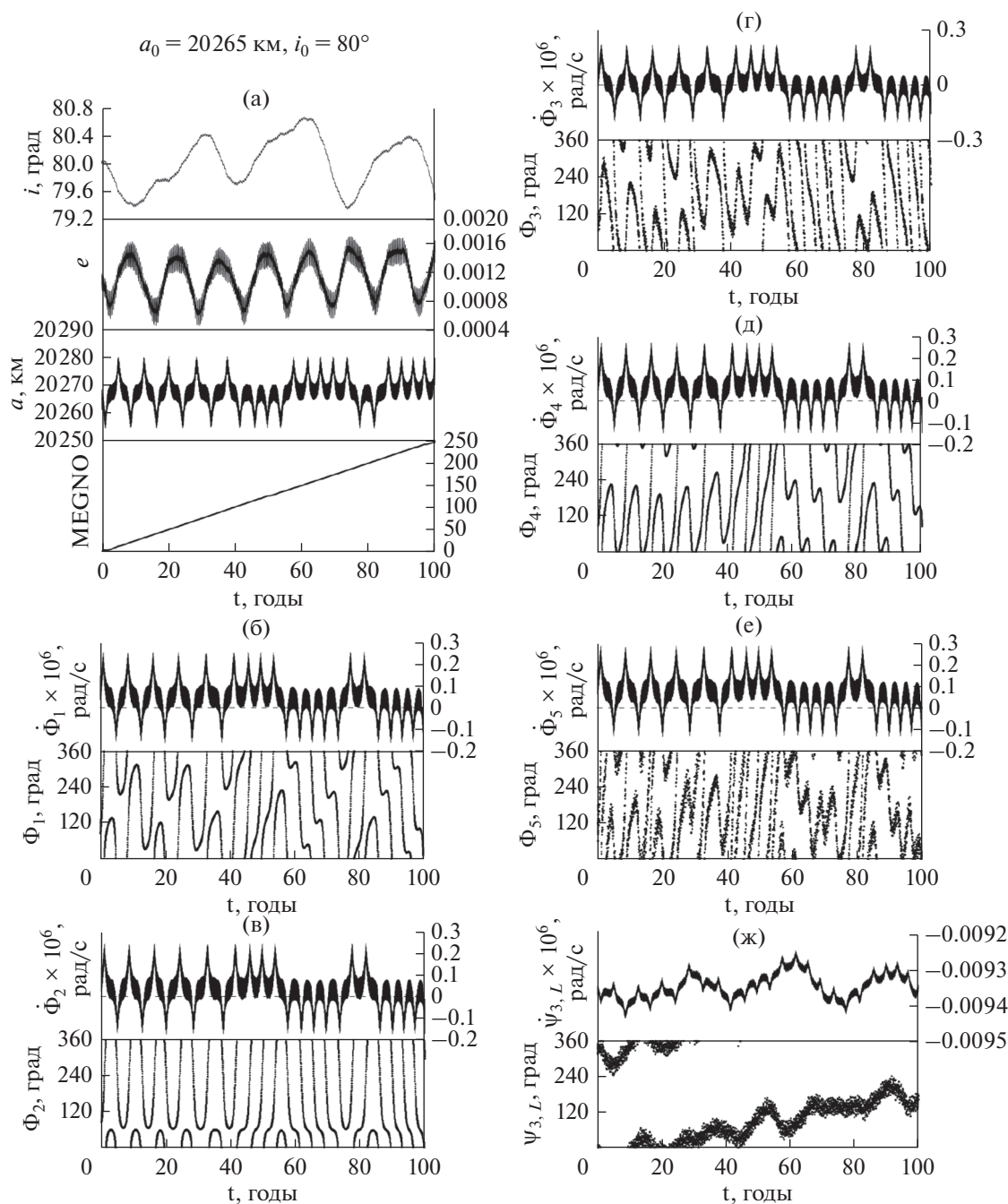


Рис. 13. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция $\dot{\Phi}_1$, Φ_1 ; (в) — эволюция $\dot{\Phi}_2$, Φ_2 ; (г) — эволюция $\dot{\Phi}_3$, Φ_3 ; (д) — эволюция $\dot{\Phi}_4$, Φ_4 ; (е) — эволюция $\dot{\Phi}_5$, Φ_5 ; (ж) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\psi}_3$, ψ_3 , связанного с Луной.

Общий анализ орбитальной эволюции всех рассмотренных объектов говорит о том, что хаотичность возникает во всех случаях, когда хотя бы один из действующих резонансов неустойчив.

При использовании данной области околоземного космического пространства для развертывания спутниковых сетей или паркинга отра-

ботавших объектов нужно учитывать сложность динамической структуры области.

Работа выполнена по гранту РФФИ 18-32-00735мол_а “Исследование особенностей динамики околоземных космических объектов в условиях наложения резонансов различных типов”.

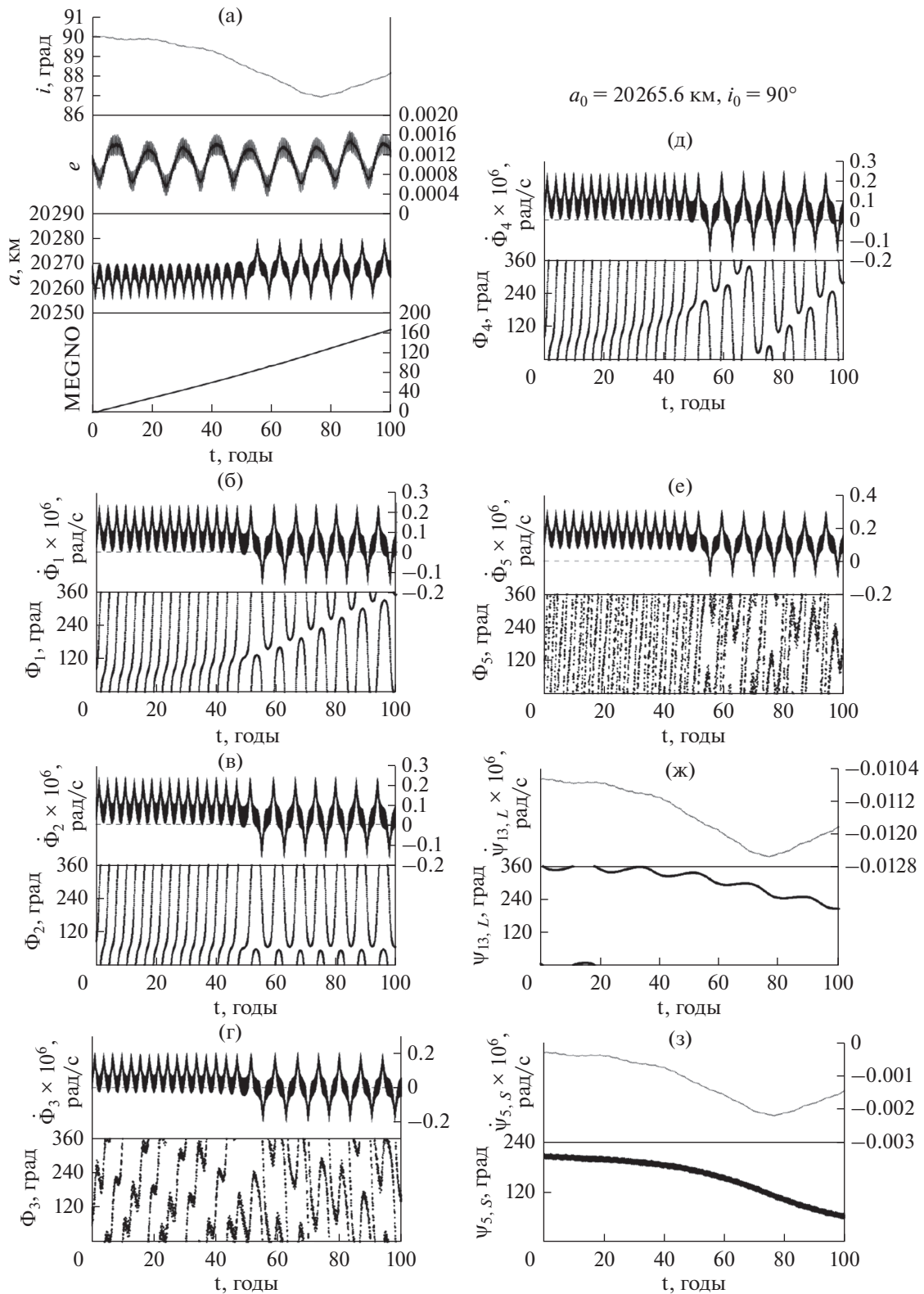


Рис. 14. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция $\dot{\Phi}_1$, Φ_1 ; (в) — эволюция $\dot{\Phi}_2$, Φ_2 ; (г) — эволюция $\dot{\Phi}_3$, Φ_3 ; (д) — эволюция $\dot{\Phi}_4$, Φ_4 ; (е) — эволюция $\dot{\Phi}_5$, Φ_5 ; (ж) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\psi}_{13}$, ψ_{13} , связанного с Луной; (з) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\psi}_5$, ψ_5 , связанного с Солнцем.

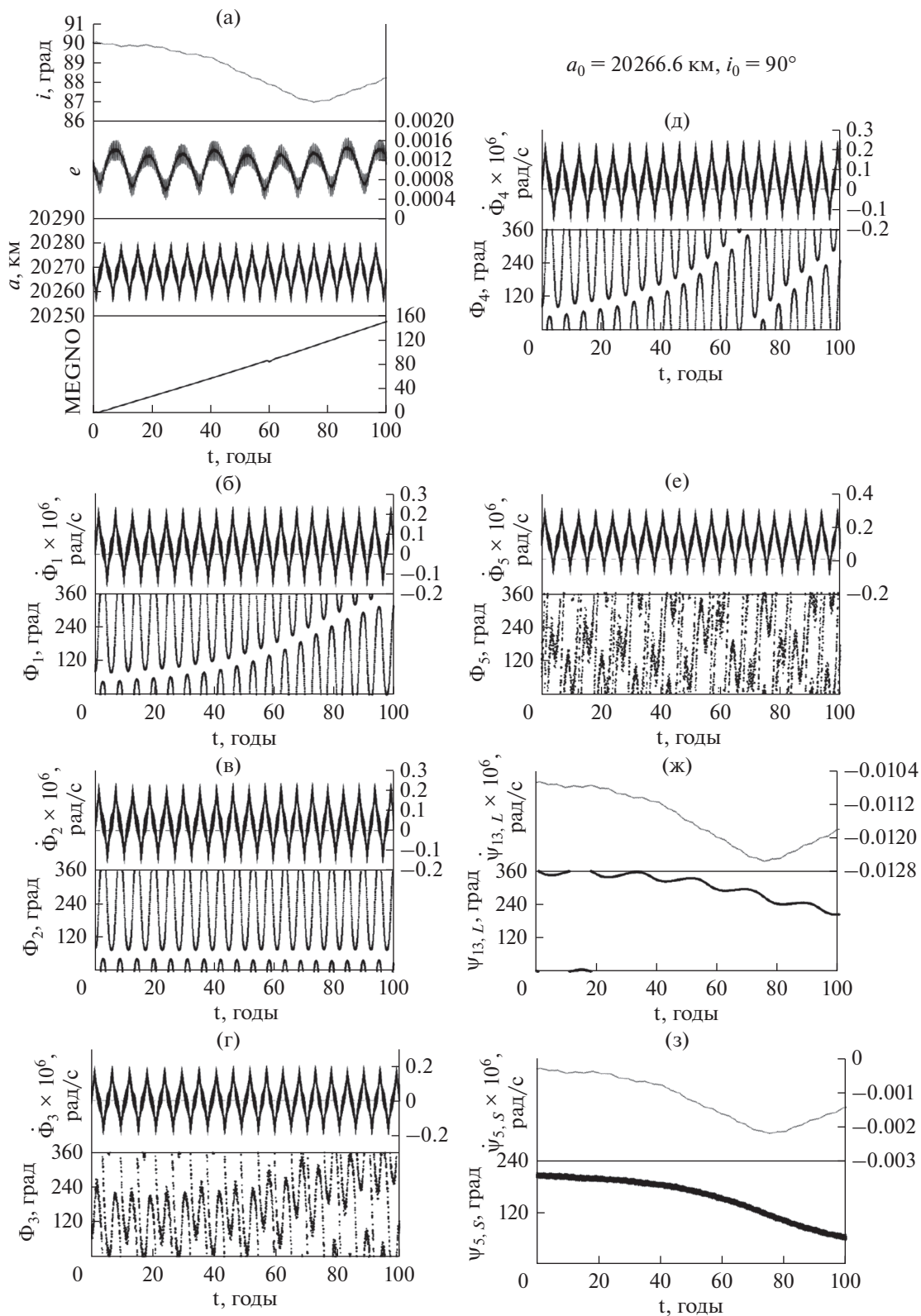


Рис. 15. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция $\dot{\Phi}_1$, Φ_1 ; (в) — эволюция $\dot{\Phi}_2$, Φ_2 ; (г) — эволюция $\dot{\Phi}_3$, Φ_3 ; (д) — эволюция $\dot{\Phi}_4$, Φ_4 ; (е) — эволюция $\dot{\Phi}_5$, Φ_5 ; (ж) — эволюция параметров векового резонанса Ψ_{13} , Ψ_{13} , связанного с Луной; (з) — эволюция параметров векового резонанса Ψ_5 , Ψ_5 , связанного с Солнцем.

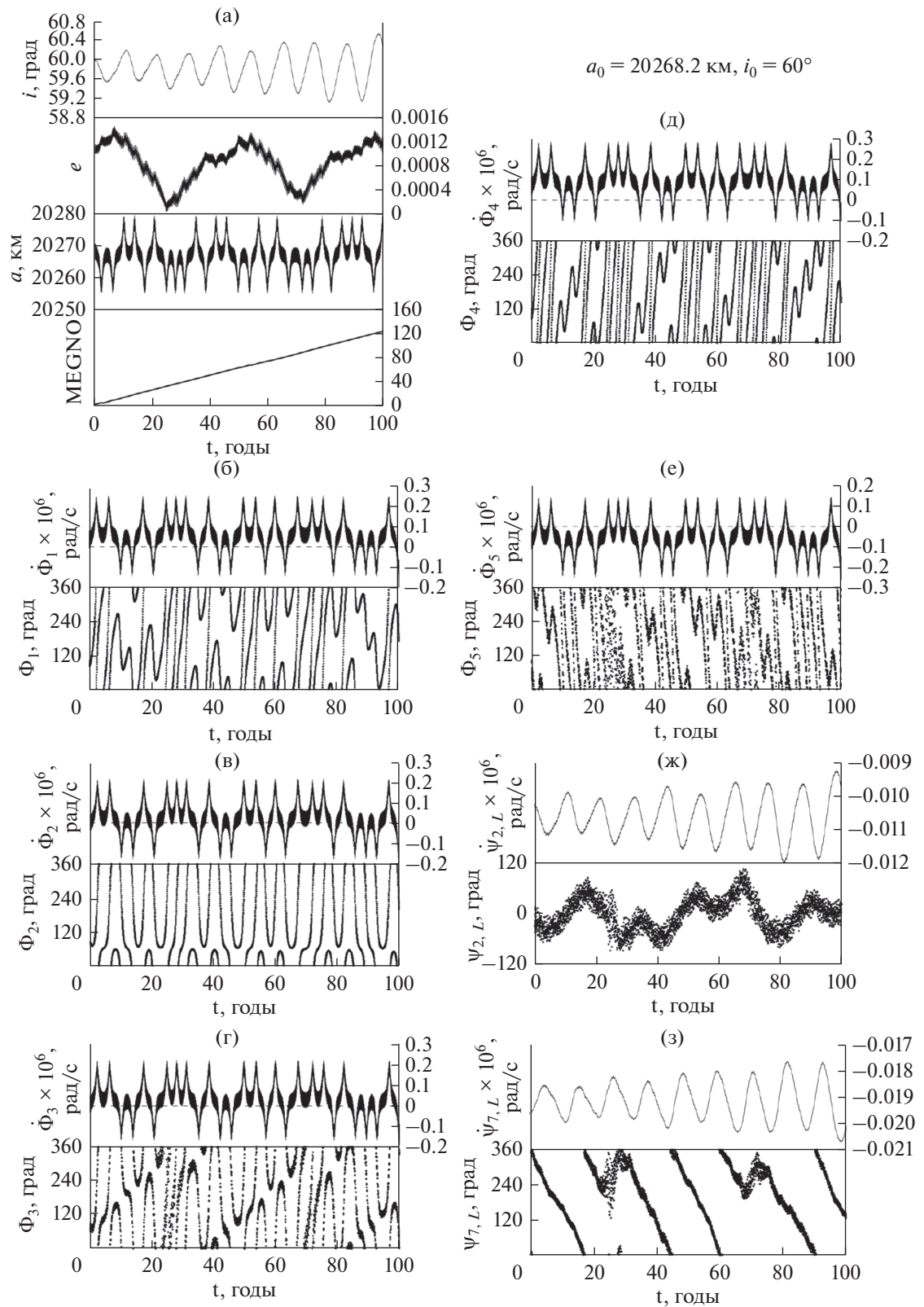


Рис. 16. (а) — эволюция основных орбитальных элементов и параметров MEGNO; (б) — эволюция $\dot{\Phi}_1$, Φ_1 ; (в) — эволюция $\dot{\Phi}_2$, Φ_2 ; (г) — эволюция $\dot{\Phi}_3$, Φ_3 ; (д) — эволюция $\dot{\Phi}_4$, Φ_4 ; (е) — эволюция $\dot{\Phi}_5$, Φ_5 ; (ж) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\Psi}_2$, Ψ_2 , связанного с Луной; (з) — эволюция параметров векового резонанса $\dot{\Psi}_7$, Ψ_7 , связанного с Луной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса—Эверхарта // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15. № 4. С. 31—47.
- Александрова А.Г., Бордовицына Т.В., Чувашов И.Н. Численное моделирование в задачах динамики околоземных объектов // Изв. вузов. Физика. 2017. Т. 60. С. 69—76.
- Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли // Изв. вузов. Физика. 2010. Т. 53. № 8/2. С. 14—21.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 5. С. 356—368. (Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V., Chuvashov I.N. The effect of secular resonances on the long-term orbital evolution of uncontrollable objects on satellite radio-navigation systems in the MEO region // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. Is. 5. P. 329—340.)
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В. Особенности структуры вековых резонансов в динамике околоземных космических объектов // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 3. С. 41—48.
- Кузнецов Э.Д., Захарова П.Е., Гламазда Д.В., Шагабудинов А.И., Кудрявцев С.О. О влиянии светового давления на орбитальную эволюцию объектов, движущихся в окрестности резонансов низких порядков // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 6. С. 480—488. (Kuznetsov E.D., Zakharova P.E., Glamazda D.V., Shagabutdinov A.I., Kudryavtsev S.O. Light pressure effect on the orbital evolution of objects moving in the neighborhood of low-order resonances // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. Is. 6. P. 442—449.)
- Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: Физматлит, 2010. 588 с.
- Томилова И.В., Бордовицына Т.В., Красавин Д.С. Динамическая структура орбитального пространства ГЛОНАСС и GPS. Проблема утилизации отработавших объектов // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 463—478. (Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V., Krasav-
- in D.S. Dynamic Structure of the GLONASS and GPS Orbital Space: Problem of Disposal of Retired Objects // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 5. P. 450—465.)
- Allan R.R. Resonance effects due to the longitude dependence of the gravitational field of a rotating primary // Planet. and Space Sci. 1967a. V. 15. P. 53—76.
- Allan R.R. Satellites resonance with the longitude dependent gravity. II. Effects involving the eccentricity // Planet. and Space Sci. 1967b. V. 15. P. 1829—1845.
- Breiter S. On the coupling of lunisolar resonances for Earth satellite orbits // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2001a. V. 80. P. 1—20.
- Breiter S. Lunisolar resonances revisited // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2001b. V. 81. P. 81—91.
- Chao C., Gick R. Long-term evolution of navigation satellite orbits // Adv. Space Res. 2004. V. 34. P. 1221—1226.
- Cincotta P.M., Simó C. Simple tools to study global dynamics in non-axisymmetric galactic potentials — I // Astron. and Astrophys. Suppl. 2000. V. 147. P. 205—228.
- Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. V. 182. P. 151—178.
- Daquin J., Rosengren A.J., Alessi E.M., Deleflie F., Valsecchi G.B., Rossi A. The dynamical structure of the MEO region: long-term stability, chaos, and transport // CelestMechDynAstr. 2016. V. 124(4). P. 335—366.
- Hughes S. Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations, I. Resonances dependent only on inclination // Proc. Roy. Soc. Lond. 1980. A 372. P. 243—264.
- Hughes S. Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations, II. Some resonances dependent on the semi-major axis, eccentricity and inclination // Proc. Roy. Soc. Lond. 1981. A 375. P. 379—396.
- Rossi A. Resonant dynamics of Medium Earth Orbits: space debris // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2008. V. 100. P. 267—286.
- Valk S., Delsate N., Lemaitre A., Carletti T. Global dynamics of high area-to-mass ratios GEO space debris by means of the MEGNO indicator // Adv. Space Res. 2009. V. 43. P. 1509—1526.