

УДК 521.1, 521.19, 523.4

ДИНАМИКА ВРАЩЕНИЯ ВНУТРЕННИХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

© 2021 г. В. В. Пашкевич^{a,*}, А. Н. Вершков^a, А. В. Мельников^a

^aГлавная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: apeks@gaoran.ru

Поступила в редакцию 03.03.2020 г.

После доработки 04.09.2020 г.

Принята к публикации 08.09.2020 г.

В данной работе рассмотрены устойчивость синхронного вращения и наиболее существенные релятивистские эффекты во вращательной динамике внутренних спутников Юпитера — Метиды (J16), Адрастеи (J15), Амальтеи (J5) и Фивы (J14). Установлено, что плоское синхронное вращение всех внутренних спутников Юпитера для наиболее вероятных значений параметров их фигур является устойчивым относительно наклона оси вращения. Впервые определены наиболее существенные вековые, периодические и смешанные члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера в углах Эйлера относительно их собственных систем координат и в углах их вращения относительно неподвижного экватора Земли и точки весеннего равноденствия (на эпоху J2000.0). Показано, что в Солнечной системе есть объекты с существенным геодезическим вращением, обусловленным в первую очередь их близостью к возмущающему центральному телу, а не его массой. В частности, величина геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера (для которых Юпитер является менее массивным возмущающим центральным телом, чем Солнце) в 10^5 раз больше, чем у Юпитера вращающегося вокруг своего более массивного центрального тела (Солнца), и сопоставима с их прецессией в ньютоновом приближении.

Ключевые слова: спутники Юпитера, Амальтея, Фива, Адрастея, Метида, вращательная динамика, релятивистское вращение, геодезическая прецессия, геодезическая нутация

DOI: 10.31857/S0320930X20330038

ВВЕДЕНИЕ

К внутренним спутникам Юпитера (группа Амальтеи) относят Амальтею (Amalthea) (J5), Фиву (Thebe) (J14), Адрастею (Adrastea) (J15) и Метиду (Metis) (J16). Первый из этой группы спутников — Амальтея был открыт в 1892 г. Эдвардом Барнардом (Barnard, 1892) посредством визуальных наблюдений. В 1979 г. межпланетным космическим аппаратом (КА) Voyager-1 были получены первые детальные изображения Амальтеи, позволившие установить (Smith и др., 1979a), что она обладает весьма вытянутой (иррегулярной) формой и находится в режиме синхронного вращения. Три других малых внутренних спутника Юпитера были открыты в том же году из анализа изображений, полученных КА Voyager-2 (Smith и др., 1979b). Позднее Thomas и др. (1998) на основе изображений Метиды, Амальтеи и Фивы, полученных в 1997 г. КА Galileo, определили форму, цвет и отражающие свойства поверхностей указанных спутников и установили, что все спутники находятся в синхронном режиме вращения. В случае Адрастеи были получены только оценки ее размеров (средний радиус фигуры $R \approx 8.2$ км). Наблюдения Метиды и Адрастеи, выполненные

КА Cassini в 2000–2001 гг., позволили уточнить параметры их орбит (Рогсо и др., 2003).

Теоретические исследования показывают (см., например, Goldreich, Peale, 1966; Peale, 1977; 1999), что наиболее вероятным финальным режимом долговременной приливной эволюции вращательного движения спутника является его синхронное с движением по орбите вращение. В этом финальном режиме ось вращения спутника совпадает с наименьшей осью фигуры спутника (осью наибольшего момента инерции) и ортогональна плоскости орбиты, имеет место так называемое плоское вращение спутника. В случае плоского вращения спутника в точном синхронном спин-орбитальном резонансе наибольшая ось фигуры спутника в перигентре его орбиты параллельна радиус-вектору “центр масс спутника — планета”, а при движении по орбите ориентирована по направлению на планету, испытывая либрации (в частности, из-за эксцентricности орбиты, см., например, Белецкий, 1965).

В синхронном вращении находится подавляющее большинство спутников планет Солнечной системы, для которых режим вращения установлен из анализа наблюдений. Синхронный режим

вращения Амальтеи был установлен Smith и др. (1979a) из анализа данных с КА Voyager-1, так же было отмечено, что наибольшая ось фигуры Амальтеи при ее движении по орбите ориентирована по направлению на Юпитер. Посредством анализа изображений, полученных с КА Galileo, Thomas и др. (1998) установили, что Метида, Амальтея и Фива находятся в режиме плоского синхронного вращения. Наибольшая ось фигуры каждого из перечисленных спутников (фигуры спутников аппроксимировались трехосными эллипсоидами с однородной плотностью) направлена на Юпитер, и ее ориентация испытывает либрации с амплитудой, не превышающей пяти градусов дуги. Низкое разрешение изображений, полученных КА Galileo, не позволило сделать вывод о режиме вращения Адрастеи. Однако Thomas и др. (1998) полагают, что Адрастея захвачена в синхронный спин-орбитальный резонанс. На это указывает теоретическая оценка величины времени приливного замедления первоначально быстрого вращения спутника до синхронного (см. подробнее Peale, 1977; 1999). Согласно Peale (1999), времена приливного замедления для внутренних спутников Юпитера составляют несколько тыс. лет, т.е. все спутники завершили свою приливную вращательную эволюцию и должны быть захвачены в синхронный резонанс, если вращение в нем является устойчивым. Исследование устойчивости плоского синхронного вращения внутренних спутников Юпитера является важным по причине того, что во вращательной динамике этих спутников присутствуют различные возмущающие факторы. Например, наличие на поверхностях Амальтеи и Фивы кратеров значительных размеров (Thomas и др., 1998) указывает на имевшие место столкновения спутников с массивными объектами. Столкновение помимо воздействия на форму спутника может привести к изменениям его ориентации в пространстве и скорости вращения; находящийся в неустойчивом плоском синхронном вращении спутник может быть захвачен в другой спин-орбитальный резонанс, либо перейти в режим хаотического вращения (Wisdom, 1987).

Поскольку Юпитер является вторым наибольшим по массе объектом в Солнечной системе, следует ожидать, что он будет вызывать релятивистские возмущения в динамике близких к нему тел. Наиболее существенными релятивистскими эффектами во вращении небесных тел являются эффекты геодезической прецессии и нутации, вместе составляющие геодезическое вращение. Эффект геодезической прецессии, впервые рассмотренный в 1916 г. Виллемом де Ситтером (De Sitter W., 1916), представляет собой систематическое изменение направления оси вращения небесного тела в результате параллельного переноса вектора углового момента тела вдоль его орбиты в

искривленном пространстве-времени. Эффект геодезической нутации, введенный в 1991 г. Тошио Фукушимой (Fukushima, 1991), заключается в периодическом изменении направления оси вращения небесного тела, которое возникает по той же причине, что и геодезическая прецессия.

Систематическое или вековое изменение может быть представлено в виде полинома по степеням времени:

$$\Delta x_I = \sum_{n=0}^N \Delta x_n t^n,$$

где t — время; Δx_n — коэффициенты вековых членов; N — степень аппроксимирующего полинома.

В небесной механике традиционно нутационное движение оси вращения тела называют периодическим, хотя оно может описываться как периодическими рядами Фурье, так и дополнительно к ним смешанными по времени рядами Пуассона (см., например, Вулард, 1963; Абалакин, 1979; Brumberg, Bretagnon, 2000). Данная статья не является исключением. В ней эффект геодезической нутации будет представлен в виде суммы периодических членов Фурье и смешанных по времени Пуассоновских членов (которые далее в статье будут называться “периодическими” и “смешанными” членами):

$$\Delta x_{II} = \sum_j \sum_{k=0}^M (\Delta x_{Cjk} \cos(v_{j0} + v_{jl}t) + \Delta x_{Sjk} \sin(v_{j0} + v_{jl}t)) t^k,$$

где t — время; индекс суммирования j определяет количество суммируемых членов; Δx_{Sjk} , Δx_{Cjk} — коэффициенты периодических членов и смешанных по времени Пуассоновских членов; v_{j0} , v_{jl} — фазы и частоты исследуемого тела; M — параметр аппроксимации.

Отметим, что в данной статье под термином “величина геодезической прецессии” понимается, где это не отмечено особо, значение ее скорости.

Теоретические оценки величины геодезической прецессии двух спутников Юпитера — Ио (Io) (J1) и Метиды (Metis) (J16) были получены в работе Biscani и Carloni (2015). Рассматривалась упрощенная модель вращения спутников, а именно предполагалось, что спутники являются однородными сферами, а плоскости отсчета были выбраны перпендикулярно оси вращения планеты. В работе Melnikov и др. (2019) рассматривалась динамика вращения ряда малых спутников планет Солнечной системы, с установленными параметрами вращения. В частности, было установлено, что величина геодезической прецессии одного из ближайших спутников Юпитера — Амальтеи в 50 раз превосходит величину геодезической прецессии Меркурия. Согласно (Пашке-

вич, 2016) у Меркурия самая большая величина геодезической прецессии среди планет Солнечной системы, как ближайшей к Солнцу (самому массивному телу Солнечной системы) планеты. Таким образом, необходимо более подробное исследование релятивистских эффектов во вращении ближайших спутников Юпитера группы Амальтеи.

Целями данного исследования являлись изучение характера устойчивости синхронного вращения и определение наиболее существенных вековых и периодических членов геодезического вращения внутренних спутников Юпитера: Метиды, Адрастеи, Амальтеи и Фивы (спутники перечислены в порядке возрастания расстояния от Юпитера). Для исследования устойчивости вращения спутников использовались методы, разработанные Мельниковым и Шевченко (2000; 2007). Вычисления вековых и периодических членов геодезического вращения спутников производились с помощью метода для изучения геодезического вращения любых тел Солнечной системы (Пашкевич, 2016), имеющих долгосрочные эфемериды.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО СИНХРОННОГО ВРАЩЕНИЯ

Динамика плоского (в плоскости орбиты) вращательного движения спутника в гравитационном поле планеты может быть описана в рамках модели возмущенного математического маятника. Далее предполагаем, что ось вращения спутника совпадает с наименьшей осью фигуры спутника и ортогональна плоскости орбиты. Определим угол φ , как угол между линией апсид и наибольшей осью фигуры спутника, тогда угол $\varphi - f$, где f — истинная аномалия, будет представлять собой угол между наибольшей осью фигуры спутника и направлением на планету. Уравнение плоского поступательно-вращательного движения спутника имеет вид (Goldreich, Peale, 1966; Wisdom, 1987):

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\omega_0^2}{2r^3} \sin 2(\varphi - f) = 0, \quad (1)$$

где параметр $\omega_0 = \sqrt{3(a^2 - b^2)/(a^2 + b^2)}$, характеризует асимметрию фигуры спутника, $a > b > c$ — главные оси инерции трехосного эллипсоида с однородной плотностью, аппроксимирующего фигуру спутника; $r = a_s(1 - e^2)/(1 + e \cos f)$ — расстояние “спутник—планета”, e — эксцентриситет орбиты спутника, a_s — большая полуось орбиты спутника. Согласно (1), динамика плоского вращательного движения спутника определяется величиной эксцентриситета орбиты e и значением параметра ω_0 . Далее полагаем $a_s = 1$ и $GM = 1$, где G — универсальная гравитационная постоянная; M — масса планеты. Таким образом, один орби-

тальный период спутника соответствует 2π единицам времени.

При определенных значениях e и ω_0 уравнение плоского вращательного движения спутника имеет два устойчивых нечетных 2π -периодических решения (Торжевский и др., 1964) — в фазовом пространстве плоского вращательного движения спутника существует две моды синхронного резонанса. Одно из решений соответствует синхронному α -резонансу, другое — синхронному β -резонансу. Указанная терминология принята в (Мельников, Шевченко, 2000; 2007).

Проведенное Мельниковым и Шевченко (2000; 2007) исследование вращательной динамики малых спутников планет Солнечной системы показало, что несколько мод синхронного резонанса одновременно существуют в фазовом пространстве плоского вращательного движения ряда спутников, в частности, в случае Амальтеи. В ходе приливной эволюции вращательного движения Амальтея может быть захвачена в одну из мод синхронного резонанса, если плоское вращение в ней является устойчивым по Ляпунову относительно наклона оси вращения спутника к плоскости орбиты. В случае если плоское синхронное вращение спутника является неустойчивым, при наличии возмущений (например, *столкновения/тесные сближения* с другими телами), приводящих к смещению оси вращения от нормали, спутник может перейти в режим хаотического “кувыркания” (Wisdom, 1987). Исследование устойчивости вращательной динамики Амальтеи показало (Мельников, Шевченко, 2000), что синхронный α -резонанс является неустойчивым, а синхронный β -резонанс — устойчивым, т.е. в настоящее время Амальтея захвачена в синхронный β -резонанс. Это подтверждает малая ($<5^\circ$) амплитуда наблюдаемых либраций (Thomas и др., 1998) ориентации наибольшей оси фигуры Амальтеи относительно направления на Юпитер при ее движении по орбите. В случае нахождения Амальтеи в синхронном α -резонансе амплитуда либраций могла бы достигать 30° .

В случаях Метиды и Фивы амплитуды наблюдаемых либраций (Thomas и др., 1998) также малы, а их периоды совпадают с периодами орбитального движения спутников. Выявить наличие либраций ориентации фигуры в случае Адрастеи не позволило низкое разрешение изображений, полученных КА Galileo. Отметим, что определение амплитуды либраций посредством анализа наблюдательных данных, получаемых с межпланетных космических аппаратов, позволяет уточнить динамические параметры спутников, в частности, значения моментов инерции (см., например, Tiscareno и др., 2009).

Далее рассмотрим устойчивость плоского синхронного вращения в случаях Метиды, Адрастеи

Таблица 1. Орбитальные и физические параметры внутренних спутников Юпитера. Данные взяты из Burns и др. (2003), Thomas и др. (1998) и Porco и др. (2003)

	Метида (J16)	Адрастея (J15)	Амальтея (J5)	Фива (J14)
a_s , км	128000	129000	181400	221900
e	0.0002	0.0015	0.0031	0.0177
$a \times b \times c$, км	$30 \times 20 \times 17$	$10 \times 8 \times 7$	$125 \times 73 \times 64$	$58 \times 49 \times 42$
ω_0	1.0742	0.8115	1.2141	0.7079

и Фивы. Для исследования устойчивости вращательного движения спутников используем методы и алгоритмы, разработанные Мельниковым и Шевченко (2000; 2007).

В табл. 1 приведены значения орбитальных и физических параметров внутренних спутников Юпитера, использовавшиеся при анализе устойчивости. Согласно (Мельников, Шевченко, 2007), для значений параметров, представленных в табл. 1, в случаях Адрастеи и Фивы существует только синхронный α -резонанс, в случае Метиды и Амальтеи существуют синхронный α -резонанс и синхронный β -резонанс.

Посредством численного интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих пространственное вращение спутника (см. подробнее Мельников, Шевченко, 2000; 2007), и вычисления характеристических показателей Ляпунова (ХПЛ) для множества всех возможных значений параметров фигур спутников (c/b , b/a) и фиксированной величины e , был проведен анализ устойчивости по Ляпунову плоского синхронного вращения для случаев Метиды, Адрастеи и Фивы.

ХПЛ представляют собой среднюю скорость экспоненциальной расходимости близких (по начальным условиям) траекторий фазового пространства динамической системы (подробнее о ХПЛ см., например, Лихтенберг, Либман, 1984). Гамильтонова система с N степенями свободы имеет $2N$ показателей Ляпунова: $L_i \geq L_{i+1}$, $i = 1, \dots, 2N-1$, образующие симметричные пары: $L_j = -L_{j+N}$, $j = 1, \dots, N$. Ненулевая величина максимального ХПЛ — L_1 указывает на хаотический (неустойчивый), а нулевая — на регулярный (устойчивый) характер движения.

ХПЛ вычислялись для траекторий фазового пространства соответствующих вращению спутника в точном синхронном резонансе. Сначала для избранного значения e , на сечении фазового пространства (φ , $d\varphi/dt$), определенном в перигентре орбиты спутника (см. примеры сечений для различных спутников в работах Wisdom (1987), Shevchenko (1999), Мельников и Шевченко (2000; 2007), Melnikov и Shevchenko (2008)), определялись координаты центра синхронного резонанса (отдельно для α -резонанса и β -резо-

нанса) в плоской задаче на множестве значений параметра $b/a \in (0, 1]$. При плоском вращении спутника с однородной плотностью эти координаты

определяются только $\omega_0 = \sqrt{3(1 - (b/a)^2)/(1 + b/a^2)}$ и e . Затем вычислялись ХПЛ для разных значений параметров $c/b \in (0, 1]$ и $b/a \in (0, 1]$ на сетке с высоким разрешением. Шаг сетки на плоскости (c/b , b/a), в узлах которой вычислялись ХПЛ, был положен равным 0.001 по обоим осям. Вычисление всего спектра ХПЛ (в нашем случае $N = 3$, т.е. имеется шесть ХПЛ) проводилось на промежутке времени интегрирования 10^6 орбитальных периодов посредством алгоритма, представленного в работе Kourpianov и Shevchenko (2003). На основе анализа вычисленных значений максимального ХПЛ (L_1) на плоскостях (c/b , b/a) определялись границы устойчивой (максимальный ХПЛ равен нулю) и неустойчивой динамики (максимальный ХПЛ больше нуля) вращательного движения спутника в точном синхронном резонансе.

Построенные таким образом для всех спутников диаграммы устойчивости представлены на рис. 1 и 2. Анализ диаграмм устойчивости Адрастеи и Фивы, показал, что для наиболее вероятных параметров их фигур вращение обоих спутников в единственном возможном для них синхронном α -резонансе является устойчивым. На диаграммах устойчивости (см. рис. 1) Адрастея и Фива расположены далеко от областей с неустойчивой динамикой. Согласно рис. 2, для наиболее вероятных параметров фигуры Метиды ее вращение в синхронном α -резонансе является неустойчивым (на диаграмме устойчивости Метида расположена в области с неустойчивой динамикой), а синхронном β -резонансе — устойчивым.

Таким образом, мы установили, что плоское синхронное вращение всех внутренних спутников Юпитера является устойчивым относительно наклона оси вращения к плоскости орбиты. Возмущения во вращательной динамике рассмотренных спутников, такие как *столкновение/тесное сближение* с другими телами и последующее несущественное изменение формы спутника (величины ω_0), либо величины и направления его вектора угловой скорости вращения, не приведут к выходу спутника из режима плоского синхронного вращения. Далее рассмотрим релятивист-

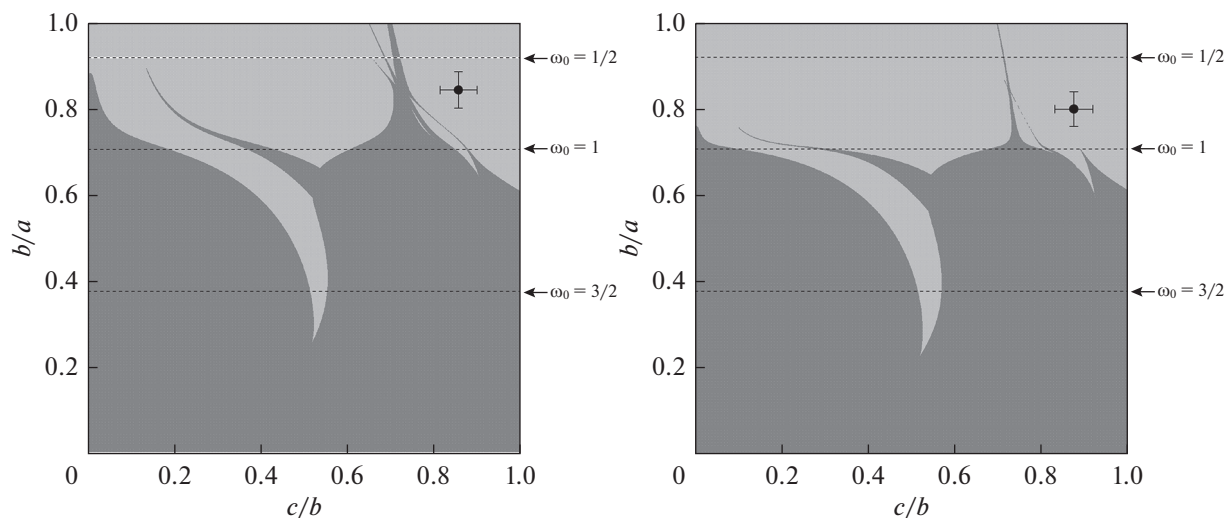


Рис. 1. Области устойчивости (светлый тон) и неустойчивости (темный тон) относительно наклона оси вращения спутника в центре синхронного α -резонанса: левая панель — $e = 0.0015$, $\omega_0 = 0.8115$ (“Адрастея”); правая панель — $e = 0.0177$, $\omega_0 = 0.71079$ (“Фива”). Положения спутников указаны точками с барами ошибок. Штриховые горизонтальные линии соответствуют приведенным справа значениям ω_0 .

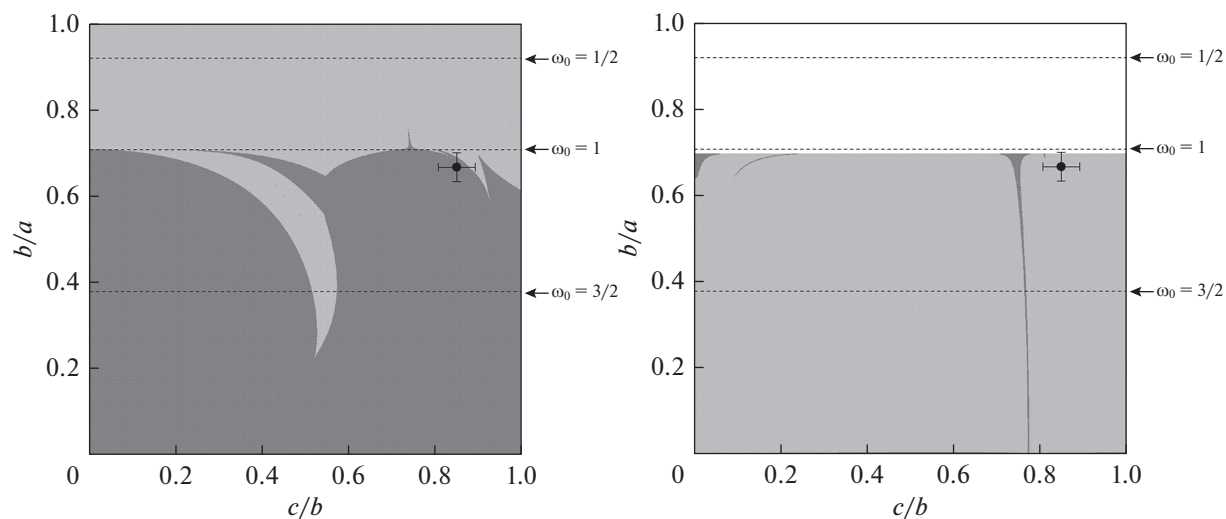


Рис. 2. Области устойчивости (светлый тон) и неустойчивости (темный тон) относительно наклона оси вращения спутника в центре синхронного α -резонанса (слева) и синхронного β -резонанса (справа), $e = 0.0002$, $\omega_0 = 1.1717$ (“Метиды”). В белой области синхронный β -резонанс не существует. Положение Метиды (J16) указано точкой с барами ошибок. Штриховые горизонтальные линии соответствуют приведенным справа значениям ω_0 .

ские эффекты во вращательной динамике внутренних спутников Юпитера.

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ ВО ВРАЩЕНИИ СПУТНИКОВ

Изучение эффектов геодезического вращения внутренних спутников Юпитера производилось относительно кинематически невращающейся собственной координатной системы исследуе-

мых тел (Koreikin и др., 2011; Archinal и др., 2018). Положения, скорости и орбитальные элементы спутников брались из Horizons On-Line Ephemeris System (Giorgini и др., 2001) на всех интервалах времени существования эфемерид. В табл. 2 дана информация о шаге и интервале времени проводимых исследований. Для Солнца, больших планет, Луны и Плутона положения и скорости вычислялись с помощью фундаментальной эфемериды JPL DE431/LE431 (Folkner и др., 2014).

Таблица 2. Интервал времени и шаг проводимых исследований

Спутник	Интервал времени производимых исследований	Шаг
Метида	400 лет (от AD1799 19 декабря до AD2200 13 января)	42 мин
Адрастея	400 лет (от AD1799 19 декабря до AD2200 13 января)	42 мин
Амальтея	1000 лет (от AD1600 07 февраля до AD2599 06 декабря)	60 мин
Фива	400 лет (от AD1799 19 декабря до AD2200 13 января)	90 мин

Вычисление скоростей геодезического вращения внутренних спутников Юпитера проводилось:

а) в углах вращения спутников (α_0, δ_0, W) относительно неподвижного экватора Земли эпохи J2000.0, определенного в международной системе координат (ICRF) (Ма и др., 1998), и точки весеннего равноденствия эпохи J2000.0;

б) в углах Эйлера (ψ, θ, ϕ) относительно систем координат этих спутников (Archinal и др., 2018), начало которых совпадает с их центрами масс.

Вид вектора угловой скорости геодезического вращения для любых тел Солнечной системы определяется следующей формулой (Eroshkin, Pashkevich, 2007; Pashkevich, Eroshkin, 2018):

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{Gm_j}{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|^3} (\bar{R}_i - \bar{R}_j) \times \left(\frac{3}{2} \dot{\bar{R}}_i - 2\dot{\bar{R}}_j \right). \quad (2)$$

Здесь c – скорость света в вакууме; G – гравитационная постоянная; индекс i соответствует исследуемым телам (внутренним спутникам Юпитера), a, j – возмущающим телам; $\bar{R}_i, \dot{\bar{R}}_i, \bar{R}_j, \dot{\bar{R}}_j$ – барицентрические векторы положений и скоростей i -го и j -го тела, соответственно; m_j – масса j -го тела; символ $\times$ означает векторное произведение. Далее в формулах индекс i опущен. Как видно из формулы (2), величина вектора геодезического вращения спутника $|\bar{\sigma}| \sim \frac{M}{r^{2.5}}$, где $m_{j=M} = M$ – масса

центрального тела (Юпитера), а $|\bar{R}_i - \bar{R}_{j=M}| = r$ – расстояние до него, т.е. существенным образом зависит от близости спутника к центральному телу. В частности, из формулы (2) следует, что геодезическое вращение тела зависит только от масс возмущающих тел и от расстояния до них, и не зависит от массы самого тела.

Скорости геодезического вращения внутренних спутников Юпитера определяются в углах Эйлера следующим образом (Пашкевич, Вершков, 2019):

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\psi} &= -\frac{\sigma_1 \sin \phi + \sigma_2 \cos \phi}{\sin \theta} \\ \Delta\dot{\theta} &= -\sigma_1 \cos \phi + \sigma_2 \sin \phi \\ \Delta\dot{\phi} &= \sigma_3 - \Delta\dot{\psi} \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Здесь ψ – угол долготы нисходящего узла экватора тела на эклиптике эпохи J2000.0; θ – угол наклона экватора тела к неподвижной эклиптике эпохи J2000.0; ϕ – угол собственного вращения тела между нисходящим узлом эпохи J2000.0 и главной осью минимального момента инерции тела, проходящей через точку **B**, на экваторе вращения тела (рис. 3); $\Delta\dot{\psi} = \dot{\psi}_r - \dot{\psi}$, $\Delta\dot{\theta} = \dot{\theta}_r - \dot{\theta}$ и $\Delta\dot{\phi} = \dot{\phi}_r - \dot{\phi}$ – разности релятивистских и ньютоновых углов Эйлера исследуемого тела, соответственно; точка означает дифференцирование по времени; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – редуцированные (Пашкевич, 2016) компоненты вектора угловой скорости (2) геодезического вращения внутренних спутников Юпитера от геоцентрической системы координат (координатная система эфемериды DE431/LE431) к планетоцентрической координатной системе (Archinal и др., 2018).

Представленная на рис. 4 конфигурация расположения углов вращения тел Солнечной системы (α_0, δ_0, W) аналогична конфигурации для углов Эйлера (см. рис. 3). Здесь α_0 – прямое восхождение северного полюса вращения тела; δ_0 – склонение северного полюса вращения тела; $W = QB$ – угловое расстояние нулевого меридиана тела, отсчитываемое по экватору тела от неподвижного экватора Земли эпохи J2000.0. Посредством замены углов Эйлера на соответствующие углы вращения спутников $(\psi \rightarrow 270^\circ + \alpha_0, \theta \rightarrow 90^\circ - \delta_0, \phi \rightarrow 180^\circ + W)$ из выражений (3) получаются выражения для скоростей геодезического вращения внутренних спутников Юпитера в углах их вращения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{\alpha}_0 &= \frac{\sigma_1 \sin W + \sigma_2 \cos W}{\cos \delta_0} \\ \Delta\dot{\delta}_0 &= -\sigma_1 \cos W + \sigma_2 \sin W \\ \Delta\dot{W} &= \sigma_3 - \Delta\dot{\alpha}_0 \sin \delta_0 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где $\Delta\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_{0r} - \dot{\alpha}_0$, $\Delta\dot{\delta}_0 = \dot{\delta}_{0r} - \dot{\delta}_0$, и $\Delta\dot{W} = \dot{W}_r - \dot{W}$ – разности релятивистских и ньютоновых скоростей вращения исследуемого тела, соответственно; точка означает дифференцирование по времени.

Наиболее существенные составляющие скорости геодезического вращения исследуемого тела находились методами наименьших квадратов и спектрального анализа (Пашкевич, 2016). В ре-

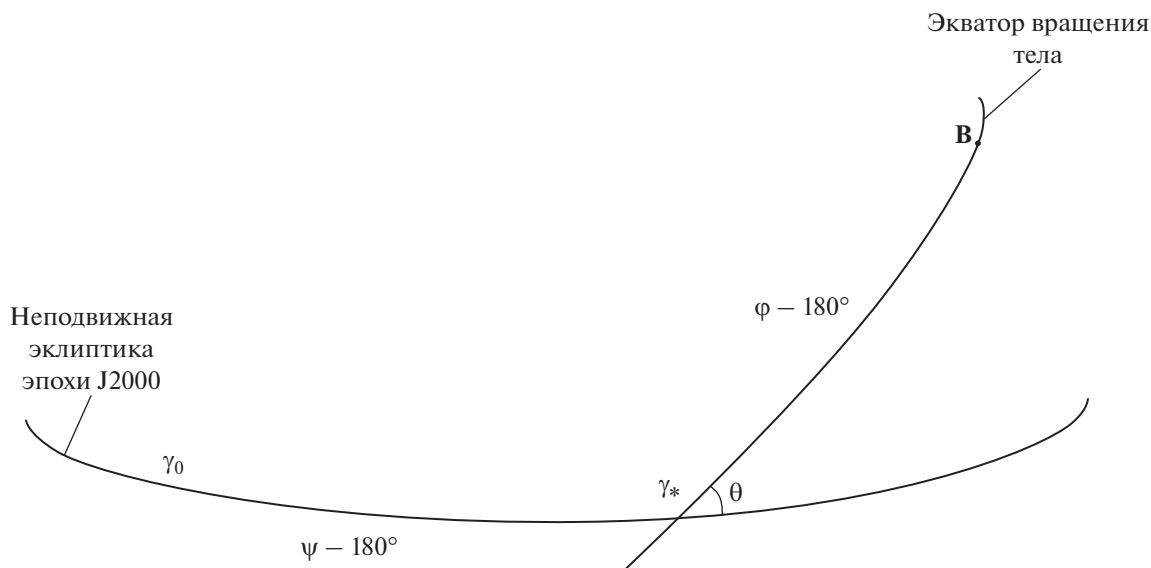


Рис. 3. Углы Эйлера (ψ , θ , ϕ), определяющие вращение тел Солнечной системы.

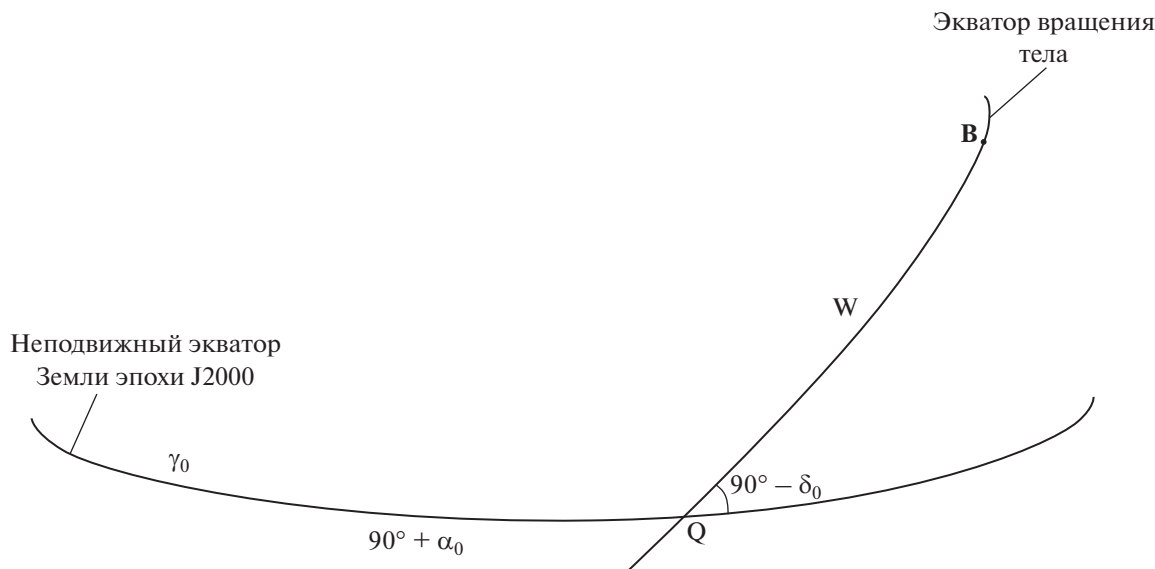


Рис. 4. Углы вращения тел Солнечной системы (α_0 , δ_0 , W).

зультате вычисляются значения коэффициентов основных вековых, периодических и смешанных членов скорости геодезического вращения тела. Выражения, описывающие скорость геодезического вращения тела, представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} = \Delta \dot{x}_I + \Delta \dot{x}_{II} = & \sum_{n=1}^N \Delta \dot{x}_n t^{n-1} + \\ & + \sum_j \sum_{k=0}^M (\Delta \dot{x}_{Cjk} \cos(v_{j0} + v_{j1}t) + \\ & + \Delta \dot{x}_{Sjk} \sin(v_{j0} + v_{j1}t)) t^k, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Delta \dot{x}_n$ — коэффициенты вековых членов; $\Delta \dot{x}_{Sjk}$, $\Delta \dot{x}_{Cjk}$ — коэффициенты периодических членов и смешанных членов; $\dot{x} = \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\alpha}_0, \dot{\delta}_0, \dot{W}$; v_{j0}, v_{j1} — фазы и частоты исследуемого тела, являющиеся комбинациями соответствующих аргументов Делоне и средних долгот возмущающих тел; индекс суммирования j определяет количество суммируемых периодических членов и его значение изменяется для каждого исследуемого тела; t — время в юлианских днях; N и M — параметры аппроксимации.

На рис. 5 представлена вычисленная скорость геодезического вращения внутренних спутников

Таблица 3. Вековые члены геодезического вращения Юпитера (Pashkevich, Vershkov, 2019) и его внутренних спутников, вычисленные для углов Эйлера

	Метида (J16)	Адрастея (J15)	Амальтея (J5)	Фива (J14)	Юпитер (J)
	$\Delta\psi_1 (")$	$\Delta\psi_1 (")$	$\Delta\psi_1 (")$	$\Delta\psi_1 (")$	$\Delta\psi_1 (")$
t	– 52957.2516	–51932.8456	–22118.2274	–13372.5500	–0.2130
t^2	– 20.0929	– 19.7509	–0.7460	–2.8287	0.0035
	$\Delta\theta_1 (")$	$\Delta\theta_1 (")$	$\Delta\theta_1 (")$	$\Delta\theta_1 (")$	$\Delta\theta_1 (")$
t	– 0.4232	– 0.4151	–0.0923	–2.4703	–0.0060
t^2	– 3.9838	– 3.9067	4.7351	37.7619	0.0001
	$\Delta\phi_1 (")$	$\Delta\phi_1 (")$	$\Delta\phi_1 (")$	$\Delta\phi_1 (")$	$\Delta\phi_1 (")$
t	26460.9380	25949.0709	11055.1784	6693.8317	–0.0987
t^2	19.8858	19.5347	0.5755	2.8902	–0.0036

Юпитера в углах Эйлера. Белая линия на графиках показывает вековой ход.

После аналитического интегрирования выражения (5) вычисляются вековые члены, периодические и смешанные члены геодезического вращения тела:

$$\Delta x = \Delta x_I + \Delta x_{II} = \sum_{n=1}^N \Delta x_n t^n + \sum_j \sum_{k=0}^M (\Delta x_{Cjk} \cos(v_{j0} + v_{jl}t) + \Delta x_{Sjk} \sin(v_{j0} + v_{jl}t)) t^k, \quad (6)$$

где $\Delta x_n = \frac{\Delta \dot{x}_n}{n}$, $x = \psi, \theta, \phi, \alpha_0, \delta_0, W$, а коэффициенты при синусах и косинусах вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta x_{SjM} &= \frac{\Delta \dot{x}_{CjM}}{v_{jl}}, \quad \Delta x_{CjM} = \frac{-\Delta \dot{x}_{SjM}}{v_{jl}}, \\ \Delta x_{SjM-1} &= \frac{\Delta \dot{x}_{CjM-1} - m \Delta x_{CjM}}{v_{jl}}, \\ \Delta x_{CjM-1} &= \frac{m \Delta x_{SjM} - \Delta \dot{x}_{SjM-1}}{v_{jl}}, \\ &\dots \\ \Delta x_{Sj1} &= \frac{\Delta \dot{x}_{Cj1} - 2 \Delta x_{Cj2}}{v_{jl}}, \quad \Delta x_{Cj1} = \frac{2 \Delta x_{Sj2} - \Delta \dot{x}_{Sj1}}{v_{jl}}, \\ \Delta x_{Sj0} &= \frac{\Delta \dot{x}_{Cj0} - \Delta x_{Cj1}}{v_{jl}}, \quad \Delta x_{Cj0} = \frac{\Delta x_{Sj1} - \Delta \dot{x}_{Sj0}}{v_{jl}}. \end{aligned} \quad (7)$$

В результате исследований методом наименьших квадратов были определены значения величин $N = 2$ и $M = 1$, обеспечивающие наилучшую аппроксимацию параметров геодезического вращения.

В табл. 3–5 представлены вычисленные значения вековых (табл. 3 и 5), периодических и смешанных (табл. 4, 5) членов геодезического вращения внутренних спутников Юпитера. В табл. 3 и 4: t – Динамическое Барицентрическое Время (Dynamical Barycentric Time) (TDB) измеряется в юлианских тысячелетиях (tjy) (365250 суток) от эпохи J2000.

Как видно из табл. 3, вычисленная величина линейного члена геодезической прецессии Метиды $\Delta\psi_1 = -1^\circ.4710348$ в столетие, что хорошо согласуется с теоретическим значением этой величины $-1^\circ.473$ в столетие, полученной в работе (Biscani, Carloni, 2015) для упрощенной модели вращения спутника без квадратичного члена. Следует отметить, что присутствие квадратичного члена в табл. 3 указывает на изменение величины скорости геодезического вращения.

Следует отметить, что у Юпитера, вращающегося вокруг своего более массивного центрального тела (Солнца), величина геодезического вращения (Pashkevich, Vershkov, 2019) в 10^5 раз меньше, чем у его ближайших спутников (см. табл. 3), для которых Юпитер является менее массивным центральным телом. Из данного обстоятельства следует, что в Солнечной системе есть объекты, у которых большая величина геодезического вращения обусловлена их близостью к возмущающему центральному телу, а не его массой.

В табл. 4 Ω_{L55} , Ω_{L514} – долготы восходящих узлов (орбиты спутников Юпитера) на плоскости Лапласа для Амальтеи и Фивы, соответственно; λ_5 – средняя долгота Юпитера; λ_{55} , λ_{514} , λ_{515} , λ_{516} – средние юпитероцентрические долготы Амальтеи, Фивы, Адрастеи и Метиды, соответственно. Средняя долгота Юпитера взята из работы (Brumberg, Bretagnon, 2000). Средние долготы и долготы восходящих узлов спутников Юпитера взяты из работы (Archinal и др., 2018).

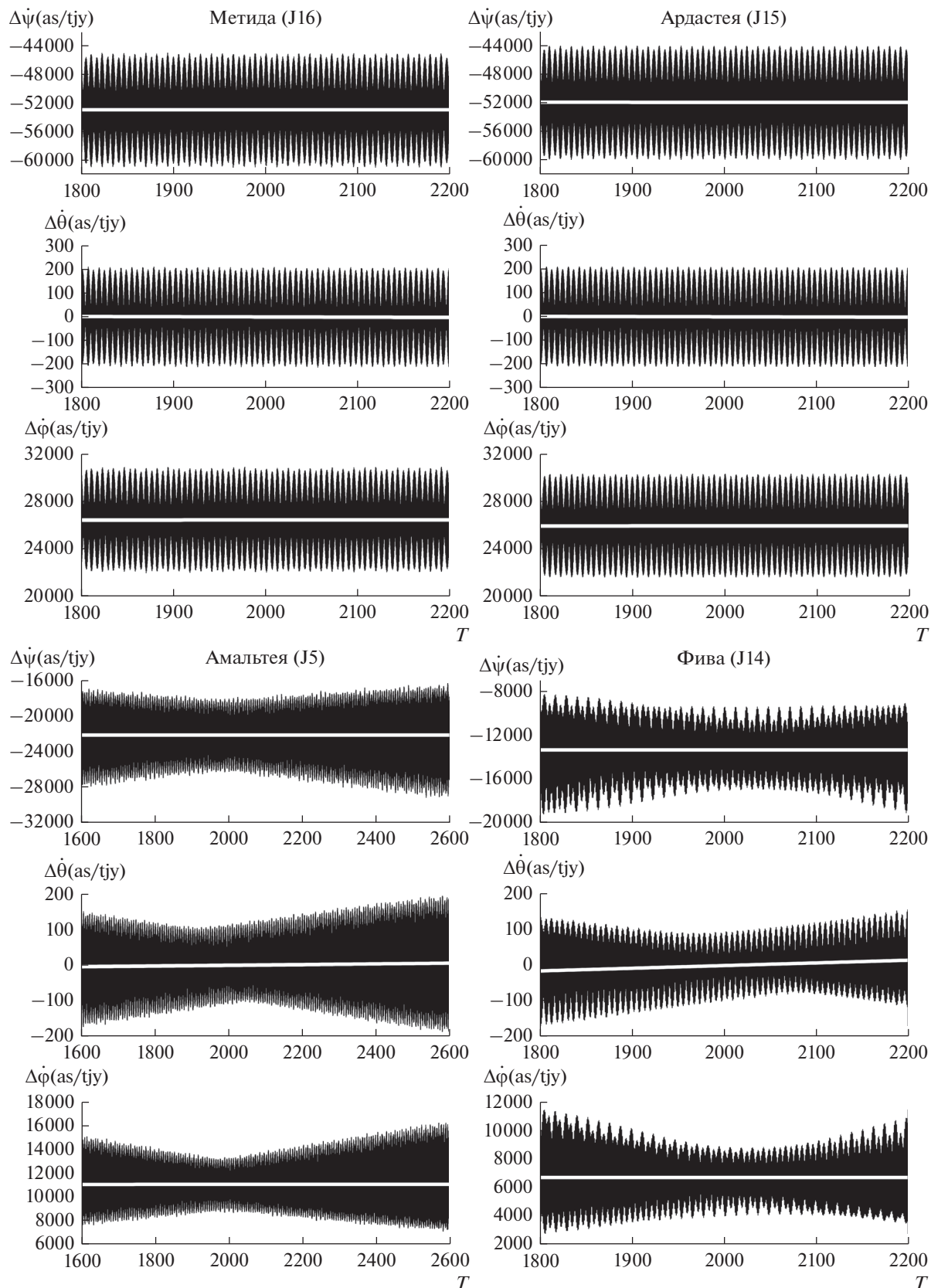


Рис. 5. Скорость геодезического вращения внутренних спутников Юпитера в углах Эйлера (T время в юлианских годах). Белая линия показывает вековой ход.

Таблица 4. Периодические и смешанные члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера

Название тела	Угол	Период	Аргумент	Коэффициент при $\sin(\text{Аргумент})$ (" $\times 10^{-6}$)	Коэффициент при $\cos(\text{Аргумент})$ (" $\times 10^{-6}$)
Метида (J16)	$\Delta\psi_{II}$	7.0752 ч	$\lambda_{516} - \lambda_5$	$-491.02 + 66.84t$	$406.71 + 77.88t$
		7.0742 ч	$\lambda_{516} + \lambda_5$	$36.97 + 70.96t$	$326.50 - 3.60t$
	$\Delta\theta_{II}$	7.0752 ч	$\lambda_{516} - \lambda_5$	$-12.11 - 0.68t$	$-4.19 + 1.84t$
		7.0742 ч	$\lambda_{516} + \lambda_5$	$12.68 - 0.25t$	$-1.43 - 2.68t$
	$\Delta\phi_{II}$	7.0752 ч	$\lambda_{516} - \lambda_5$	$191.16 - 11.21t$	$-46.80 - 30.55t$
		7.0742 ч	$\lambda_{516} + \lambda_5$	$-36.99 - 70.18t$	$-326.96 + 3.90t$
Адрастея (J15)	$\Delta\psi_{II}$	7.1587 ч	$\lambda_{515} - \lambda_5$	$-619.25 + 144.03t$	$-96.70 - 880.88t$
		7.1578 ч	$\lambda_{515} + \lambda_5$	$-216.77 - 332.46t$	$240.02 - 294.02t$
	$\Delta\theta_{II}$	7.1587 ч	$\lambda_{515} - \lambda_5$	$-4.80 + 16.84t$	$-11.64 - 7.06t$
		7.1578 ч	$\lambda_{515} + \lambda_5$	$9.32 - 11.54t$	$8.41 + 12.88t$
	$\Delta\phi_{II}$	7.1587 ч	$\lambda_{515} - \lambda_5$	$159.02 - 163.79t$	$110.20 + 221.18t$
		7.1578 ч	$\lambda_{515} + \lambda_5$	$217.02 + 333.29t$	$-240.32 + 295.24t$
Амальтея (J5)	$\Delta\psi_{II}$	143.7475 сут	Ω_{L55}	$14788.07 - 20766.41t$	$-8065.69 - 240278.07t$
		71.8737 сут	$2\Omega_{L55}$	$-705.83 + 8528.53t$	$1110.30 + 17772.11t$
		11.9577 ч	$\lambda_{55} - \lambda_5$	$428.18 - 518.50t$	$221.47 + 672.87t$
		11.9549 ч	$\lambda_{55} + \lambda_5$	$215.16 + 138.37t$	$-118.79 + 403.48t$
	$\Delta\theta_{II}$	143.7475 сут	Ω_{L55}	$290.56 + 9211.87t$	$585.78 - 792.88t$
		71.8737 сут	$2\Omega_{L55}$	$-16.61 - 340.18t$	$-27.57 + 162.20t$
		11.9577 ч	$\lambda_{55} - \lambda_5$	$0.57 - 17.16t$	$9.58 - 2.20t$
		11.9549 ч	$\lambda_{55} + \lambda_5$	$-4.61 + 15.81t$	$-8.33 - 5.39t$
	$\Delta\phi_{II}$	143.7475 сут	Ω_{L55}	$-14505.42 + 20809.18t$	$7964.79 + 240812.87t$
		71.8737 сут	$2\Omega_{L55}$	$705.95 - 8528.58t$	$-1110.22 - 17772.10t$
		11.9577 ч	$\lambda_{55} - \lambda_5$	$-90.20 + 232.96t$	$-118.14 - 114.91t$
		11.9549 ч	$\lambda_{55} + \lambda_5$	$-215.48 - 138.61t$	$118.75 - 404.03t$
Фива (J14)	$\Delta\psi_{II}$	291.3118 сут	Ω_{L514}	$-20924.96 - 523207.02t$	$41738.74 - 1108462.06t$
		145.6559 сут	$2\Omega_{L514}$	$871.19 + 180592.02t$	$-9582.70 + 175870.07t$
		16.1914 ч	$\lambda_{514} - \lambda_5$	$-463.338 + 113.40t$	$137.40 + 384.96t$
		16.1863 ч	$\lambda_{514} + \lambda_5$	$-76.85 + 288.85t$	$205.30 + 55.46t$
	$\Delta\theta_{II}$	291.3118 сут	Ω_{L514}	$-1560.60 + 39956.22t$	$-871.89 - 19067.79t$
		145.6559 сут	$2\Omega_{L514}$	$170.03 - 3080.78t$	$11.00 + 3191.90t$
		16.1914 ч	$\lambda_{514} - \lambda_5$	$-7.24 - 3.94t$	$-6.81 + 4.93t$
		16.1863 ч	$\lambda_{514} + \lambda_5$	$8.24 + 2.12t$	$2.76 - 9.20t$
	$\Delta\phi_{II}$	291.3118 сут	Ω_{L514}	$21951.15 + 524366.28t$	$-42198.58 + 1110937.40t$
		145.6559 сут	$2\Omega_{L514}$	$-871.47 - 180591.77t$	$9582.78 - 175869.98t$
		16.1914 ч	$\lambda_{514} - \lambda_5$	$147.35 + 19.52t$	$24.12 - 124.60t$
		16.1863 ч	$\lambda_{514} + \lambda_5$	$77.02 - 288.66t$	$-205.62 - 55.10t$

Таблица 5. Углы вращения внутренних спутников Юпитера (α_0 , δ_0 , W) и их вековые, периодические и смешанные члены геодезического вращения

Метида (J16):	$\alpha_0 = 268.05 - 0.009T$ $\Delta\alpha_0 = 0.1241T - 0.00007T^2$ $- 8.590 \times 10^{-10} \cos(J15) + 1.424 \times 10^{-9} \sin(J15)$ $- 2.068 \times 10^{-11} T \cos(J15) - 1.413 \times 10^{-11} T \sin(J15)$ $- 7.330 \times 10^{-10} \cos(J16) - 3.720 \times 10^{-10} \sin(J16)$ $+ 8.023 \times 10^{-12} T \cos(J16) - 1.750 \times 10^{-11} T \sin(J16)$
	$\delta_0 = 64.49 + 0.003T$ $\Delta\delta_0 = -0.0199T - 0.00004T^2$ $+ 2.620 \times 10^{-10} \cos(J15) + 1.306 \times 10^{-10} \sin(J15)$ $- 1.233 \times 10^{-12} T \cos(J15) + 3.193 \times 10^{-12} T \sin(J15)$ $+ 1.600 \times 10^{-10} \cos(J16) - 3.161 \times 10^{-10} \sin(J16)$ $+ 7.374 \times 10^{-12} T \cos(J16) + 3.613 \times 10^{-12} T \sin(J16)$
	$W = 33.29 + 1206.9986602d$ $\Delta W = -0.0000232d + 4 \times 10^{-14}d^2$ $+ 1.076 \times 10^{-8} \cos(J15) - 9.604 \times 10^{-9} \sin(J15)$ $+ 1.500 \times 10^{-10} T \cos(J15) + 1.671 \times 10^{-10} T \sin(J15)$ $+ 6.420 \times 10^{-10} \cos(J16) + 3.344 \times 10^{-10} \sin(J16)$ $- 6.380 \times 10^{-12} T \cos(J16) + 1.782 \times 10^{-11} T \sin(J16)$
Адрастея (J15):	$\alpha_0 = 268.05 - 0.009T$ $\Delta\alpha_0 = 0.1217T - 0.00006T^2$ $+ 4.885 \times 10^{-10} \cos(J13) + 1.559 \times 10^{-9} \sin(J13)$ $+ 2.235 \times 10^{-10} T \cos(J13) - 7.292 \times 10^{-11} T \sin(J13)$ $- 7.523 \times 10^{-10} \cos(J14) + 2.984 \times 10^{-10} \sin(J14)$ $+ 3.962 \times 10^{-11} T \cos(J14) + 1.021 \times 10^{-10} T \sin(J14)$
	$\delta_0 = 64.49 + 0.003T$ $\Delta\delta_0 = -0.0195T - 0.00004T^2$ $+ 2.665 \times 10^{-10} \cos(J13) - 1.079 \times 10^{-10} \sin(J13)$ $- 1.513 \times 10^{-11} T \cos(J13) - 3.958 \times 10^{-11} T \sin(J13)$ $- 1.288 \times 10^{-10} \cos(J14) - 3.242 \times 10^{-10} \sin(J14)$ $- 4.402 \times 10^{-11} T \cos(J14) + 1.734 \times 10^{-11} T \sin(J14)$
	$W = 33.29 + 1206.9986602d$ $\Delta W = -0.0000227d + 4 \times 10^{-14}d^2$ $- 6.374 \times 10^{-11} \cos(J13) - 1.418 \times 10^{-8} \sin(J13)$ $- 2.032 \times 10^{-9} T \cos(J13) + 1.056 \times 10^{-11} T \sin(J13)$ $+ 6.654 \times 10^{-10} \cos(J14) - 2.579 \times 10^{-10} \sin(J14)$ $- 3.175 \times 10^{-11} T \cos(J14) - 8.922 \times 10^{-11} T \sin(J14)$

Таблица 5. Продолжение

Амальтея (J5):	$\alpha_0 = 268.05 - 0.009T - 0.84 \sin(J1) + 0.01 \sin(2J1)$ $\Delta\alpha_0 = 0.0518T - 0.00003T^2$ $- 1.091 \times 10^{-8} \cos(J1) + 4.759 \times 10^{-7} \sin(J1)$ $+ 5.759 \times 10^{-8} T \cos(J1) - 1.618 \times 10^{-8} T \sin(J1)$ $+ 1.424 \times 10^{-10} \cos(2J1) - 2.774 \times 10^{-9} \sin(2J1)$ $- 3.866 \times 10^{-10} T \cos(2J1) + 1.040 \times 10^{-10} T \sin(2J1)$ $- 7.333 \times 10^{-10} \cos(J9) - 1.016 \times 10^{-9} \sin(J9)$ $- 1.531 \times 10^{-10} T \cos(J9) + 1.611 \times 10^{-10} T \sin(J9)$ $+ 4.740 \times 10^{-10} \cos(J10) - 4.033 \times 10^{-10} \sin(J10)$ $- 8.403 \times 10^{-11} T \cos(J10) - 6.913 \times 10^{-11} T \sin(J10)$
	$\delta_0 = 64.49 + 0.003T - 0.36 \cos(J1)$ $\Delta\delta_0 = -0.0083T - 0.00002T^2$ $+ 2.057 \times 10^{-7} \cos(J1) - 1.972 \times 10^{-9} \sin(J1)$ $- 6.964 \times 10^{-9} T \cos(J1) - 2.489 \times 10^{-8} T \sin(J1)$ $- 9.629 \times 10^{-10} \cos(2J1) - 1.405 \times 10^{-11} \sin(2J1)$ $+ 2.196 \times 10^{-11} T \cos(2J1) + 8.530 \times 10^{-11} T \sin(2J1)$ $- 1.656 \times 10^{-10} \cos(J9) + 1.449 \times 10^{-10} \sin(J9)$ $+ 3.135 \times 10^{-11} T \cos(J9) + 2.542 \times 10^{-11} T \sin(J9)$ $+ 1.739 \times 10^{-10} \cos(J10) + 2.039 \times 10^{-10} \sin(J10)$ $+ 2.980 \times 10^{-11} T \cos(J10) - 3.628 \times 10^{-11} T \sin(J10)$
	$W = 231.67 + 722.6314560d + 0.76 \sin(J1) - 0.01 \sin(2J1)$ $\Delta W = -0.0000097d + 2 \times 10^{-14} d^2$ $+ 3.907 \times 10^{-9} \cos(J1) - 4.044 \times 10^{-7} \sin(J1)$ $- 5.001 \times 10^{-8} T \cos(J1) + 1.474 \times 10^{-8} T \sin(J1)$ $- 1.267 \times 10^{-10} \cos(2J1) + 2.853 \times 10^{-9} \sin(2J1)$ $+ 3.878 \times 10^{-10} T \cos(2J1) - 1.050 \times 10^{-10} T \sin(2J1)$ $+ 3.527 \times 10^{-9} \cos(J9) + 1.030 \times 10^{-8} \sin(J9)$ $+ 1.687 \times 10^{-9} T \cos(J9) - 9.374 \times 10^{-10} T \sin(J9)$ $- 4.263 \times 10^{-10} \cos(J10) + 3.506 \times 10^{-10} \sin(J10)$ $+ 7.343 \times 10^{-11} T \cos(J10) + 6.139 \times 10^{-11} T \sin(J10)$
Фива (J14):	$\alpha_0 = 268.05 - 0.009T - 2.11 \sin(J2) + 0.04 \sin(2J2)$ $\Delta\alpha_0 = 0.0312T - 0.00002T^2$ $- 1.284 \times 10^{-7} \cos(J2) + 1.691 \times 10^{-6} \sin(J2)$ $+ 3.038 \times 10^{-7} T \cos(J2) + 2.561 \times 10^{-8} T \sin(J2)$ $+ 2.417 \times 10^{-9} \cos(2J2) - 2.937 \times 10^{-8} \sin(2J2)$ $- 5.145 \times 10^{-9} T \cos(2J2) - 4.619 \times 10^{-10} T \sin(2J2)$ $- 1.736 \times 10^{-10} \cos(J11) + 1.244 \times 10^{-9} \sin(J11)$ $- 1.025 \times 10^{-10} T \cos(J11) - 1.443 \times 10^{-11} T \sin(J11)$ $- 6.169 \times 10^{-10} \cos(J12) - 3.647 \times 10^{-11} \sin(J12)$ $+ 4.938 \times 10^{-12} T \cos(J12) - 5.795 \times 10^{-11} T \sin(J12)$

Таблица 5. Окончание

	$\delta_0 = 64.49 + 0.003T - 0.91\cos(J2) + 0.01\cos(2J2)$ $\Delta\delta_0 = -0.0050T - 0.00002T^2$ $+ 7.282 \times 10^{-7}\cos(J2) + 3.502 \times 10^{-8}\sin(J2)$ $+ 1.115 \times 10^{-8}T\cos(J2) - 1.311 \times 10^{-7}T\sin(J2)$ $- 6.510 \times 10^{-9}\cos(2J2) - 4.351 \times 10^{-10}\sin(2J2)$ $- 1.171 \times 10^{-10}T\cos(2J2) + 1.131 \times 10^{-9}T\sin(2J2)$ $+ 2.223 \times 10^{-10}\cos(J11) + 1.410 \times 10^{-11}\sin(J11)$ $- 7.947 \times 10^{-13}T\cos(J11) + 1.754 \times 10^{-11}T\sin(J11)$ $+ 1.612 \times 10^{-11}\cos(J12) - 2.664 \times 10^{-10}\sin(J12)$ $+ 2.429 \times 10^{-11}T\cos(J12) + 1.468 \times 10^{-12}T\sin(J12)$
	$W = 8.56 + 533.7004100d + 1.91\sin(J2) - 0.04\sin(2J2)$ $\Delta W = -0.0000058d + 1 \times 10^{-14}d^2$ $+ 9.219 \times 10^{-8}\cos(J2) - 1.443 \times 10^{-6}\sin(J2)$ $- 2.651 \times 10^{-7}T\cos(J2) - 1.892 \times 10^{-8}T\sin(J2)$ $- 2.387 \times 10^{-9}\cos(2J2) + 2.933 \times 10^{-8}\sin(2J2)$ $+ 5.164 \times 10^{-9}T\cos(2J2) + 4.613 \times 10^{-10}T\sin(2J2)$ $+ 4.639 \times 10^{-9}\cos(J11) - 9.887 \times 10^{-9}\sin(J11)$ $+ 8.151 \times 10^{-10}T\cos(J11) + 3.821 \times 10^{-10}T\sin(J11)$ $+ 5.425 \times 10^{-10}\cos(J12) + 3.867 \times 10^{-11}\sin(J12)$ $- 3.672 \times 10^{-12}T\cos(J12) + 5.247 \times 10^{-11}T\sin(J12)$

T – Динамическое Барицентрическое Время (Dynamical Barycentric Time) (TDB) измеряется в юлианских столетиях (сй) (36525 дней) от эпохи J2000;

d – Динамическое Барицентрическое Время (Dynamical Barycentric Time) (TDB) измеряется в юлианских днях (jd) от эпохи J2000; все величины углов (α_0 , $\Delta\alpha_0$, δ_0 , $\Delta\delta_0$, W , ΔW) приведены в градусах;

$J1 = \Omega_{L55} = 73^\circ.32 + 91472^\circ.9T$,

$J2 = \Omega_{L514} = 24^\circ.62 + 45137^\circ.2T$,

$J9 = \lambda_{55} - \lambda_5$,

$J10 = \lambda_{55} + \lambda_5$,

$J11 = \lambda_{514} - \lambda_5$,

$J12 = \lambda_{514} + \lambda_5$, $J13 = \lambda_{515} - \lambda_5$,

$J14 = \lambda_{515} + \lambda_5$,

$J15 = \lambda_{516} - \lambda_5$,

$J16 = \lambda_{516} + \lambda_5$,

$\lambda_5 = 34^\circ.35 + 3034^\circ.9T = 0.59954632934 + 52.96909650946T$,

$\lambda_{55} = 722^\circ.6314560d$,

$\lambda_{514} = 533^\circ.7004100d$,

$\lambda_{515} = 1206^\circ.9986602d$,

$\lambda_{516} = 1221^\circ.2547301d$.

В табл. 5 представлены углы вращения (α_0 , δ_0 , W) внутренних спутников Юпитера (Archinal и др., 2018) и вычисленные в настоящем исследовании наиболее существенные вековые, периодические и смешанные члены их геодезического вращения ($\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta_0$, ΔW). Следует отметить, что используемые в модели для описания геодезического вращения смешанные по времени Пуассоновские члены в формуле (6) с коэффициентами из табл. 4 и 5 могут использоваться только на интервалах времени проводимых исследований (см. табл. 2). Эти члены очень хорошо описывают долгопериодические колебания с неполным периодом, представленные на рис. 5 в виде расходящихся амплитуд.

Как видно из табл. 3 и 5 значения величин геодезической прецессии спутников увеличиваются по мере уменьшения их расстояния до центрального тела – Юпитера, внося существенный вклад в величины прямых восхождений и склонений

рассматриваемых спутников (см. табл. 5). Так, например, для Метиды (самого близкого на данный момент спутника Юпитера) величина геодезической прецессии в прямом восхождении $\Delta\alpha_0$ в 13 раз по абсолютной величине превосходит результирующую величину его прямого восхождения α_0 , а величина геодезической прецессии в склонении $\Delta\delta_0$ в семь раз по абсолютной величине превосходит результирующую величину его склонения δ_0 . Для Фивы (самого дальнего спутника из рассматриваемых спутников Юпитера) эти величины ($\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta_0$) в три и в два раза по абсолютной величине превосходят его α_0 и δ_0 , соответственно. Из данного обстоятельства следует, что в Солнечной системе есть объекты с существенным геодезическим вращением, так величина геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера сопоставима с их прецессией в ньютоновом приближении (см. табл. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе была рассмотрена вращательная динамика внутренних спутников Юпитера — Метиды, Адрастеи, Амальтеи и Фивы. Исследование устойчивости плоского синхронного вращения показало, что теоретически ожидаемое (Goldreich, Peale, 1966; Peale, 1977; 1999) и наблюдаемое (Smith и др., 1979a; Thomas и др., 1998) плоское синхронное вращение всех внутренних спутников Юпитера для наиболее вероятных значений параметров их фигур является устойчивым относительно наклона оси вращения. На диаграммах устойчивости, построенных для всех теоретически возможных значений параметров фигур спутников, рассмотренные нами спутники расположены далеко от областей с неустойчивой динамикой. Возмущения во вращательной динамике спутников, вызванные, например, столкновениями (не приводящими к существенному изменению фигуры спутника) или тесными сближениями с другими телами, не приведут к выходу спутников из синхронного спин-орбитального резонанса. Возможная эволюция фигуры Амальтеи, обусловленная ее весьма вытянутой формой, также не приведет к ее выходу из наблюдаемого режима плоского синхронного вращения.

Исследование релятивистского вращения внутренних спутников Юпитера позволило определить, впервые в углах Эйлера и в углах их вращения относительно неподвижного экватора Земли эпохи J2000.0, наиболее существенные вековые, периодические и смешанные члены их геодезического вращения. Настоящее исследование показало, что величина геодезического вращения может быть существенной не только у объектов, которые вращаются вокруг сверхмассивных центральных тел (нейтронных звезд), но и у тел с малым расстоянием до менее массивного центрального тела, например, у близких спутников планет гигантов. Полученные аналитические значения для геодезического вращения внутренних спутников Юпитера могут быть использованы для численного исследования их вращения в релятивистском приближении.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-02-00811.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абалакин В.К. Основы эфемеридной астрономии. М.: Наука, 1979. 448 с.
- Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
- Вуллард Э. Теория вращения Земли вокруг центра масс. М.: Физматгиз, 1963.
- Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.

- Мельников А.В., Шевченко И.И. Об устойчивости вращения несферических естественных спутников в синхронном резонансе // Астрон. вестн. 2000. Т. 34. № 5. С. 478–486. (Melnikov A.V., Shevchenko I.I. On the Stability of the Rotational Motion of Nonspherical Natural Satellites in a Synchronous Resonance // Sol. Syst. Res. 2000. V. 34. № 5. P. 434–442.)
- Мельников А.В., Шевченко И.И. Необычные режимы вращения малых спутников планет // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 6. С. 521–530. (Melnikov A.V., Shevchenko I.I. Unusual rotation modes of minor planetary satellites // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 6. P. 483–491.)
<https://doi.org/10.1134/S0038094607060032>
- Пашкевич В.В. Геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы // Вестн. СПбГУ. 2016. Сер. 1. Т. 3(61). Вып. 3. С. 506–516.
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н. Учет релятивистских эффектов во вращении Марса и его спутников // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 6. С. 423–427. (Pashkevich V.V., Vershkov A.N. Consideration of Relativistic Effects in the Rotation of Mars and its Satellites // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. № 6. P. 431–435.)
<https://doi.org/10.1134/S0038094619060066>
<https://doi.org/10.1134/S0320930X19060069>
- Торжевский А.П. Периодические решения уравнения плоских колебаний спутника на эллиптической орбите // Космич. исслед. 1964. Т. 2. Вып. 5. С. 667–678.
- Archinal B.A., Acton C.H., A'Hearn M.F. et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2018. V. 130. № 22. P. 1–46.
- Barnard E.E. Discovery and observations of a fifth satellite to Jupiter // Astron. J. 1892. V. 12. № 275. P. 81–85.
- Biscani F., Carloni S. A first-order secular theory for the post-Newtonian two-body problem with spin — II. A complete solution for the angular coordinates in the restricted case // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2015. V. 446. P. 3062–3077.
- Brumberg V.A., Bretagnon P. Kinematical Relativistic Corrections for Earth's Rotation Parameters // Proc. of IAU Colloquium 180 /Eds. Johnston K., McCarthy D., Luzum B., Kaplan G. U.S. Naval Observatory. 2000. P. 293–302.
- De Sitter W. On Einstein's Theory of Gravitation and its Astronomical Consequences // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1916. № 77. P. 155–184.
- Eroshkin G.I., Pashkevich V.V. Geodetic rotation of the Solar system bodies // Artificial Satellites. 2007. V. 42. № 1. P. 59–70.
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // IPN Progress Report 42-196. 2014. P. 1–81.
- Fukushima T. Geodesic Nutation // Astron. and Astrophys. 1991. V. 244. № 1. P. L11–L12.
- Giorgini J.D., Chodas P.W., Yeomans D.K. Orbit Uncertainty and Close-Approach Analysis Capabilities of the Horizons On-Line Ephemeris System // 33rd AAS/DPS meeting in New Orleans. LA. Nov 26. 2001–Dec 01. 2001.

- Goldreich P., Peale S.* Spin-orbit coupling in the Solar system // *Astron. J.* 1966. V. 71. № 6. P. 425–438.
- Kopeikin S., Efroimsky M., Kaplan G.* Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System. Hoboken, NY: John Wiley and Sons, 2011. 894 p.
- Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* On the chaotic rotation of planetary satellites: The Lyapunov exponents and the energy // *Astron. and Astrophys.* 2003. V. 410. P. 749–757.
- Ma C., Arias E.F., Eubanks T.M. et al.* The international celestial reference frame as realized by very long baseline interferometry // *Astron. J.* 1998. V. 116. P. 516–546.
- Melnikov A., Pashkevich V., Vershkov A., Karelin G.* Chaos and relativistic effects in the rotational dynamics of minor planetary satellites // *Proc. Journées 2019 “Astrometry, Earth Rotation and Reference systems in the Gaia era”*. Observatoire de Paris, Paris, France, 07–09 October 2019, Ed. C. Bizouard). P. 339–344. (Pub Date September 2020, Bibcode: 2020jsrs.conf.339M.)
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora // *Celest. Mech. Dynam. Astron.* 2008. V. 101. № 1–2. P. 31–47.
- Pashkevich V.V., Eroshkin G.I.* Relativistic rotation of the rigid body in the Rodrigues–Hamilton parameters: Lagrange function and equations of motion // *Artificial Satellites*. 2018. V. 53, № 3. P. 89–115. <https://doi.org/10.2478/arsa-2018-0008>
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N.* New High-Precision Values of the Geodetic Rotation of the Mars Satellites System, Major Planets, Pluto, the Moon and the Sun // *Artificial Satellites*. 2019. V. 54. № 2. P. 31–42. <https://doi.org/10.2478/arsa-2019-0004>
- Peale S.J.* Rotation histories of the natural satellites // *Planetary satellites* / Ed. Burns J.A. Tucson: Univ. Arizona Press, 1977. P. 87–112.
- Peale S.J.* Origin and evolution of the natural satellites // *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 1999. V. 37. P. 533–602.
- Porco C.C. and the Cassini imaging team.* Cassini imaging of Jupiter’s atmosphere, satellites and rings // *Science*. 2003. V. 299. P. 1541–1547.
- Shevchenko I.I.* The separatrix algorithmic map: application to the spin-orbit motion // *Celest. Mech. and Dynam. Astron.* 1999. V. 73. P. 259–268.
- Smith B.A. and the Voyager imaging team.* Jupiter system through the eyes of Voyager-1 // *Science*. 1979a. V. 204. P. 951–972.
- Smith B.A. and the Voyager imaging team.* The Galilean satellites and Jupiter: Voyager-2 imaging results // *Science*. 1979b. V. 206. P. 927–950.
- Thomas P.C., Burns J.A., Rossier L., Simonelli D. et al.* The small inner satellites of Jupiter // *Icarus* 1998. V. 135. P. 360–371.
- Tiscareno M.S., Thomas P.C., Burns J.A.* The rotation of Janus and Epimetheus // *Icarus*. 2009. V. 204. P. 254–261.
- Wisdom J.* Rotation dynamics of irregularly shaped natural satellites // *Astron. J.* 1987. V. 94. № 5. P. 1350–1360.