

УДК 523.24

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ОБЪЕКТОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В ЗОНАХ ОРБИТАЛЬНЫХ РЕЗОНАНСОВ 1 : 4, 1 : 6 И 1 : 8 С ВРАЩЕНИЕМ ЗЕМЛИ

© 2021 г. И. В. Томилова^{а, *}, Е. В. Блинкова^{а, **}, Т. В. Бордовицына^{а, ***}

^аТомский государственный университет, Томск, Россия

*e-mail: irisha_tom@mail.ru

**e-mail: zbizk322@mail.ru

***e-mail: tvbord@sibmail.com

Поступила в редакцию 25.03.2020 г.

После доработки 15.03.2021 г.

Принята к публикации 24.03.2021 г.

В работе представлены результаты исследования динамической структуры околоземного орбитального пространства в областях орбитальных резонансов 1 : 4, 1 : 6 и 1 : 8 со скоростью вращения Земли и изучения орбитальной эволюции объектов, движущихся в этих областях. Выявлены зоны действия пяти компонент для каждого из перечисленных орбитальных резонансов, вековых апсидально-нодальных резонансов и резонансов со средним движением третьего тела (Луны и Солнца) в указанных областях околоземного орбитального пространства. Представлены карты распределения выявленных резонансов. Приведены динамические карты исследуемых областей, полученные с использованием индикатора MEGNO. Выявлены области хаотичности, соответствующие перекрытию резонансов разных типов.

Ключевые слова: динамика околоземных объектов, орбитальный резонанс, вековые апсидально-нодальные резонансы, MEGNO-анализ

DOI: 10.31857/S0320930X21040101

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа является третьей в серии работ, спланированных авторами по построению динамической структуры всего околоземного орбитального пространства. Первая работа (Томилова и др., 2018) посвящена исследованию динамической структуры области функционирования глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Во второй работе (Томилова и др., 2019) рассматривалась область резонанса 1 : 3 со скоростью вращения Земли. В данной работе приведены результаты исследования динамической структуры областей орбитальных резонансов 1 : 4, 1 : 6 и 1 : 8 со скоростью вращения Земли, полученные путем численного моделирования. Следует сказать, что такой же цели — исследованию резонансной структуры околоземного орбитального пространства, посвящена серия работ европейских авторов (Celletti, Gales, 2015; 2018; Celletti и др., 2016; 2020). Работы выполнены с помощью аналитических методов. Динамические структуры областей, изучаемых в настоящей работе, в перечисленных статьях не рассматривались. Тем не менее некоторые общие оценки резонансных зон и структуру вековых резонансов сравнить можно, и мы это делаем и по ходу изложения материала, и в заключении.

Как мы уже отмечали ранее (Томилова и др., 2018; 2019), исследование динамической структуры околоземного орбитального пространства является актуальной задачей, поскольку знание динамических особенностей различных областей этого пространства необходимо и при разработке новых спутниковых систем и при определении областей паркинга отработавших объектов.

Здесь мы, так же, как и ранее, не рассматриваем влияние светового давления на объекты, поскольку это возмущение не имеет прямого отношения к динамической структуре околоземного орбитального пространства, а связано с параметрами исследуемого объекта. Мы не рассматриваем также влияние на динамическую эволюцию параметров вывода объекта в точку стояния. Результаты таких исследований можно найти, например, в (Прохоренко, 2006).

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Реализация поставленной цели осуществлялась по алгоритму, представленному в указанных выше работах, и состояла из следующих этапов:

— исследование динамической структуры орбитального пространства путем вычисления параметра MEGNO (Mean Exponential Growth of

Nearby Orbits) (Cincotta и др., 2003) и построение соответствующих динамических карт областей;

– анализ резонансных возмущений, действующих на движение объектов в рассматриваемых орбитальных областях;

– выявление и исследование особенностей динамической эволюции орбит под действием резонансов различных типов.

Численное моделирование движения объектов осуществлялось на кластере “СКИФ Cyberia” Томского государственного университета с использованием программного комплекса “Численная модель движения систем ИСЗ” (Александрова и др., 2017), построенного с использованием высокоточного интегратора Гаусса–Эверхарта (Авдюшев, 2010). В процессе моделирования учитывались возмущения от гармоник геопотенциала до 10 порядка и степени, а также возмущения от Луны и Солнца. Совместно с уравнениями движения интегрировались уравнения для вычисления параметров MEGNO (Бордовицына и др., 2010).

Выявление орбитальных резонансов производилось по методике предложенной Allan (1967a; 1967b) и уточненной Кузнецовым и др. (2012). Методика строится по следующему общему алгоритму.

Резонансные (критические) аргументы ищутся в виде

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= u(M + \Omega + \omega) - v\theta, \\ \Phi_2 &= u(M + \omega) + v(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= uM + v(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= \Phi_1 - v\Omega, \quad \Phi_5 = \Phi_3 + v\Omega - 2v\omega,\end{aligned}\quad (1)$$

а соответствующие им резонансные соотношения записываются как

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= u(\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - v\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= u(\dot{M} + \dot{\omega}) + v(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= u\dot{M} + v(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= \dot{\Phi}_1 - v\dot{\Omega}, \quad \dot{\Phi}_5 = \dot{\Phi}_3 + v\dot{\Omega} - 2v\dot{\omega},\end{aligned}\quad (2)$$

где Ω , ω , M – долгота восходящего узла, аргумент перигея, средняя аномалия орбиты спутника, θ – гринвичское звездное время, u и v – целые числа.

Используя формулы (1) и (2), можно получить формулы для вычисления резонансных аргументов и резонансных соотношений рассматриваемых в настоящей работе орбитальных резонансов.

Для резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли резонансные аргументы имеют вид

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (M + \Omega + \omega) - 4\theta, \\ \Phi_2 &= (M + \omega) + 4(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= M + 4(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= M - 3\Omega + \omega - 4\theta, \\ \Phi_5 &= M + 4(-\omega + 2\Omega - \theta),\end{aligned}\quad (3)$$

а соответствующие им резонансные соотношения записываются как

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= (\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 4\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= (\dot{M} + \dot{\omega}) + 4(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= \dot{M} + 4(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= \dot{M} - 3\dot{\Omega} + \dot{\omega} - 4\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_5 &= \dot{M} + 4(-\dot{\omega} + 2\dot{\Omega} - \dot{\theta}).\end{aligned}\quad (4)$$

Для резонанса 1 : 6 будем иметь следующие резонансные аргументы

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (M + \Omega + \omega) - 6\theta, \\ \Phi_2 &= (M + \omega) + 6(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= M + 6(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= (M - 5\Omega + \omega) - 6\theta, \\ \Phi_5 &= M + 6(2\Omega - \omega - \theta),\end{aligned}\quad (5)$$

резонансные соотношения

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= (\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 6\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= (\dot{M} + \dot{\omega}) + 6(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= \dot{M} + 6(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= (\dot{M} - 5\dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 6\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_5 &= \dot{M} + 6(2\dot{\Omega} - \dot{\omega} - \dot{\theta}).\end{aligned}\quad (6)$$

Для резонанса 1 : 8 получим следующие резонансные аргументы

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (M + \Omega + \omega) - 8\theta, \\ \Phi_2 &= (M + \omega) + 8(\Omega - \theta), \\ \Phi_3 &= M + 8(\Omega + \omega - \theta), \\ \Phi_4 &= (M - 7\Omega + \omega) - 8\theta, \\ \Phi_5 &= M + 8(2\Omega - \omega - \theta),\end{aligned}\quad (7)$$

следующие резонансные соотношения

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= (\dot{M} + \dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 8\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_2 &= (\dot{M} + \dot{\omega}) + 8(\dot{\Omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_3 &= \dot{M} + 8(\dot{\Omega} + \dot{\omega} - \dot{\theta}), \\ \dot{\Phi}_4 &= (\dot{M} - 7\dot{\Omega} + \dot{\omega}) - 8\dot{\theta}, \\ \dot{\Phi}_5 &= \dot{M} + 8(2\dot{\Omega} - \dot{\omega} - \dot{\theta}).\end{aligned}\quad (8)$$

Традиционно (Allan, 1967a; 1967b; Celletti, Gales, 2015; 2018; Celletti и др., 2020) при изучении динамики объектов, подверженных действию орбитального резонанса, рассматривают три компоненты орбитального резонанса Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 : одну первого порядка, Φ_1 , и две второго порядка, Φ_2 , Φ_3 . Кузнецов и др. (2012) для резонанса 1 : 2 получили еще две компоненты орбитального резонанса, Φ_4 и Φ_5 . Мы записали эти формулы в общем виде, проверили и подтвердили численным моделированием реальность существования этих компонент для резонансов 1 : 2 (Томилова и др.,

Таблица 1. Типы апсидально-нодальных резонансов низких порядков

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$	8	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_{S,L}$	15	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega}'_{S,L}$
2	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$	9	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega}$	16	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega}'_{S,L}$
3	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$	10	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega}$	17	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L})$
4	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$	11	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega}$	18	$\dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S,L}$
5	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_{S,L}$	12	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega}$	19	$\dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S,L}$
6	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_{S,L}$	13	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + \dot{\omega}'_{S,L}$	20	$\dot{\omega}$
7	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) + 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_{S,L}$	14	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - \dot{\omega}'_{S,L}$		

2018) и 1 : 3 (Томилова и др., 2019). Здесь мы эту проверку продолжаем.

Исследование структуры вековых резонансов осуществлялось при помощи методики, которая была изложена в работе (Бордовицына и др., 2012), и дополнена в (Бордовицына, Томилова, 2016).

При получении формул для вычисления резонансных аргументов и резонансных соотношений используются аргументы возмущающей функции для однократно (9) и двукратно (10) осредненной ограниченной задачи трех тел

$$\underline{\Psi} = (l - 2p' + q')M' + (l - 2p)\omega - (l - 2p')\omega' + \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (9)$$

$$\underline{\underline{\Psi}} = (l - 2p)\omega - (l - 2p')\omega' + \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (10)$$

и их производные по времени.

Здесь обозначения элементов орбит общепринятые, l, p, p', \bar{m}, q' – целочисленные индексы, а формулы для вычисления рассматриваемых частот системы имеют вид

$$\begin{aligned} M' &= M'_0 + \bar{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0), \\ \Omega' &= \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0), \\ \omega &= \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0). \end{aligned} \quad (11)$$

Вековые частоты в движении спутника

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{J_2} + \dot{\Omega}_L + \dot{\Omega}_S, \quad \dot{\omega} = \dot{\omega}_{J_2} + \dot{\omega}_L + \dot{\omega}_S$$

определяются по известным аналитическим формулам (Бордовицына, Авдюшев, 2007).

Так же, как и в случае с орбитальными резонансом, изучается эволюция во времени резонансных соотношений и резонансных аргументов.

О наличии резонанса говорит близость к нулю резонансных соотношений

$$\underline{\Psi} \approx 0, \quad \underline{\underline{\Psi}} \approx 0. \quad (12)$$

Поведение критического аргумента можно разделить на 3 типа: циркуляция, циркуляция-либрация и либрация. Как известно (Мюррей, Дермотт, 2010), либрация критического аргумента говорит об устойчивости резонанса. Состояние “циркуляция-либрация” свидетельствует о неустойчивости резонанса, а наличие циркуляции считается отсутствием резонанса.

В табл. 1 приведен набор вековых апсидально-нодальных резонансов до четвертого порядка включительно. В табл. 2 приведена группа связанных со средним движением возмущающего тела резонансных соотношений второго–пятого порядков. Поскольку величины $\dot{\omega}'_S$ и $\dot{\Omega}'_S$, определяются прецессией орбиты Земли и пренебрежимо малы, формулы, приведенные в табл. 1 для апсидально-нодальных резонансов, связанных с Солнцем, существенно упрощаются, и эти резонансы практически становятся геометрическими, т.е. зависящими только от взаимного расположения объектов и не связанными с частотами движения возмущающих тел.

Следует отметить, что классификация основной части вековых резонансов, действующих на движение ИСЗ, была впервые дана Cook (1962), а аналитическая теория вековых спутниковых резонансов представлена в работах (Breiter, 2001a; 2001b; Daquin и др., 2016). Hughes (1980; 1981) был первым, кто предложил использовать численное моделирование в исследовании влияния вековых резонансов, а в работах (Chao, Gick, 2004; Rossi, 2008) были впервые применены совместно аналитический и численный подходы к исследованию проблемы. Используя технику из теории бифуркаций гамильтоновых нормальных форм европейские авторы (Celletti и др., 2016), выявили

Таблица 2. Типы вековых резонансов с движением возмущающего тела второго–пятого порядков

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega}$	5	$\bar{n}'_{S,L} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	9	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	13	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
2	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega}$	6	$\bar{n}'_{S,L} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	10	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	14	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
3	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega}$	7	$\bar{n}'_{S,L} + \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	11	$\bar{n}'_{S,L} - 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	15	$\bar{n}'_{S,L} - 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$
4	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega}$	8	$\bar{n}'_{S,L} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	12	$\bar{n}'_{S,L} + 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$	16	$\bar{n}'_{S,L} + 2\dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$

энергетические пороги, при которых происходят бифуркации лунно-солнечных вековых резонансов, зависящих от наклона.

MEGNO-АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ РЕЗОНАНСНЫХ ЗОН

Общая оценка динамической структуры областей резонансов 1 : 4, 1 : 6 и 1 : 8 со скоростью вращения Земли осуществлялась на основе результатов численного эксперимента, который проводился по методике, изложенной в предыдущем разделе. Принимались во внимание только гравитационные возмущения, определяемые влиянием несферичности гравитационного поля Земли до гармоник 10 порядка и степени, а также притяжением Луны и Солнца, рассматриваемых как материальные точки.

Исследования проводились на модельных объектах, которые были распределены равномерно по наклонению от 0° до 180° с шагом 5°, начальным эксцентриситетом, равным 0.01 и с шагом 200 м в следующих интервалах больших полуосей

- от 16720 до 16750 км по зоне резонанса 1 : 4;
- от 12750 до 12800 км по зоне резонанса 1 : 6;
- от 10500 до 10570 км по зоне резонанса 1 : 8.

Расчет орбитальной эволюции проводился на интервале времени 100 лет.

Первоначально был проведен MEGNO-анализ динамических структуры рассматриваемых областей. Карты приведены на рис. 1.

Как показывают данные, приведенные на рис. 1, области хаотичности во всех трех резонансных зонах имеют близкую структуру и, как мы покажем далее, этому есть объяснение.

ОРБИТАЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Для поиска орбитальных резонансов использовались формулы (3)–(8). Исследовалась близость к нулю резонансных соотношений (формулы (4), (6), (8)), затем определялось наличие либрации в поведении критических аргументов (формулы (3), (5), (7)) на столетнем интервале времени. Причем для выявления неустойчивых зон, где имеет место переход от либрации к циркуляции и обратно, приходилось разбивать столетний временной интервал на малые промежутки времени и задавать шаг выдачи результатов моделирования в зависимости от периода обращения объекта, чтобы уловить наличие указанных переходов.

На рис. 2–4 показаны области устойчивого орбитального резонанса со скоростью вращения Земли, т.е. области, в которых критические аргументы Φ_i имеют устойчивое либрационное поведение (обозначены черными “крестиками”), и

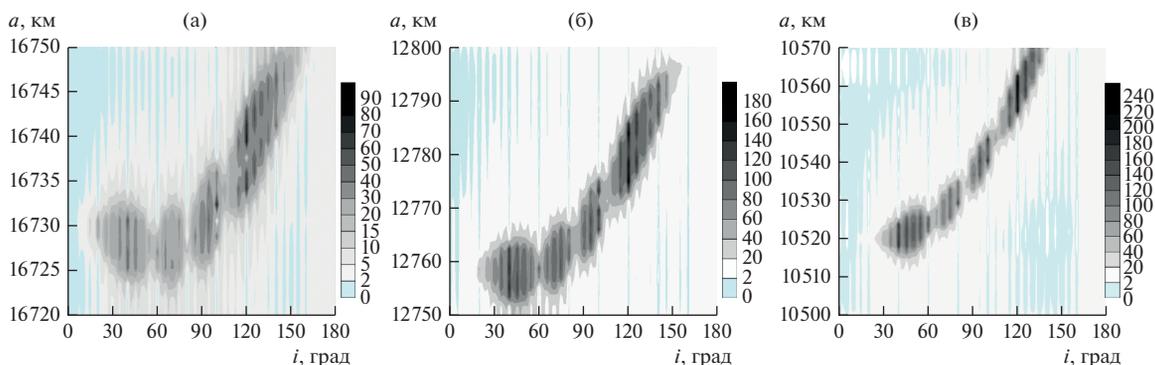


Рис. 1. MEGNO-карты областей резонанса (а) 1 : 4, (б) 1 : 6, (в) 1 : 8 со скоростью вращения Земли.

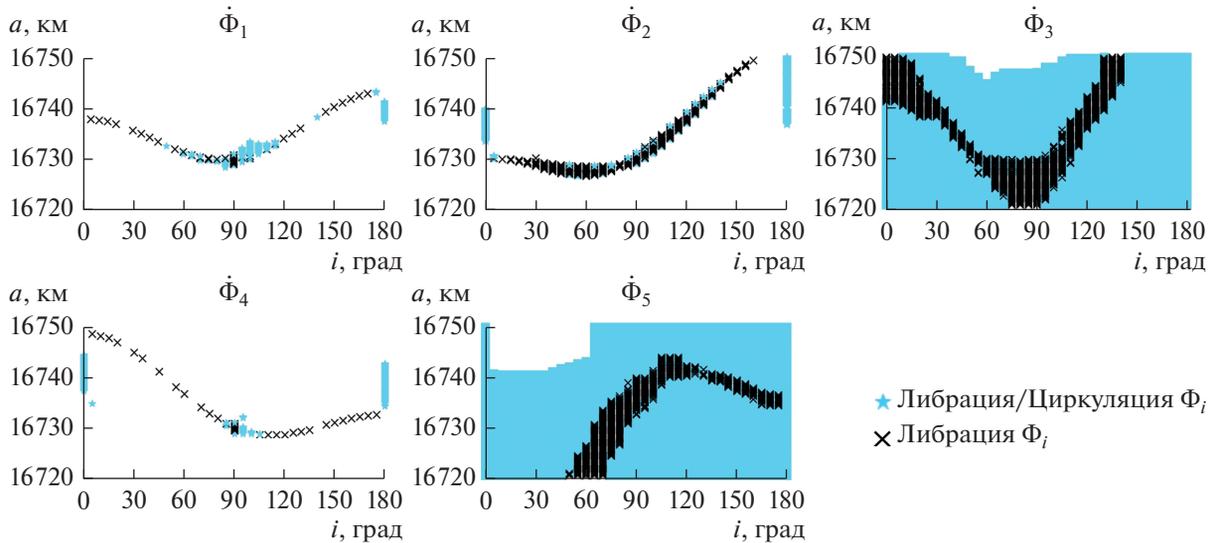


Рис. 2. Зоны действия мультиплетов орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли.

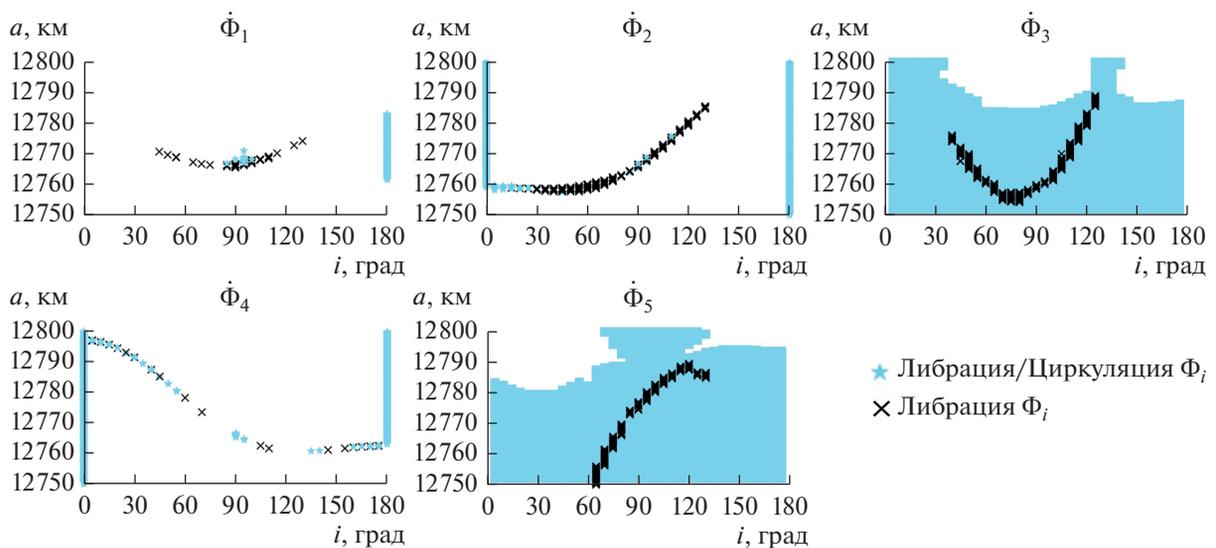


Рис. 3. Зоны действия мультиплетов орбитального резонанса 1 : 6 со скоростью вращения Земли.

области неустойчивого орбитального резонанса со скоростью вращения Земли (обозначены голубыми “звездочками”).

Данные, приведенные на рис. 2, показывают, что у резонанса 1 : 4 устойчивые зоны имеют все пять компонент резонансного мультиплета. Следует отметить, что наибольшие зоны устойчивости показывают вторая, третья и пятая компоненты, причем у второй компоненты практически нет зоны неустойчивости. Наибольшие зоны покрытия имеют третья и пятая компоненты резонансного мультиплета, причем области неустойчивости третьей и пятой компонент охватывают большую часть резонансной зоны.

Особенностью резонанса 1 : 6 является слабая устойчивость компонент его мультиплета. Наибольшей устойчивостью обладают вторая, третья и пятая компоненты мультиплета. Однако зоны устойчивости у всех компонент гораздо уже, чем у резонанса 1 : 4.

Компоненты мультиплета орбитального резонанса 1 : 8 со скоростью вращения Земли (рис. 4) имеют еще более узкие зоны устойчивости, чем компоненты мультиплета орбитального резонанса 1 : 6; кроме того, третья и пятая компоненты полностью неустойчивы.

Приведенные на рис. 2–4 оценки позволяют точно оценить зоны действия рассматриваемых резонансов.

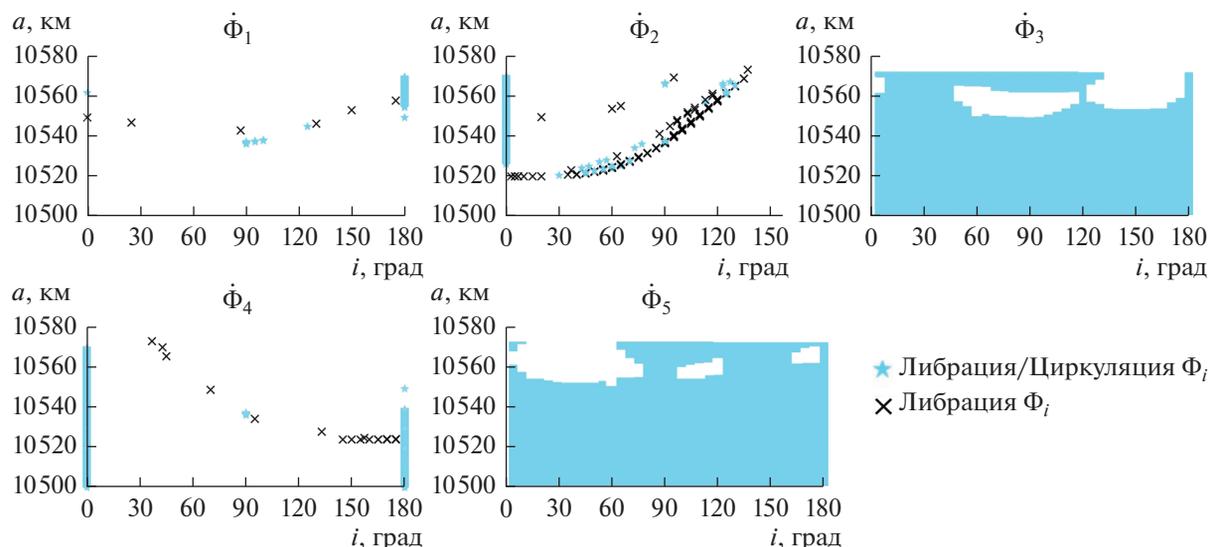


Рис. 4. Зоны действия мультиплетов орбитального резонанса 1 : 8 со скоростью вращения Земли.

Таким образом, наиболее устойчивой для всех трех резонансов является вторая компонента резонансного мультиплета. Именно зоны действия второй компоненты мультиплета хорошо коррелируют с зонами хаотичности на MEGNO-картах (рис. 1), что объясняется, по-видимому, наложением на эту зону неустойчивых колебаний, связанных с другими компонентами.

ВЕКОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Будем рассматривать вековые резонансы в зоне действия каждого орбитального резонанса отдельно.

На рис. 5 показано распределение в зоне орбитального резонанса 1 : 4 апсидально-нодальных вековых резонансов, связанных с прецессией орбиты Солнца, которая является отражением прецессии орбиты Земли, а на рис. 6 — связанных с прецессией орбиты Луны. На рисунках здесь и далее введены такие обозначения: ψ — критический аргумент векового резонанса (на графиках обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок), а приписанный ему номер есть номер типа резонанса из табл. 1.

Как показывают приведенные на рис. 5 и 6 данные, в рассматриваемой области орбитального пространства действует один устойчивый апсидально-нодальный резонанс, связанный с Солнцем, и девять устойчивых резонансов, связанных с Луной. В области от 5° до 40° и от 140° до 175° по наклонению вообще не обнаружено вековых резонансов. В области больших полуосей от 16725 до 16750 км проявляют свое действие несколько неустойчивых резонансов, связанных как с Луной, так и с Солнцем, но только для наклонений

от 50° до 110° . Резонанс типа Лидова—Козаи практически отсутствует.

На рис. 7 показано распределение вековых резонансов, связанных со средним движением Луны (L) и Солнца (S). Эти резонансы появляются впервые в этой области околоземного орбитального пространства. В более высоких областях таких резонансов нет. Устойчивых резонансов только три.

Остановимся на структуре вековых резонансов, действующих в области орбитального резонанса 1 : 6 со скоростью вращения Земли (рис. 8, 9). Приведенные данные показывают, что в данной области действуют восемь апсидально-нодальных резонансов, связанных с прецессией орбиты Луны (рис. 8а) и практически геометрический резонанс первого порядка $\underline{\psi}_{17,S} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) \approx 0$ (рис. 8б). Число действующих резонансов со средними движениями Луны и Солнца равно четырём (рис. 9): по два резонанса с Луной и Солнцем.

На движение объектов в области орбитального резонанса 1 : 8 со скоростью вращения Земли оказывают влияние всего несколько вековых резонансов (рис. 10, 11).

Здесь, как и в области орбитального резонанса 1 : 6, для объектов с наклонениями 0° , 90° и 180° имеет место устойчивый вековой апсидально-нодальный резонанс $\underline{\psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$, связанный с Луной, и группа резонансов $\underline{\psi}_{13-17,S} \approx 0$ связанных с Солнцем.

На объекты с наклонениями 125° действуют два апсидально-нодальных резонанса, связанных с Луной: $\underline{\psi}_{6,L} \approx 0$ для объектов с большими полу-

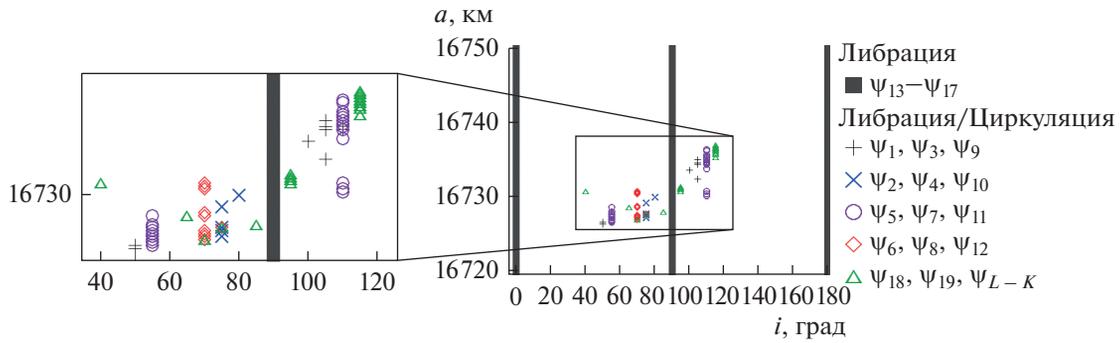


Рис. 5. Распределение в зоне орбитального резонанса 1 : 4 вековых апсидально-нодальных резонансов, связанных с прецессией орбиты Солнца (Земли). Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

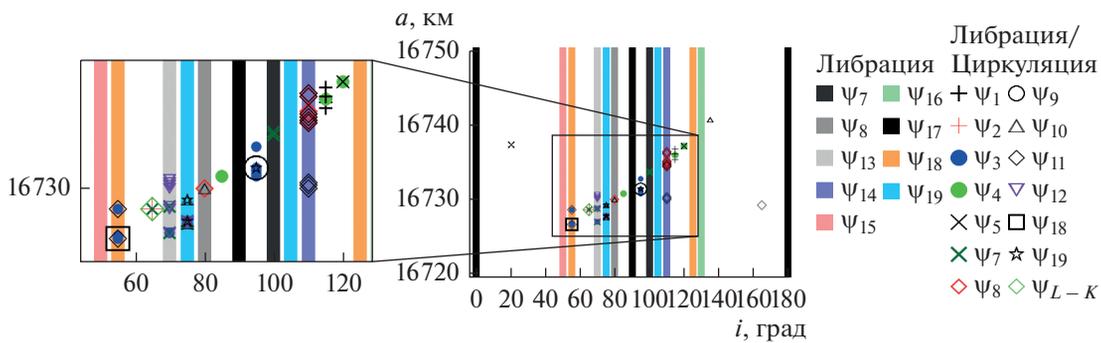


Рис. 6. Распределение в зоне орбитального резонанса 1 : 4 вековых апсидально-нодальных резонансов, связанных с прецессией орбиты Луны. Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

осями a от 10561 до 10569 км и $\underline{\psi}_{12,L} \approx 0$ для объектов с a от 10500 до 10511 км. Встречается несколько объектов с неустойчивым резонансом типа Лидова–Козаи. Кроме того, в данной области действуют четыре устойчивых и два неустойчивых вековых резонанса со средним движением Солнца и два устойчивых и один неустойчивый резонанс со средним движением Луны.

Резонансы $\underline{\psi}_{7,S} \approx 0$ и $\underline{\psi}_{10,S} \approx 0$, связанные со средним движением Солнца, действуют в приполярной области ($i = 85^\circ$ и 95°) на объекты в диапазоне больших полуосей от 10500 до 10530 км. Резонанс $\underline{\psi}_{5,S} \approx 0$ действует на объекты с наклоном 125° во всей рассматриваемой области. В динамике объектов с $i = 55^\circ$ и $a = 10520\text{--}10560$ км выявляется резонанс $\underline{\psi}_{6,S} \approx 0$.

Резонансы, связанные со средним движением Луны, действуют в небольшом диапазоне больших полуосей для объектов с наклонами 60° ($\underline{\psi}_{6,L} \approx 0$), 120° ($\underline{\psi}_{7,L} \approx 0$) и 125° ($\underline{\psi}_{3,L} \approx 0$) градусов.

Анализ данных, приведенных на рис. 1–11, позволяет сделать ряд выводов об особенностях действия всех видов резонансов в рассматриваемых

областях околоземного орбитального пространства:

- в рассматриваемых областях существуют участки, где полностью отсутствуют какие-либо резонансы;

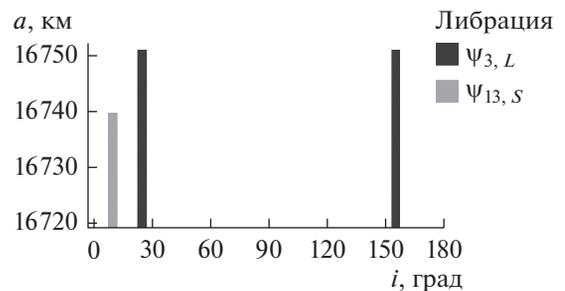


Рис. 7. Распределение в зоне орбитального резонанса 1 : 4 вековых резонансов, связанных со средним движением возмущающих тел: Луны (L) и Солнца (S). Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

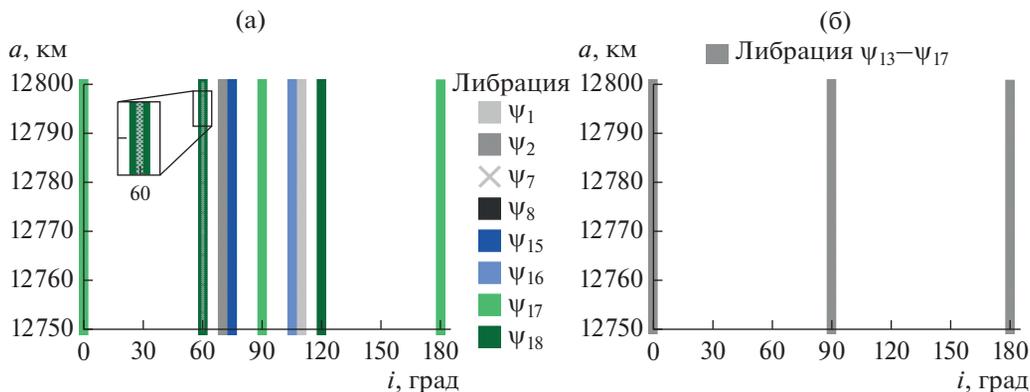


Рис. 8. Распределение вековых апсидально-нодальных резонансов в области орбитального резонанса 1 : 6 со скоростью вращения Земли: (а) вековые резонансы, связанные с Луной, (б) вековые резонансы, связанные с Солнцем. Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

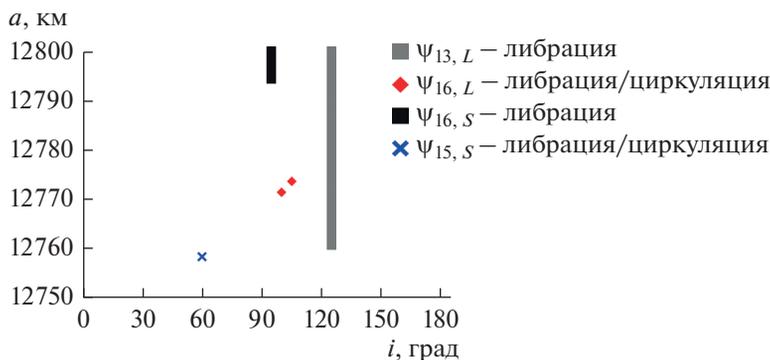


Рис. 9. Распределение в зоне орбитального резонанса 1 : 6 вековых резонансов со средним движением Луны (L) и Солнца (S). Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

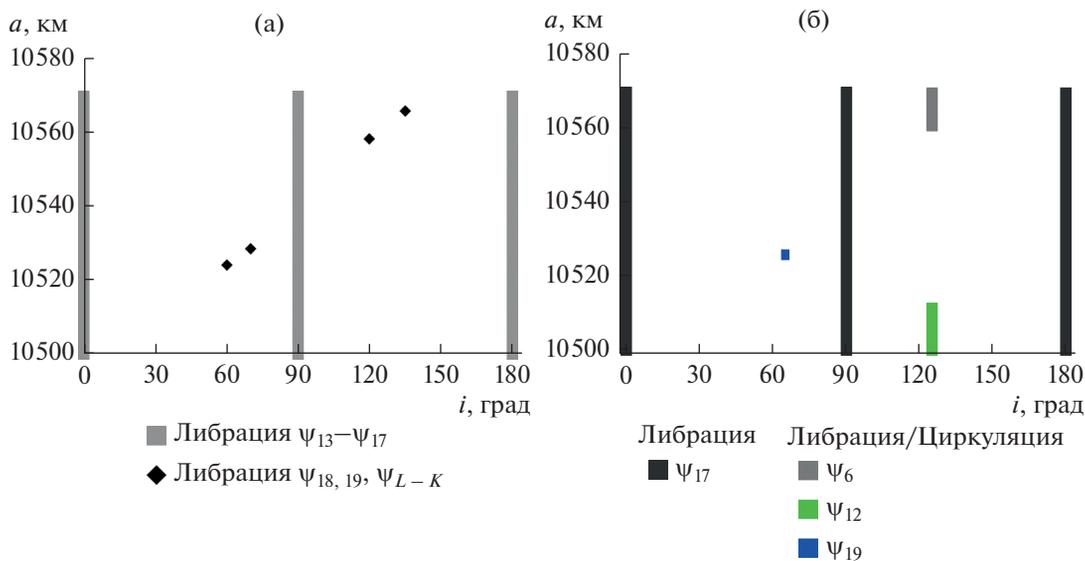


Рис. 10. Распределение в области орбитального резонанса 1 : 8 вековых апсидально-нодальных резонансов: (а) с Солнцем, (б) с Луной. Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

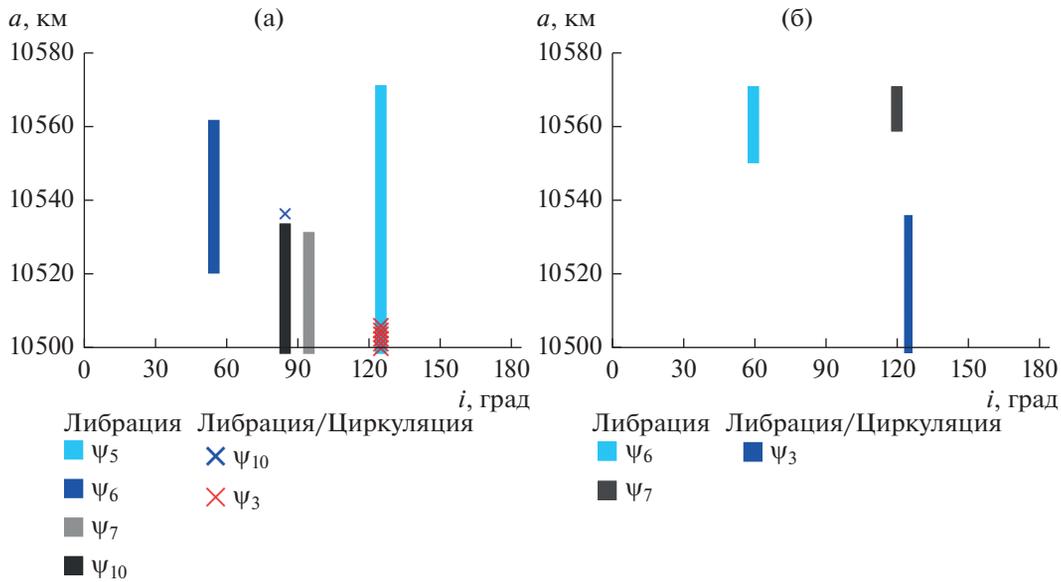


Рис. 11. Распределение в области орбитального резонанса 1 : 8 вековых резонансов со средними движениями возмущающих тел: (а) Солнца, (б) Луны. Классификация выполнена по типу колебаний критического аргумента $\underline{\psi}$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

– отсутствуют участки, где бы действовали только устойчивые компоненты орбитального резонанса;

– практически на действие всех устойчивых компонент орбитального резонанса налагаются действия либо неустойчивых компонент этого же резонанса, либо неустойчивый вековой резонанс, что приводит к хаотичности;

– заметно выделяется в этом отношении область устойчивой компоненты орбитального резонанса Φ_2 , положение которой во всех трех резонансных зонах в значительной степени определяет размещение и форму областей хаотичности;

– обращает на себя внимание тот факт, что участки максимальной хаотичности (рис. 1) приходится на полосы наложения вековых резонансов на орбитальные.

ОСОБЕННОСТИ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ

Таким образом, главной особенностью динамики объектов исследуемых областей орбитального пространства является совместное действие на объекты резонансов различных типов и большое обилие сочетаний действующих резонансов.

Далее рассмотрим, как эти наложения резонансов проявляются в орбитальной эволюции объектов из разных резонансных зон.

Для последующего сравнения на рис. 12 показана орбитальная эволюция объекта, не подверженного действию резонансов. Движение на 100-летнем интервале регулярно.

На рис.13 показана орбитальная эволюция объекта, движущегося в области наложения устойчивой компоненты орбитального резонанса и векового апсидально-нодального резонанса

$\underline{\psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$. Следует отметить, что у данного объекта компоненты Φ_1 и Φ_4 мультиплета орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли циркулируют на всем интервале иссле-

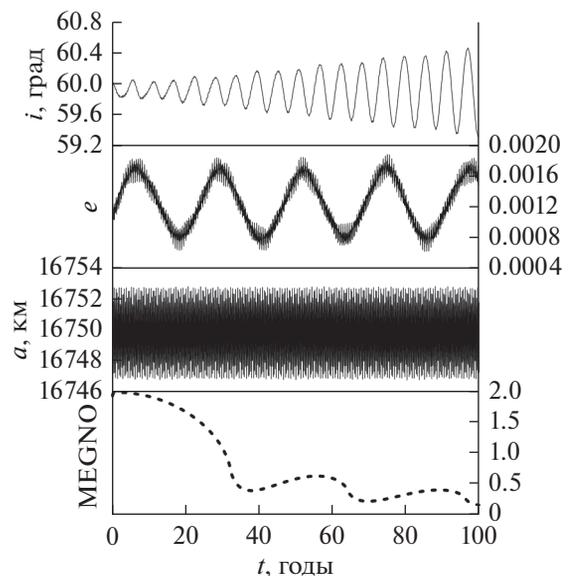


Рис. 12. Орбитальная эволюция объекта в отсутствие резонансов.

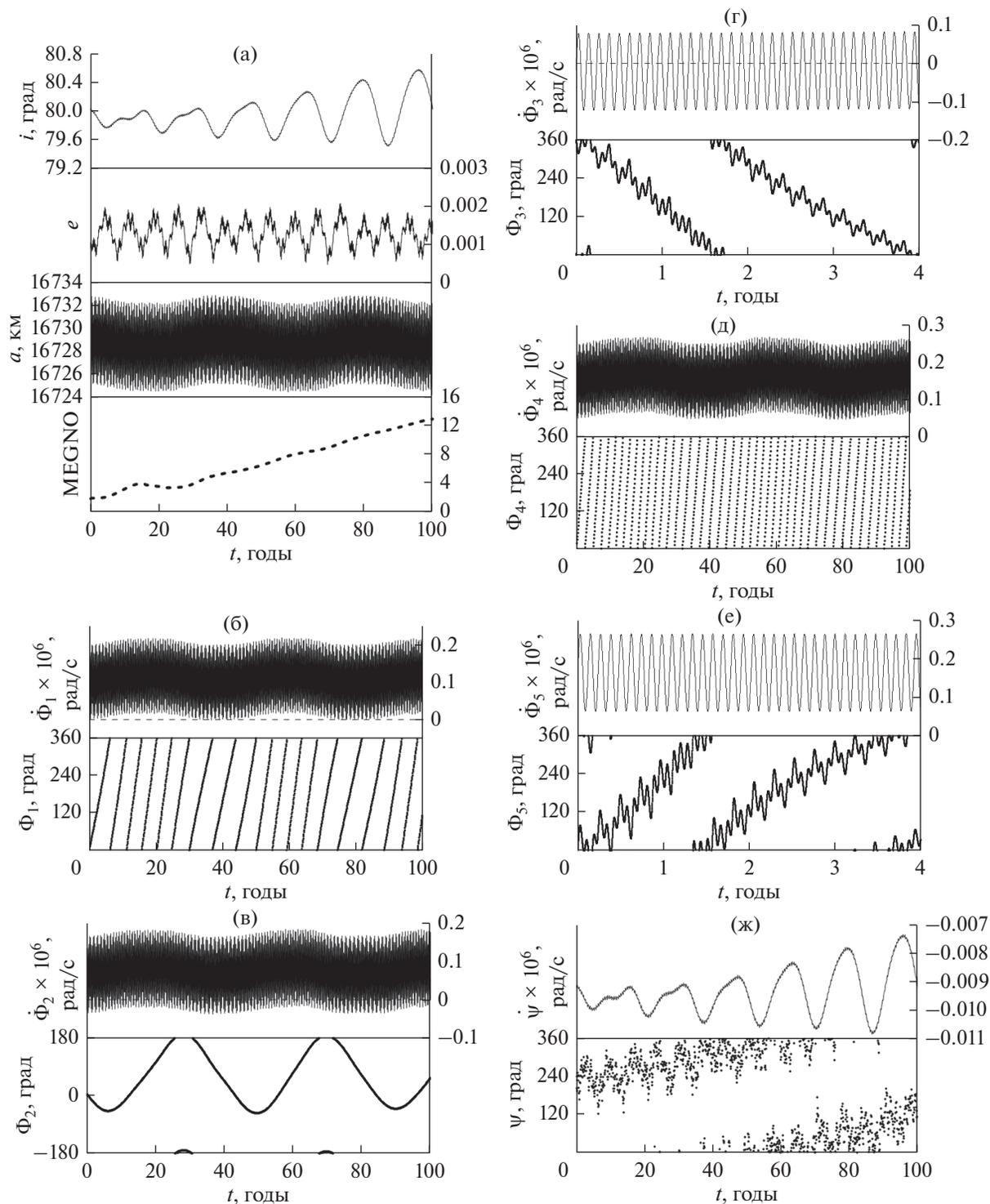


Рис. 13. Особенности движения объекта в зоне наложения орбитального и векового апсидально-нодального резонанса: (а) орбитальная эволюция; (б)–(е) компоненты мультиплета орбитального резонанса со скоростью вращения Земли; (ж) характеристики апсидально-нодального резонанса $\dot{\Psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$ (на графике обозначен без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

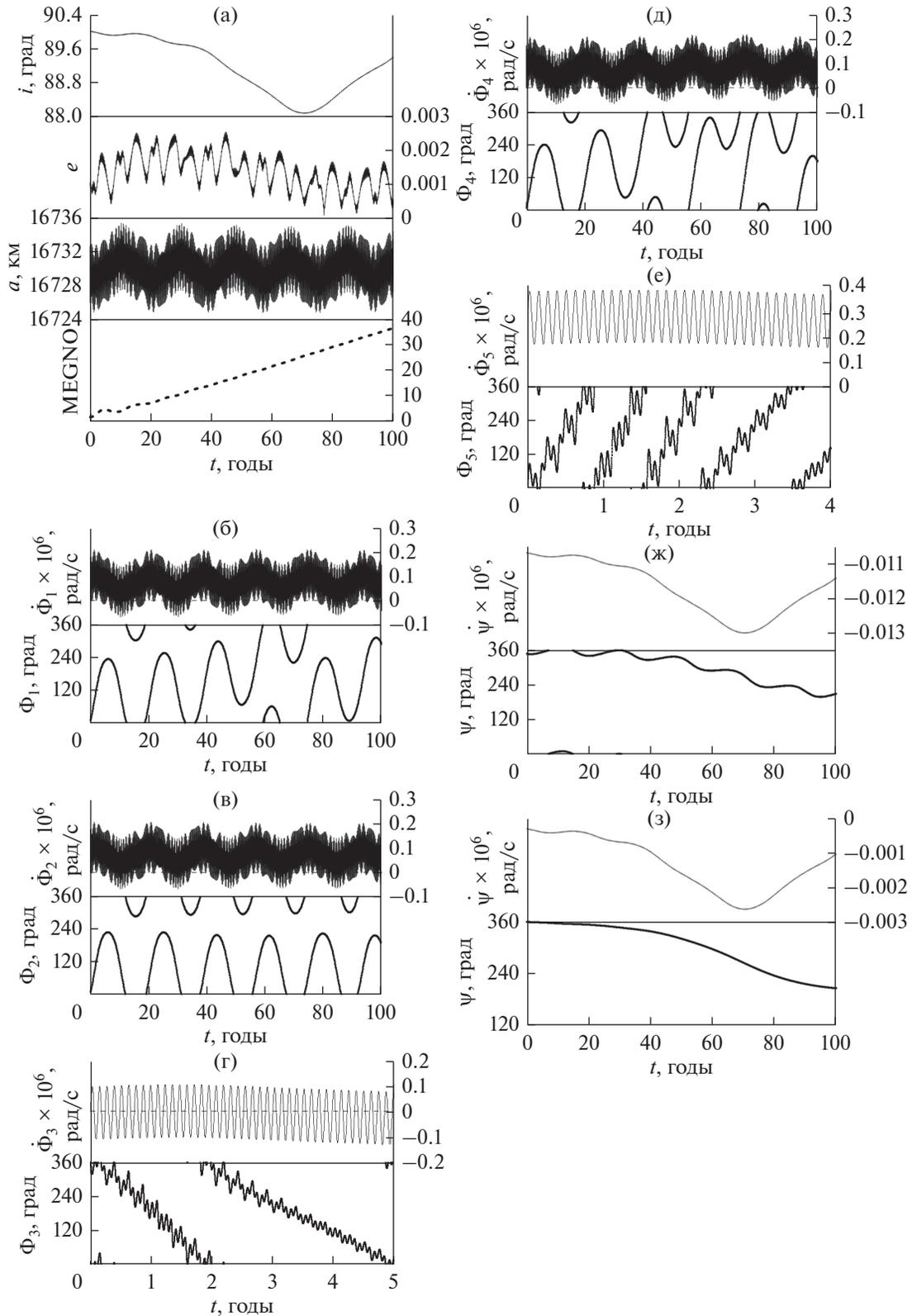


Рис. 14. Особенности орбитальной эволюции объекта в зоне наложения резонансов различных типов: (а) орбитальная эволюция объекта; (б)–(е) компоненты мультиплета орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли; (ж) и (з), соответственно, характеристики вековых апсидально-нодального резонансов $\dot{\Psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$ и $\dot{\Psi}_{17,S} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) \approx 0$ (на графике обозначены без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

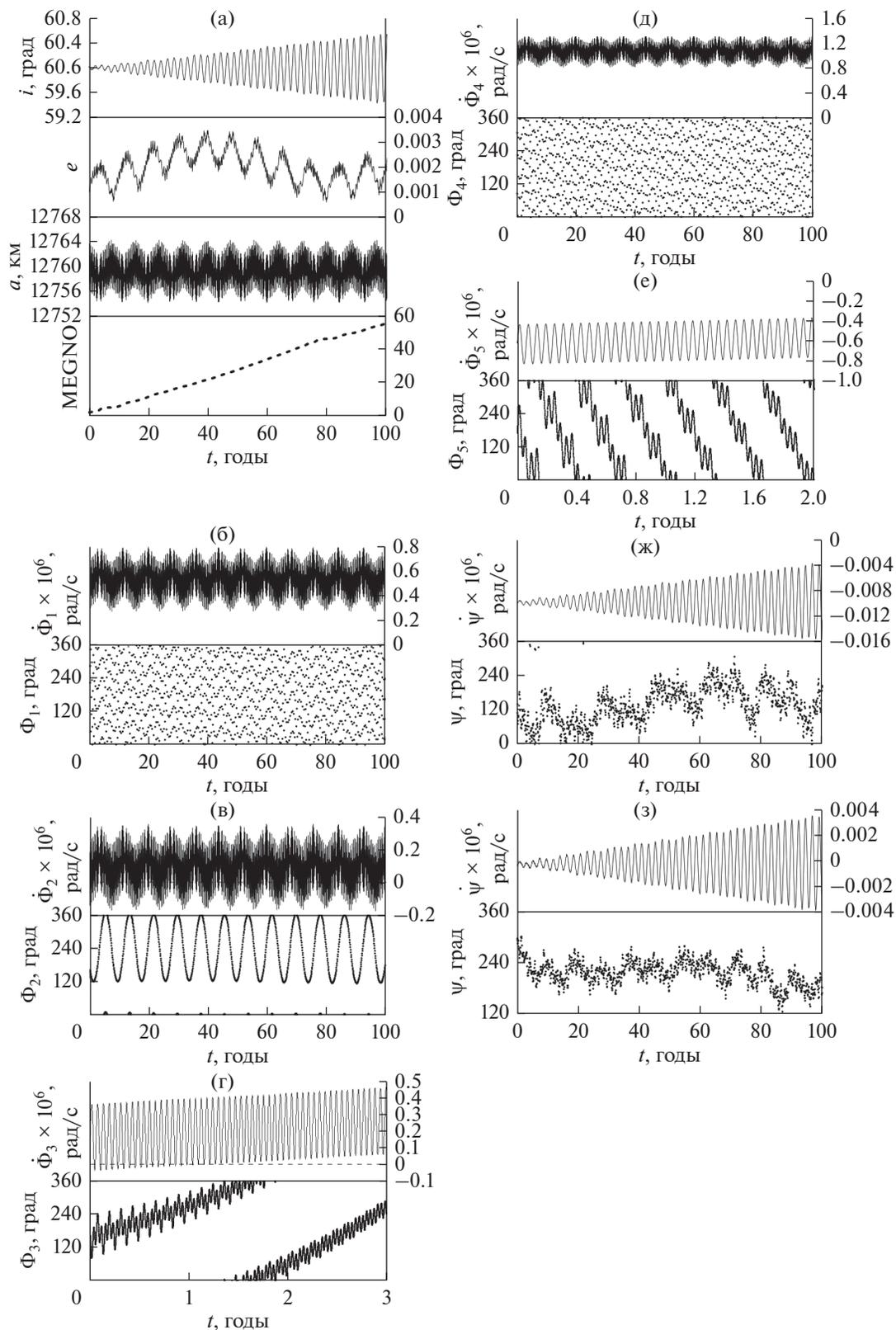


Рис. 15. Особенности динамики объектов при наложении компонент орбитального резонанса 1 : 6 и вековых апсидально-нодальных резонансов: (а) орбитальная эволюция объекта; (б)–(е) компоненты мультиплета орбитального резонанса со скоростью вращения Земли; (ж) и (з), соответственно, характеристики вековых апсидально-нодальных резонансов $\underline{\underline{\psi}}_{7,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) + 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_L \approx 0$ и $\underline{\underline{\psi}}_{18,L} = \dot{\omega} - \dot{\omega}'_L \approx 0$ (на графике обозначены без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

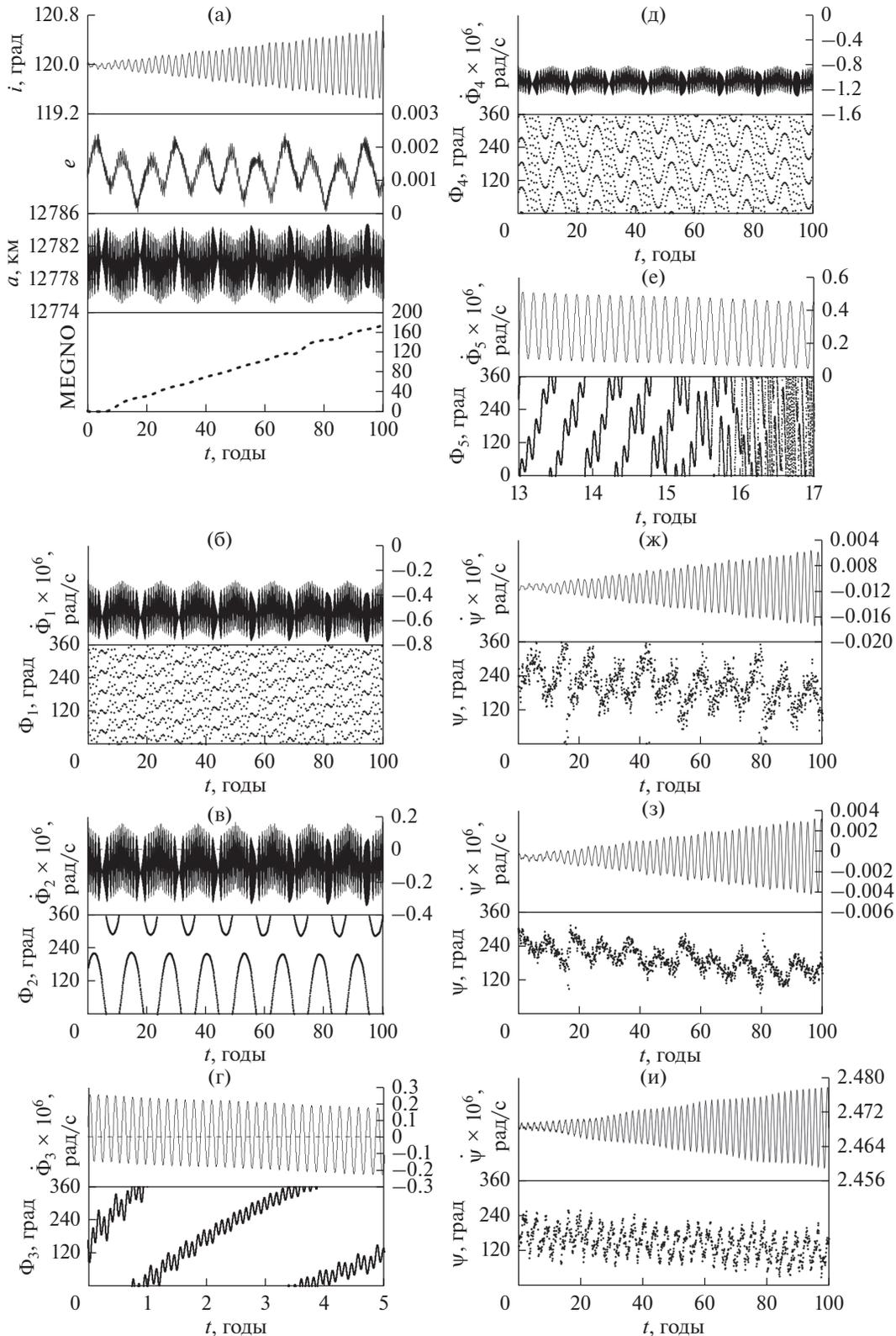


Рис. 16. Особенности динамики объектов при наложении компонент орбитального резонанса и вековых резонансов различных типов: (а) орбитальная эволюция объекта; (б)—(е) компоненты мультиплета орбитального резонанса со скоростью вращения Земли; (ж) и (з), соответственно, характеристики вековых апсидально-нодальных резонансов $\Psi_{8,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S,L}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_{S,L} \approx 0$ и $\Psi_{18,L} = \dot{\omega} - \dot{\omega}'_L \approx 0$; (и) характеристики векового резонанса со средним движением Луны (на графике обозначены без подчеркивания, чтобы не загромождать рисунок).

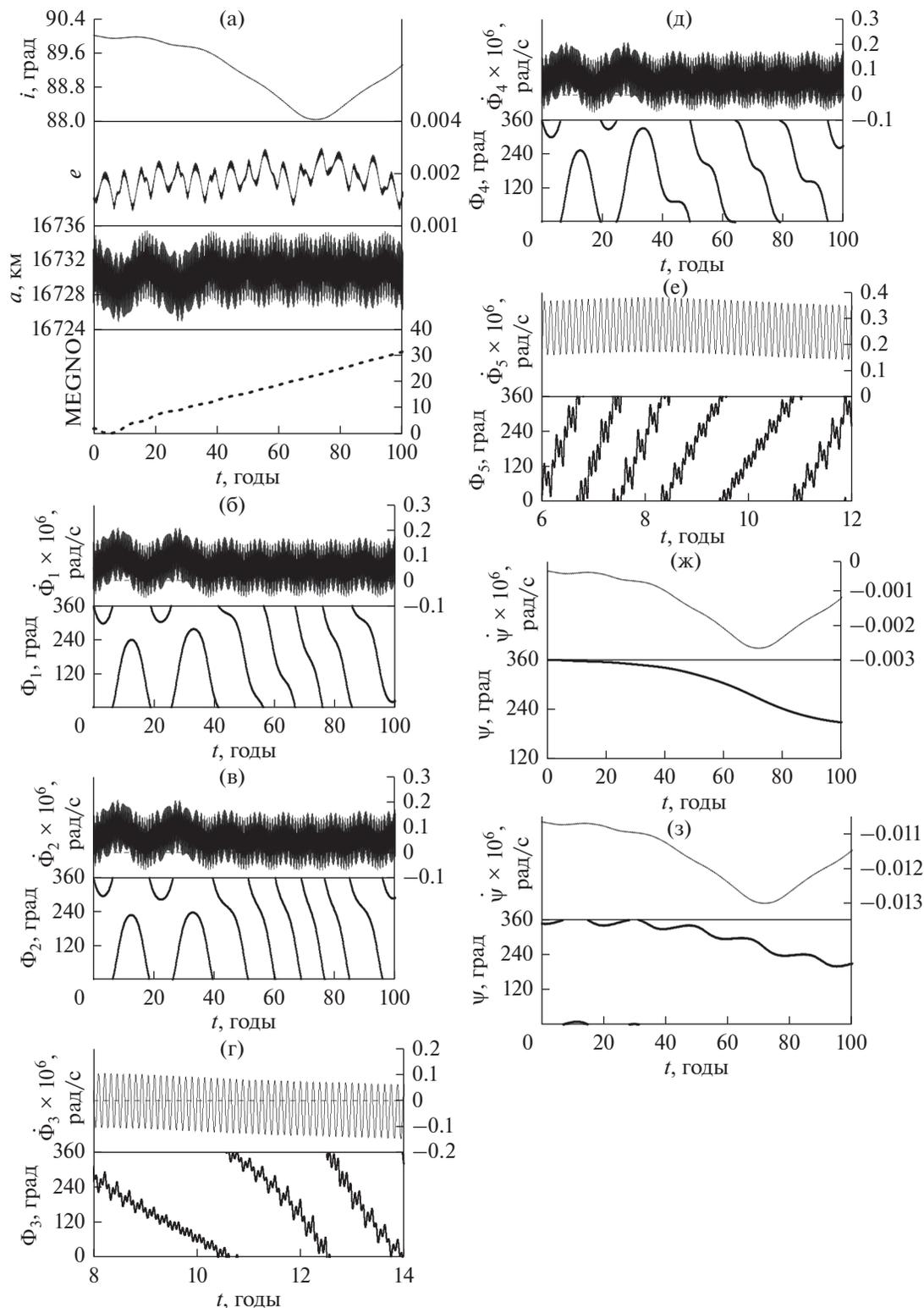


Рис. 17. Особенности динамики объектов при наложении компонент орбитального резонанса и вековых резонансов различных типов: (а) орбитальная эволюция объекта; (б)–(е) компоненты мультиплета орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли; (ж) и (з), соответственно, характеристики вековых апсидально-нодальных резонансов $\underline{\Psi}_{17,S} \approx 0$ и $\underline{\Psi}_{17,L} \approx 0$.

дования. При этом резонансное соотношение Φ_1 на всем интервале исследования лишь несколько раз переходит через нулевое значение, а Φ_4 , так же, как и Φ_5 , не переходит через ноль. Таким образом, следует считать, что данный объект подвержен влиянию устойчивой Φ_2 и неустойчивых компонент Φ_3 и Φ_5 орбитального резонанса и устойчивого векового апсидально-нодального резонанса $\underline{\psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$. Хотя элементы орбиты у данного объекта ведут себя устойчиво, параметр MEGNO не очень быстро, но уверенно растет в течение всего 100-летнего периода, что говорит о хаотизации орбиты.

На рис. 14 приведен пример орбитальной эволюции объекта под действием наложения устойчивых Φ_1, Φ_2 и неустойчивых Φ_3, Φ_4 компонент мультиплета орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли (резонансные соотношения $\Phi_1 - \Phi_4$ многократно переходят через нулевое значение) и двух вековых апсидально-нодальных резонансов первого порядка, устойчиво либрирующих в окрестности нулевого значения резонансного соотношения. Окрестность составляет 1×10^{-9} рад/с. Движение хаотично, а в эволюции наклонения орбиты объекта отчетливо прослеживается влияние вековых резонансов $\underline{\psi}_{17,L} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) \approx 0$ и $\underline{\psi}_{17,S} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) \approx 0$, которое проявляется в виде долгопериодических колебаний наклонения (Александрова и др., 2021).

Далее рассмотрим орбитальную эволюцию объекта в условиях наложения орбитального резонанса 1 : 6 со скоростью вращения Земли, который имеет либрирующую (устойчивую) на всем интервале исследования компоненту Φ_2 и две неустойчивые компоненты Φ_3 и Φ_5 , а также два вековых апсидально-нодальных резонанса, связанных с прецессией орбиты Луны (рис. 15). Параметр MEGNO стремительно растет. Наблюдаются долгопериодические колебания эксцентриситета, которые, вероятнее всего, являются следствием влияния вековых резонансов.

На рис. 16 приведен пример орбитальной эволюции в условиях наложения резонансов трех типов: орбитального резонанса 1 : 6 со скоростью вращения Земли (компонента Φ_2 либрирует, Φ_3, Φ_5 — переходят от либрации к циркуляции и обратно, резонансные соотношения Φ_2, Φ_3 переходят через 0), двух апсидально-нодальных резонансов, связанных с Луной ($\underline{\psi}_{8,L} \approx 0$ и $\underline{\psi}_{18,L} \approx 0$) и резонанса со средним движением Луны $\underline{\psi}_{13,L} \approx 0$. Движение объекта хаотично.

На рис. 17 приведены данные орбитальной эволюции объекта, подверженного действию трех неустойчивых компонент орбитального резонан-

са, двух устойчивых вековых апсидально-нодальных резонансов $\underline{\psi}_{17,S} \approx 0$ и $\underline{\psi}_{17,L} \approx 0$. Причиной возникновения хаотичности в движении рассматриваемого объекта является наложение неустойчивых компонент орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты исследования резонансной структуры областей орбитальных резонансов 1 : 4, 1 : 6 и 1 : 8 со скоростью вращения Земли и анализ динамической эволюции околоземных объектов, движущихся в этих областях. Выявлены зоны действия пяти компонент для каждого из перечисленных орбитальных резонансов, вековых апсидально-нодальных резонансов и резонансов со средним движением третьего тела (Луны и Солнца). Причем показано, что четвертая и пятая компоненты, введенные Кузнецовым и др. (2012), уверенно присутствуют во всех рассмотренных орбитальных резонансах.

Показано, что для всех трех резонансных областей наибольшие зоны устойчивости имеют вторая, третья и пятая компоненты, а наибольшие зоны покрытия — третья и пятая компоненты резонансного мультиплета, причем зоны неустойчивости третьей и пятой компонент охватывают практически всю резонансную зону.

Зоны действия второй компоненты для всех рассмотренных резонансов хорошо соотносятся с областями хаотичности на MEGNO-картах. Это связано с перекрытием зон действия компонент.

Наибольшее количество вековых апсидально-нодальных резонансов выявлено в области орбитального резонанса 1 : 4 со скоростью вращения Земли. С уменьшением высоты количество апсидально-нодальных резонансов уменьшается, но увеличивается количество вековых резонансов со средними движениями возмущающих тел (Луны и Солнца).

Анализ орбитальной эволюции рассмотренных объектов показывает, что определяющим в возникновении хаотичности в движении объектов является наложение компонент орбитального резонанса, среди которых есть неустойчивые компоненты.

Вековые резонансы в этих областях орбитального пространства играют второстепенную роль, хотя участки максимальной хаотичности на MEGNO-картах приходятся как раз на наложение зон орбитальных и вековых резонансов. В орбитальной эволюции влияние вековых резонансов проявляется ростом амплитуд долгопериодических колебаний позиционных переменных.

Интересно провести некоторые параллели с результатами, полученными группой авторов во главе с Celletti (Celletti, Gales, 2015; 2018; Celletti и др., 2016; 2020). К сожалению, динамические структуры областей, изучаемых в настоящей ра-

боте, в перечисленных статьях практически не рассматриваются, но некоторые результаты, особенно по вековым резонансам, сравнить можно. Работы выполнены с помощью аналитических методов и влияние каждого возмущения в них рассматривается отдельно. В нашей работе, как сказано выше, использовалось численное моделирование движения объектов с учетом влияния гравитационного поля Земли до 10 порядка и степени и притяжения Луны и Солнца, рассматриваемых как материальные точки, движущиеся по возмущенным орбитам, приведенным в фонде координат больших планет. Тем не менее смещение центральной линии резонансной области резонанса $1 : 4$ хорошо согласуется с резонансной большой полуосью a_{j_2} , приведенной в табл. 1 в (Celletti и др., 2020).

Что касается апсидально-нодальных резонансов, то здесь полностью совпадают оценки значимых для влияния Солнца резонансов, приведенные в формуле (3.6) в (Celletti и др., 2016) с полученными нами в численном моделировании для зоны орбитального резонанса $1 : 4$. Более того, указанные под номером (3.7) в (Celletti и др., 2016) значения наклонов, соответствующих резонансам в (3.6), полностью совпадают с нашими оценками этих значений для прямого движения. Но не совпадают для обратного движения и других зон, поскольку влияние сжатия гасит резонансы в обратном движении и на более низких орбитах (Александрова и др., 2021). Области проявления вековых резонансов со средним движением третьего тела, найденные в данной работе, также хорошо согласуются с соответствующими областями в работах указанных выше авторов.

Работа выполнена по гранту РФФИ 18-32-00735 мол_а “Исследование особенностей динамики околоземных космических объектов в условиях наложения резонансов различных типов”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса—Эверхарта // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15. № 4. С. 31—47.
- Александрова А.Г., Бордовицына Т.В., Чувашов И.Н. Численное моделирование в задачах динамики околоземных объектов // Изв. вузов. Физика. 2017. Т. 60. С. 69—76.
- Александрова А.Г., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В., Попандопуло Н.А., Томилова И.В. Вековые резонансы в динамике объектов, движущихся в областях ЛЕО—МЕО околоземного орбитального пространства // Астрон. вестн. 2021. Т. 55 (в печати).
- Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения ИСЗ. Аналитические и численные методы. Томск: Изд-во ТГУ, 2007. 220 с.
- Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли // Изв. вузов. Физика. 2010. Т. 53. № 8/2. С. 14—21.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В. Особенности структуры вековых резонансов в динамике околоземных космических объектов // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 3. С. 41—48.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 5. С. 356—368. (Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V., Chuvashov I.N. The effect of secular resonances on the long-term orbital evolution of uncontrollable objects on satellite radio navigation systems in the MEO region // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. Iss. 5. P. 329—340.)
- Кузнецов Э.Д., Захарова П.Е., Гламазда Д.В., Шагабутдинов А.И., Кудрявцев С.О. О влиянии светового давления на орбитальную эволюцию объектов, движущихся в окрестности резонансов низких порядков // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 6. С. 480—488 (Kuznetsov E.D., Zakharova P.E., Glamazda D.V., Shagabutdinov A.I., Kudryavtsev S.O. Light pressure effect on the orbital evolution of objects moving in the neighborhood of low-order resonances // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. Iss. 6. P. 442—449.)
- Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: Физматлит, 2010. 588 с.
- Прохоренко В.И. Долговременная эволюция орбит ИСЗ под влиянием гравитационных возмущений, обусловленных сжатием Земли, с учетом возмущений от третьих тел // Изв. вузов. Физика. 2006. № 2. С. 63—73.
- Томилова И.В., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В. Особенности динамики объектов, движущихся в окрестности резонанса $1 : 3$ с вращением Земли // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 5. С. 323—338.
- Томилова И.В., Бордовицына Т.В., Красавин Д.С. Динамическая структура орбитального пространства ГЛОНАСС и GPS. Проблема утилизации отработавших объектов // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 463—478 (Tomilova I.V., Bordovitsyna T.V., Krasavin D.S. Dynamic Structure of the GLONASS and GPS Orbital Space: Problem of Disposal of Retired Objects // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. No. 5. P. 450—465.)
- Allan R.R. Resonance effects due to the longitude dependence of the gravitational field of a rotating primary // Planet. and Space Sci. 1967a. V. 15. P. 53—76.
- Allan R.R. Satellites resonance with the longitude dependent gravity. II. Effects involving the eccentricity // Planet. and Space Sci. 1967b. V. 15. P. 1829—1845.
- Breiter S. On the coupling of lunisolar resonances for Earth satellite orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2001a. V. 80. P. 1—20.
- Breiter S. Lunisolar resonances revisited // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2001b. V. 81. P. 81—91.
- Celletti A., Galeş C. Dynamical investigation of minor resonances for space debris // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2015. V. 123. P. 203—222.
- Celletti A., Galeş C., Pucacco G. Bifurcation of luni-solar secular resonances for spacedebris orbits // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 2016. V. 15. P. 1352—1383.

- Celletti A., Gales C.* Dynamics of resonances and equilibria of Low Earth Objects // *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* 2018. V. 17. P. 203–235.
- Celletti A., Gales C., Lhotka C.* Resonances in the Earth's space environment // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2020. V. 84. P. 105–185.
- Chao C., Gick R.* Long-term evolution of navigation satellite orbits // *Adv. Space Res.* 2004. V. 34. P. 1221–1226.
- Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C.* Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // *Physica. D.* 2003. V. 182. P. 151–178.
- Cook G.E.* Luni-Solar Perturbations of the Orbit of an Earth Satellite // *Geophys. J.* 1962. V. 6. № 3. P. 271–291.
- Daquin J., Rosengren A.J., Alessi E.M., Deleflie F., Valsecchi G.B., Rossi A.* The dynamical structure of the MEO region: long-term stability, chaos, and transport // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2016. V. 124 (4). P. 335–366.
- Hughes S.* Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations. I. Resonances dependent only on inclination // *Proc. Roy. Soc. Lond.* 1980. A 372. P. 243–264.
- Hughes S.* Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations. II. Some resonances dependent on the semi-major axis, eccentricity and inclination // *Proc. Roy. Soc. Lond.* 1981. A 375. P. 379–396.
- Rossi A.* Resonant dynamics of Medium Earth Orbits: space debris // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 100. P. 267–286.