

УДК 521.1

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ХРОНОЛОГИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕРМИНОЛОГИИ ОГРАНИЧЕННОЙ КРУГОВОЙ ДВУКРАТНО ОСРЕДНЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

© 2021 г. М. А. Вашковьяк*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

*e-mail: vashkov@keldysh.ru

Поступила в редакцию 05.04.2021 г.

После доработки 02.06.2021 г.

Принята к публикации 21.06.2021 г.

Данная дискуссионно-полемика заметка имеет своей целью прояснить и упорядочить некоторые аспекты хронологического исследования и использования терминологии известной ограниченной круговой двукратно осредненной задачи трех тел. Эта интегрируемая задача широко применяется в исследованиях орбитальной эволюции как искусственных небесных тел, так и астрономических объектов самых различных классов: метеорных потоков, астероидов, спутников планет, экзопланетных систем. В начале приведем известные сведения, по данной проблеме, а затем сформулируем предложения.

DOI: 10.31857/S0320930X21050078

В первом приближении теории возмущений эволюция орбиты тела пренебрежимо малой массы определяется так называемой вековой частью W возмущающей функции ограниченной круговой задачи трех тел

$$W = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\lambda d\lambda'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (1)$$

где \mathbf{r}, \mathbf{r}' — радиус-векторы возмущаемого и возмущающего тел, соответственно, λ, λ' — их средние долготы. Эта функция берет свое начало в исследованиях К.Ф. Гаусса начала XIX века.

Система эволюционных дифференциальных уравнений в кеплеровских элементах допускает три первых интеграла в инволюции:

$$a = c_0, \quad (1 - e^2) \cos^2 i = c_1, \quad W(c_0, e, i, \omega) = c_2, \quad (2)$$

где a — большая полуось орбиты тела бесконечно малой массы, e — ее эксцентриситет, ω — аргумент перигея, i — наклонение к плоскости орбиты возмущающего тела. Интегралы c_0 и c_1 являются следствиями специфики рассматриваемой задачи — ее автономности и осесимметричности, соответственно. Независимость функции W от долготы узла Ω делает задачу интегрируемой (Моисеев, 1945).

Исключение наклона i из функции W с помощью интеграла c_1 сводит задачу к изучению динамической системы с одной степенью свободы и позволяет исследовать двухпараметрическую (c_0, c_1) структуру траекторий в фазовой плоскости (ω, e). Такие исследования были выполнены в начале 60-х годов прошлого века для различных приближений функции W относительно малого парамет-

ра $\alpha = a/a' < 1$. В этом, так называемом, внутреннем варианте при учете в функции W лишь слагаемых $\sim \alpha^2$ в приближении Хилла выполнено полное качественное и аналитическое исследование задачи (Лидов, 1961; Lidov, 1962), в частности выявлены условия существования стационарных особых точек при $c_1 < 3/5$ и $\omega = \pm \pi/2$, а также условия либрации ω . Используя выражения для функции W совместно с интегралом c_1 , М.Л. Лидов получил существенно более простую компактную форму для интеграла c_2

$$e^2 \left(\frac{2}{5} - \sin^2 i \sin^2 \omega \right) = c_2. \quad (3)$$

Исследования М.Л. Лидова были вызваны насущной необходимостью изучения орбитальной динамики искусственных спутников Земли и планет.

Практически одновременно с целью изучения орбитальной эволюции астероидных орбит И. Козаи исследовал уточненный и более полный вариант задачи, получив выражение для функции W с точностью до α^8 , включительно (Козаи, 1962). В этом исследовании, в частности, было выявлено существование первого реального астероида (1373) Цинциннати с либрационным изменением ω . Впоследствии были получены выражения функции W для внутреннего варианта задачи ($\alpha < 1$) с точностью до α^{14} и для внешнего варианта ($\alpha > 1$) с точностью до $1/\alpha^{15}$ (Ito, 2016).

Выполненное относительно недавно интереснейшее научно-историческое исследование (Ito, Ohtsuka, 2019a; 2019b), кроме сравнительного анализа работ И. Козаи, М.Л. Лидова и Н.Д. Моисеева, выявило существенный вклад в исследование

рассматриваемой задачи Х. фон Цейпеля и его, практически неизвестную ранее, работу начала прошлого века (Цейпель, 1910). В этой работе, связанной с эволюцией кометных орбит, описаны многие качественные особенности задачи, выявленные в более поздних работах вышеуказанных авторов. Кроме того, предложено асимптотическое выражение для функции W в случае так называемых “сцепленных” орбит, дополняющим внутренним и внешним варианты задачи.

Все вышеизложенное дает основание для предложений по изменению или уточнению некоторых терминов, используемых в небесно-механических работах, так или иначе связанных с ограниченной круговой двукратно осредненной задачей тех тел.

1. Интеграл c_1 существует в любой механической задаче с осесимметричным потенциалом, когда у вектора момента количества движения сохраняется его проекция на ось симметрии. Поскольку этот интеграл вытекает из общего закона механики, связывать его с чьим-либо именем представляется не вполне оправданным, хотя он и сыграл важную роль в исследованиях вышеупомянутых ученых.

2. Термином “интеграл Лидова” естественно называть интеграл c_2 , как компактное соотношение между эксцентриситетом, наклоном и аргументом перицентра, выполняющееся в силу эволюционных уравнений двукратно осредненной задачи Хилла и полученное только в работах (Лидов, 1961; Lidov, 1962).

3. В общем случае произвольных значений α для соотношения $W(c_0, e, i, \omega) = c_2$, на наш взгляд, следовало бы использовать термин “интеграл Цейпеля–Моисеева–Козаи”, учитывающий вклад всех трех ученых – небесных механиков в исследование проблемы вековых возмущений.

4. Термин “резонанс Лидова–Козаи” принято использовать лишь в данной задаче для условия $\tilde{\omega} = \Omega$, т.е. равенства производных по времени долготы перицентра и узла орбиты, а следовательно, равенства нулю производной аргумента перицентра $\dot{\omega} = 0$.

5. Представляется дискуссионной трактовка термина “эффект Лидова–Козаи” исключительно как колебательного изменения эксцентриситета и наклона, противофазного для прямых орбит и синфазного для обратных. Очевидно, что подобные колебания, происходящие с удвоенной частотой изменения аргумента перицентра, имеют причиной все тот же интеграл c_1 . Поэтому “эффект Лидова–Козаи” корректнее связывать не только и не столько с указанными колебаниями, сколько с существованием в фазовой плоскости (ω, e) стационарных особых точек, областей либрации аргумента перицентра при $c_1 < 3/5$, а также с возможностью резкого возрастания эксцентриситета и соударения спутника с поверхностью планеты конечного радиуса при $c_1 \approx 0$ ($i \approx 90^\circ$). Весомым основанием для этого, на наш взгляд, яв-

ляются архивные материалы Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, в котором М.Л. Лидов проработал всю свою жизнь. В одном из пунктов отчета о научной работе, составленного Михаилом Львовичем в 1961 г., говорится именно о выявлении эффекта падения спутника на поверхность планеты в случае почти ортогональной ориентации его орбиты относительно орбиты возмущающего тела. В выписке из протокола заседания Ученого совета 1970 г., на котором происходило выдвижение М.Л. Лидова в члены-корреспонденты АН СССР, содержится следующая формулировка одного из многих его научных достижений. “М.Л. Лидову принадлежит открытие неизвестного ранее эффекта – падения на центральное тело спутника, орбита которого наклонена к плоскости орбиты центрального тела под углом, близким к 90° ”. В аналогичном документе 1992 г. о выдвижении М.Л. Лидова в академии АН СССР указано, что “На основе анализа ограниченной задачи трех тел М.Л. Лидовым установлена невозможность длительного существования спутников на орбитах с большим наклоном к плоскости орбиты возмущающего тела” ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Страницы памяти (keldysh.ru).

Сформулированные предложения открыты для научной дискуссии и, конечно, не исключают каких-либо изменений и дополнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лидов М.Л. Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. Вып. 8. С. 5–45.
- Моисеев Н.Д. О некоторых основных упрощенных схемах небесной механики, получаемых при помощи осреднения ограниченной круговой проблемы трех точек. 2. Об осредненных вариантах пространственной ограниченной круговой проблемы трех точек // Тр. Гос. Астрон. Ин-та им. П.К. Штернберга. 1945. Т. 15. Вып. 1. С. 100–117.
- Ito T. High-order analytic expansion of disturbing function for doubly averaged circular restricted three-body problem // Adv. in Astron. V. 2016. Hindawi Publishing Corporation, 23 p.
- Ito T., Ohtsuka K. The Lidov-Kozai oscillation and Hugo von Zeipel. Monogr. Environ // Earth and Planets. 2019a. arXiv:1911.03984v1[astro-ph.EP] 10 Nov 2019. P. 1–183. Suppl. Information. P. S1–S26.
- Ito T., Ohtsuka K. The Lidov-Kozai oscillation and Hugo von Zeipel. Monogr. Environ // Earth and Planets. 2019b. V. 7. № 1. P. 1–113. <https://doi.org/10.5047/meep.2019.00701.0001>
- Kozai Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // Astron. J. 1962. V. 67. P. 591–598.
- Lidov M.L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies // Planet. and Space Sci. 1962. № 9. P. 719–759.
- von Zeipel H. Sur l'application des séries de M. Lindstedt à l'étude du mouvement des comètes périodiques // Astron. Nachr. 1910. V. 183. P. 345–418. <https://doi.org/10.1002/asna.19091832202>. A full-text open access PDF file is available from ADS, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1910AN....183..345V>