

УДК 521.13+523.44

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ПАР ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ¹

© 2022 г. Э. Д. Кузнецов^a, *, О. М. Аль-Шиблави^a, В. Д. Гусев^a

^aУральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

*E-mail: eduard.kuznetsov@urfu.ru

Поступила в редакцию 29.07.2021 г.

После доработки 11.10.2021 г.

Принята к публикации 25.10.2021 г.

Выполнен поиск пар транснептуновых объектов на близких орбитах с большими полуосями более 30 а. е. Расстояния в пространстве кеплеровых орбит оценивались с помощью метрик Холшевникова. Обнаружено 26 пар транснептуновых объектов с метриками менее 0.07 (а. е.)^{1/2}. На основе номинальных орбит численным методом изучена динамическая эволюция пар транснептуновых объектов на интервале времени 10 млн лет в прошлое. Для пары 2003 QL91–2015 VA173 выполнено исследование вероятностной эволюции на интервале 10 млн лет в прошлое. Оценки возраста пар транснептуновых объектов, полученные различными методами: анализ низкоскоростных сближений объектов, сходимости орбит, сближений линий узлов и апсид, дают противоречивые результаты. Возраст большинства рассмотренных пар превышает 10 млн лет.

Ключевые слова: пары транснептуновых объектов, метрики Холшевникова, численное моделирование, радиус сферы Хилла, вторая космическая скорость

DOI: 10.31857/S0320930X22020062

ВВЕДЕНИЕ

После открытия Плутона в 1930 г. следующий транснептуновый объект (ТНО) – (15760) Albion – был обнаружен лишь в 1992 г. По состоянию на июль 2021 г. известно более 3660 ТНО (https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi#x). Распределение орбит малых тел Солнечной системы является результатом различных процессов, протекающих длительное время (см., например, Deienno и др., 2016; Gomes, 2021; Granvik и др., 2017; Morbidelli, Nesvorný, 2020).

В работе (Vokrouhlický, Nesvorný, 2008) показано, что в главном поясе астероидов существует большое количество пар астероидов с близкими орбитами, имеющих общее происхождение. Дальнейшее исследование этих пар (Pravec, Vokrouhlický, 2009) подтвердило их статистическую значимость. Также были обнаружены пары астероидов, не принадлежащие группам или семействам (Pravec и др., 2010; Jacobson, 2016; Kuznetsov, Safronova, 2018). Как правило, пары связаны со скоплениями молодых астероидов (Pravec и др., 2018; Kuznetsov, Vasileva, 2019).

Образование пар или групп малых тел на близких орбитах может происходить в результате действия различных процессов: разрушение в результате столкновений, дробление вследствие

вращения, распад двойных систем и др. (см., например, Benz, Asphaug, 1999; Boehnhardt, 2004; Jacobson, Scheeres, 2011). Вековые резонансы и резонансы средних движений также могут приводить к движению объектов по сходным орбитам (см., например, de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2016).

Предположение о возможном существовании столкновительных семейств малых тел за орбитой Нептуна было высказано в работе (Chiang, 2002). Первое семейство, идентифицированное во внешней части Солнечной системы, было связано с карликовой планетой (136108) Haumea (Brown и др., 2007). Среди объектов рассеянного диска также была обнаружена пара 2010 FD49–2010 FE49 (Rabinowitz и др., 2011). Задача поиска столкновительных семейств ТНО рассматривалась в (Chiang и др., 2003; Marcus и др., 2011). В работе (de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2018) выполнен систематический поиск статистически значимых пар и групп динамически коррелированных объектов с большими полуосями орбит (более 25 а. е.). Для выделения пар ТНО анализировались положения полюсов орбит и перигелиев совместно с разностями времени прохождения перигелия. Было подтверждено существование пары 2000 FC8–2000 GX146, которая была указана в качестве кандидата в пары (см. Chiang, 2002). Были выделены кандидаты в пары в четырех новых столкновительных семействах ТНО,

¹ По материалам VII Бредихинских чтений (май 2021 г.).

связанных с парами (134860) 2000 OJ67–2001 UP18, 2003 UT291–2004 VB131, 2002 CU154–2005 CE81 и 2003 HF57–2013 GG137. Также были найдены несколько пар ТНО, которые могут иметь общее происхождение: (135571) 2002 GG32–(160148) 2001 KV76 и 2005 GX206–2015 BD519.

В данной работе выполняется поиск пар динамически коррелированных ТНО с большими полуосями орбит (более 30 а. е.) с использованием метрик Холшевникова (Kholshchevnikov и др., 2016; 2020) в пространстве кеплеровых орбит. Проводится исследование динамической эволюции пар ТНО на близких орбитах с целью оценки их возраста.

ПОИСК ПАР ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ

Поиск кандидатов в молодые пары транснептуновых объектов на близких орбитах осуществлялся путем вычисления значений метрик Холшевникова ρ_2 и ρ_5 (Kholshchevnikov и др., 2016). Обозначения метрик соответствуют обозначениям, используемым в работе (Kholshchevnikov и др., 2016). Метрика ρ_2 определена в пятимерном пространстве кеплеровых элементов орбит: большая полуось a , эксцентриситет e , наклон i , долгота восходящего узла Ω , аргумент перицентра g (положение тела на орбите не учитывается). Метрика ρ_5 – в трехмерном фактор-пространстве позиционных орбитальных элементов a, e, i .

Для вычисления метрик использовались оскулирующие элементы орбит из Asteroids Dynamic Site – AstDyS (<https://newton.spacedys.com/astdys/>) на эпоху MJD 58800 (00^h00^m00^s 13.11.2019). Были выбраны следующие критерии для отбора молодых пар ТНО: $\rho_2 < 0.07$ (а. е.)^{1/2} ($\rho_2^2 < 0.0049$ а. е. = 7.5×10^5 км), $\rho_5 < 0.07$ (а. е.)^{1/2} ($\rho_5^2 < 0.0049$ а. е. = 7.5×10^5 км) и $\rho_2 - \rho_5 < 0.015$ (а. е.)^{1/2} ($(\rho_2 - \rho_5)^2 < 0.00225$ а. е. = 3.4×10^4 км). Критерии для метрик ρ_2 и ρ_5 соответствуют характерному значению радиуса сферы Хилла для ТНО. Близость метрик ρ_2 и ρ_5 может свидетельствовать о молодости пары ТНО (после образования пары орбиты еще не успели разойтись за счет прецессии узлов и перицентров). Однако это является лишь необходимым условием молодости пары, т.к. прецессия узлов и перицентров орбит имеет условно-периодический характер.

Были отобраны 26 пар ТНО, удовлетворяющих двум первым условиям: $\rho_2 < 0.07$ (а. е.)^{1/2}, $\rho_5 < 0.07$ (а. е.)^{1/2}, и 13 пар ТНО (выделены полужирным шрифтом), удовлетворяющих всем трем условиям (табл. 1). Стоит отметить, что для пар, изучавшихся другими авторами (см. раздел “Введение”), расстояния между орбитами в метриках

ρ_2 и ρ_5 превышают 0.1 (а. е.)^{1/2} и поэтому они отсутствуют среди 26 отобранных пар ТНО.

В табл. 2 приведены элементы орбит на эпоху MJD 58800, здесь M_0 – средняя аномалия, H – абсолютная звездная величина ТНО. Анализ табл. 2 показывает, что все обнаруженные ТНО, входящие в пары, относятся к динамически холодному населению классического пояса Койпера, для которого характерны орбиты с большими полуосями от 42 до 45 а. е., эксцентриситетами, не превышающими 0.1, и наклонами не более 5° (Gladman и др., 2008; Kavelaars и др., 2008). Минимальное значение большой полуоси у ТНО 2015 VF170 составляет 42.6 а. е., максимальное значение у 2015 GY58 – 44.7 а. е. Максимальные эксцентриситеты наблюдаются у пары ТНО 2002 CY154–2005 EW318 и составляют 0.078 и 0.073 соответственно. Максимальный наклон 5° достигается у пары (500839) 2013 GW137–2015 GZ58.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ ПАР ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ

Для всех отобранных пар ТНО (табл. 1) было выполнено численное моделирование орбитальной эволюции на интервале времени 10 млн лет в прошлое. Использовалась программа Orbit9 (<http://adams.dm.unipi.it/orbfit/>), входящая в программный комплекс OrbFit (Orbfit Consortium, 2011). Учитывались возмущения от восьми больших планет, карликовой планеты Плутон, сжатие Солнца, релятивистские эффекты. В качестве начальных были выбраны номинальные значения оскулирующих элементов орбит ТНО из базы AstDyS на эпоху MJD 58800.

К стандартным методам определения возраста пар малых тел на близких орбитах можно отнести: 1) анализ низкоскоростных сближений объектов (см., например, Pravec и др., 2019), 2) анализ минимальных расстояний между орбитами объектов (см., например, Кузнецов и др., 2020), 3) анализ одновременных сближений линий узлов и линий апсид орбит объектов (см., например, Rosaev, Plávalová, 2018).

Анализ одновременных сближений линий узлов и линий апсид орбит ТНО можно рассматривать как частный случай более общего метода, использующего анализ минимальных расстояний между орбитами ТНО, например, с помощью метрик Холшевникова. При анализе одновременных сближений линий узлов и линий апсид используются только два элемента – долгота восходящего узла и аргумент перицентра, в то время как оценка минимального расстояния между орбитами вычисляется на основе пяти кеплеровых элементов – большой полуоси, эксцентриситета, наклона, долготы восходящего узла и аргумента

Таблица 1. Пары ТНО на близких орбитах

Пара ТНО		$\rho_2, (\text{а. е.})^{1/2}$	$\rho_5, (\text{а. е.})^{1/2}$	$\rho_2 - \rho_5, (\text{а. е.})^{1/2}$
1999 HV11	2015 VF172	0.0348	0.0316	0.0032
2003 QL91	2015 VA173	0.0366	0.0331	0.0035
2013 SD101	2015 VY170	0.0438	0.0392	0.0046
2002 CY154	2005 EW318	0.0461	0.0377	0.0084
(88268) 2001 KK76	2015 GV58	0.0542	0.0432	0.0110
2000 PW29	2015 GL58	0.0587	0.0286	0.0301
(468422) 2000 FA8	2000 YV1	0.0591	0.0420	0.0171
2003 QD91	2015 VC173	0.0592	0.0387	0.0205
2000 ON67	2013 UN17	0.0597	0.0457	0.0140
2002 FW36	2015 VF170	0.0600	0.0239	0.0361
(500839) 2013 GW137	2015 GZ58	0.0602	0.0182	0.0420
(88268) 2001 KK76	2013 UL17	0.0620	0.0445	0.0175
2013 UR17	2015 GY58	0.0632	0.0518	0.0114
2000 PM30	2001 OZ108	0.0637	0.0573	0.0064
2003 QX90	2013 UN17	0.0638	0.0586	0.0052
1997 CT29	2015 VQ169	0.0643	0.0380	0.0263
(534405) 2014 TW85	2002 PV170	0.0645	0.0389	0.0256
2009 UF156	2013 SX100	0.0653	0.0137	0.0516
1998 WX24	2001 FK185	0.0654	0.0427	0.0227
(534405) 2014 TW85	2015 GS56	0.0659	0.0594	0.0065
2003 HZ56	2010 NF146	0.0660	0.0451	0.0209
(33001) 1997 CU29	1999 CN119	0.0672	0.0598	0.0074
2004 DM71	2005 EC318	0.0675	0.0505	0.0170
2002 CS154	2002 VB131	0.0679	0.0674	0.0005
2003 YN179	2010 NF146	0.0689	0.0539	0.0150
2001 HA59	2015 VH170	0.0699	0.0515	0.0184

перигелия. Поскольку в момент образования пары орбиты объектов близки, разности долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и разности аргументов перигелиев $\Delta\omega$ должны обращаться в нуль одновременно с достижением минимума метрикой ρ_2 . В табл. 3 представлены минимальные значения метрики $\rho_{2\min}$ и соответствующие им моменты времени t_p , отсчитываемые в годах от эпохи MJD 58800. Пары в табл. 3 приведены в том же порядке, что и в табл. 1. Для 15 пар минимальное значение метрики $\rho_{2\min} < 0.3 (\text{а. е.})^{1/2}$ ($(\rho_{2\min})^2 < 0.09 \text{ а. е.} = 13.5 \times 10^6 \text{ км}$). Минимальное значение $\rho_{2\min} = 0.0028 (\text{а. е.})^{1/2}$ ($(\rho_{2\min})^2 = 7.84 \times 10^{-6} \text{ а. е.} = 1.17 \times 10^3 \text{ км}$) зафиксировано у пары ТНО (534405) 2014 TW85–2015 GS56.

Условие сближения орбит еще не гарантирует сближение объектов, движущихся по этим орбитам, поэтому для оценки возраста пар необходимо также анализировать возможность наступления низкоскоростных сближений, при которых расстояние между объектами r_{rel} сравнимо с ради-

усом сферы Хилла R_H более массивного тела, а относительная скорость v_{rel} имеет порядок второй космической скорости V_2 относительно более массивного тела. В работе (Pravec и др., 2019) в качестве критериев низкоскоростных сближений для астероидов главного пояса используются: $r_{rel} < (5 \text{ или } 10) R_H$, $v_{rel} < (2 \text{ или } 4) V_{esc}$, где V_{esc} – вторая космическая скорость на поверхности более массивного тела.

Для оценки радиуса сферы Хилла более массивного тела использовалась формула (Pravec и др., 2019):

$$R_H \approx r \frac{D}{2} \left(\frac{4\pi G \rho}{9 \mu} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

где r – гелиоцентрическое расстояние ТНО, D – диаметр ТНО, G – гравитационная постоянная, ρ – плотность ТНО, μ – гравитационный параметр Солнца. Вторая космическая скорость определялась относительно более массивного астеро-

Таблица 2. Элементы орбит ТНО, входящих в пары на близких орбитах на эпоху MJD 58800

ТНО	a , а. е.	e	i , град	Ω , град	g , град	M_0 , град	H , зв. вел.
1999 HV11	43.166177	0.020169	3.157000	160.91310	278.08608	150.07037	7.61
2015 VF172	43.271033	0.017897	2.924496	162.97797	279.53746	334.45029	8.87
2003 QL91	43.177925	0.012428	1.541507	164.60013	184.74257	2.89794	6.87
2015 VA173	42.874423	0.009892	1.689368	169.40209	180.33082	64.13737	8.41
2013 SD101	43.359245	0.023077	1.585794	44.61520	300.88745	31.85197	7.43
2015 VY170	43.015631	0.019940	1.766399	43.83857	309.54686	61.36963	7.73
2002 CY154	44.295986	0.077785	0.977532	120.88681	235.68135	188.28263	6.68
2005 EW318	44.471567	0.072657	1.059563	128.48818	225.61735	174.74433	6.35
(88268) 2001 KK76	42.835577	0.023699	1.884890	86.97568	219.37773	327.42801	6.30
2015 GV58	43.123573	0.019706	2.115726	82.04265	234.90916	255.93873	8.58
2000 PW29	44.459401	0.062413	1.760708	147.97969	92.29928	82.19403	8.19
2015 GL58	44.554299	0.064187	1.976936	134.51743	106.61308	332.71131	8.00
(468422) 2000 FA8	44.102811	0.033204	0.751093	212.72633	10.56454	347.82865	7.49
2000 YV1	43.646232	0.036749	0.797835	190.25305	27.42431	221.81582	7.20
2003 QD91	43.384487	0.036576	2.223543	80.75172	229.00063	43.90751	7.05
2015 VC173	42.927559	0.038888	2.288502	81.06263	239.06716	90.65528	8.74
2000 ON67	43.095769	0.027044	3.138291	57.90282	115.84517	186.01841	6.75
2013 UN17	43.509242	0.023224	2.949749	57.49010	102.88406	224.07706	7.99
2002 FW36	42.881726	0.021623	2.350362	57.33256	148.16036	332.85294	6.76
2015 VF170	42.608659	0.021989	2.251512	66.74156	124.92095	227.27741	8.29
(500839) 2013 GW137	43.097444	0.067744	5.012615	46.31857	190.53315	347.86303	7.79
2015 GZ58	42.942494	0.065624	5.015790	43.96071	186.00654	344.47125	8.30
(88268) 2001 KK76	42.835577	0.023699	1.884890	86.97568	219.37773	327.42801	6.30
2013 UL17	42.712721	0.030286	1.831661	82.27516	211.10057	86.11497	8.17
2013 UR17	44.290970	0.069766	3.112911	141.94637	6.57538	240.98399	7.73
2015 GY58	44.687101	0.064407	2.914751	141.60826	11.56087	51.55684	8.33
2000 PM30	44.217146	0.055643	2.280742	129.75954	68.84464	136.77102	7.91
2001 OZ108	43.566324	0.052486	2.100282	130.30339	72.73186	119.28737	8.32
2003 QX90	43.973698	0.017654	3.200752	61.27639	103.16170	169.35369	6.66
2013 UN17	43.509242	0.023224	2.949749	57.49010	102.88406	224.07706	7.99
1997 CT29	43.643845	0.034010	1.014799	74.52835	210.21262	239.25325	6.56
2015 VQ169	43.692452	0.035947	0.706386	43.80397	241.93890	129.71079	7.74
(534405) 2014 TW85	42.802786	0.018395	0.942122	106.58258	231.24653	72.35871	6.11
2002 PV170	42.827125	0.016965	1.272147	88.50343	265.83318	355.44228	6.29
2009 UF156	42.761272	0.016090	1.292939	74.73093	31.60785	302.34846	6.49
2013 SX100	42.774276	0.014021	1.275720	69.85697	359.27527	311.95027	7.93
1998 WX24	43.084289	0.046343	0.918899	60.71804	179.94597	199.16035	6.67
2001 FK185	43.475017	0.044879	1.173318	56.74896	174.56363	354.15066	7.70
(534405) 2014 TW85	42.802786	0.018395	0.942122	106.58258	231.24653	72.35871	6.11
2015 GS56	43.384585	0.018584	0.596653	96.27355	230.25225	243.71245	8.01
2003 HZ56	43.804976	0.007083	2.548170	57.10874	154.32591	6.03106	7.52
2010 NF146	43.385476	0.006321	2.822598	65.34386	170.59235	310.32269	6.35
(33001) 1997 CU29	43.279478	0.041735	1.461809	350.09931	271.98967	241.76977	6.34
1999 CN119	43.630299	0.043469	1.006442	347.05639	268.97715	264.04126	7.96
2004 DM71	43.142480	0.031416	2.301073	105.62185	299.08173	143.42397	7.42

Таблица 2. Окончание

ТНО	a , а. е.	e	i , град	Ω , град	g , град	M_0 , град	H , зв. вел.
2005 EC318	43.684229	0.033234	2.533296	109.30442	284.30407	134.38015	6.29
2002 CS154	43.171227	0.052016	1.178157	86.91826	143.60898	317.83381	7.04
2002 VB131	43.037238	0.043900	1.529211	86.79972	145.22961	167.11081	6.32
2003 YN179	44.010430	0.010136	2.769005	66.28518	217.10232	171.67056	6.83
2010 NF146	43.385476	0.006321	2.822598	65.34386	170.59235	310.32269	6.35
2001 HA59	44.123261	0.056537	1.013300	149.16979	313.62362	130.85441	6.52
2015 VH170	44.597936	0.058895	1.304601	135.54839	322.01834	323.98226	8.65

Таблица 3. Минимальные значения метрики ρ_2 и моменты их достижения t_p

Пара ТНО		$\rho_{2\min}$, (а. е.) ^{1/2}	t_p , годы
1999 HV11	2015 VF172	0.022	-378030
2003 QL91	2015 VA173	0.022	-6624140
2013 SD101	2015 VY170	0.021	-86000
2002 CY154	2005 EW318	0.019	-1189840
(88268) 2001 KK76	2015 GV58	0.033	-174200
2000 PW29	2015 GL58	0.057	-2360
(468422) 2000 FA8	2000 YV1	0.024	-3364380
2003 QD91	2015 VC173	0.024	-3665420
2000 ON67	2013 UN17	0.029	-3910
2002 FW36	2015 VF170	0.045	-22480
(500839) 2013 GW137	2015 GZ58	0.026	-333270
(88268) 2001 KK76	2013 UL17	0.015	-6403830
2013 UR17	2015 GY58	0.033	-123920
2000 PM30	2001 OZ108	0.023	-195490
2003 QX90	2013 UN17	0.024	-1162330
1997 CT29	2015 VQ169	0.058	-3255440
(534405) 2014 TW85	2002 PV170	0.035	-2774370
2009 UF156	2013 SX100	0.022	-1596390
1998 WX24	2001 FK185	0.031	-147410
(534405) 2014 TW85	2015 GS56	0.0028	-3348100
2003 HZ56	2010 NF146	0.054	-12890
(33001) 1997 CU29	1999 CN119	0.053	-14560
2004 DM71	2005 EC318	0.022	-624400
2002 CS154	2002 VB131	0.041	-974650
2003 YN179	2010 NF146	0.027	-53520
2001 HA59	2015 VH170	0.059	-56200

ида на астероидоцентрическом расстоянии r_{rel} , равном относительному расстоянию между центрами масс астероидов (Кузнецов и др., 2020):

$$V_2 = \left(\frac{\pi G \rho D^3}{3 r_{rel}} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

Заметим, что формулы (1) и (2) получены в предположении о сферической форме объекта.

Для получения оценок радиуса сферы Хилла R_H (1) и второй космической скорости V_2 (2) необходимы сведения о физических параметрах ТНО. Поскольку объекты, входящие в исследуе-

мые пары ТНО, относятся к динамически холодному населению классического пояса Койпера и имеют размеры, не превышающие нескольких сотен км, мы использовали для всех ТНО одинаковые значения плотности $\rho = 0.5 \text{ г/см}^3$ и геометрического альbedo $p_v = 0.13$ (Muller и др., 2020).

Оценки плотности ТНО лежат в пределах от 0.5 до 2 г/см³ (Lacerda, Jewitt, 2007; Grundy и др., 2008; Fernandez, 2020) и растут с увеличением диаметра ТНО. Для ТНО размером в несколько сотен км оценки плотности составляют 0.5–0.6 г/см³ (Lacerda, Jewitt, 2007; Grundy и др., 2008; Fernandez, 2020). Мы использовали минимальное значение плотности $\rho = 0.5 \text{ г/см}^3$, которое даст минимальные оценки радиуса сферы Хилла R_H (1) и второй космической скорости V_2 (2). В случае, если значение плотности составляет 2 г/см³, значение радиуса сферы Хилла R_H будет занижено в $4^{1/3} \approx 1.6$ раза, а значение второй космической скорости V_2 в $4^{1/2} = 2$ раза. Это можно учесть при установлении критериев тесных сближений ТНО пары.

Диаметры ТНО D (в км) оценивали по абсолютной звездной величине H (см. табл. 1) и значению геометрического альbedo p_v , используя формулу (Bowell и др., 1989):

$$D = 1329 \text{ км} \times 10^{-H/5} \times p_v^{-1/2}. \quad (3)$$

Результаты наблюдений показывают, что значения геометрического альbedo p_v динамически холодных классических объектов классического пояса Койпера лежат в пределах $p_v = 0.054$ – 0.236 (Muller и др., 2020). При использовании минимального значения альbedo $p_v = 0.054$ вместо принятого нами среднего значения $p_v = 0.13$ оценки диаметра D (3) возрастут примерно в 1.6 раза, что приведет к росту оценки радиуса сферы Хилла R_H (1) в 1.6 раза, а второй космической скорости V_2 (2) в 1.9 раза.

Отношение масс ТНО пары m_2/m_1 оценивалось по разности абсолютных звездных величин ТНО $\Delta H = H_2 - H_1$ в предположении равенства альbedo и средней плотности объектов (Pravec и др., 2010):

$$\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3 = (10^{-\Delta H/5})^3. \quad (4)$$

В табл. 4 приведены диаметры ТНО D и отношения масс ТНО. Диаметры D даны в том же порядке, что и ТНО пары. В том случае, если второй ТНО пары имеет большую оценку массы, чем первый, в табл. 4 приводится обратное значение. Радиусы исследуемых ТНО лежат в пределах от 62 км для 2015 VF172 до 221 км для (534405) 2014 TW85. Отношение масс варьируется от 0.043 для пары (88268) 2001 KK76–2015 GV58 до 0.78 для

(534405) 2014 TW85–2002 PV170. В 14 парах отношение масс не превышает 0.2, в пяти парах отношение масс более 0.6, у семи пар отношение масс лежит в диапазоне от 0.2 до 0.6. Различие отношения масс ТНО в парах может свидетельствовать о различных механизмах формирования пар. Обсуждение данного вопроса для астероидов главного пояса (см., например, Pravec и др., 2010; 2018; Jacobson, Scheeres, 2011; Vokrouhlický и др., 2017) связывает отношение масс объектов в парах с их периодами осевого вращения. Для рассматриваемых ТНО периоды осевого вращения пока не определены, поэтому в нашем случае этот подход пока не применим.

Среди динамически холодного населения классического пояса Койпера в ходе эволюции протопланетного диска и миграции планет реализуются условия для сохранения тесных двойных или контактных ТНО с компонентами примерно равных масс (Nesvorný, Vokrouhlický, 2019). С другой стороны, эволюция широких двойных транснептуновых объектов оказывается неустойчивой за счет частых сближений с другими ТНО, которые приводят к распаду двойных систем (Campbell, 2021) и образованию пар ТНО на близких орбитах. В момент образования пары динамические условия соответствуют низкоскоростному сближению ТНО: расстояние между объектами $r_{rel} \approx R_H$, относительная скорость $v_{rel} \approx V_2$ на астероидоцентрическом расстоянии r_{rel} относительно более массивного ТНО.

На основе результатов численного моделирования был выполнен поиск низкоскоростных сближений ТНО, входящих в пары на близких орбитах (см. табл. 1). Интервал интегрирования составил 10 млн лет в прошлое. Использовались номинальные орбиты ТНО из базы данных AstDyS. Критерии для поиска низкоскоростных сближений были выбраны с учетом неопределенности значений плотности ρ и альbedo p_v ТНО: $r_{rel} < 3R_H$, $v_{rel} < 4V_2$. На рассматриваемом интервале времени ни для одной из пар условия низкоскоростного сближения выполнены не были. В табл. 5 приведены сведения о сближениях ТНО до расстояний менее $10R_H$ (здесь t_r – момент времени, в который достигается минимальное расстояние). Таких пар всего шесть. Наиболее тесное сближение ТНО до $r_{rel} = 1.2R_H$ зафиксировано у пары 2003 QD91–2015 VC173. Минимальная относительная скорость $v_{rel} = 60V_2$ у пары ТНО 2003 QL91–2015 VA173, однако эта скорость в 15 раз превышает значение, соответствующее низкоскоростному сближению. Можно сделать вывод, что на рассматриваемом интервале 10 млн лет сближения ТНО до расстояний менее $10R_H$ возможны, но высокие скорости относительного движения показывают, что моменты сближений

Таблица 4. Диаметры ТНО и отношения масс ТНО в парах

Пара ТНО		D , км		m_2/m_1
1999 HV11	2015 VF172	111	62	0.18
2003 QL91	2015 VA173	156	77	0.12
2013 SD101	2015 VY170	120	105	0.66
2002 CY154	2005 EW318	170	198	1/0.63
(88268) 2001 KK76	2015 GV58	203	71	0.043
2000 PW29	2015 GL58	85	93	1/0.77
(468422) 2000 FA8	2000 YV1	117	134	1/0.67
2003 QD91	2015 VC173	143	66	0.097
2000 ON67	2013 UN17	165	93	0.18
2002 FW36	2015 VF170	164	81	0.12
(500839) 2013 GW137	2015 GZ58	102	81	0.49
(88268) 2001 KK76	2013 UL17	203	86	0.076
2013 UR17	2015 GY58	105	80	0.44
2000 PM30	2001 OZ108	97	80	0.57
2003 QX90	2013 UN17	172	93	0.16
1997 CT29	2015 VQ169	180	104	0.20
(534405) 2014 TW85	2002 PV170	221	203	0.78
2009 UF156	2013 SX100	186	96	0.14
1998 WX24	2001 FK185	171	106	0.24
(534405) 2014 TW85	2015 GS56	221	92	0.072
2003 HZ56	2010 NF146	115	198	1/0.20
(33001) 1997 CU29	1999 CN119	199	94	0.11
2004 DM71	2005 EC318	121	203	0.21
2002 CS154	2002 VB131	144	201	1/0.37
2003 YN179	2010 NF146	159	198	1/0.52
2001 HA59	2015 VH170	183	69	0.053

Таблица 5. Условия сближения ТНО в парах при условии $r_{rel} < 10R_H$

Пара ТНО		r_{rel}/R_H	R_H , 10^3 км	v_{rel}/V_2	V_2 , м/с	t_r , годы
2003 QL91	2015 VA173	5.9	362	64	0.25	-2873 456
		5.8	362	65	0.25	-3567 110
		8.6	362	81	0.21	-4262 736
		8.9	360	77	0.20	-4942 567
		4.9	357	60	0.28	-5652 850
		6.5	354	68	0.24	-7027 010
		8.7	354	83	0.21	-7707 138
		9.8	350	88	0.20	-9096 396
7.6	349	74	0.22	-9811 755		
2002 CY154	2005 EW318	8.3	495	85	0.25	-717 111
(468422) 2000 FA8	2000 YV1	5.2	318	169	0.23	-554 780
2003 QD91	2015 VC173	1.2	335	80	0.50	-783 781
		8.1	319	244	0.20	-4837 045
		5.0	340	195	0.25	-5020 477
2002 FW36	2015 VF170	4.9	381	231	0.29	-7629 109
2009 UF156	2013 SX100	9.3	404	168	0.24	-1896 880

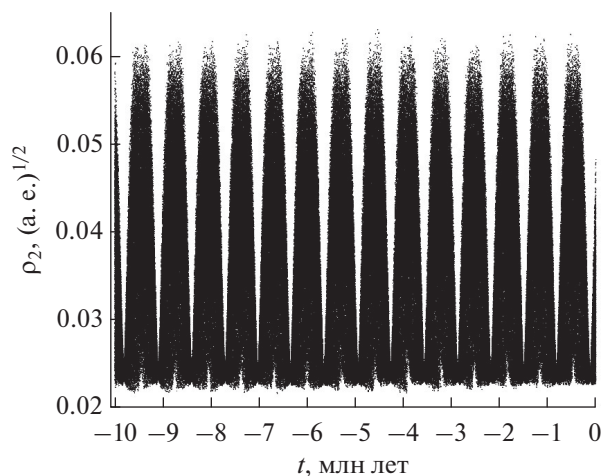


Рис. 1. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары 2003 QL91–2015 VA173.

ТНО, скорее всего, не являются моментами образования пар ТНО на близких орбитах.

АНАЛИЗ СБЛИЖЕНИЙ ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ

При оценке возраста пар малых тел на близких орбитах представляет интерес сравнение моментов сближений орбит, линий узлов и аписид, самих объектов на орбитах. В момент образования пары все оцениваемые расстояния, как между орбитами, так и между телами должны быть малы. Сравним моменты сближений орбит (см. табл. 3), узлов и перицентров орбит, а также объектов на орбитах (см. табл. 5) для шести ТНО, испытывающих тесные сближения.

Пара 2003 QL91–2015 VA173. Сближения ТНО происходят с периодом около 700 тыс. лет. Наиболее тесное сближение до $r_{rel} = 4.9R_N$ фиксируется в момент времени $t_r = -5652850$ лет. Метрика ρ_2 принимает минимальное значение при $t_p = -6624140$ лет. Как видно из рис. 1, метрика ρ_2 остается малой на всем рассматриваемом интервале и не превосходит 0.06 (а. е.)^{1/2}. Разности долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и аргументов перицентров Δg одновременно близки к нулю на интервале от 1.5 до 3.3 млн лет и в окрестности моментов 5.2, 7.7 и 8.9 млн лет (рис. 2). Хотя моменты сближений ТНО, их орбит, линий аписид и узлов заметно различаются, малость метрики ρ_2 и периодические сближения ТНО указывают на то, что возраст этой пары может составлять несколько миллионов лет. Оценки возраста этой пары можно получить на основе результатов исследования вероятностной эволюции.

Пара 2002 CY154–2005 EW318. Минимальное расстояние между ТНО и минимальное значение

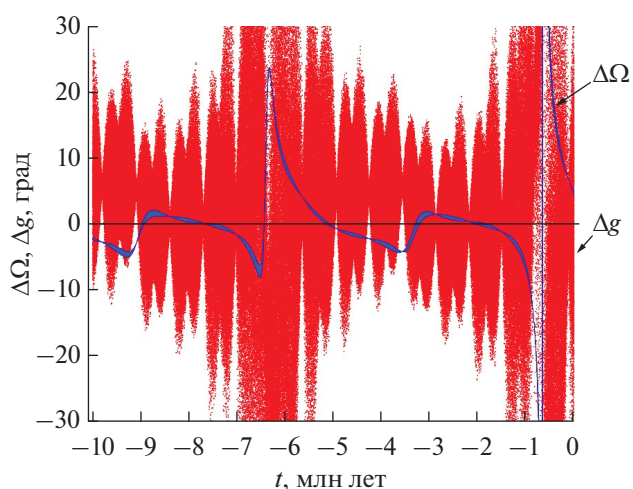


Рис. 2. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перицентров Δg (красные точки) со временем для пары 2003 QL91–2015 VA173.

метрики ρ_2 достигаются при $t_r = -717111$ лет и $t_p = -1189840$ лет, соответственно. Из рис. 3 видно, что метрика ρ_2 сохраняет малое значение в течение первых трех миллионов лет, а затем начинает расти, приближаясь к значению 1 (а. е.)^{1/2} в конце интервала интегрирования. Разности долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и аргументов перицентров Δg также одновременно близки к нулю в первые 3 млн лет в прошлое (рис. 4). Резкие, на несколько десятков градусов, изменения разностей $\Delta\Omega$ и Δg происходят при прохождении разности наклонов Δi через нуль. Антисимметричный характер изменения разностей $\Delta\Omega$ и Δg связан с тем, что при изменении разности $\Delta\Omega$ положение перицентров не меняется, что ведет к антисимметричному изменению разности Δg . Возраст этой пары либо не превышает 3 млн лет, либо существенно больше 10 млн лет. Можно ожидать, что метрика ρ_2 эволюционирует с периодом несколько десятков миллионов лет за счет прецессии узлов и перицентров орбит.

Пара (468422) 2000 FA8–2000 YV1. Минимальное расстояние между ТНО фиксируется в момент $t_r = -554780$ лет. Значение метрики ρ_2 достигает минимума при $t_p = -3364380$ лет. Эволюция метрики ρ_2 со временем (рис. 5) показывает, что метрика в среднем монотонно увеличивается в прошлое от момента минимума, в то время как в будущее от момента минимума среднее значение метрики после небольшого роста стабилизируется. Анализ изменения разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и аргументов перицентров Δg (рис. 6) показывает, что обе разности близки к нулю на интервале от 1 до 3.5 млн лет в прошлое. Можно сле-

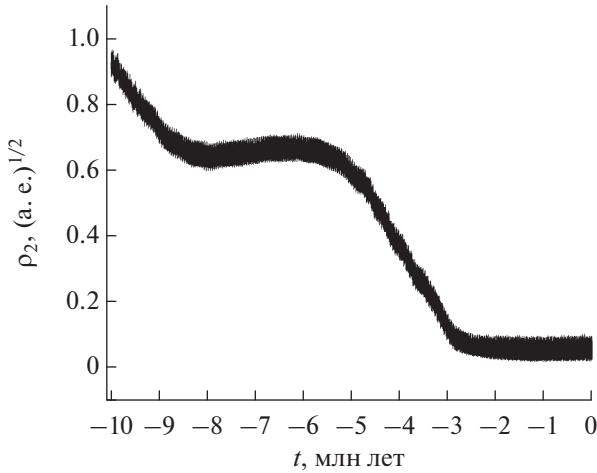


Рис. 3. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары 2002 CY154–2005 EW318.

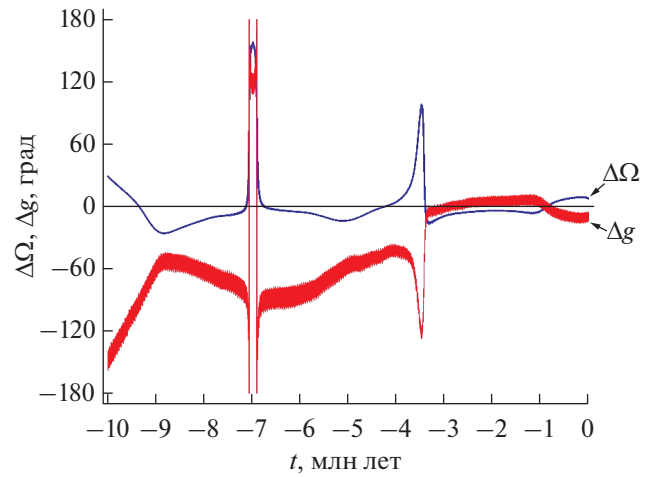


Рис. 4. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перицентров Δg (красные точки) со временем для пары 2002 CY154–2005 EW318.

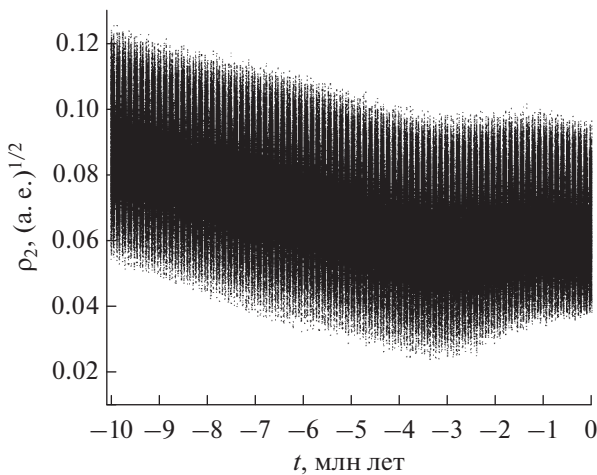


Рис. 5. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары (468422) 2000 FA8–2000 YV1.

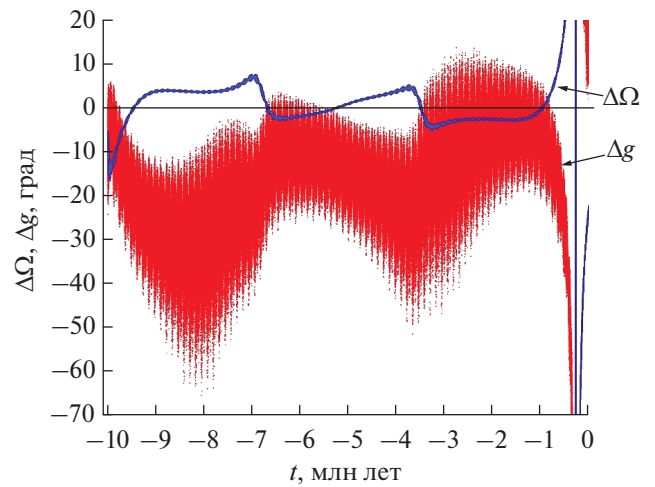


Рис. 6. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перицентров Δg (красные точки) со временем для пары (468422) 2000 FA8–2000 YV1.

лать вывод, что возраст пары либо составляет от 0.5 до 3.5 млн лет, либо превышает 10 млн лет.

Пара 2003 QD91–2015 VC173. Для данной пары зафиксировано минимальное расстояние между ТНО среди всех рассмотренных пар на основе результатов интегрирования номинальных орбит: $r_{rel} = 1.2R_H$ в момент времени $t_r = -783781$ лет. Значение метрики ρ_2 достигает минимума при $t_p = -3665420$ лет. Метрика ρ_2 в среднем возрастает с небольшой скоростью от момента минимума к настоящему времени и начинает убывать после достижения максимума вблизи 6 млн лет в прошлое (рис. 7). Разности долгот восходящих уз-

лов $\Delta\Omega$ и аргументов перицентров Δg одновременно близки к нулю в окрестности моментов 2.4, 3.5, 7.0, 8.1 и 9.5 млн лет в прошлое (рис. 8). Для данной пары целесообразно выполнить исследование вероятностной эволюции на более длительном, чем 10 млн лет, интервале времени.

Пара 2002 FW36–2015 VF170. Минимальное расстояние между ТНО достигается в момент $t_r = -7629110$ лет. Метрика ρ_2 минимальна при $t_p = -22480$ лет. Значение метрики ρ_2 в среднем возрастает в прошлое, имея небольшой локальный минимум в окрестности 5 млн лет в прошлое (рис. 9). Разности долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и

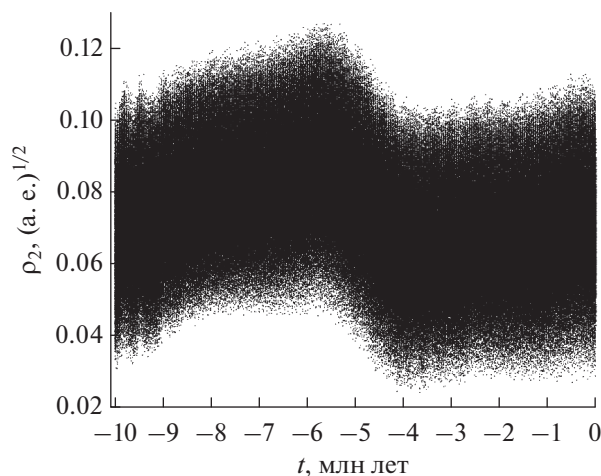


Рис. 7. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары 2003 QD91–2015 VC173.

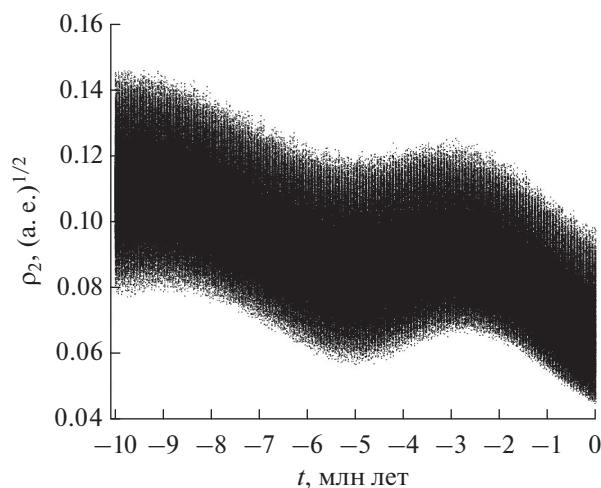


Рис. 9. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары 2002 FW36–2015 VF170.

аргументов перицентров Δg одновременно близки к нулю в окрестности моментов 1.3, 2.2 и 3.5 млн лет в прошлое (рис. 10). Полагая, что метрика ρ_2 эволюционирует с периодом десятки миллионов лет, можно сделать вывод, что возраст пары превышает 10 млн лет.

Пара 2009 UF156–2013 SX100. Расстояние между ТНО становится минимальным в момент $t_r = -1896880$ лет. Значение метрики ρ_2 достигает минимума при $t_p = -1596390$ лет. Значение метрики ρ_2 в среднем возрастает в прошлое, имея небольшой локальный минимум в окрестности 8 млн лет в прошлое (рис. 11). Разности долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ и аргументов перицентров Δg одновременно близки к нулю в интервале от настоящего момента до 3 млн лет в прошлое

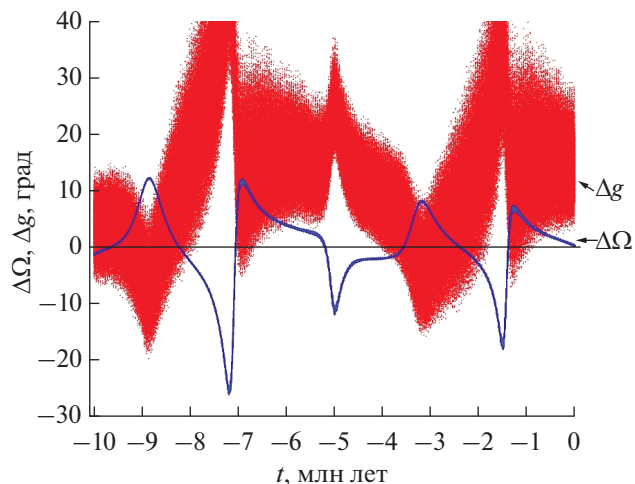


Рис. 8. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перицентров Δg (красные точки) со временем для пары 2003 QD91–2015 VC173.

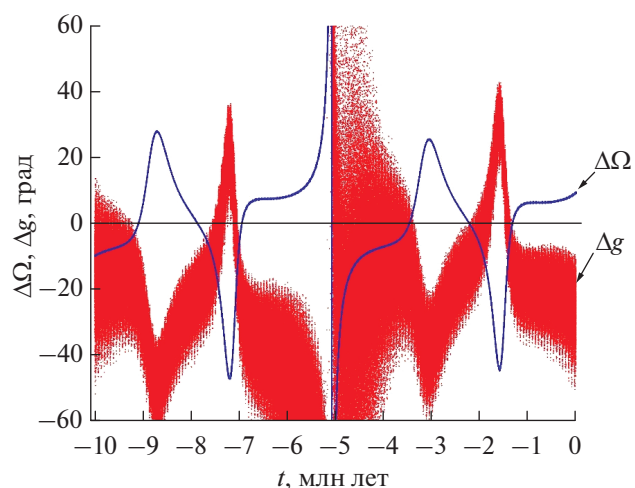


Рис. 10. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перицентров Δg (красные точки) со временем для пары 2002 FW36–2015 VF170.

(рис. 12). Отметим, что это единственная из шести рассмотренных пар, у которой оценки моментов достижения минимумов расстояний между ТНО и их орбитами перекрываются с интервалом, на котором сближаются линии узлов и апсид орбит ТНО. Можно предположить, что возраст пары либо не превышает 3 млн лет, либо составляет десятки миллионов лет.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ПАРЫ ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ 2003 QL91–2015 VA173

Пара транснептуновых объектов 2003 QL91–2015 VA173 представляет особый интерес, поскольку исследование динамической эволюции на основе

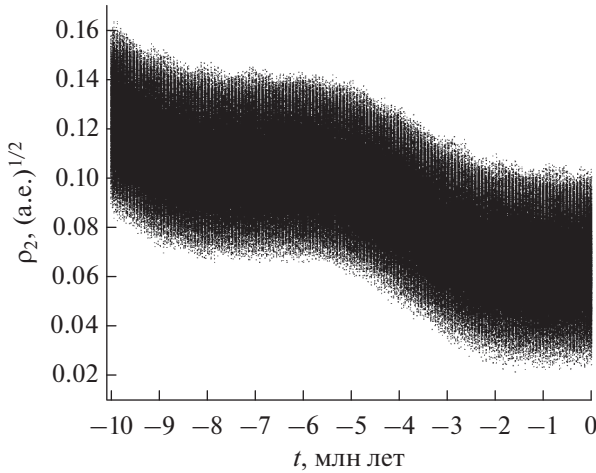


Рис. 11. Эволюция метрики ρ_2 со временем для пары 2009 UF156–2013 SX100.

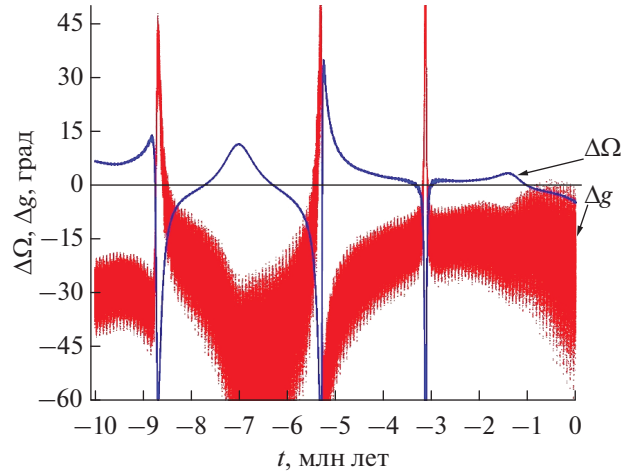


Рис. 12. Эволюция разностей долгот восходящих узлов $\Delta\Omega$ (синяя линия) и аргументов перигелиев Δg (красные точки) со временем для пары 2009 UF156–2013 SX100.

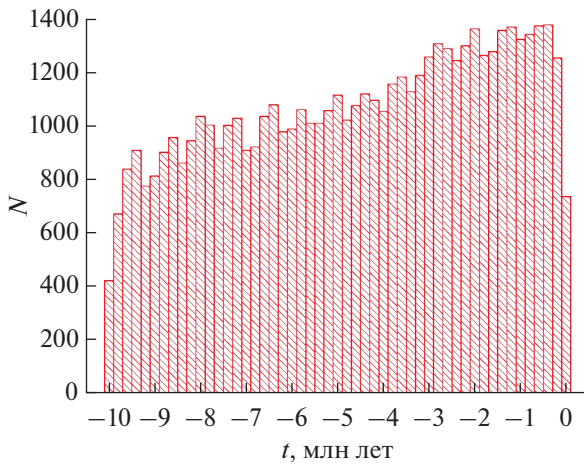


Рис. 13. Распределение числа сближений N до расстояния менее $10R_H$ для пары 2003 QL91–2015 VA173 (шаг 100 тыс. лет).

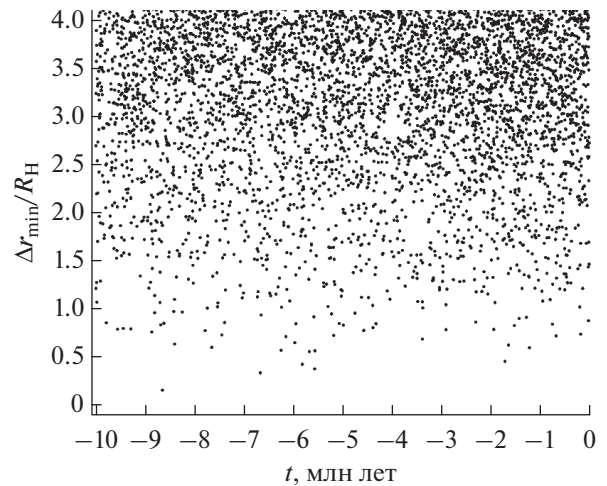


Рис. 14. Распределение минимальных расстояний $\Delta r_{\min}/R_H$ при тесных сближениях до расстояния менее $4R_H$ для пары 2003 QL91–2015 VA173.

номинальных орбит ТНО выявило неоднократные сближения объектов до расстояния менее $10R_H$. Поведение метрики Холшевникова ρ_2 (рис. 1) также выделяет эту систему среди других пар. На рассматриваемом интервале времени 10 млн лет отсутствуют вековой дрейф или долгопериодические изменения метрики. С периодом около 700 тыс. лет орбиты сближаются до минимального расстояния. При этом могут происходить сближения и самих ТНО. Именно поэтому была исследована вероятностная эволюция пары ТНО 2003 QL91–2015 VA173.

При исследовании вероятностной эволюции для каждого астероида генерировалось 1000 клонов орбит на основе разложения Холецкого для многомерных нормальных распределений

(см., например, Пригарин, 2018). Этот метод заключается в записи ковариационной матрицы C в виде $C = LL^T$, где L – нижняя треугольная матрица. Выборка из 1000 клонов генерируется на основе номинальных элементов ϵ_{0k} , где $1 \leq k \leq 6$, как $\epsilon_k = \epsilon_{0k} + r_j L_{kj}$. Здесь выполняется суммирование по повторяющемуся индексу j для $j \leq k$, а r_j – 6-мерный вектор с независимо генерируемыми компонентами на основе нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Улучшенные элементы орбит ТНО 2003 QL91 и 2015 VA173, а также ковариационные матрицы были взяты с сайта AstDyS. Интегрирование выполнялось в пакете Orbit9. Учитывались возму-

шения от четырех планет-гигантов, сжатие Солнца и релятивистские эффекты.

Анализ результатов вероятностной эволюции показывает, что на рассматриваемом интервале 10 млн лет нет заметной концентрации тесных сближений к какому-либо выделенному интервалу времени (рис. 13, 14). Распределение числа сближений N до расстояния менее $10R_H$ показывает уменьшение в среднем таких сближений при движении в прошлое от 1400 до 800 сближений за 100 тыс. лет (рис. 13). Распределение минимальных расстояний $\Delta r_{\min}/R_H$ при тесных сближениях до расстояния менее $4R_H$ также носит равномерный характер и не позволяет выделить интервалы времени с преобладающими тесными сближениями (рис. 14). Относительные скорости при тесных сближениях превышают $15.5V_2$. Все это позволяет сделать вывод, что возраст пары ТНО 2003 QL91–2015 VA173 превышает 10 млн лет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе выполнен поиск пар ТНО на близких орбитах среди всех нумерованных объектов и объектов, наблюдавшихся более, чем в одной оппозиции. Мерой близости орбит являлась метрика Холшевникова ρ_2 . Были отобраны 26 пар ТНО на близких орбитах для исследования их динамической эволюции и оценки возраста пар. Все пары принадлежат к динамически холодному населению классического пояса Койпера. В этой области складываются благоприятные условия для сохранения тесных двойных систем ТНО, в то же время широкие двойные системы ТНО распадаются в результате сближений с другими объектами. Наиболее вероятным источником пар ТНО на близких орбитах является распад двойных и кратных систем ТНО.

Анализ динамической эволюции на основе номинальных орбит, выполненный с использованием трех подходов: поиск сближений орбит, линий узлов и апсид, самих ТНО на орбитах показал неоднозначные результаты. Как правило, оценки возраста пар, полученные различными методами, давали существенно различающиеся оценки. Это может свидетельствовать о том, что возраст пар превышает 10 млн лет.

Результаты исследования вероятностной эволюции для пары ТНО 2003 QL91–2015 VA173 подтверждают этот вывод.

Интервал 10 млн лет является относительно небольшим для ТНО, т.к. за это время объекты классического пояса Койпера совершают 33–36 тыс. оборотов по орбите. Для сравнения, молодыми парами в главном поясе астероидов считаются пары с возрастом до 2 млн лет. За это время астероиды совершают 400–600 тыс. оборотов. В дальнейшем планируется увеличить ин-

тервал интегрирования до 200 млн лет. На столь длительном интервале неизбежно проявление стохастических свойств динамической эволюции ТНО, поэтому основными методами, применяемыми для оценки возраста пар, должны быть методы, использующие оценку расстояния между орбитами, их узлами и перигентрами.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, тема FEUZ-2020-0038.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кузнецов Э.Д., Розаев А.Е., Плавалова Е., Сафронова В.С., Васильева М.А. Поиск молодых пар астероидов на близких орбитах // *Астрон. вестн.* 2020. Т. 54. № 3. С. 260–277.
- (Kuznetsov E.D., Rosaev A.E., Plavalova E., Safronova V.S., Vasileva M.A. A Search for Young Asteroid Pairs with Close Orbits // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 3. P. 236–252.)
- Пригарин С.М. Численное моделирование многомерных гауссовских распределений. Новосибирск: ИПЦНГУ, 2018. 84 с.
- Benz W., Asphaug E. Catastrophic disruptions revisited // *Icarus.* 1999. V. 142. P. 5–20.
- Boehnhardt H. Split comets // *Comets II* / Eds: Festou Michel C., Keller H. Uwe, Weaver Harold A. 2004. P. 301–316.
- Bowell E., Hapke B., Domingue D., Lumme K., Peltoniemi J., Harris A.W. Application of photometric models to asteroids // *Asteroids II*; Proc. Conf., Tucson, AZ, Mar. 8–11, 1988 (A90-27001 10-91). Tucson, AZ: Univ. Arizona Press, 1989. P. 524–556.
- Brown M.E., Barkume K.M., Ragozzine D., Schaller E.L. A collisional family of icy objects in the Kuiper belt // *Nature.* 2007. V. 446. P. 294–296.
- Campbell H. Stability and formation of ultra-wide Kuiper Belt binaries // *Bull. AAS.* 2021. V. 53. Iss. 5 (DDA52 Abstracts). Id. 501.04. <https://baas.aas.org/pub/2021n5i501p04>
- Chiang E.I. A collisional family in the classical Kuiper Belt // *Astrophys. J. Lett.* 2002. V. 573. P. L65–L68.
- Chiang E.I., Lovering J.R., Millis R.L., Buie M.W., Wasserman L.H., Meech K.J. Resonant and secular families of the Kuiper Belt // *Earth Moon and Planets.* 2003. V. 92. P. 49–62.
- de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R. Far from random: dynamical groupings among the NEO population // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 456. P. 2946–2956.
- de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R. Dynamically correlated minor bodies in the outer Solar system // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2018. V. 474. P. 838–846.
- Deienno R., Gomes R.S., Walsh K.J., Morbidelli A., Nesvorný D. Is the Grand Tack model compatible with the orbital distribution of main belt asteroids? // *Icarus.* 2016. V. 272. P. 114–124.
- Fernandez J.A. Introduction: The Trans-Neptunian belt – Past, present, and future // *The Trans-Neptunian Solar*

- System / Ed. Prialnik D., Barucci M.A., Young L.A. Elsevier, 2020. P. 1–22.
- Granvik M., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Bottke W.F., Nesvorný D., Jedicke R.* Escape of asteroids from the main belt // *Astron. and Astrophys.* 2017. V. 598. Article id. A52.
- Gladman B., Marsden B.G., VanLaerhoven C.* Nomenclature in the Outer Solar System // *The Solar System Beyond Neptune* / Eds: Barucci M.A., Boehnhardt H., Cruikshank D.P., Morbidelli A. Tucson: Univ. Arizona Press, 2008. P. 43–57.
- Gomes R.* The formation of the cold classical Kuiper Belt by a short range transport mechanism // *Icarus.* 2021. V. 357. Article id. 114121. 12 p.
- Grundy W.M., Noll K.S., Virtanen J., Muinonen K., Kern S.D., Stephens D.C., Stansberry J.A., Spencer J.R.* (42355) Typhon/Echidna: Scheduling observations for binary orbit determination // *Icarus.* 2008. V. 197. P. 260–268.
- Jacobson S.A.* Multiple origins of asteroid pairs // *Asteroids: New Observations, New Models.* / Eds: Chesley S.R., Morbidelli A., Jedicke R., Farnocchia D. 2016. V. 318. P. 55–65.
- Jacobson S.A., Scheeres D.J.* Dynamics of rotationally fissioned asteroids: source of observed small asteroid systems // *Icarus.* 2011. V. 214. P. 161–178.
- Kavelaars J.J., Jones L., Gladman B., Parker J.W., Petit J.-M.* The Orbital and Spatial Distribution of the Kuiper Belt // *The Solar System Beyond Neptune* / Eds: Barucci M.A., Boehnhardt H., Cruikshank D.P., Morbidelli A. Tucson: Univ. Arizona Press, 2008. P. 59–69.
- Kholshchikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanyan P.B., Khamroev U.H.* Metrics in the space of orbits and their application to searching for celestial objects of common origin // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 462. P. 2275–2283.
- Kholshchikov K.V., Shchepalova A.S., Jazmati M.S.* On a quotient space of keplerian orbits // *Vestnik St. Petersburg University: Mathematics.* 2020. V. 531. P. 108–114.
- Kuznetsov E., Safronova V.* Application of metrics in the space of orbits to search for asteroids on close orbits // *Planet. and Space Sci.* 2018. V. 157. P. 22–27.
- Kuznetsov E.D., Vasileva M.A.* On new members of asteroid clusters similar to asteroid pairs // *Meteoritics and Planet. Sci.* 2019. V. 54. Iss. S2. Article id. A229.
- Lacerda P., Jewitt D.C.* Densities of Solar System objects from their rotational lightcurves // *Astron. J.* 2007. V. 133. P. 1393–1408.
- Marcus R.A., Ragozzine D., Murray-Clay R.A., Holman M.J.* Identifying collisional families in the Kuiper Belt // *Astrophys. J.* 2011. V. 733. id. 40. 15 p.
- Morbidelli A., Nesvorný D.* Kuiper Belt: formation and evolution // *The Trans-Neptunian Solar System* / Eds Prialnik D., Barucci M.A., Young L.A. Elsevier, 2020. P. 25–59.
- Muller T., Lellouch E., Fornasier S.* Trans-Neptunian objects and Centaurs at thermal wavelengths // *The Trans-Neptunian Solar System* / Eds Prialnik D., Barucci M.A., Young L.A. Elsevier, 2020. P. 153–181.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D.* Binary survival in the outer solar system // *Icarus.* 2019. V. 331. P. 49–61.
- Orbfit Consortium.* OrbFit: Software to Determine Orbits of Asteroids. Astrophysics Source Code Library. 2011. arXiv:1106.015.
- Pravec P., Vokrouhlický D.* Significance analysis of asteroid pairs // *Icarus.* 2009. V. 204. P. 580–588.
- Pravec P., Vokrouhlický D., Polishook D., Scheeres D.J., Harris A.W., Galád A., Vaduvescu O., Pozo F., Barr A., Longa P., Vachier F., Colas F., Pray D.P., Pollock J., Reichart D., Ivarsen K., Haislip J., LaCluyze A., Kušnirák P., Henych T., Marchis F., Macomber B., Jacobson S.A., Krugly Yu.N., Sergeev A.V., Leroy A.* Formation of asteroid pairs by rotational fission // *Nature.* 2010. V. 466. P. 1085–1088.
- Pravec P., Fatka P., Vokrouhlický D., Scheeres D.J., Kušnirák P., Hornoch K., Galád A., Vraštil J., Pray D.P., Krugly Yu.N., Gaftonyuk N.M., Inasaridze R. Ya., Ayvazian V.R., Kvaratskhelia O.I., Zhuzhunadze V.T., Husárik M., Cooney W.R., Gross J., Terrell D., Világi J., Kornoš L., Gajdoš Š., Burkhonov O., Ehgamberdiev Sh.A., Donchev Z., Borisov G., Bonev T., Romyantsev V.V., Molotov I.E.* Asteroid clusters similar to asteroid pairs // *Icarus.* 2018. V. 304. P. 110–126.
- Pravec P., Fatka P., Vokrouhlický D., Scheirich P., Ďurech J., Scheeres D.J., Kušnirák P., Hornoch K., Galád A., Pray D.P., Krugly Yu.N., Burkhonov O., Ehgamberdiev Sh.A., Pollock J., Moskovitz N., Thirouin A., Ortiz J.L., Morales N., Husarik M., Inasaridze R. Ya., Oey J., Polishook D., Hanuš J., Kučáková H., Vraštil J., Világi J., Gajdoš Š., Kornoš L., Vereš P., Gaftonyuk N.M., Hromákina T., Sergeyev A.V., Slyusarev I.G., Ayvazian V.R., Cooney W.R., Gross J., Terrell D., Colas F., Vachier F., Slivan S., Skiff B., Marchis F., Ergashev K.E., Kim D.-H., Aznar A., Serracarrat M., Behrend R., Roy R., Manzini F., Molotov I.E.* Asteroid pairs: a complex picture // *Icarus.* 2019. V. 333. P. 429–463.
- Rabinowitz D., Schwamb M. E., Hadjiyska E., Rojo P., Turtelotte S.* A Tale of Two TNOs // *EPSC-DPS Joint-Meeting 2011. EPSC Abstracts.* 2011. V. 6. id. EPSC-DPS2011-1642. 2 p.
- Rosaev A., Plavalo E.* On relative velocity in very young asteroid families // *Icarus.* 2018. V. 304. P. 135–142.
- Vokrouhlický D., Nesvorný D.* Pairs of asteroids probably of a common origin // *Astron. J.* 2008. V. 136. P. 280–290.
- Vokrouhlický D., Pravec P., Ďurech J., Bolin B., Jedicke R., Kušnirák P., Galád A., Hornoch K., Kryszczyńska A., Colas F., Moskovitz N., Thirouin A., Nesvorný D.* The young Datura asteroid family: Spins, shapes and population estimate // *Astron. and Astrophys.* 2017. V. 598. Article id. A91, 19 p.