УДК 521.1,521.19,523.4

## РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭФФЕКТ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ПРЕЦЕССИИ ВО ВРАЩЕНИИ КАРЛИКОВЫХ ПЛАНЕТ И АСТЕРОИДОВ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

## © 2022 г. В. В. Пашкевич<sup>а, \*</sup>, А. Н. Вершков<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия \*e-mail: pashvladvit@vandex.ru

Поступила в редакцию 22.06.2021 г. После доработки 10.12.2021 г. Принята к публикации 14.12.2021 г.

Геодезическая прецессия является наиболее существенным релятивистским эффектом во вращении небесных тел. В данной работе впервые этот релятивистский эффект определяется во вращении карликовых планет (Цереры, Плутона и его спутника Харона) и астероидов (Паллады, Весты, Лютеции, Европы, Иды, Эроса, Давиды, Гаспры, Штейнса и Итокавы) Солнечной системы с известными величинами их параметров вращения. Вычисления величин их геодезической прецессии проводятся методом для изучения любых тел Солнечной системы, имеющих долгосрочную эфемериду. В результате величины геодезической прецессии для данных небесных тел были вычислены в углах Эйлера относительно их собственных систем. Полученные теоретические величины геодезической прецессии изучаемых объектов могут быть использованы для численного исследования их вращения в релятивистском приближении.

Ключевые слова: карликовые планеты, астероиды, эфемериды, релятивистское вращение, геодезическая прецессия, Солнечная система

DOI: 10.31857/S0320930X22030057

#### введение

Наиболее существенным эффектом в релятивистском вращении небесных тел является эффект геодезической прецессии, впервые рассмотренный в 1916 г. Виллемом де Ситтером (De Sitter, 1916). Этот релятивистский эффект представляет собой вековое изменение направления оси вращения небесного тела в результате параллельного переноса вектора углового момента тела вдоль его орбиты в искривленном пространстве-времени.

В наших предыдущих исследованиях (Pashkevich и др., 2020) и (Пашкевич и др., 2021) было показано, что в Солнечной системе есть объекты с существенным геодезическим вращением. Так абсолютная величина геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера сопоставима с абсолютной величиной их прецессии в ньютоновом приближении. Из данного обстоятельства следует, что величина геодезической прецессии может быть существенной не только для объектов, вращающихся вокруг сверхмассивных центральных тел, но также для тел с небольшими расстояниями до центрального тела. Так диапазон полученных (Pashkevich и др., 2020) теоретических значений геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера варьируется от -13".37255 в год до -52".95725 в год.

Основной целью данного исследования являлось изучение релятивистского эффекта геодезической прецессии во вращении карликовых планет (Цереры, Плутона и его спутника Харона) и астероидов (Паллады, Весты, Лютеции, Европы, Иды, Эроса, Давиды, Гаспры, Штейнса и Итокавы) Солнечной системы с известными величинами их параметров вращения (Archinal и др., 2018). Вычисления вековых членов их геодезического вращения проводились в углах Эйлера с помощью метода для изучения геодезического вращения любых тел Солнечной системы (Pashkevich, 2016), имеющих долгосрочные эфемериды.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ

Проблема геодезического (релятивистского) вращения исследуемых тел изучалась относительно их собственной системы координат (Archinal и др., 2018). Расчеты скоростей геодезической прецессии каждого исследуемого тела проводились с использованием данных о положениях, скоростях и элементах орбит тел Солнечной системы из эфемерид на всех временных интервалах их существования. В качестве эфемериды для основных возмущающих тел (Солнца, Луны и планет) Солнечной системы использовались фундаментальные эфемериды JPL DE431/LE431 (Folkner и др., 2014). Для других исследуемых и возмущающих тел Солнечной системы с известными параметрами вращения (Archinal и др., 2018) выборки данных формировались из эфемерид Horizons On-Line Ephemeris System (Giorgini и др., 2001). Параметры вращения для карликовых планет и астероидов Солнечной системы были взяты из статьи Archinal и др. (2018).

Математическая модель задачи совпадает с аналогичными моделями, подробно описанными в наших предыдущих работах (Пашкевич, 2016; Пашкевич и др., 2019; 2021; Pashkevich и др., 2020).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате данного исследования впервые были определены значения вековых членов геодезического вращения для карликовых планет (Цереры, Плутона и Харона) и для астероидов Солнечной системы (Паллады, Весты, Лютеции, Европы, Иды, Эроса, Давиды, Гаспры, Штейнса и Итокавы) с известными параметрами вращения в углах Эйлера (см. таблицу) относительно их собственных систем координат.

# Эффект геодезической прецессии во вращении карликовых планет

Полученная величина геодезической прецессии Цереры (-3''.36 за тысячу лет) находится между величинами геодезических прецессий Марса (-7''.11 за тысячу лет) и Юпитера (-0''.21 за тысячу лет) (Pashkevich и др., 2019), что хорошо согласуется с местоположением ее орбиты в поясе астероидов между орбитами этих планет.

Полученные величины геодезических прецессий Плутона и Харона без учета взаимного влияния (т.е. учитывалось влияние только от Солнца, Луны и планет) являются достаточно близкими (-2515.2 мс дуги за тысячу лет). Это объясняется одинаковым удалением Плутона и Харона от Солнца, которое в данном случае оказывает наибольшее влияние на величины геодезических прецессий исследуемых карликовых планет. При этом отрицательное значение величины геодезической прецессии соответствует прямому вращению этих карликовых планет по гелиоцентрической орбите. Величины геодезических прецессий. полученные с учетом взаимного влияния Плутона и Харона, существенно отличаются друг от друга, так как Плутон более массивный, чем Харон (масса Харона равна ~0.1 массы Плутона), поэтому его влияние на Харон существенно больше влияния Харона на Плутон. При этом положительное значение величины геодезической прецессии соответствует их обратному вращению по орбите вокруг общего барицентра системы Плутон—Харон. По абсолютной величине геодезическая прецессия Харона (24392.2 мс дуги за тысячу лет) превосходит аналогичные величины геодезических прецессий Плутона (1012.9 мс дуги за тысячу лет), Нептуна (—3903.9 мс дуги за тысячу лет) и Урана (—11924.6 мс дуги за тысячу лет) (Pashkevich и др., 2019).

# Эффект геодезической прецессии во вращении астероидов

Полученная в данном исследовании величина геодезической прецессии астероида Итокавы составляет -30".85 за тысячу лет, таким образом она в 1.6 раза по абсолютной величине превосходит аналогичные величины (Pashkevich и др., 2019) для Земли (-19".19 за тысячу лет) и Луны (-19".49 за тысячу лет). Это связано с большой вытянутостью гелиоцентрической орбиты Итокавы. Действительно, (несмотря на то, что величина большой полуоси гелиоцентрической орбиты Итокавы больше соответствующих величин для Земли и для Луны, а афелий ее орбиты расположен дальше от Солнца, чем афелий орбиты Марса) из-за большого эксцентриситета (e = 0.280) перигелий его орбиты находится ближе к Солнцу, чем перигелии гелиоцентрических орбит Земли и Луны. Поэтому Солнце оказывает на данный астероид большее влияние, чем на Землю и на Луну.

Вычисленная в данной работе величина геодезической прецессии Эроса (-7".54 за тысячу лет) находится между величинами геодезических прецессий Земли (-19".19 на тысячу лет), Луны (-19".49 за тысячу лет) и Марса (-7".11 за тысячу лет) (Pashkevich и др., 2019), что хорошо согласуется с местоположением его орбиты в пространстве между орбитами этих планет.

Астероид Гаспра находится между Марсом и Вестой. Вычисленная в данном исследовании величина его геодезической прецессии составляет –2".64 за тысячу лет.

У астероида Весты величина геодезической прецессии по абсолютной величине чуть меньше, чем у Гаспры и составляет –2".56 за тысячу лет.

Величина геодезической прецессии следующего астероида Штейнса является положительной и составляет 0".10 за тысячу лет.

Таким образом, у астероидов Веста и Штейнс, имеющих похожие большие полуоси орбит, величины их геодезической прецессии в долготе узла существенно отличаются друг от друга и имеют обратный знак. Если посмотреть на ориентации их осей вращения, то можно заметить существенные отличия: эклиптические координаты северного полюса Весты ( $\lambda$  – долгота,  $\beta$  – широта)  $\lambda$  = = 330°.83,  $\beta$  = 57°.73 (Russell и др., 2013), а север-

## ПАШКЕВИЧ, ВЕРШКОВ

Вековые члены геодезич	еского врашения иссле	едуемых тел Солнечной систем	ы
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	-,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	

		1			
	Итокава (25143) e = 0.280	Эрос (433) e = 0.223	Гаспра (951) e = 0.174	Веста (4) e = 0.088	Штейнс (2867) <i>e</i> = 0.146
а (км)	198094516	218 138 719	330494569	353354672	353580460
	Δψ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)	Δψ (мс дуги)	Δψ (мс дуги)	Δψ (мс дуги)
t	-30845798.6257	-7539807.4227	-2644643.5734	-2563687.1590	95713.5854
$t^2$	17934748.2258	16090.0332	5462.0023	-23519.9458	365452.0218
	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)
t	-298824.4042	1 158 037.5802	9902.5232	-191 566.5029	-345887.4710
$t^2$	12054.5544	-48406.5313	-21824.0742	15481.8506	21837.5346
	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)
t	-20490886.2115	-934897.9468	-207819.4892	382841.2486	2351901.2031
<i>t</i> <sup>2</sup>	17882153.4394	-53 118.7891	-5333.5974	29110.7822	371810.6972
	Лютеция (21)	Церера (1)	Паллада (2)	Ида (243)	Европа (52)
	e = 0.163	e = 0.078	e = 0.230	e = 0.043	e = 0.111
а (км)	364359304	413 801 038	415041593	428085277	463012430
	$\Delta \psi$ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)	Δψ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)
t	-2117179.1266	-3360178.1965	-1398864.0909	-1330838.6626	-1057008.1388
$t^2$	2429.4965	10775.9890	45718.8440	-16354.8880	-4910.1119
	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta  heta$ (мс дуги)	Δθ (мс дуги)	$\Delta  heta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)
t	-78659.8073	-8577.2643	-832986.6211	12929.7485	-86060.4915
$t^2$	7415.7926	36307.2227	-34964.1722	5290.8900	-21 571.5645
	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)
t	82944.0122	1891371.6530	-366135.6141	61 556.5076	-147420.0312
$t^2$	3717.5997	-10758.6061	75109.9077	-17649.0154	15432.3188
	Давида (511) <i>e</i> = 0.188	Плутон (134340) <i>e</i> = 0.249	Харон (P I) e = 0.00005	Плутон (с влиянием Харона)	Харон (с влиянием Плутона)
а (км)	473 341 349	5900898409	19591	1 100 0110)	1
	$\Delta \psi$ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)	Δψ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)	$\Delta \psi$ (мс дуги)
t	-1093309.1237	-2515.2033	-2515.2042	1012.9436	24392.1806
$t^2$	-16060.8529	2138.0395	2138.0428	2138.9449	2142.1992
	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)	$\Delta \theta$ (мс дуги)
t	-293147.0043	-263.2375	-263.2387	7425.3713	58400.5739
$t^2$	8887.6828	224.0089	224.0112	223.7385	227.2110
	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)	$\Delta \phi$ (мс дуги)
t	68969.1237	-694.8682	-694.8688	-1.0155	4591.9395
$t^2$	58587.0777	591.2702	591.2791	601.5908	561.5604

Примечание: t – динамическое барицентрическое время (Dynamical Barycentric Time) (TDB) измеряется в юлианских тысячелетиях (tjy) (365250 суток) от эпохи J2000, a – большая полуось орбиты, e – эксцентриситет орбиты.  $\Delta x = x_r - x$  ( $x = \psi, \theta, \varphi$ ) является разностью релятивистских и ньютоновых углов Эйлера исследуемого тела, соответственно.  $\psi$  – угол долготы нисходящего узла экватора тела на эклиптике эпохи J2000.;  $\theta$  – угол наклона экватора тела к неподвижной эклиптике эпохи J2000.0;  $\varphi$  – угол собственного вращения тела между нисходящим узлом эпохи J2000.0 и главной осью минимального момента инерции тела на экваторе вращения тела.

ный полюс Штейнса имеет  $\lambda = 250.0^{\circ}$ ,  $\beta = -89.0^{\circ}$  (Lamy и др., 2008). Так как эклиптическая широта северного полюса Штейнса отрицательная, а его вращение вокруг своей оси положительное (Archinal и др., 2018), это означает, что, в отличие от Весты, он имеет обратное вращение относительно северного полюса эклиптики. Этим обстоятельством объясняется положительная величина геодезической прецессии Штейнса.

Несмотря на то, что Веста является первой по массе среди астероидов, ее релятивистское влияние на астероид Штейнс, имеющий относительно близкую с ней орбиту, ничтожно. Так изменение величины геодезической прецессии Штейнса от релятивистского влияния Весты составляет в долготе узла  $-1.6 \times 10^{-4}$  мс дуги за тысячелетие, в наклоне  $-1.6 \times 10^{-5}$  мс дуги за тысячелетие и в угле собственного вращения  $8.0 \times 10^{-5}$  мс дуги за тысячелетие. Поэтому в данном случае при расчетах геодезической прецессии гравитационным влиянием астероидов можно пренебречь.

Вычисленная в данном исследовании величина геодезической прецессии Лютеции составляет -2".12 за тысячу лет.

По результатам данного исследования для астероидов Паллада, Ида, Европа и Давида величины геодезической прецессии составляют –1".40 за тысячу лет, –1".33 за тысячу лет, –1".06 за тысячу лет и –1".09 за тысячу лет, соответственно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе для карликовых планет и астероидов Солнечной системы с известными величинами их параметров вращения был исследован наиболее существенный релятивистский эффект в их вращении — эффект геодезической прецессии. В результате величины геодезической прецессии для данных небесных тел были вычислены в углах Эйлера относительно их собственных систем координат.

В данном исследовании было показано, что на вычисляемые нами величины геодезической прецессии влияют не только орбитальные параметры исследуемых тел, степень удаленности этих тел от возмущающих тел и величины масс возмущающих тел, но и пространственный характер их собственного вращения, определяемый ориентацией северного полюса исследуемого тела относительно опорной плоскости (в данном исследовании этой плоскостью является эклиптика эпохи J2000.0). В результате становится ясным, является ли собственное вращение прямым или обратным относительно орбитального движения, и соответственно, является ли величина геодезической прецессии отрицательной или положительной и объясняет некоторые вариации в величинах геодезической прецессии близких по положению своих орбит изучаемых небесных тел.

Полученные теоретические значения для геодезического вращения исследуемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования их вращения в релятивистском приближении.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-02-00811.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Пашкевич В.В. Геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы // Вестн. СПбГУ. 2016. Сер. 1. Т. 3 (61). Вып. 3. С. 506–516.
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н. Учет релятивистских эффектов во вращении Марса и его спутников // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 6. С. 423–427. https://doi.org/10.1134/S0320930X19060069. (*Pashkevich V.V., Vershkov A.N.* Consideration of relativistic effects in the rotation of Mars and its satellites // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. № 6. P. 431–435.) https://doi.org/10.1134/S0038094619060066
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н., Мельников А.В. Динамика вращения внутренних спутников Юпитера // Астрон. вестн. 2021. Т. 55. № 1. С. 50–64. https://doi.org/10.31857/S0320930X20330038. (Pashkevich V.V., Vershkov A.N., Mel'nikov A.V. Rotational dynamics of the inner satellites of Jupiter // Sol. Syst. Res. 2021. V. 55. № 1. Р. 47–60.) https://doi.org/10.1134/S0038094620330035
- Archinal B.A., Acton C.H., A'Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R.L., Klioner S.A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P.K., Tholen D.J., Thomas P.C., Williams I.P. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2018. V. 130. № 22. P. 1–46.
- *De Sitter W.* On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1916. № 77. P. 155–184.
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // IPN Progress Report 42-196. 2014. P. 1–81.
- *Giorgini J.D., Chodas P.W., Yeomans D.K.* Orbit Uncertainty and Close-Approach Analysis Capabilities of the Horizons On-Line Ephemeris System // 33rd AAS/DPS meeting in New Orleans. LA. Nov 26. 2001–Dec 01. 2001.
- Lamy P.L., Kaasalainen M., Lowry S., Weissman P., Barucci M.A., Carvano J., Choi Y.-J., Colas F., Faury G., Fornasier S., Groussin O., Hicks M.D., Jorda L., Kryszczynska A., Larson S., Toth I., Warner B. Asteroid 2867 Steins. II. Multi-telescope visible observations, shape reconstruc-

tion, and rotational state // Astron. and Astrophys. 2008. V. 487.  $\mathbb{N}$  3. P. 1179–1185.

- Pashkevich V.V. New high-precision values of the geodetic rotation of the major planets, Pluto, the Moon and the Sun // Artificial Satellites. 2016. V. 51. № 2. P. 61–73. https://doi.org/10.1515/arsa-2016-0006
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N. New high-precision values of the geodetic rotation of the Mars satellites system, major planets, Pluto, the Moon and the Sun // Artificial Satellites. 2019. V. 54. № 2. P. 31–42. https://doi.org/10.2478/arsa-2019-0004
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N. Relativistic effects in the rotation of Jupiter's inner satellites // Artificial Satellites. 2020. V. 55. № 3. P. 118–129. https://doi.org/10.2478/arsa-2020-0009
- Russell C.T., Raymond C.A., Jaumann R., McSween H.Y., DeSanctis M.C., Nathues A., Prettyman T.H., Ammannito E., Reddy V., Preusker F., O'Brien D.P., Marchi S., Denevi B.W., Buczkowsk D.L., Pieters C.M., McCord T.B., Li J.Y., Mittlefehldt D.W., Combe J.P., Williams D.A., Hiesinger H., Yingst R.A., Polanskey C.A., Joy S.P. Dawn completes its mission at 4 Vesta // Meteorit. and Planet. Sci. 2013. V. 48. № 11. P. 2076–2089.