УДК 521.1,521.182

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ И ВЕКОВЫХ РЕЗОНАНСОВ, СВЯЗАННЫХ СО СРЕДНИМ ДВИЖЕНИЕМ СОЛНЦА, НА ДИНАМИКУ ОБЪЕКТОВ В ОБЛАСТИ LEO

© 2022 г. Е. В. Блинкова^{*a*, *}, Т. В. Бордовицына^{*a*, **}

^аТомский государственный университет, Томск, Россия *e-mail: zbizk322@mail.ru **e-mail: tvbord@sibmail.com Поступила в редакцию 02.09.2021 г. После доработки 06.12.2021 г. Принята к публикации 14.12.2021 г.

Исследованы особенности совместного влияния светового давления и вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца, на динамику низколетящих объектов. Построены карты распределения резонансов со средним движением Солнца и карты амплитуды колебаний эксцентриситета. На всех картах отмечены реальные объекты, положение которых взято из каталога NORAD. Исследована динамика некоторых реальных объектов. Показано, что световое давление может выявлять и усиливать влияние вековых резонансов, что, в свою очередь, ведет к увеличению амплитуды колебаний эксцентриситета и хаотизации движения.

Ключевые слова: численное моделирование, объекты области LEO, динамика, вековые резонансы, световое давление

DOI: 10.31857/S0320930X22040028

введение

Настоящая работа посвящена исследованию совместного влияния на движение околоземных объектов вековых резонансов со средним движением Солнца и светового давления. В отличие от так называемых вторичных резонансов, которые появляются в областях действия орбитальных резонансов как дополнительная конфигурация резонансного угла с долготой Солнца (Lemaitre, Henrard, 1990; Valk и др., 2009; Belkin, Kuznetsov, 2021), резонансы со средним движением третьего тела являются результатом соизмеримости между вековыми частотами системы и средним движением внешнего тела (Cook, 1962; Breiter, 2001а; 2001b; Alessi и др., 2018). Как показано в работе (Александрова и др., 2021) вековые резонансы со средним движением третьего тела проявляются в низких областях околоземного орбитального пространства: в области LEO (Low Earth Orbit) и непосредственно примыкающей к ней области MEO (Middle Earth Orbit) в диапазоне больших полуосей орбит от 7000 до 10000 км.

В настоящее время эта область околоземного космического пространства очень загружена как функционирующими космическими аппаратами, так и фрагментами космического мусора. Службы космического контроля России и США отслеживают в области LEO более 15 тыс. объектов с размерами крупнее 10 см. В связи с этим знание особенностей динамики населяющих ее объектов представляет несомненный интерес.

Сила светового давления является одним из важных факторов, влияющих на динамику околоземных объектов. Совместное влияние светового давления и апсидально-нодальных резонансов рассмотрено в работах (Александрова и др., 2018; 2019). В работе (Alessi и др., 2018) высказано предположение и показано аналитическими методами, что действие вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца, усиливает влияние светового давления.

Целями данной работы являются проверка путем численного моделирования гипотезы (Alessi и др., 2018) и исследование влияния светового давления на динамику реальных объектов, взятых из каталога командования воздушно-космической обороны Северной Америки NORAD (North American Aerospace Defense Command). NORAD ведет каталог космических объектов, где каждому спутнику присвоен свой номер. Все объекты каталога представлены на сайте https://celestrak.com.

Для реализации поставленных целей, были решены следующие задачи: проведен численный эксперимент по моделированию динамики объектов, движущихся в избранной области околоземного орбитального пространства;

 построены карты распределения вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца;

 проанализирован рост амплитуды колебаний эксцентриситета в рассматриваемой области;

 – нанесены на карты реальные объекты, взятые из каталога NORAD;

 исследованы особенности динамической эволюции орбит, в том числе с использованием быстрой ляпуновской характеристики MEGNO (Cincotta и др., 2003).

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Методика исследования взята из работы (Александрова и др., 2021), там же можно найти ссылки на все используемые при реализации методики программные продукты. Численное моделирование движения всех объектов осуществляется на кластере "СКИФ Cyberia" ТГУ с использованием программного комплекса "Численная модель движения систем ИСЗ", построенного с использованием высокоточного интегратора Гаусса-Эверхарта (Авдюшев, 2010). В процессе моделирования учитываются возмушения от гармоник геопотенциала до 10 порядка и степени, а также возмущения от Луны, Солнца и светового давления. Совместно с уравнениями движения интегрируются уравнения для вычисления текущего и усредненного параметров MEGNO. Эволюция во времени усредненного параметра MEGNO показывает степень хаотизации движения объекта. Так, например, известно, что для квазипериодических (регулярных) орбит параметр MEGNO осциллирует около 2, для таких орбит усредненное значение MEGNO всегда стремится к 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осшиллятора усредненное значение MEGNO равно нулю. При значении усредненного параметра MEGNO больше 2 имеет место хаотизация движения, что не позволяет точно прогнозировать эволюцию элементов орбиты.

Исследование структуры вековых резонансов осуществляется по следующей схеме.

1. Изучается эволюция во времени резонансных (критических) аргументов, полученных из аргументов возмущающей функции для однократно и двукратно осредненной ограниченной задачи трех тел

$$\underline{\Psi} = (l - 2p' + q')M' + (l - 2p)\omega - - (l - 2p')\omega' + \overline{m}(\Omega - \Omega'),$$
(1)

$$\underline{\Psi} = (l - 2p)\omega - (l - 2p')\omega' + \overline{m}(\Omega - \Omega').$$
(2)

2. Оценивается степень близости к нулю полученных по формулам (1) и (2) резонансных соотношений

$$\dot{\Psi} \approx 0, \quad \dot{\Psi} \approx 0$$

Здесь обозначения элементов орбит общепринятые, $l, p, p', \overline{m}, q'$ — целочисленные индексы, а формулы для вычисления рассматриваемых частот системы имеют вид

$$M' = M'_0 + \overline{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0),$$
$$\Omega' = \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0),$$
$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0).$$

Причем все частоты, обозначенные штрихом, относятся к третьему телу, а без штриха — к спутнику.

Вековые частоты $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ в движении спутника определяются в процессе численного интегрирования уравнений движения с использованием формул Ньютона—Эйлера

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r}{p} \frac{\sin u}{\sin i} W; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\cos \upsilon}{e} S + \frac{\sin \upsilon}{e} \left(1 + \frac{r}{p}\right) T - \frac{r}{p} \frac{\sin u}{\operatorname{tg} i} W,$$
(3)

где *S*, *T*, *W* – возмущающие ускорения, записанные в орбитальной системе координат и связанные с правыми частями уравнений движения известными соотношениями (Дубошин, 1968). Поскольку уравнения (3) имеют особенности при значениях эксцентриситета и наклона орбиты, близких к нулю, в процессе анализа результатов численного эксперимента для вычисления вековых частот $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ используются также известные аналитические формулы. Компоненты вековых частот в движении спутника, определяемые влиянием второй зональной гармоники J_2 , вычисляются по формулам (Аксенов, 1977):

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -\frac{3}{2} J_2 \overline{n} \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \cos i (1-e^2)^{-2},$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = \frac{3}{4} J_2 \overline{n} \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^2},$$
(4)

а компоненты, связанные с влиянием внешних тел (Земли (E) и Солнца (S)), — с применением формул (Тимошкова, Холшевников, 1974):

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ

N⁰	Тип резонансного соотношения	N⁰	Тип резонансного соотношения	N⁰	Тип резонансного соотношения			
1	$\dot{M}_{S,L}' - \dot{\omega}$	7	$\dot{M}_{S,L}^{'}+\dot{\omega}-(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}^{'})$	13	$\dot{M}_{S,L}'-2\dot{\omega}-(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}')$			
2	$\dot{M}_{S,L}' + \dot{\omega}$	8	$\dot{M}_{S,L}^{'}-\dot{\omega}+(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}^{'})$	14	$\dot{M}_{S,L}'+2\dot{\omega}+(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}')$			
3	$\dot{M}_{S,L}' - 2\dot{\omega}$	9	$\dot{M}_{S,L}^{\prime}-\dot{\omega}-(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}^{\prime})$	15	$\dot{M}_{S,L}'-2\dot{\omega}+(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}')$			
4	$\dot{M}_{S,L}$ + 2 $\dot{\omega}$	10	$\dot{M}_{S,L}^{'}+\dot{\omega}+(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}^{'})$	16	$\dot{M}_{S,L}'+2\dot{\omega}-(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}')$			
5	$\dot{M}_{S,L}^{\prime}-(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}^{\prime})$	11	$\dot{M}_{S,L}' - 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{S,L}')$					
6	$\dot{M}_{S,L}' + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{S,L}')$	12	$\dot{M}_{S,L}' + 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{S,L}')$					

Таблица 1. Типы вековых резонансов со скоростью движения третьего тела второго-пятого порядков

Таблица 2. Типы вековых апсидально-нодальных резонансов первого-четвертого порядков

N⁰	Тип резонансного соотношения	Nº	Тип резонансного соотношения	N⁰	Тип резонансного соотношения
1	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+\dot{\omega}-\dot{\omega}_{S,L}'$	8	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}'\right)-2\dot{\omega}-2\dot{\omega}_{S,L}'$	15	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+2\dot{\omega}_{S,L}'$
2	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-\dot{\omega}+\dot{\omega}_{S,L}'$	9	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+\dot{\omega}$	16	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-2\dot{\omega}_{S,L}'$
3	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+\dot{\omega}+\dot{\omega}_{S,L}'$	10	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-\dot{\omega}$	17	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)$
4	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-\dot{\omega}-\dot{\omega}_{S,L}'$	11	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+2\dot{\omega}$	18	$\dot{\omega} - \dot{\omega}_{S,L}$
5	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}'\right)+2\dot{\omega}-2\dot{\omega}_{S,L}'$	12	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-2\dot{\omega}$	19	$\dot{\omega} + \dot{\omega}_{S,L}$
6	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}'\right)-2\dot{\omega}+2\dot{\omega}_{S,L}'$	13	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)+\dot{\omega}_{S,L}'$	20	ώ
7	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}'\right)+2\dot{\omega}+2\dot{\omega}_{S,L}'$	14	$\left(\dot{\Omega}-\dot{\Omega}_{S,L}' ight)-\dot{\omega}_{S,L}'$		

$$\dot{\Omega}_{E,S} = -\frac{3}{16} \overline{n} \frac{\mu_{E,S}}{\mu} \left(\frac{a}{a_{E,S}}\right)^3 \times \frac{2+3e^2}{\sqrt{1-e^2}} (2-3\sin^2 i_{E,S})\cos i, \qquad (5)$$

$$\dot{\omega}_{E,S} = \frac{3}{16} \overline{n} \frac{\mu_{E,S}}{\mu} \left(\frac{a}{a_{E,S}}\right)^3 \frac{4-5\sin^2 i+e^2}{\sqrt{1-e^2}} \times (2-3\sin^2 i_{E,S}).$$

Вековые частоты возмущающих тел получаются численно с использованием фундаментальных эфемерид больших планет, фонд DE 421. Из фонда извлекаются координаты и скорости на 12 моментов времени с шагом 1 мин, затем эта сетка координат и скоростей преобразуется в сетки из элементов орбиты $q = {\Omega', \omega'}$ по формулам задачи

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК том 56 № 4 2022

двух тел. После чего, величины $\dot{\Omega}', \dot{\omega}'$ находятся с использованием производной от интерполяционного полинома Лагранжа 12-го порядка:

$$\frac{dq}{dt} = \sum_{i=1}^{n} q_i \prod_{\substack{j=1, \ j\neq i}}^{n} \frac{1}{t_i - t_j} \sum_{j=1}^{n} \prod_{\substack{k=1, \ k\neq i, k\neq j}}^{n} (t - t_k).$$
(6)

Варьирование коэффициентов в формулах (1) и (2) позволяет получить все виды резонансных соотношений, возникающих в динамике спутника. Рассматриваемые нами в этой работе вековые резонансы, связанные со средним движением третьего тела, даны в табл. 1, а апсидально-нодальные вековые резонансы, связанные с движением линий апсид и узлов спутника и третьего тела, приведены в табл. 2. Геометрический резонанс типа Лидова (1961)— Козаи (1962) ю̀ ≈ 0, является частным случаем апсидально-нодальных резонансов и представляет собой вековой резонанс первого порядка.

Наличие или отсутствие векового резонанса оценивается (Мюррей, Дермотт, 2010) по поведению критических аргументов (1) и (2):

 если происходят либрационные изменения во времени, то резонанс является устойчивым;

 – если либрация сменяется циркуляцией или наоборот, то имеет место неустойчивый резонанс;

– если критический аргумент циркулирует, то резонанс отсутствует.

По указанной выше схеме была исследована резонансная структура выбранной области околоземного орбитального пространства. После получения резонансной структуры области пространства была исследована динамика реальных объектов, взятых из каталога NORAD. В каталоге координаты всех наблюдаемых объектов представлены в виде двухстрочных TLE-элементов (Two-line element set). Строки представляют собой стандартный формат двухстрочного набора орбитальных элементов, идентичный тому, который используется NORAD и NASA. Для перевода их в прямоугольные координаты и скорости была использована модель SGP4 (Lane, Hoots, 1979). Данная модель была разработана Ken Cranford в 1970 г. для околоземных объектов, период которых составляет менее 225 мин.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Область исследования была выбрана аналогично (Alessi и др., 2018): от 6500 до 9500 км по большой полуоси и от 0° до 90° по наклонению. Анализ резонансной структуры проводился на интервале времени 3 года. Поскольку все объекты рассматриваемой области являются низколетяшими (один оборот совершается за 87–154 мин). на интервале времени 3 года каждый объект совершается более 10 тысяч оборотов. Как показывает наш опыт, этого достаточно для выявления вековых резонансов. Модельные объекты были распределены равномерно по исследуемой области с шагом 5 км по большой полуоси и 5° по наклонению. Для объектов, распределенных по области 6500 до 7000 км большой полуоси, не было учтено влияние атмосферы, поскольку оно сильно сокращает время жизни спутника на орбите, что не позволяет провести интересующий нас анализ. Следуя (Alessi и др., 2018), выберем в качестве коэффициента парусности величину 1 м²/кг.

Используя каталог NORAD, мы выявили 3872 объекта, которые наблюдаются в данной области. Это космические аппараты разного назначения, а также объекты космического мусора. В дальнейшем на всех картах вековых резонансов, полученных по результатам численного эксперимента, будут представлены положения реальных объектов. Наибольшая концентрация объектов наблюдается в диапазоне больших полуосей от 6500 до 7500 км.

Первоначально была исследована структура вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца и выполнено сравнение с картой, полученной (Alessi и др., 2018). Для наглядности, резонансы разделены на два графика, рис. 1а – резонансы, рассмотренные в указанной выше статье, рис. 16 – все остальные резонансы из табл. 2.

Сравнивая рис. 1а с картой, представленной в (Alessi и др., 2018), можно сделать вывод, что расположение и размер полос резонансов практически совпадают. На графике в (Alessi и др., 2018) показано, что самую широкую полосу действия

имеет резонанс $\dot{M}'_{S} - \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S})$. Это же имеет место и на рис. 1а. Кроме того, в отличие от работы указанных авторов, в данной работе рассмотрены неустойчивые резонансы и резонансы более высоких порядков.

Все резонансы на картах выявлены с учетом действия светового давления. Для того чтобы увидеть его влияние, были построены аналогичные карты распределения вековых резонансов без учета действия светового давления (рис. 2).

Сравнивая рис. 1 и рис. 2, можно сказать, что распределения вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца, не зависят от влияния светового давления, однако области действия ряда резонансов становятся меньше, но в целом картина на рис. 2 похожа на рис. 1.

Проверка усиления влияния светового давления при действии вековых резонансов со средним движением Солнца, как и в работе (Alessi и др., 2018), осуществлялась нами по нахождению взаимосвязи между действующими резонансами и амплитудой колебаний эксцентриситета.

На рис. 3 представлена карта амплитуды колебаний эксцентриситета на интервале 3 года. Чем темнее участок, тем выше амплитуда. Голубыми линиями обозначены места действия резонансов со средним движением Солнца. Светлыми точками отмечены реальные объекты, орбитальная эволюция которых будет рассмотрена дальше.

Сравнивая данные, приведенные на рис. 1 и 3, можно заметить, что в случае учета влияния светового давления области роста амплитуды колебаний эксцентриситета совпадают с областями расположения вековых резонансов со средним движением Солнца. Картина роста амплитуды колебаний эксцентриситета практически повторяет картину расположения резонансов со средним движением Солнца (голубые линии на рис. 3). При отсутствии влияния светового давления на-

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ



Рис. 1. Карты распределения вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца: (а) резонансы, которые рассмотрены в статье (Alessi и др., 2018); (б) все остальные резонансы из табл. 2.



Рис. 2. Карты распределения вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца без действия светового давления: (а) резонансы, которые рассмотрены в статье (Alessi и др., 2018); (б) все остальные резонансы из табл. 2.



Рис. 3. Размер амплитуды колебаний эксцентриситета на временном интервале 3 года: (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.

блюдается совершенно другая картина распределения амплитуд колебаний эксцентриситета, причем расположение резонансов практически не изменилось.

В работе (Alessi и др., 2018) амплитуда эксцентриситета была изучена на интервале времени 120 лет и показан ее рост на десятые доли в местах действия резонансов. В нашем случае интервал времени был выбран 3 года, так как низколетящие спутники уже за это время совершают большое количество оборотов, что позволяет отследить вековые изменения во времени. Амплитуда эксцентриситета растет лишь на сотые доли, но зависимость роста амплитуды от совместного влияния светового давления и вековых резонансов прослеживается.

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИЗБРАННЫХ РЕАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

На следующем этапе влияние совместного действия светового давления и вековых резонансов, связанных со средним движения Солнца, было изучено на реальных объектах. Для этого было выбрано восемь объектов из разных обла-

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК том 56 № 4 2022

N⁰	Название объекта	№ NORAD	Т, мин	і, угл. град	а, км
1	YUNHAI-2 1	43909	100.86	50.01	7177.5
2	COSMOS 2437	32954	115.88	82.50	7873.5
3	COSMOS 2251 DEB	35824	104.29	73.85	7339.3
4	GECAM-B	47 2 35	96.59	29.00	6973.5
5	DEBRIS	81821	129.98	34.07	8499.8
6	LATINSAT A	27612	97.33	64.56	7009.0
7	OPS 5712 (P/L 153)	2874	103.12	69.97	7284.3
8	ORBCOMM FM01	23 5 4 5	97.84	69.97	7033.5

Таблица 3. Начальные данные рассматриваемых объектов

стей, которые отмечены цифрами на рис. 3, и проведен анализ их динамики на интервале времени 20 лет.

Не все объекты на рис. 3, которые попадают на голубые линии, находятся в зоне действия резонансов со средним движением Солнца. Так как карта распределения вековых резонансов со средним движением Солнца построена для модельных объектов, орбиты реальных объектов могут несколько отличаться от них по наклонению и эксцентриситету. Ниже представлен анализ орбитальной динамики восьми объектов, выбранных нами для детального рассмотрения. Положения всех восьми объектов представлены в табл. 3. Первый рассматриваемый объект YUNHAI-2 1 (43909), динамика которого представлена на рис. 4, подвержен влиянию неустойчивых резонансов при воздействии светового давления, а именно: два резонанса со средним движением Солнца (рис. 5а, 5б), один резонанс со средним движением Луны (рис. 5в) и по три апсидальнонодальных резонанса с прецессией орбиты Солнца (рис. 5г) и Луны (рис. 5д–5ж).

При отсутствии влияния светового давления, на объект YUNHAI-2 1 (43909) в его динамике проявляются только устойчивые резонансы: два апсидально-нодальных резонанса с прецессией орбиты Луны (рис. 6а, 6б), два апсидально-нодальных резонанса с прецессией орбиты Солнца и резонанс Лидова–Козаи (рис. 6в).



Рис. 4. Эволюция элементов орбиты объекта YUNHAI-2 1 (43909): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК том 56 № 4 2022



Рис. 5. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект YUNHAI-21 (43909) совместно со световым давлением: (а) резонанс со средним движением Солнца $\dot{M'_S} - \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (б) резонанс со средним движением Солнца $\dot{M'_S} - \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (б) резонанс со средним движением Луны $\dot{M'_L} - 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L})$, (г) апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией орбиты Солнца $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) + \dot{\omega} - \dot{\omega'_S}, (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) + \dot{\omega} + \dot{\omega'_S}, (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) + \dot{\omega}$; апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией орбиты Луны (д) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) + \dot{\omega} - \dot{\omega'_L}$, (е) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) + \dot{\omega} + \dot{\omega'_L}, (ж) (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) + \dot{\omega}$.

Сравнивая графики орбитальной эволюции объекта с учетом (рис. 4а) и без учета светового давления (рис. 4б), можно заметить, что они отличаются поведением эксцентриситета и параметра MEGNO. На рис. 4а параметр MEGNO быстро растет и становится больше 2, а амплитуда эксцентриситета вырастает практически в шесть раз, по сравнению с объектом без светового давления (рис. 4б). Это можно объяснить совместным действием большого количества неустойчивых резонансов и светового давления.

Объект без светового давления (рис. 4б) находится под влиянием устойчивых резонансов, в том числе и резонанса Лидова–Козаи, но влияние резонанса Лидова–Козаи в этом случае не успевает проявляться. Параметр MEGNO остается меньше 2, что говорит о регулярности движения. Следующий объект COSMOS 2437 (32954) (рис. 7) также подвержен действию множества неустойчивых резонансов. Отличает этот объект от предыдущего то, что при отсутствии светового давления некоторые неустойчивые резонансы сохраняют свое действие.

На рис. 7 представлена динамика объекта COSMOS 2437 (32954) под действием светового давления и без него. Рис. 7а и 76 значительно отличаются только поведением параметра MEGNO.

На объект со световым давлением действует множество неустойчивых резонансов как со средним движением Солнца и Луны, так и апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией орбиты третьего тела (рис. 8). Совместное влияние множества неустойчивых резонансов и светового давления ведет к хаотизации движения,



Рис. 6. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект YUNHAI-2 1 (43909) без учета светового давления: резонанс со средним движением Луны (а) $\dot{\omega} - \dot{\omega'}_L$, (б) $\dot{\omega} + \dot{\omega'}_L$; (в) апсидально-нодальные резонансы с прецессией орбиты Солнца $\dot{\omega} - \dot{\omega'}_S$, $\dot{\omega} + \dot{\omega'}_S$ и резонанс Лидова–Козаи $\dot{\omega}$.



Рис. 7. Эволюция элементов орбиты объекта COSMOS 2437 (32954): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.

что и определяет параметр MEGNO, который становится больше 2 (рис. 7а).

При отсутствии влияния светового давления на объект COSMOS 2437 (32954) в динамике объекта проявляются только два неустойчивых резонанса со средним движением Солнца (рис. 9). Параметр MEGNO остается меньше 2 (рис. 76) и даже действие двух неустойчивых резонансов не приводит к хаотизации движения.

Поведение колебаний амплитуды эксцентриситета без влияния светового давления (рис. 7б) практически аналогично поведению с его учетом (рис. 7а). В этих двух случаях сохраняют свое действие и неустойчивые резонансы со средним движением Солнца. Если сравнить два рассмотренных объекта YUNHAI-2 1 (43909) (рис. 4) и COSMOS 2437 (32954) (рис. 7), можно отметить, что объекты подвержены влиянию множества не устойчивых резонансов при действии светового давления. В случаях, когда световое давление не действует, в динамике объекта YUNHAI-2 1 не проявляется действие и резонансов со средним движением Солнца, а амплитуда колебаний эксцентриситета становится меньше почти в шесть раз. Объект COSMOS 2437, напротив, остается под влиянием резонансов со средним движением Солнца, и его амплитуда колебаний эксцентриситета почти не изменяется при отсутствии светового давления.



Рис. 8. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект COSMOS 2437 (32954) совместно со световым давлением. Резонансы со средним движением Солнца: (а) $\dot{M'_S} + \dot{\omega}$, (б) $\dot{M'_S} + 2\dot{\omega}$, (в) $\dot{M'_S} + \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (г) $\dot{M'_S} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (д) $\dot{M'_S} + \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (е) $\dot{M'_S} + 2\dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$; апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией орбиты Солнца: (ж) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - \dot{\omega} + \dot{\omega'_S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - \dot{\omega} - \dot{\omega'_S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - \dot{\omega}$, (з) $\dot{\omega} - \dot{\omega'_S}$, $\dot{\omega} + \dot{\omega'_S}$ и резонанс Лидова–Козаи $\dot{\omega}$; апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией орбиты Луны: (и) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) - \dot{\omega} + \dot{\omega'_L}$, (к) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) - \dot{\omega} - \dot{\omega'_L}$, (л) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega'_L}$, (м) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) + \dot{\omega}$, (н) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) - \dot{\omega}$



Рис. 9. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект COSMOS 2437 (32954) без учета светового давления: резонансы со средним движением Солнца: (а) $\dot{M'_S} + \dot{\omega}$; (б) $\dot{M'_S} + \dot{\omega} - (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'})$.



Рис. 10. Эволюция элементов орбиты объекта COSMOS 2251 DEB(35824): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.

Рассмотрим несколько случаев, где на объект не действуют резонансы со средним движением Солнца. Сравнение эволюции элементов орбиты объекта COSMOS 2251 DEB (35824) для случаев действия светового давления и без него (рис. 10) показывает, что отличается только динамика параметра MEGNO. При учете светового давления параметр MEGNO растет быстро и становится больше 2.

На объект действуют три апсидально-нодальных резонанса с Луной и три апсидально-нодальных резонанса с Солнцем (рис. 11). Эти резонансы аналогичны как для динамики в условиях действия светового давления, так и без него.

Объект находится в одинаковых условиях действия резонансов для обоих случаев. Быстрый рост MEGNO на рис. 10а обусловлен совместным действием светового давления и апсидально-нодальных резонансов. На остальные параметры движения объекта COSMOS 2251 DEB (35824) эти возмущения заметного влияния не оказывают.

Объект GECAM-В (47235) (рис. 12), как и предыдущий, не находится под действием резо-



Рис. 11. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект COSMOS 2251 DEB (35824): апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией Луны: (а) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_L$, (б) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_L$, (в) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_L) - \dot{\omega}$; апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией Солнца: (г) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_S$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_S$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) - \dot{\omega}$.

нансов со средним движением Солнца. Объект имеет большую полуось, равную 6973.5 км, а это говорит о том, что он может попадать под влияние атмосферы Земли. Поэтому при моделировании движения объекта, кроме возмущений от Солнца, Луны и геопотенциала, было учтено возмущение от атмосферы Земли.

В результате влияния атмосферы объект GECAM-В падает на Землю в течение двух месяцев, совершив около 640 оборотов. За этот короткий период остальные возмущения не успевают проявить свое влияние, поэтому эволюция элементов орбиты со световым давлением (рис. 12а) и без светового давления (рис. 12б) практически не отличаются друг от друга.

На объект GECAM-В (47235) действует только один резонанс со средним движением Луны (рис. 13). Воздействие данного резонанса идентично для обоих рассмотренных случаев (со световым давлением и без него).

Следующий объект № 5 из табл. 3 не имеет собственного названия и является объектом кос-

мического мусора, поэтому его будем идентифицировать только по его номеру в каталоге NORAD-81821.

Поведение эксцентриситета и большой полуоси объекта 81821 без светового давления (рис. 14б) несколько отличается от поведения с его учетом (рис. 14а). На обоих рисунках эксцентриситет и большая полуось имеют долгопериодические колебания, но без учета влияния светового давления структура этих колебаний значительно сложнее, хотя максимальные значения амплитуд совпадают. Кроме того, для случая, где учитывается световое давление, отмечается быстрый рост параметра MEGNO.

На объект 81821 действует один резонанс со средним движением Луны. На рис. 15 представлено поведение критического аргумента и резонансного соотношения для случаев с учетом светового давления(рис. 15а) и без него (рис. 15б). Их поведение похоже, но не идентично друг другу, поэтому графики представлены отдельно для каждого случая.



Рис. 12. Эволюция элементов орбиты объекта GECAM-В (47235): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.

Здесь, как и для некоторых других описанных выше объектов, наличие светового давления отражается только на параметре MEGNO, а амплитуда колебаний эксцентриситета особых изменений не претерпевает.

Динамика следующего объекта LATINSAT A (27612) (рис. 16) сравнима с динамикой объекта COSMOS 2251 DEB (35824) (рис. 10). Эволюция элементов орбиты для случаев действия светового давления и без него отличается только параметром MEGNO. При учете светового давления MEGNO растет и становится больше 2, но, в отличие от COSMOS 2251 DEB (35824), примерно через 13 лет MEGNO начинает уменьшаться и стремиться к 0.

Как и для объекта COSMOS 2251 DEB (35824), на LATINSAT A (27612) действуют только апсидально-нодальные резонансы (рис. 17): два резонанса, связанные с прецессией орбиты Луны и три с прецессией орбиты Солнца. В обоих случаях (при учете светового давления и без него) действует одинаковый набор резонансов, поведение которых мало отличается между собой.

Следующий рассматриваемый объект OPS 5712 (P/L 153) (2874) подвержен действию двух устойчивых резонансов, связанных со средним движением Солнца (рис. 18а и 186). Сравнивая графики орбитальной эволюции объекта с учетом (рис. 18а) и без учета светового давления (рис. 18б), можно заметить, что они отличаются поведением эксцентриситета и параметра MEGNO. При действии светового давления амплитуда колебаний эксцентриситета увеличивается почти в три раза по сравнению с амплитудой колебаний эксцентриситета объекта без учета светового давления. Движение объекта при действии светового давления является хаотическим. Параметр MEGNO растет и становится больше 2.

Кроме того, при наличии влияния светового давления на объект выявляется действие двух апсидально-нодальных резонансов, связанных с



Рис. 13. Критический аргумент и резонансное соотношение объекта GECAM-В (47235) для резонанса со средним движением Луны $\bar{n}'_L + 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$.



Рис. 14. Эволюция элементов орбиты объекта 81821: (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.



Рис. 15. Резонансное соотношение и критический аргумент объекта 81821 для резонанса со средним движением Луны $\vec{n}'_L - 2\dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}')$: (a) с учетом светового давления, (б) без учета светового давления.

прецессией орбиты Луны (рис. 19д и 19е), и одного с прецессией орбиты Солнца (рис. 19ж). При отсутствии влияния светового давления апсидально-нодальные резонансы не выявляются, а резонансы, связанные со средним движением Солнца, переходят из устойчивого состояния в неустойчивое (рис. 19в и 19г).

Объект ORBCOMM FM01 (23545) также был изучен для двух случаев: с учетом действия светового давления и без него.

В случае, когда световое давление влияет на объект ORBCOMM FM01 (23545), в его динамике

проявляется действие одного резонанса со средним движением Солнца.

Кроме того, проявляют свое действие два неустойчивых апсидально-нодальных резонанса, связанных с прецессией орбиты Луны (рис. 21б) и Солнца (рис. 21в). Первые два года действие резонанса со средним движением Солнца (рис. 21а) является устойчивым, а амплитуда эксцентриситета за это время вырастает практически в три раза (рис. 20а), по сравнению с объектом без влияния на него светового давления (рис. 20б).

Параметр MEGNO, в случае влияния светового давления, растет и становится больше двух, что

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК том 56 № 4 2022

(a)





Рис. 16. Эволюция элементов орбиты объекта LATINSAT A (27612): (a) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.



Рис. 17. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект LATINSAT A (27612) при учете светового давления: апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией Луны: (а) $\dot{\omega} - \dot{\omega}'_L$, (б) $\dot{\omega} + \dot{\omega}'_{L}$; апсидально-нодальные резонансы, связанные с прецессией Солнца: (в) $\dot{\omega} - \dot{\omega}'_{S}$, $\dot{\omega} + \dot{\omega}'_{S}$, $\dot{\omega}$; на рисунках (г), (д) и (е) – аналогичные резонансы, действующие на LATINSAT A (27612) без учета светового давления.

говорит о хаотизации движения объекта. При отсутствии светового давления на объект действие всех вековых резонансов не выявляется. Из вышесказанного можно сделать вывод, что световое давление как бы выявляет действие вековых резонансов. Кроме того, следует отметить, что совместное влияние светового давления и вековых резонансов приводит к росту амплитуды эксцен-

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК том 56 <u>№</u> 4 2022



Рис. 18. Эволюция элементов орбиты объекта OPS 5712 (P/L 153) (2874): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.



Рис. 19. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект OPS 5712 (P/L 153) (2874). Резонансы со средним движением Солнца с учетом светового давления: (а) $\dot{M}'_{S} + \dot{\omega}$, (б) $\dot{M}'_{S} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S})$; резонансы со средним движением Солнца без учета светового давления: (в) $\dot{M}'_{S} + \dot{\omega}$, (г) $\dot{M}'_{S} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S})$; апсидальнонодальные резонансы с учетом светового давления: (д) связанный с Луной $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_{S}$ и (е) $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S}) - 2\dot{\omega}$, (ж) связанные с Солнцем $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S}) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_{S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_{S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{S}) - 2\dot{\omega}$.



Рис. 20. Эволюция элементов объекта ORBCOMM FM01 (23545): (а) с учетом светового давления; (б) без учета светового давления.



Рис. 21. Резонансные соотношения и критические аргументы резонансов, действующих на объект ORBCOMM FM01 (23545) с учетом светового давления: (а) резонанс со средним движением Солнца $\dot{M'_S} - \dot{\omega} + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S})$, (б) апсидальнонодальный резонанс с прецессией орбиты Луны $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_L}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega'_L}$, (в) апсидально-нодальные резонансы с прецессией орбиты Солнца $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega'_S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega'_S}$, $(\dot{\Omega} - \dot{\Omega'_S}) - 2\dot{\omega}$.

триситета и возникновению хаотичности в движении объектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты выявления особенностей совместного влияния светового давления и вековых резонансов на динамику объектов рассматриваемой части области LEO. Определены зоны действия вековых резонансов со средним движением Солнца и выполнено сравнение с картами резонансов, представленными в (Alessi и др., 2018). Области действия резонансов, выявленных в настоящей работе, практически совпадают с теми, что показаны в (Alessi и др., 2018). Кроме того, в данной работе рассмотрены резонансы со средним движением Солнца до пятого порядка. Проанализированы как устойчивые, так и неустойчивые резонансы.

Как было сказано ранее, в статье (Alessi и др., 2018) было высказано предположение, что совместное действие светового давления и вековых резонансов со средним движением Солнца увеличивает амплитуду колебаний эксцентриситета. Чтобы это проверить, были построены две карты распределения амплитуды эксцентриситета для случаев влияния светового давления и без него. Из полученных результатов можно сделать вывод, что картина роста эксцентриситета практически повторяет картину действующих резонансов со средним движением Солнца в случаях, когда действует световое давление. Без влияния светового давления карты резонансов и амплитуды эксцентриситета отличаются друг от друга. Исходя из этого, можно сделать вывод, что совместное действие светового давления и резонансов со средним движением Солнца действительно может способствовать росту амплитуды эксцентриситета.

Рассматриваемая область обильно заселена различными спутниками и космическим мусором, поэтому все наблюдаемые объекты были нанесены на карты, представленные в данной работе. Положение реальных объектов было взято из каталога NORAD. Кроме того, было выполнено исследование динамики восьми реальных объектов и результаты анализа представлены в работе. Из полученных данных можно сделать вывод, что наличие резонансов со средним движением Солнца ведет к росту амплитуды колебаний эксцентриситета, даже если световое давление не действует. Световое давление только усиливает этот рост. Кроме того, световое давление способствует более раннему проявлению действия вековых резонансов. А совместное действие этих двух факторов ведет к хаотизации движения.

При отсутствии влияния резонансов со средним движением Солнца совместное действие светового давления и других вековых резонансов оказывает заметное влияние только на возникновение хаотичности движения, что отражает параметр MEGNO, который становится больше двух. Амплитуды колебаний других элементов существенно не изменяются в этом случае.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 20-32-90095).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса-Эверхарта // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15. № 4. С. 31-47.
- *Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977. 360 с.
- Александрова А.Г., Бордовицына Т.В., Томилова И.В. Исследование влияния светового давления на динамику околоземных объектов на резонансных орбитах // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 447–462.

(*Aleksandrova A.G., Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V.* Investigation of light pressure influence on dynamics of near-Earth objects in resonant orbits // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 5. P. 435–449.)

- Александрова А.Г., Бордовицына Т.В., Александров В.Б. Исследование влияния светового давления на динамику околоземных объектов с обратным движением // Изв. вузов. Физика. 2019. Т. 62. № 3. С. 86–91.
- Александрова А.Г., Блинкова Е.В., Бордовицына Т.В., Попандопуло Н.А., Томилова И.В. Вековые резонансы в динамике объектов, движущихся в областях LEO-MEO околоземного орбитального пространства // Астрон. вестн. 2021. Т. 55. № 3. С. 272–287. (Aleksandrova A.G., Blinkova E.V., Bordovitsyna T.V., Popandopulo N.A., Tomilova I.V. Secular resonances in the dynamics of objects moving in LEO-MEO regions of near-earth orbital space // Sol. Syst.Res. 2021. V. 55. № 3. P. 266–281.)
- Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968. 800 с.
- Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: Физматлит, 2010. 588 с.
- *Тимошкова Е.И., Холшевников К.В.* Лунно-солнечные возмущения движения спутников планеты // Тр. Астрон. обс. Ленинградского ун-та. 1974. Т. 30. С. 141–156.
- Alessi E.M., Schettino G., Rossi A., Valsecchi G.B. Solar radiation pressure resonances in Low Earth Orbits // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2018. V. 473. P. 2407–2414.
- *Belkin S.O., Kuznetsov E.D.* Orbital flips due to solar radiation pressure for space debris in near-circular orbits // Acta Astronaut. 2021. V. 178. P. 360–369.
- *Breiter S.* On the coupling of lunisolar resonances for Earth satellite orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2001a. V. 80. P. 1–20.
- *Breiter S.* Lunisolar resonances revisited // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2001b. V. 81. P. 81–91.
- *Cincotta P.M., Giordano C.M., Simó C.* Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. V. 182. P. 151–178.
- *Cook G.E.* Luni-solar perturbations of the orbit of an Earth satellite // Geophys. J. 1962. V. 6. № 3. P. 271–291.
- Lane M., Hoots F. Project Space Track Report No 2// Aerospace Defense Command. 1979. No 2.
- *Lemaitre A., Henrard J.* On the origin of chaotic behavior in the 2/1 Kirkwood gap// Icarus. 1990. V. 83(2). P. 391–409.
- Valk S., Delsate N., Lemaitre A., Carletti T. Global dynamics of high area-to-mass ratios GEO space debris by means of the MEGNO indicator // Adv. Space Res. 2009. V. 43. № 7. P. 1509–1526.