АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 5, с. 356–368

УДК 523.44:523.68

О СТЕПЕННОМ ЗАКОНЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАГМЕНТОВ РАЗРУШЕННОГО КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛА ПО МАССАМ

© 2022 г. И. Г. Брыкина[a], *, Л. А. Егорова[a]

[a] *НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**e-mail: shantii@mail.ru*

Поступила в редакцию 06.12.2021 г.
После доработки 14.01.2022 г.
Принята к публикации 07.02.2022 г.

Важной характеристикой разрушения космических тел (астероидов при их столкновении в космическом пространстве, метеороидов и астероидов, входящих в атмосферу Земли) является распределение их фрагментов по массам. Кумулятивное распределение фрагментов по массам, полученное с применением степенного закона для распределения по массам в дифференциальной форме, зависит от безразмерной массы фрагмента, отнесенной к общей массе (массе тела до разрушения), от массовой доли наибольшего фрагмента и от показателя степени и дает нелинейную зависимость кумулятивного числа фрагментов от массы в логарифмических координатах, в отличие от используемой в литературе линейной зависимости. Формула для кумулятивного числа фрагментов тестируется путем сравнения с результатами ударных экспериментов, выполняемых для моделирования фрагментации астероидов при их столкновении в космическом пространстве. Сравнение проводится для тел разной формы, массы и состава, с разными пределами прочности, в широком диапазоне скоростей соударения. Оцениваются найденные значения степенного индекса, являющегося свободным параметром, подбираемым для наилучшего совпадения теоретического распределения с эмпирическим распределением. Обсуждается применимость степенного распределения фрагментов по массам для описания экспериментальных результатов при разрушениях различных типов.

Ключевые слова: фрагментация, метеороид, астероид, кумулятивное распределение

DOI: 10.31857/S0320930X2204003X

ВВЕДЕНИЕ

Большинство космических тел, входящих в атмосферу Земли, разрушаются под действием аэродинамических сил, возрастающих по мере их проникновения в более плотные слои атмосферы. Разрушение космических тел в атмосфере – это сложный процесс, зависящий от многих факторов: состава, структуры, плотности, наличия дефектов, размера и скорости, и поэтому может происходить по-разному. Когда такое тело дробится на большое количество фрагментов, они сначала движутся как единое облако фрагментов, объединенных общей ударной волной. После расхождения фрагментов на достаточно большие расстояния они движутся независимо со своими собственными ударными волнами. Обзоры существующих моделей фрагментации метеороидов приведены в (Popova, 2011; Брыкина, 2018; Borovička и др., 2019; Brykina, Bragin, 2020). Когда для моделирования траектории, абляции и энерговыделения разрушенного в атмосфере астероида используются модели фрагментации, включающие в себя независимое движение фрагментов, необходимо знать их распределение по массам. Можно провести аналогию между распределением фрагментов при разрушении астероидов (метеороидов) в атмосфере и распределением фрагментов при разрушении астероидов при их столкновениях в космическом пространстве.

Для изучения столкновительной эволюции астероидов и моделирования их фрагментации при соударении проводились экспериментальные исследования по разрушению твердых тел при высокоскоростном ударе. Было выполнено много экспериментов по исследованию удара более мелкого тела (ударника) о более крупное тело (мишень) для изучения масс (размеров), форм, скоростей и вращения образовавшихся в результате разрушения мишени фрагментов (Hartmann W.K., Hartmann A.C., 1968; Hartmann, 1969; Fujiwara и др., 1977; Takagi и др., 1984; Davis, Ryan, 1990; Ryan и др., 1991; Nakamura, Fujiwara, 1991; Cintala, Hörz, 2008; Okamoto, Arakawa, 2008; 2009; Michikami и др., 2016; Flynn и др., 2020). Обзоры таких работ даны в (Fujiwara, 1986; Fujiwara и др., 1989; Martelli и др., 1994; Holsapple и др., 2002). Экспериментальные исследования проводились для разных форм, размеров, структур и материа-

лов мишени (базальты, гипс, пирофиллит, керамика, цементные смеси, стекло, искусственно созданные конгломераты, образцы метеоритов: обыкновенных и углеродистых хондритов) и для разных скоростей, форм и материалов ударника.

Распределение фрагментов разрушенного тела по массам описывается с помощью функции кумулятивного числа фрагментов $N_m(m)$, определяемой как количество фрагментов с массами, большими или равными m. Результаты экспериментов показали, что кривая кумулятивного распределения фрагментов разрушенного тела по массам может быть описана с использованием степенного закона (Hartmann W.K., Hartmann A.C., 1968; Hartmann, 1969; Fujiwara и др., 1977; 1989; Takagi и др., 1984; Fujiwara, 1986; Davis, Ryan, 1990; Ryan и др., 1991; Nakamura, Fujiwara, 1991; Martelli и др., 1994; Holsapple и др., 2002; Cintala, Hörz, 2008; Okamoto, Arakawa, 2008; 2009; Michikami и др., 2016). Обычно этот закон представляют и используют в простой форме: кумулятивное число фрагментов пропорционально некоторой степени m: $N_m \propto m^{-\beta}$. Эта корреляция между кумулятивным числом фрагментов и их массой дает линейный график в логарифмических координатах с тангенсом угла наклона, равным показателю степени. Однако, как отмечается во многих работах (Takagi и др., 1984; Fujiwara и др., 1989; Davis, Ryan, 1990; Nakamura, Fujiwara, 1991; Holsapple и др., 2002; Cintala, Hörz, 2008; Okamoto, Arakawa, 2009; Flynn и др., 2018; 2020), вся кривая распределения фрагментов по массам не является линейной, и обычно она разбивается на два или три сегмента, которым соответствуют разные показатели степени, с более крутым наклоном для крупных фрагментов. Аналогичный факт отмечался в работах (Jenniskens и др., 1994; Попова и др., 2014), в которых построены кривые распределения по массам фрагментов разрушенных астероидов Мбале (Jenniskens и др., 1994) и Челябинского (Попова и др., 2014), собранных после соответствующих метеоритных дождей, и показано, что простое степенное распределение (прямая линия в логарифмических координатах) соответствует только части кривой, но не может описать ее полностью.

В данной работе степенной закон используется не для описания кумулятивного распределения, а для плотности распределения числа фрагментов по массам, т.е. для распределения фрагментов по массам используется форма степенного закона в приращениях (дифференциальная), которая также приводится в некоторых экспериментальных работах (Hartmann W.K., Hartmann A.C., 1968; Hartmann, 1969; Fujiwara и др., 1977; 1989; Fujiwara, 1986; Cintala, Hörz, 2008). Основываясь на этой форме степенного закона, авторы вывели формулу для кумулятивного числа фрагментов в зависимости от массы фрагмента, отнесенной к общей массе фрагментов, массовой доли и количества наибольших фрагментов и показателя степени (Brykina, Egorova, 2021). Полученное кумулятивное распределение не является линейной функцией массы в логарифмических координатах, и это позволило адекватно описать одной кривой (с использованием одного показателя степени) распределения по массам фрагментов разрушенных космических тел, собранных после метеоритных дождей Мбале, Бассикуну, Алмахата Ситта, Кошице и Челябинского (Brykina, Egorova, 2021).

Подобный подход с применением степенного закона, но с использованием не непрерывной, а дискретной формы распределения частиц по массам, применялся в исследованиях малых метеороидов для моделирования световых кривых метеорных тел метеорного потока Леониды (Beech, Murray, 2003; Campbell-Brown, Koschny, 2004) и метеорного потока Дракониды (Borovička и др., 2007), а также в гибридной модели фрагментации крупного метеороида для описания распределения мелких частиц (пыли) (Borovička и др., 2013; 2019). Распределение размеров фрагментов по степенному закону было замечено при анализе наблюдений за разрушением основного корпуса космического аппарата HAYABUSA при его возвращении в атмосферу Земли (Watanabe и др., 2011). Это была уникальная возможность наблюдения за фрагментацией “искусственного метеороида”. Процесс был подробно описан и путем анализа изображений с камер наблюдения и оценки яркости свечения фрагментов получено изменение числа осколков и их распределение по размерам.

Степенное распределение по массам ($N_m \propto m^{-\beta}$) применяется также при обработке радиолокационных метеорных наблюдений для определения индексов распределения метеороидов по массам как для спорадических метеоров, так и для метеорных потоков (Blaauw и др., 2011a; 2011b; Pokorný и др., 2014; Pokorný, Brown, 2016; Janches и др., 2019). Отмечалось (Corbelli и др., 2005; Шустов, Тутуков, 2018; Тутуков, Шустов, 2020), что начальные спектры масс различных астрономических объектов (космической пыли, астероидов, планет, звезд, звездных скоплений, галактик) в ансамблях, формирующихся путем фрагментации, можно представить в первом приближении в статистически значимом диапазоне базисной функцией в виде степенного распределения. Степенной закон используется при описании распределения по размерам ударных кратеров на планетах земной группы и астероидах, а также космических объектов, которые образовали эти кратеры (Ivanov и др., 2001; 2002; Bronikowska и др., 2013).

Для описания распределения фрагментов разрушенного тела по массам или размерам, кроме степенного закона, иногда применяются различные статистические закономерности; для улучшения согласования с экспериментальными данными используются бимодальные и тримодальные распределения (Сильвестров, 2004). Так, для описания распределения по массам фрагментов метеоритов Кошице, Саттерз-Милл и Уайткорт в (Betzler, Borges, 2020) применялись экспоненциальные и бимодальные экспоненциальные распределения. В работе (Gritsevich и др., 2014) распределение по массам фрагментов в метеоритном дожде Кошице аппроксимировалось с использованием семи разных статистических моделей, включая бимодальные модели; наилучшим оказалось бимодальное распределение Вейбулла. Неудобством применения таких методов является их относительная, по сравнению со степенным законом, сложность, в частности, наличие в них нескольких свободных параметров (пять в бимодальном распределении Вейбулла), по которым нужно проводить коррекцию в каждом конкретном случае. В последние годы стали развиваться также численные подходы к моделированию процесса фрагментации астероидов (Durda и др., 2007; Remington и др., 2020).

Данная работа является продолжением работы (Brykina, Egorova, 2021), в которой с использованием степенного закона была получена формула для кумулятивного числа фрагментов при введении ограничения на максимальную массу и проведено ее тестирование путем сравнения с результатами некоторых ударных экспериментов, моделирующих процесс разрушения астероидов при их столкновениях, и с распределениями по массам собранных метеоритов после пяти метеоритных дождей. В данной работе формула для кумулятивного числа фрагментов получена при введении ограничения не только на максимальную, но и на минимальную массу. Проводится более полное сравнение аналитического распределения фрагментов по массам с результатами большого количества ударных экспериментов, выполненных для тел разной формы и массы, изготовленных из различных материалов, обладающих разными пределами прочности на сжатие, в широком диапазоне скоростей соударения. Оценивается применимость степенного распределения фрагментов по массам при разрушениях различных типов.

ФУНКЦИЯ КУМУЛЯТИВНОГО ЧИСЛА ФРАГМЕНТОВ

Во многих экспериментальных исследованиях с мишенями различного состава отмечалось, что кумулятивное распределение фрагментов по массам можно описать степенным законом. Этот закон представляют в двух видах (Hartmann W.K., Hartmann A.C., 1968; Hartmann, 1969; Fujiwara и др., 1977; 1989; Fujiwara, 1986): в дифференциальной форме (в приращениях), выраженной уравнением (1), и в простой форме, выраженной уравнением (2), означающим, что кумулятивное число фрагментов пропорционально некоторой степени массы m:

$$\frac{\mathrm{d}\,N_m}{\mathrm{d}\,m} = -n_m = -Dm^{-\alpha} \quad \left(\frac{\mathrm{d}\,N_m}{\mathrm{d}\,m} \propto -m^{-\alpha}\right). \tag{1}$$

$$N_m = Bm^{-\beta} \quad (N_m \propto m^{-\beta}), \qquad \alpha = \beta + 1, \quad B = D/\beta. \tag{2}$$

Здесь n_m – зависящая от m плотность распределения числа фрагментов по массам, т.е. количество фрагментов на единицу массы вблизи значения массы m, при этом $n_m\mathrm{d}m$ определяет число фрагментов в интервале масс от m до $m + \mathrm{d}m$. Коэффициенты D и B и показатели степени α и β считаются постоянными. Почти во всех работах по ударным экспериментам, как и в работах по определению индексов распределения метеороидов по массам для метеорных потоков и спорадических метеоров, уравнения (1) и (2) считаются эквивалентными. Используемое при этом соотношение (2) представляет собой прямую линию в координатах $\lg N_m - \lg m$ с тангенсом угла наклона, равным $-\beta$ (или $1 - \alpha$). Этот степенной индекс (α или β) считается характерным индексом распределения метеороидов по массам или распределения фрагментов разрушенного тела по массам.

Мы полагаем функции $N_m(m)$ и $n_m(m)$ в уравнении (1) непрерывными функциями, определенными при $0 < m \le m_l$, где m_l – масса самого большого фрагмента или фрагментов, если имеется несколько наибольших осколков с одинаковой массой. После интегрирования уравнения (1) от m до m_l получим для N_m уравнение, отличное от уравнения (2)

$$N_m(m) = \int_m^{m_l} n_m(m')\,\mathrm{d}\,m' + N_m(m_l) = Bm^{-\beta} - Bm_l^{-\beta} + N_m(m_l), \quad 0 < m \le m_l. \tag{3}$$

Здесь $N_m(m_l)$ – количество фрагментов с максимальной массой m_l, которое в большинстве экспериментов оказывается равным единице.

Неизвестные коэффициенты D (или B) находятся из условия, что масса тела M (масса астероида или метеороида непосредственно перед началом фрагментации, масса мишени в экспериментах) сохраняется, т.е. равна общей массе всех фрагментов. Общая масса всех фрагментов M определяется уравнением

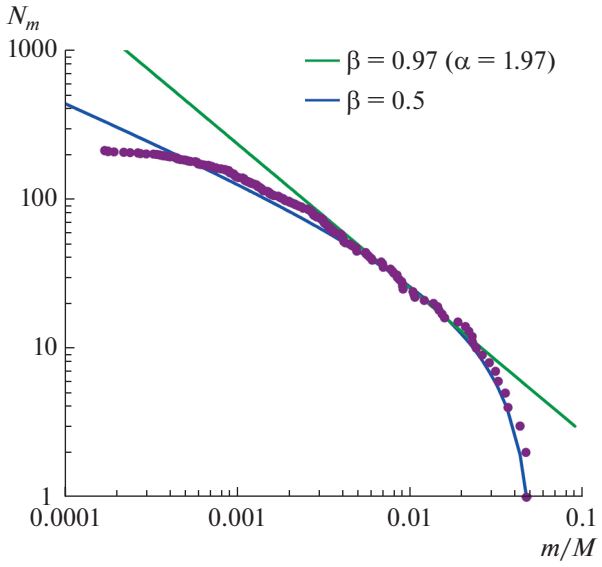

Рис. 1. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы для метеоритов Кошице.

$$M = \int_0^{m_l} n_m(m')m'\,\mathrm{d}\,m'. \quad (4)$$

После подстановки в это уравнение функции n_m из соотношения (1) и интегрирования коэффициенты D и B находятся как функции параметров M и m_l, которые считаются известными, и показателя степени β (здесь предполагается $0 < \beta < 1$)

$$D = M\frac{1-\beta}{m_l^{1-\beta}}, \quad B = M\frac{1-\beta}{\beta m_l^{1-\beta}}. \quad (5)$$

Кумулятивное число фрагментов, определяемое уравнением (1), с учетом соотношений (3) и (5), равно

$$N_m = \frac{1-\beta}{\beta\bar{m}_l^{1-\beta}}\left(\bar{m}^{-\beta} - \bar{m}_l^{-\beta}\right) + n_l. \quad (6)$$

Здесь $\bar{m} = m/M$ – безразмерная масса фрагмента, $\bar{m}_l = m/M$ – безразмерная масса самого большого фрагмента, $n_l = N_m(m_l)$ – число максимальных фрагментов. Таким образом, функция кумулятивного числа фрагментов N_m зависит только от безразмерных параметров: массы фрагмента, нормированной на общую массу, массовой доли максимального фрагмента, числа максимальных фрагментов и степенного индекса β. Массовая доля наибольшего фрагмента является важным параметром, характеризующим степень разрушения тела.

Функция $n_m(m)$, определяющая плотность распределения фрагментов по массам, необходима для того, чтобы найти суммарное энерговыделение фрагментированного в атмосфере метеороида, его светимость и полную потерю массы за счет абляции путем интегрирования по всем начальным массам фрагментов (Brykina, Egorova, 2021). Эта функция находится из уравнения (1) после определения нормировочного коэффициента D:

$$n_m = \frac{1-\beta}{M\bar{m}_l^{1-\beta}}\bar{m}^{-\beta-1}. \quad (7)$$

Если считать, что кроме максимального фрагмента имеется еще минимальный фрагмент с массой m_s, тогда область определения функций $N_m(m)$ и $n_m(m)$ будет $m_s \le m \le m_l$. Повторив процедуру, аналогичную описанной выше, когда значение массы фрагмента снизу не ограничивалось, и, определяя коэффициент D из уравнения (4) путем интегрирования от m_s до m_l, получим

$$D = \frac{M(1-\beta)}{m_l^{1-\beta} - m_s^{1-\beta}}, \quad n_m = \frac{1-\beta}{M(\bar{m}_l^{1-\beta} - m_s^{1-\beta})}\bar{m}^{-\beta-1}. \quad (8)$$

$$N_m = \frac{1-\beta}{\beta(\bar{m}_l^{1-\beta} - \bar{m}_s^{1-\beta})}\left(\bar{m}^{-\beta} - \bar{m}_l^{-\beta}\right) + n_l. \quad (9)$$

В заключение проиллюстрируем разницу в определении функции кумулятивного числа фрагментов N_m и при оценке степенного индекса β (или α) при использовании уравнения (1) с последующим интегрированием, приводящим к соотношению (6), и при использовании уравнения (2) $N_m \propto m^{-\beta}$, дающего линейную зависимость N_m от m в логарифмических координатах. На рис. 1 (результаты, отмеченные фиолетовым и синим цветами, взяты из работы (Brykina, Egorova, 2021)) фиолетовыми точками показано распределение по массам метеоритов Кошице. Данные о массах 218 фрагментов взяты из таблиц (Gritsevich и др., 2014; Toth и др., 2015), не учтены два самых крупных фрагмента, массы которых примерно в семь раз превышают массу третьего (см. далее). Синяя кривая рассчитана по формуле (6). Зеленая прямая линия, выражающая зависимость $N_m \propto m^{-\beta}$, проводилась таким образом, чтобы аппроксимировать большую часть фиолетовой кривой. В обоих случаях показатель степени подбирается для наилучшего согласования с эмпирическими данными. Степенной индекс в случае использования уравнения (2) – это, фактически, тангенс угла наклона касательной (–β) к некоторой средней части кривой, без учета самых мелких и самых крупных фрагментов. В случае использования уравнения (6) степенной индекс (–β) – это тангенс угла наклона асимптоты к кривой $N_m(m)$, показанной на рис. 1 синей линией, при малых значениях масс ($m \to 0$). Поэтому подбираемое для наилучшей аппроксимации эмпирических данных оптимальное значение β в соотношении (2) всегда больше того подбираемого оптимального β, которое получается, если использовать формулу (6).

ВИДЫ ФРАГМЕНТАЦИИ

Результаты многочисленных экспериментов показывают, что можно условно выделить несколько типов разрушения тел при высокоскоростном ударе в зависимости от степени фрагментации мишени. Тип, или степень фрагментации зависит главным образом от удельной энергии Q, которая определяется как кинетическая энергия ударника, приходящаяся на единицу массы мишени

$$Q = \frac{m_p V^2}{2} / M. \quad (10)$$

Здесь m_p и M – массы ударника и мишени, V – скорость ударника. На тип разрушения влияют также материал, размер и форма мишени, а также материал, скорость и размер ударника.

В работах (Fujiwara и др., 1977; 1989; Fujiwara, 1986; Michikami и др., 2016) дана классификация четырех типов фрагментации при высокоскоростном ударе ($V > 1$ км/с) в зависимости от удельной энергии Q.

I – образование кратера, это разрушение, когда на поверхности мишени образуется только кратер и не происходит отслоения на остальной части поверхности: $Q < 100$ Дж/кг (Fujiwara, 1986); $Q < 250$ Дж/кг (Michikami и др., 2016).

II – это переходный тип, при котором наряду с образованием кратера откалываются части боковых поверхностей: $100 \le Q < 1000$ Дж/кг (Fujiwara, 1986); $250 \le Q < 1050$ Дж/кг (Michikami и др., 2016).

III – это так называемый тип ядра, который характеризуется тем, что верхние слои мишени отслаиваются, начиная с поверхности, и в центральной части мишени остается нетронутым (неповрежденным) самый большой фрагмент, называемый ядром: $1 \le Q < 10$ кДж/кг (Fujiwara, 1986); $1.05 \le Q < 8$ кДж/кг (Michikami и др., 2016).

Тип IV – полное разрушение, когда тело полностью разрушается на большое количество мелких фрагментов: $Q \ge 10$ кДж/кг (Fujiwara, 1986); $Q \ge 8$ кДж/кг (Michikami и др., 2016).

Подобной классификации придерживаются во многих других экспериментальных работах. Типы III и IV называют (Michikami и др., 2016) катастрофическими разрушениями (удельная энергия более 1.05 кДж/кг), в то время как типы I и II называются некатастрофическими разрушениями.

Для ударов, называемых низкоскоростными ($V < 1$ км/с), приводится несколько иная классификация типов разрушения (Takagi и др., 1984; Fujiwara, 1986; Fujiwara и др., 1989):

I – отскок ударника с расходящимися трещинами: $Q < 500$ Дж/кг; II – отскок с продольным раскалыванием: $Q \ge 500$ Дж/кг; III – конический тип дробления: $0.5 < Q < 5$ кДж/кг; фрагменты, отколовшиеся со стороны удара – мелкие, а фрагменты с противоположной стороны довольно большие и для сферических мишеней имеют коническую форму; IV – полное, или катастрофическое разрушение: $Q \ge 5$ кДж/кг.

Фрагментация типа ядра, когда есть один или два основных фрагмента, которые намного больше остальных, наблюдалась как для тел с однородной структурой (Fujiwara и др., 1977; 1989; Fujiwara, 1986; Nakamura, Fujiwara, 1991; Michikami и др., 2016), так и с неоднородной (Davis, Ryan, 1990; Okamoto, Arakawa, 2008). В (Okamoto, Arakawa, 2008) изучались разные виды разрушений тел, состоящих из более плотной центральной части и пористой мантии. Было отмечено, что в случае, когда самый большой фрагмент плотного ядра на порядок больше второго фрагмента и имеется много мелких фрагментов, кривая распределения по массам, построенная по фрагментам, меньшим или равным второго, выглядит как типичная кривая катастрофического разрушения и подчиняется степенному закону. В исследовании (Cintala, Hörz, 2008), где эксперименты проводились для обыкновенного хондрита L6, также отмечалось, что, если в каждом эксперименте не принимать во внимание один или два самых больших фрагмента, то все распределения удивительно близки по форме. Поэтому при расчете распределения фрагментов по массам в случаях, когда один или два самых больших фрагмента в несколько раз больше, чем следующий, мы исключали их из рассмотрения и применяли формулу (6), начиная со второго (или третьего) фрагмента.

СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

Аналитическое решение (6) для распределения фрагментов по массам сравнивалось с полученными другими авторами результатами высокоскоростных и низкоскоростных ударных экспериментов, моделирующих разрушение астероидов, для мишеней различных форм, размеров и материалов, обладающих разной прочностью и плотностью. Представленные результаты сравнений частично (рис. 2, 4, 5) были получены ранее (Brykina, Egorova, 2021) и включены в данную работу для полноты картины, сопровождаемые новой информацией и анализом в контексте осмысления всей совокупности результатов сравнений. В тех случаях, когда экспериментальные распределения были представлены в зависимости от абсолютной, а не относительной массы, они оцифровывались и приводились к безразмерному виду путем нормировки на массу мишени.

Пример тестирования формулы (6) при фрагментации типа ядра показан на рис. 2, где представ-

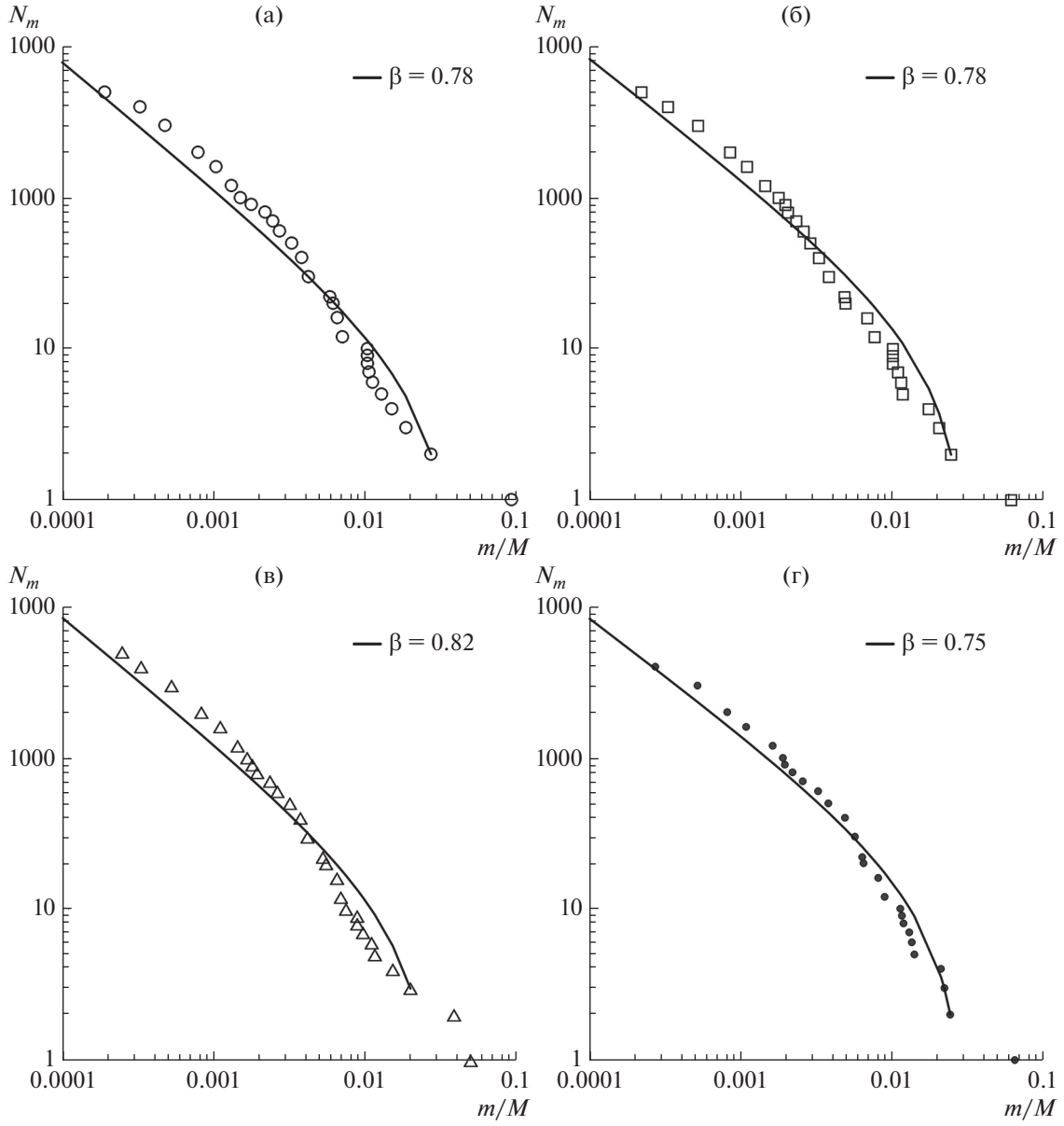

Рис. 2. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – высокоскоростные эксперименты при схожих условиях, базальт из Монголии (Michikami и др., 2016); фрагментация типа ядра. Линии – формула (6).

лены данные четырех экспериментов (Michikami и др., 2016), выполненных в почти идентичных условиях, чтобы изучить воспроизводимость экспериментальных результатов. Использовались сферический нейлоновый ударник с массой 0.216 г и кубические мишени со стороной 5 см из мелкозернистого базальта Linxi из Монголии с плотностью 3 г/см^3, предел прочности которого на сжатие составлял 185 МПа, а на растяжение – 14 МПа. Эти прочностные характеристики близки к характеристикам обыкновенных хондритов, например, соответствующие значения для хондрита LL3 Крымка были 160 и 22 МПа (Michikami и др., 2016). Условиям экспериментов на рис. 2а, 2б, 2в и 2г соответствуют значения удельной энергии $Q = 3.96$, 3.95, 4.49 и 4.05 кДж/кг (скорости ударника 3.66, 3.63, 3.87, 3.71 км/с). Результаты приведены в логарифмических координатах.

На рис. 2 видно, что, несмотря на одинаковые условия экспериментов, имеется некоторый разброс в размерах максимального фрагмента. В трех случаях имеется один фрагмент, который намного больше, чем следующий, а в одном – два таких фрагмента. Массовые доли максимальных фрагментов равны 0.092 (а), 0.065 (б), 0.049, 0.038 (в), 0.061 (г). Массовые доли последующих фрагмен-

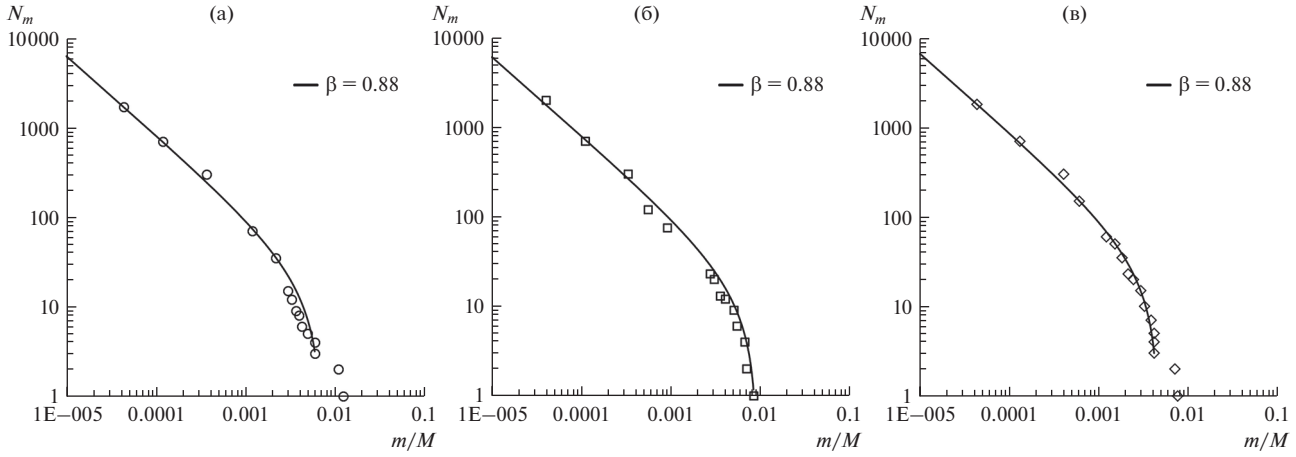

Рис. 3. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – низкоскоростные эксперименты при схожих условиях, базальт из Японии (Takagi и др., 1984); катастрофическая фрагментация. Линии – формула (6).

тов отличаются значительно меньше: 0.027 (а), 0.025 (б), 0.02 (в), 0.024 (г), и сами распределения по массам очень похожи, когда исключаются самые крупные фрагменты (степенной индекс β меняется от 0.75 до 0.82). Расчеты по формуле (6), проводившиеся, начиная со второго фрагмента на рис. 2а, 2б, 2г и начиная с третьего на рис. 2в, удовлетворительно согласуются с экспериментальными распределениями.

В случае катастрофической фрагментации при низкоскоростном ударе сравнение теоретического распределения (6) с экспериментальными распределениями, полученными в (Takagi и др., 1984) для кубических мишеней из базальта Chamusu-yama из Японии с пределом прочности на сжатие 480 МПа и плотностью 2.8 г/см^3, приведено на рис. 3. Эксперименты, результаты которых представлены на рис. 3, также проводились при почти идентичных условиях: масса цилиндрического алюминиевого ударника $m_p = 10.1 \pm 0.1$ г, масса мишени $M = 34.5 \pm 2.5$ г, скорость ударника $V = 643 \pm 15$ м/с. Рисункам 3а–3в соответствуют значения удельной энергии Q = 58.7, 62.8, 66.3 кДж/кг; массовая доля наибольшего фрагмента 0.013, 0.009, 0.007; как и на рис. 2, имеется разброс в размерах максимального фрагмента, хотя значения степенного индекса β получились равными. Удельная энергия удара в этих экспериментах примерно на порядок выше, чем удельная энергия в экспериментах, результаты которых приведены на рис. 2, и соответствует полному разрушению, однако даже при таких высоких значениях Q присутствуют наибольшие фрагменты, масса которых значительно превышает массу следующих фрагментов (рис. 3а, 3в). Формула (6) хорошо описывает результаты экспериментов (Takagi и др., 1984), при этом значения β получаются более высокими, чем на рис. 2 при более низкой удельной энергии.

Сравнения с распределениями, полученными в (Takagi и др., 1984) по фрагментации пирофиллитовых и базальтовых кубических мишеней, показаны на рис. 4. Рисунок 4а соответствует экспериментам с высокой удельной энергией: $Q = 16.3$ и 9.8 кДж/кг для базальта и пирофиллита, а рис. 4б – экспериментам с низкой энергией: Q = 1.7 и 2.6 кДж/кг для базальта и пирофиллита. По приведенной выше классификации типов разрушения для низкоскоростных ударов в зависимости от значения Q, рис. 4а соответствует полная, или катастрофическая фрагментация, а рис. 4б – коническая. Однако на рис. 4б не наблюдается заметного разделения фрагментов на несколько крупных и мелкие, свойственного описанию конического разрушения, масса фрагментов меняется довольно равномерно и для базальта, и для пирофиллита, несмотря на низкую удельную энергию. Предел прочности пирофиллита на сжатие 73 МПа (плотность 2.7 г/см^3) примерно в семь раз меньше прочности используемого в экспериментах базальта, тем не менее распределения фрагментов по массам для этих материалов близки для обоих режимов фрагментации, представленных на рис. 4а и 4б, и хорошо описываются формулой (6). Рисунок 4 показывает также, что с увеличением удельной энергии удара массовая доля максимального фрагмента уменьшается, степень фрагментации усиливается и значение степенного индекса β также увеличивается.

На рис. 5 приведено сопоставление распределения (6) с результатами высокоскоростного эксперимента (Okamoto, Arakawa, 2009) при катастрофическом разрушении (Q = 45.9 кДж/кг) пористого гипсового шара с образованием большого количества мелких фрагментов с равно-

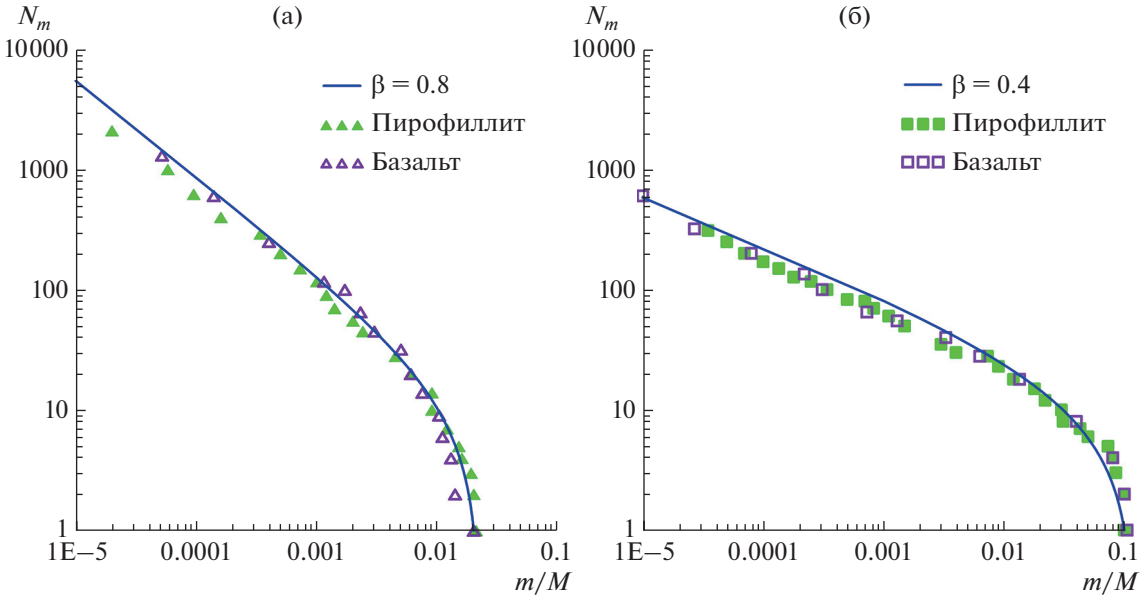

Рис. 4. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперименты (Takagi и др., 1984); базальт: $m_p = 10$ г, $M = 28.7$ и 591 г (а, б), $V = 303$ и 950 м/с (а, б); пирофиллит: $m_p = 10$ и 2.3 г (а, б), $M = 198$ и 159 г (а, б), $V = 620$ и 289 м/с (а, б). Линии – формула (6).

мерным изменением их размеров. Гипсовая мишень с массой 1.01 г имела низкую плотность 1.1 г/см^3 и высокую пористость 53%. Использовался цилиндрический нейлоновый ударник ($V = 3.41$ км/с, $m_p = 1$ мг), массовая доля максимального фрагмента равна 0.026. Теоретическое распределение фрагментов по массам согласуется с экспериментальным распределением.

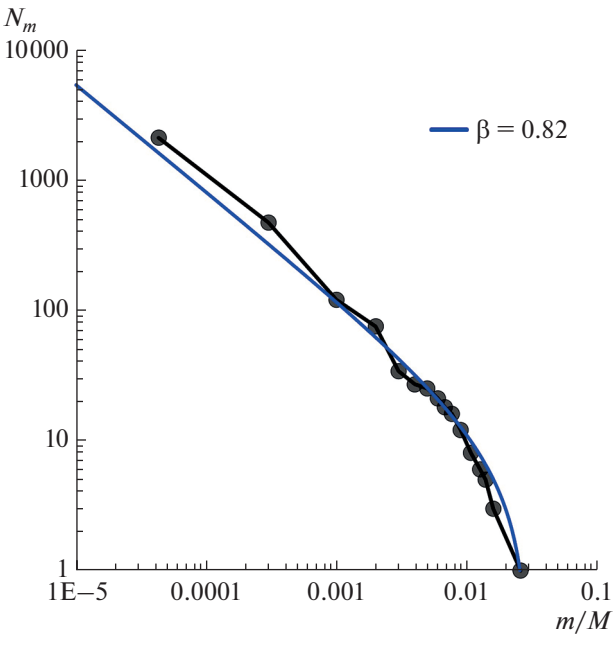

Рис. 5. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперимент (Okamoto, Arakawa, 2009), пористый гипсовый шар. Синяя линия – формула (6).

Влияние материала мишени на распределение фрагментов по массам демонстрирует также рис. 6, где приведены результаты экспериментов (Nakamura, Fujiwara, 1991), полученные для сферических мишеней из базальта Yakyno из Японии и алюмооксидной керамики. Ударником служили нейлоновые шары с массой 0.213 г. Разрушение обеих мишеней относится к типу ядра, для базальта удельная энергия удара $Q = 3.6$ кДж/кг, массовая доля наибольшего фрагмента $m_l/M = 0.31$, для алюмооксидной керамики $Q = 4.3$ кДж/кг, $m_l/M = 0.25$. Эта керамика является более плотным материалом (3.6 г/см^3), чем используемый базальт (2.7 г/см^3), и более прочным: ее предел прочности на сжатие 2×10^3 МПа более чем на порядок выше предела прочности базальта Yakyno 160 МПа. При малых массах распределение на рис. 6а идет выше, чем на рис. 6б, т.е. больше мелких частиц. Возможно, это связано с тем, что для базальта наблюдалась вторичная фрагментация, а для керамики эффект вторичной фрагментации был незначительный, вероятно, из-за большей прочности материала. Аналитическое распределение (6) хорошо описывает эмпирическое распределение для фрагментов с относительной массой до 0.0001 в случае базальта (рис. 6а), и до 0.0008 в случае керамики (рис. 6б), что можно объяснить тем, что в экспериментах (Nakamura, Fujiwara, 1991) суммарная масса обнаруженных фрагментов составляла 95% от начальной массы тела, т.е. не все

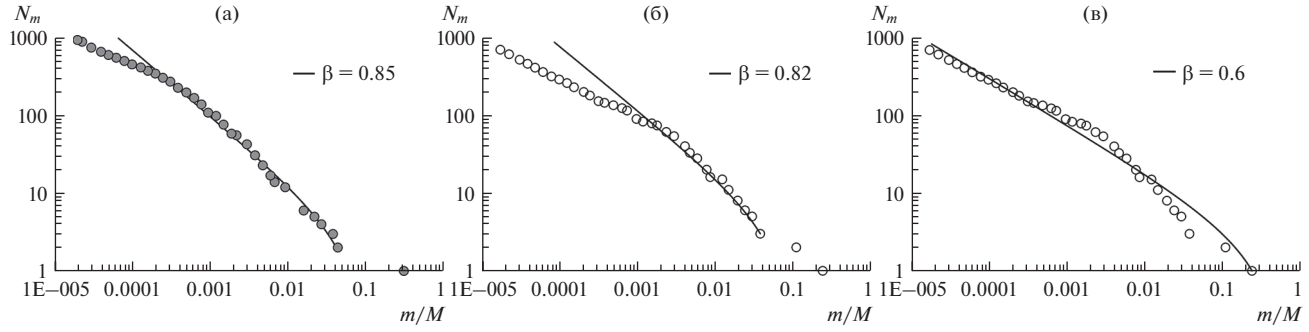

Рис. 6. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперимент (Nakamura, Fujiwara, 1991), базальт (а): $M = 303$ г, $V = 3.2$ км/с; алюмооксидная керамика (б), (в): $M = 395.7$ г, $V = 4$ км/с. Линии – формула (6).

мелкие фрагменты удалось обнаружить. Для сравнения на рис. 6в приведено сопоставление экспериментального распределения для алюмооксидной керамики с аналитическим распределением, построенным, начиная с наибольшего фрагмента.

Фрагментация тел из цементных смесей с низкой прочностью на сжатие, значительно ниже прочности базальтов и даже пирофиллита, исследовалась в экспериментах (Davis, Ryan, 1990); прочность менялась путем изменения соотношений цемента, песка и воды. На рис. 7а, 7б показаны распределения фрагментов по массам при разрушении сферических мишеней с прочностью, отличающейся на порядок: 36 (а) и 3 (б) МПа (и плотностью 1.9 и 1.5 г/см^3), а также теоретические распределения. Условия экспериментов были близки: удельная энергия $Q = 4.2$ (а) и 3.8 (б) кДж/кг, ударник был алюминиевым; в распределениях учитывались собранные фрагменты с диаметром более 3–4 мм. Продолжением работы (Davis, Ryan, 1990) является работа (Ryan и др., 1991), где изучается фрагментация слабосвязанных тел, состоящих из более прочных составляющих частиц. На рис. 7г и 7д приведены сопоставления распределений фрагментов по массам, полученных при разрушении исходной однородной цементной мишени и агрегированной мишени, которая конструировалась путем склеивания фрагментов раздробленной однородной мишени. Эксперименты проводились с применением алюминиевого (в) и стального (г) ударников при значениях удельной энергии $Q = 4.2$ и 5.0 кДж/кг (в), $Q = 3.7$ и 6.5 кДж/кг (г) соответственно для однородной и агрегированной мишеней. Распределения для агрегата на рис. 7в и 7г соответствуют удару в точку, противоположную точке удара при разрушении изначального тела. В этом случае распределения для однородной мишени и склеенного из его фрагментов агрегата похожи и описываются формулой (6). Сравнение с результатами разных экспериментов (Davis, Ryan, 1990; Ryan и др., 1991), примеры которого приведены на рис. 7, показало, что формула (6) позволяет описать распределение фрагментов по массам при разрушении тел с низкой прочностью, как однородных, так и агрегированных, при значениях удельной энергии Q более 1 кДж/кг. Значения степенного показателя β оказались близки, меняясь в диапазоне 0.72–0.78 для всех представленных на рис. 7 вариантов, как для однородных тел с разной прочностью, так и для агрегатов.

Правомерность применения формулы (6) при разрушении тел разных размеров и форм подтверждается сравнениями с результатами экспериментов (Michikami и др., 2016), приведенными на рис. 8 и 9. На рис. 8 представлены распределения по массам фрагментов, полученные при разрушении кубических базальтовых мишеней со сторонами 5 (а), 7.5 (б) и 10 см (в); остальные условия экспериментов были одинаковыми (скорость ударника ~5.3 км/с). Увеличение размера ведет к уменьшению удельной энергии удара: $Q = 8.54$ (а), 2.47 (б) и 1.05 кДж/кг (в), и соответственно, к увеличению массовой доли максимального осколка и к уменьшению степенного индекса β в аналитической аппроксимации (6). Принципиально характер кривых не меняется. Рисунку 8а соответствует тип полной фрагментации по классификации (Michikami и др., 2016) и тип ядра по классификации (Fujiwara, 1986), рис. 8б и 8в – тип ядра по обеим классификациям. Дальнейшее увеличение стороны кубической мишени до 15 см приводило к уменьшению степени фрагментации и изменению ее типа на переходный к режиму образования кратера. Характер распределения фрагментов по массам в этом режиме менялся, и такое распределение не удалось описать с помощью формулы (6).

На рис. 9 приведены распределения по массам фрагментов, полученные при разрушении базальтовых мишеней разной формы: куб со стороной 5 см (а), сфера с радиусом 6.2 см (б), параллелепипед со сторонами 6.3 × 6.3 × 3.15 см (в);

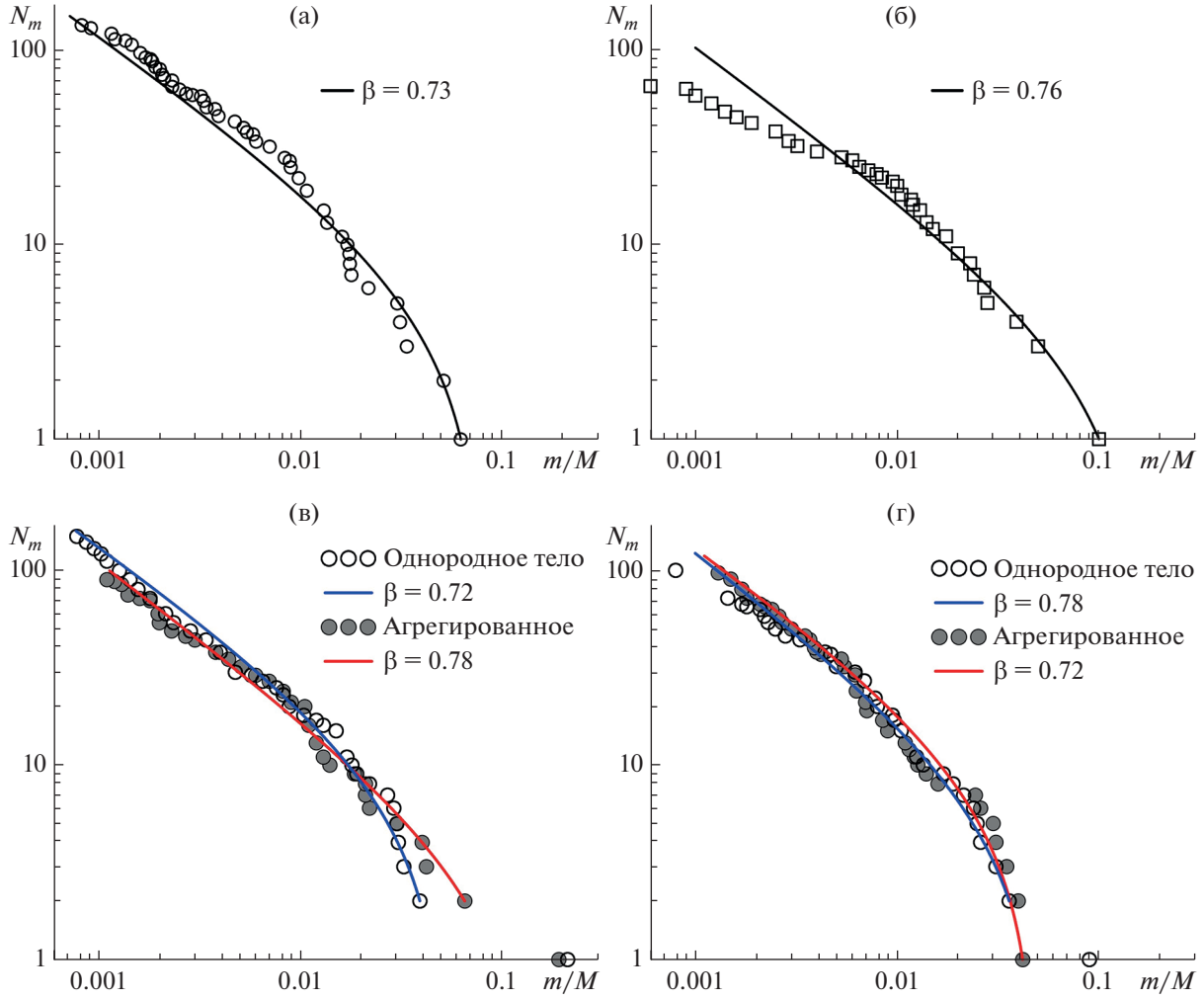

Рис. 7. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперименты (Davis, Ryan, 1990; Ryan и др., 1991) для однородных цементных мишеней с прочностью 36 МПа (светлые круги) и 3 МПа (квадраты) и агрегатов; (а) и (б): $M = 1333$ и 1044 г, $V = 5.4$ и 4.6 км/с; (в): $M = 1290$ и 1013 г, $V = 5.3$ и 5.1 км/с; (г): $M = 1272$ и 900 г, $V = 3.0$ и 3.3 км/с для однородного и агрегированного тел. Линии – формула (6).

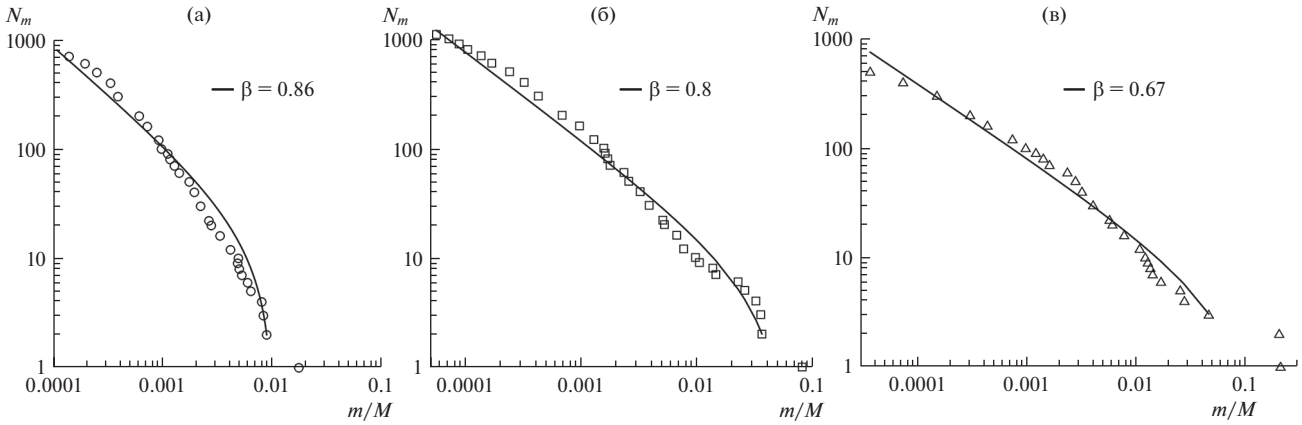

Рис. 8. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперименты (Michikami и др., 2016) для базальтовых кубов разных размеров; линии – формула (6).

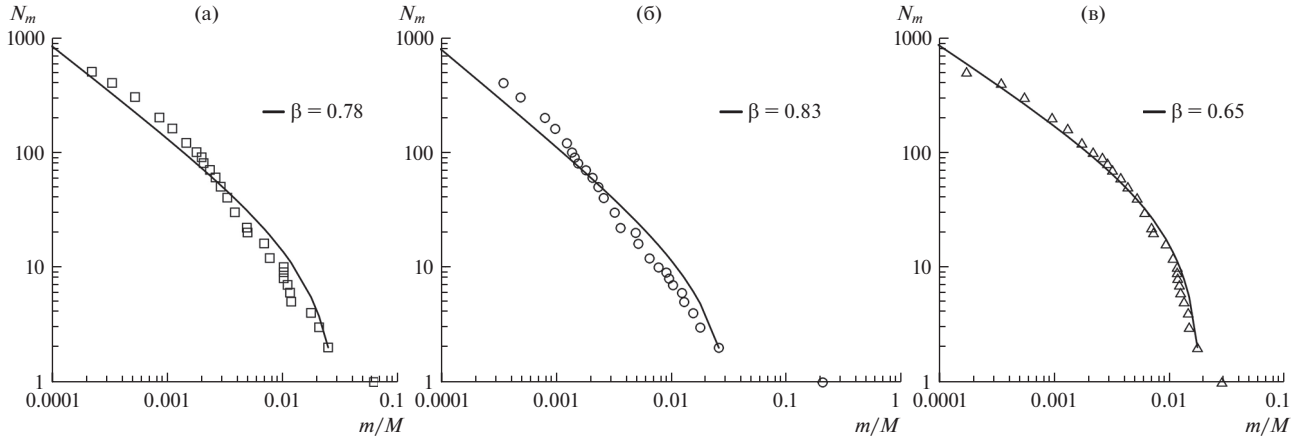

Рис. 9. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Маркеры – эксперименты (Michikami и др., 2016) для куба (а), шара (б) и параллелепипеда (в); линии – формула (6).

остальные условия экспериментов отличались не сильно: Q = 3.95 (а), 4.24 (б) и 3.69 кДж/кг (в). Распределения для шара и куба близки друг к другу, а кривая распределения для параллелепипеда оказывается более выпуклой, и ей соответствует меньший степенной индекс β при описании распределений с применением формулы (6).

Сопоставление аналитического решения (6) с результатами численного моделирования и экспериментальными данными работы (Remington и др., 2020) приведено на рис. 10. В этой работе создан компьютерный код с целью оценить, как отклонить или разрушить опасный астероид, чтобы предотвратить возможность его столкновения с Землей. Численно решаются гидродинамические уравнения сохранения, уравнение состояния и уравнения определяющей модели, описывающей прочность, напряжение, деформацию и повреждение материала. Результаты численного моделирования очень чувствительны к параметрам определяющей модели, поэтому путем сопоставления с результатами лабораторных экспериментов Nakamura и Fujiwara по распределению фрагментов по массам при разрушении сферического базальтового тела при высокоскоростном ударе подбираются подходящие модели деформации и прочности и параметры материала. На рис. 10 представлены численные решения, дающие наилучшее согласие с экспериментом. Распределение фрагментов по массам, полученное по формуле (6), соответствует экспериментальным данным и результатам численного моделирования.

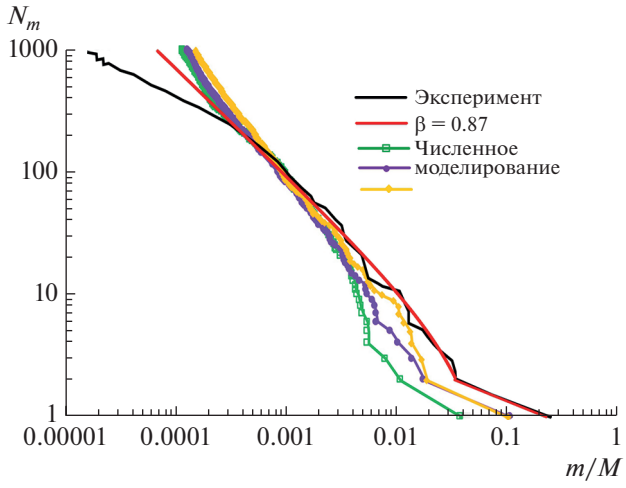

Рис. 10. Кумулятивное число фрагментов в зависимости от относительной массы. Черная, зеленая, фиолетовая, желтая линии – из работы (Remington и др., 2020), разрушение базальтового шара (диаметр 6 см) нейлоновым ударником (диаметр 0.7 см), V = 3.2 км/с. Красная линия – формула (6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено тестирование формулы (6), полученной для описания распределения фрагментов разрушенного тела по массам, путем сравнения с результатами ударных экспериментов, выполняемых для моделирования фрагментации астероидов при их столкновении в космическом пространстве. Сравнения проведены для тел разной формы, изготовленных из различных материалов, обладающих разной плотностью (от 1.1 до 3.6 г/см^3) и разным пределом прочности на сжатие (от 3 до 2000 МПа). В экспериментах использовались тела из трех видов базальта, гипса, пирофиллита, алюмооксидной керамики, цементных смесей и слабосвязанных агрегатов в широком диапазоне изменения их масс (от 1 до 2950 г) и скоростей ударников (от 300 м/с до 5.4 км/с). Показано, что степенное распределение (6) описывает экспериментальные распределения для режимов полного разрушения и разрушения типа ядра (катастро-

фическая фрагментация) при высокоскоростном ударе (скорость более 1 км/с) и для режимов полного (катастрофического) разрушения и конического разрушения при низкоскоростном ударе (скорость менее 1 км/с). Иными словами, формула (6) описывает экспериментальные распределения при значениях удельной энергии удара Q более 1 кДж/кг. Приведенная в экспериментальных работах классификация режимов фрагментации является в некоторой степени условной, границы режимов зависят от материала мишени и других факторов. Встречаются режимы разрушения с очень высокой удельной энергией, но при этом обнаруживаются один или два фрагмента, масса которых значительно превышает массу остальных фрагментов (рис. 3а и 3в); и, наоборот, при относительно низкой удельной энергии распределение фрагментов по массам оказывается равномерным (рис. 4б, 7а, 7б). Если не соотноситься с величиной удельной энергии и режимами разрушения, то можно сказать, что для описания распределения фрагментов по массам формула (6) применима, во-первых, когда имеется достаточно большое количество фрагментов (примерно больше 70). Во-вторых, в случае равномерного изменения масс фрагментов без значительных промежутков формула применима, начиная с первого, максимального, фрагмента, а в случаях, когда имеется один (или два) наибольший фрагмент, который в несколько раз больше следующего, она применима, начиная со второго (третьего) фрагмента. Отметим, что статистические распределения, включая бимодальные, также применимы для равномерно меняющихся по размерам фрагментов, при исключении из рассмотрения самых крупных, значительно превышающих последующие (Gritsevich и др., 2014). Степенное распределение (6) зависит от относительной массы фрагмента, нормированной на общую массу всех фрагментов (массу тела до разрушения), от массовой доли максимального фрагмента и включает в себя один свободный параметр – степенной индекс β. В рассмотренных случаях индекс β менялся от 0.4 (при низкоскоростном ударе и малой удельной энергии) до 0.88, в большинстве случаев – в диапазоне 0.65–0.88. Сравнения с экспериментальными данными, а также то, что формула (6) оказалась применимой для описания распределения по массам найденных метеоритов после различных метеоритных дождей (Brykina, Egorova, 2021), дает основание использовать предложенное распределение фрагментов по массам при моделировании разрушения в атмосфере Земли входящих в нее астероидов и метеороидов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Брыкина И.Г. О модели фрагментации крупного метеороида: моделирование взаимодействия Челябинского метеороида с атмосферой // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 437–446. (*Brykina I.G.* Large meteoroid fragmentation: modeling the interaction of the Chelyabinsk meteoroid with the atmosphere // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. P. 426–434.)

Попова О.П., Дженнискенс П., Глазачев Д.О. Фрагментация Челябинского метеороида // Динамические процессы в геосферах. Сб. науч. тр. ИДГ РАН. Вып. 5. Геофизические эффекты падения Челябинского метеороида. М.: ГЕОС, 2014. С. 59–78.

Сильвестров В.В. Применение распределения Гилварри для описания статистики фрагментации твердых тел при динамическом нагружении // ФГВ. 2004. Т. 40. № 2. С. 111–124.

Тутуков А.В., Шустов Б.М. О фундаментальных причинах сходства и различий спектров масс различных астрономических объектов // Астрофизика. 2020. Т. 63. С. 631–647.

Шустов Б.М., Тутуков А.В. О начальном спектре масс астрономических объектов // Астрон. журн. 2018. Т. 95. С. 765–774.

Beech M., Murray I.S. Leonid meteor light-curve synthesis // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2003. V. 345. P. 696–704.

Betzler A.S., Borges E.P. Mass distributions of meteorites // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2020. V. 493. P. 4058–4064.

Blaauw R.C., Campbell-Brown M.D., Weryk R.J. Mass distribution indices of sporadic meteors using radar data // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2011a. V. 412. P. 2033–2039.

Blaauw R.C., Campbell-Brown M.D., Weryk R.J. A meteoroid stream survey using the Canadian Meteor Orbit Radar – III. Mass distribution indices of six major meteor showers // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2011b. V. 414. P. 3322–3329.

Borovička J., Spurný P, Koten P. Atmospheric deceleration and light curves of Draconid meteors and implications for the structure of cometary dust // Astron. and Astrophys. 2007. V. 473. P. 661–672.

Borovička J., Toth J., Igaz A., Spurný P., Kalenda P., Haloda J., Svoren J., Kornos L., Silber E., Brown P., Husarik M. The Košice meteorite fall: Atmospheric trajectory, fragmentation, and orbit // Meteorit. and Planet. Sci. 2013. V. 48. P. 1757–1779.

Borovička J., Popova O., Spurný P. The Maribo CM2 meteorite fall – Survival of weak material at high entry speed // Meteorit. and Planet. Sci. 2019. V. 54. P. 1024–1041.

Bronikowska M., Artemieva N.A., Wünnemann K. Reconstruction of the Morasko meteoroid impact – Insight from numerical modeling // Meteorit. and Planet. Sci. 2013. V. 52. P. 1704–1721.

Brykina I.G., Bragin M.D. On models of meteoroid disruption into the cloud of fragments // Planet. and Space Sci. 2020. V. 187. id. 104942.

Brykina I.G., Egorova L.A. On the mass distribution of fragments of an asteroid disrupted in the Earth's atmosphere // Adv. in Astron. 2021. V. 2021. id. 9914717.

Campbell-Brown M.D., Koschny D. Model of the ablation of faint meteors // Astron. and Astrophys. 2004. V. 418. P. 751–758.

Cintala M.J., Hörz F. Experimental impacts into chondritic targets, part I: Disruption of an L6 chondrite by multi-

ple impacts // Meteoritics and Planet. Sci. 2008. V. 43. P. 771–803.

Corbelli E., Palla F., Zinnecker H. (eds) The Initial Mass Function 50 years later. Astrophys. Space Sci. Library. V. 327. Springer, 2005. 543 p.

Davis D.R., Ryan E.V. On collisional disruption: Experimental results and scaling laws // Icarus. 1990. V. 83. P. 156–182.

Durda D.D., Bottke W.F., Nesvorný J.D., Enke B.L., Merline W.J., Asphaug E., Richardson D.C. Size–frequency distributions of fragments from SPH/*N*-body simulations of asteroid impacts: Comparison with observed asteroid families // Icarus. 2007. V. 186. P. 498–516.

Flynn G.J., Durda D.D., Patmoreet E.B., Jack S.L., Molesky M.J., May B.A., Congram S.N., Strait M.M., Macke R.J. Hypervelocity cratering and disruption of the Northwest Africa 869 ordinary chondrite meteorite: Implications for crater production, catastrophic disruption, momentum transfer and dust production on asteroids // Planet. and Space Sci. 2018. V. 164. P. 91–105.

Flynn G.J., Durda D.D., Molesky M.J., May B.A., Congram S.N., Loftus C.L., Reagan J.R., Strait M.M., Macke R.J. Hypervelocity cratering and disruption of the Northwest Africa 4502 carbonaceous chondrite meteorite: Implications for crater production, catastrophic disruption, momentum transfer and dust production on asteroids // Planet. and Space Sci. 2020. V. 187. id. 104916.

Fujiwara A., Kamimoto G., Tsukamoto A. Destruction of basaltic bodies by high-velocity impact // Icarus. 1977. V. 31. P. 277–288.

Fujiwara A. Results obtained by laboratory simulations of catastrophic impact // Memorie della Soc. Astronomica Italiana. 1986. V. 57. P. 47–64.

Fujiwara A., Cerroni P., Davis D.R., Ryan E., Di Martino M., Holsapple K., Housen K. Experiments and scaling laws for catastrophic collisions // Asteroids II. 1989. P. 240–265.

Gritsevich M., Vinnikov V., Kohout T., Toth J., Peltoniemi J., Turchak L., Virtanen J. A comprehensive study of distribution laws for the fragments of Košice meteorite // Meteorit. and Planet. Sci. 2014. V. 49. P. 328–345.

Hartmann W.K., Hartmann A.C. Asteroid collisions and evolution of asteroidal mass distribution and meteoritic flux // Icarus. 1968. V. 8. P. 361–381.

Hartmann W.K. Terrestrial, lunar, and an interplanetary rock fragmentation // Icarus. 1969. V. 10. P. 201–213.

Holsapple K., Giblin I., Housen K., Nakamura A., Ryan E. Asteroid impacts: Laboratory experiments and scaling laws // Asteroids III. 2002. V. 1. P. 443–462.

Ivanov B.A., Neukum G., Wagner R. Size-frequency distributions of planetary impact craters and asteroids // Collisional Processes in the Solar System. Astrophys. and Space Sci. Library / Eds Marov M.Ya., Rickman H. 2001. V. 261. P. 1–34.

Ivanov B.A., Neukum G., Bottke W.F., Jr., Hartmann W.K. The comparison of size-frequency distributions of impact craters and asteroids and the planetary cratering rate // Asteroids III. 2002. P. 89–101.

Janches D., Brunini C., Hormaechea J.L. A decade of sporadic meteoroid mass distribution indices in the southern hemisphere derived from SAAMER's meteor observations // Astron. J. 2019. V. 157. id. 240.

Jenniskens P., Betlem H., Betlem J., Barifaijo E., Schlüter T., Hampton C., Laubenstein M., Kunz J., Heusser G. The Mbale meteorite shower // Meteoritics. 1994. V. 29. P. 246–254.

Martelli G., Ryan E.V., Nakamura A.M., Giblin I. Catastrophic disruption experiments: recent results // Planet. and Space Sci. 1994. V. 42. P. 1013–1026.

Michikami T., Hagermann A., Kadokawa T., Yoshida A., Shimada A., Hasegawa S., Tsuchiyama A. Fragment shapes in impact experiments ranging from cratering to catastrophic disruption // Icarus. 2016. V. 264. P. 316–330.

Nakamura A., Fujiwara A. Velocity distribution of fragments formed in a simulated collisional disruption // Icarus. 1991. V. 92. P. 132–146.

Okamoto C., Arakawa M. Experimental study on the impact fragmentation of core–mantle bodies: Implications for collisional disruption of rocky planetesimals with sintered core covered with porous mantle // Icarus. 2008. V. 197. P. 627–637.

Okamoto C., Arakawa M. Experimental study on the collisional disruption of porous gypsum spheres // Meteorit. and Planet. Sci. 2009. V. 44. P. 1947–1954.

Pokorný P., Vokrouhlický D., Nesvorný D., Campbell-Brown M., Brown P.G. Dynamical model for the toroidal sporadic meteors // Astrophys. J. 2014. V. 789. id. 25.

Pokorný P., Brown P.G. A reproducible method to determine the meteoroid mass index // Astron. and Astrophys. 2016. V. 592. id. A150.

Popova O. Passage of bolides through the atmosphere // Meteoroids: The Smallest Solar System Bodies. Proc. Meteoroids 2010 Conf. 2011. NASA/CP-2011-216469. P. 232–242.

Remington T.P., Owen J.M., Nakamura A.M., Miller P.L., Syal M.B. Numerical simulations of laboratory-scale, hypervelocity-impact experiments for asteroid-deflection code validation // Earth and Space Sci. 2020. V. 7. id. e2018EA000474.

Ryan E.V., Hartmann W.K., Davis D.R. Impact experiments 3: Catastrophic fragmentation of aggregate targets and relation to asteroids // Icarus. 1991. V. 94. P. 283–298.

Takagi Y., Mizutani H., Kawakami S.-I. Impact fragmentation experiments of basalts and pyrophyllites // Icarus. 1984. V. 59. P. 462–477.

Toth J., Svoreň J., Borovička J., Spurný P., Igaz A., Kornoš L., Vereš P., Husárik M., Koza J., Kučera A., Zigo P., Gajdoš Š., Világi J., Čapek D., Krišandová Z., Tomko D., Šilha J., Schunová E., Bodnárová M., Búzová D., Krejčová T. The Košice meteorite fall: Recovery and strewn field // Meteorit. and Planet. Sci. 2015. V. 50. P. 853–863.

Watanabe J., Ohkawa T., Sato M., Ohnishi K., Iijima Y. Fragmentation of the HAYABUSA spacecraft on reentry // Publ. Astron. Soc. Japan. 2011. V. 63. P. 955–960.