

УДК 521.1,523.4

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ И КРИВЫХ БЛЕСКА МАЛЫХ СПУТНИКОВ САТУРНА, НАХОДЯЩИХСЯ В РЕЖИМЕ БЫСТРОГО ВРАЩЕНИЯ

© 2022 г. А. В. Мельников<sup>а</sup>, \*, Ю. Г. Копылова<sup>а</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

\*e-mail: melnikov@gaoran.ru

\*\*e-mail: yul@gaoran.ru

Поступила в редакцию 23.01.2022 г.

После доработки 14.02.2022 г.

Принята к публикации 24.02.2022 г.

На основе наблюдательных данных (Denk, Mottola, 2019), полученных межпланетным космическим аппаратом Cassini, проведено моделирование кривых блеска и вращательной динамики ряда малых иррегулярных спутников Сатурна, находящихся в режиме быстрого (по сравнению с синхронным) вращения. Для спутников Кивиок (С24), Мундилфари (С25), Эррипо (С28) и Бестла (С39) получены оценки размеров фигур, значений инерционных параметров и начальных условий, характеризующих ориентацию фигур и вращательные состояния спутников на эпоху наблюдений.

**Ключевые слова:** спутники Сатурна, иррегулярные спутники, вращательная динамика, несинхронное вращение, КА Cassini

**DOI:** 10.31857/S0320930X22050048

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время число известных спутников у планет Солнечной системы превышает две сотни (см. сайты ГАИШ МГУ <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm> и NASA JPL <https://ssd.jpl.nasa.gov/sats/>). Из всех спутниковых систем самой многочисленной является система спутников Сатурна, состоящая из 82 объектов. Семейство спутников Сатурна весьма разнообразно, в него входят пять крупных спутников (радиус более 500 км) — Тефия (С3), Диона (С4), Рея (С5), Титан (С6), Япет (С8) и множество малых спутников, представляющих собой в основном тела неправильной формы с размерами от единиц до нескольких сотен километров. Для большинства малых спутников Сатурна параметры фигур, вращательные состояния и физические свойства неизвестны. Среди вращательных состояний, выявленных у спутников Сатурна, присутствуют все теоретически возможные режимы вращения (см. подробнее обзор Мельникова и Шевченко (2022)): синхронное с движением по орбите вращение наблюдается у всех крупных спутников и ряда малых (Янус (С10), Эпиметей (С11), Елена (С12), Телесто (С13), Калипсо (С14), Атлас (С15), Прометей (С16), Пандора (С17), Пан (С18)); хаотическое (непредсказуемое) вращение установлено у Гипериона (С7); быстрым по сравнению синхронным

вращением обладают 25 малых спутников Сатурна (их список приведен в работе (Denk, Mottola, 2019)). Как показали Melnikov и Shevchenko (2010); быстрое регулярное вращение присуще малым спутникам, которые пока еще не завершили свою приливную вращательную эволюцию. Параметры вращения точно определены (Archinal и др., 2018; Емельянов, 2019) для всех крупных спутников Сатурна, малых спутников Сатурна с установленным синхронным режимом вращения (см. список выше) и для Фебы (С9), находящейся в режиме быстрого несинхронного вращения. Таким образом, задача детального исследования быстрого вращения малых спутников Сатурна является весьма актуальной.

Помимо размеров, спутники планет еще разделяют на две большие группы на основе параметров их орбит: регулярные и иррегулярные (см. подробнее Jewitt, Haghhighipour, 2007; Nicholson и др., 2008). Регулярные спутники находятся глубоко внутри сферы Хилла планеты, имеют прямые (проградные) орбиты, малые эксцентриситеты и наклоны орбит. Орбиты иррегулярных спутников обычно расположены много дальше от планеты и могут быть как прямыми, так и обратными (ретроградными). Отнесение спутников планет к проградным или к ретроградным проводится, обычно, исходя из величины наклона ор-

биты спутника к экваториальной плоскости планеты: для проградных орбит  $i \in [0^\circ, 90^\circ)$ , для ретроградных орбит  $i \in (90^\circ, 180^\circ]$ . Причем определяется, что при  $i = 0^\circ$  направление вращения планеты и направление орбитального движения спутника совпадают, а при  $i = 180^\circ$  – противоположны. Иррегулярные спутники составляют около 60% от всех известных спутников планет Солнечной системы. Все малые спутники Сатурна с установленным быстрым вращением относятся (Denk и др., 2018; Denk, Mottola, 2019) к группе иррегулярных спутников.

Информацию о вращательной динамике и физических свойствах спутника можно получить посредством анализа его наблюдаемых кривых блеска и детальных изображений, полученных при наземных наблюдениях и в ходе межпланетных миссий космических аппаратов (КА), путем теоретического моделирования кривых блеска и вращательной динамики спутника. Например, проведенное различными исследователями (Klavetter, 1989; Black и др., 1995; Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002; Harbison и др., 2011) моделирование кривых блеска и вращательной динамики седьмого спутника Сатурна (Гипериона) позволило: установить хаотический характер его вращения, определить параметры вращения на эпоху наблюдения (величину вектора угловой скорости и его ориентацию в пространстве) и динамические параметры спутника (моменты инерции). Отметим, что Black и др. (1995) моделировали вращательную динамику Гипериона (C7) на основе данных наблюдений с КА Voyager-2 (Thomas и др., 1995), а Harbison и др. (2011) помимо наблюдений с Voyager-2, использовали данные, полученные с КА Cassini (Thomas и др., 2007). В работах Klavetter (1989), Девяткин и др. (2002) и Melnikov (2002) использовались данные наблюдений Гипериона, полученные наземными телескопами.

Успешная реализация миссии Cassini/Huygens (Mitchell, 2006) дала значительный объем наблюдательных данных о малых спутниках Сатурна. В частности, Denk и Mottola (2019) посредством анализа на периодичность полученных с КА Cassini кривых блеска 25 иррегулярных спутников Сатурна установили, что периоды их собственного вращения составляют от 5 до 76 ч. Полученные значения периодов вращения спутников существенно (в сотни и тысячи раз) меньше, чем их орбитальные периоды, – все эти спутники находятся в режиме быстрого (по сравнению синхронным) вращения. Данные, полученные Denk и Mottola (2019), на треть увеличили объем известной ранее информации о вращательных состояниях спутников планет Солнечной системы (Archinal и др., 2018; Емельянов, 2019).

В настоящей работе мы провели моделирование кривых блеска и вращательной динамики ря-

да иррегулярных спутников Сатурна. В качестве исходных данных были взяты кривые блеска, полученные с КА Cassini, и информация о периодах вращения спутников, приведенные в работе (Denk, Mottola, 2019). Моделирование проводилось при помощи разработанных и апробированных нами ранее алгоритмов для построения теоретических кривых блеска и моделирования вращательной динамики малых спутников планет (Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002) и астероидов (Devyatkin и др., 2016). Целью работы являлось подтверждение режима быстрого вращения спутников, уточнение параметров их фигур, определение моментов инерции и начальных условий, характеризующих вращения спутников на момент наблюдения.

## МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРАЩЕНИЯ И НАБЛЮДАЕМЫХ КРИВЫХ БЛЕСКА СПУТНИКА

### *Уравнения движения*

При моделировании кривых блеска нами рассматривается движение несферического твердого тела (спутника) относительно его центра масс, находящегося на эллиптической орбите вокруг планеты. Динамика пространственного поступательно-вращательного движения спутника в гравитационном поле планеты определяется тремя параметрами – эксцентриситетом орбиты спутника  $e$  и отношениями главных центральных моментов инерции спутника  $A/C$  и  $B/C$ , где  $A < B < C$ . Далее используем прямоугольную систему координат  $Oxyz$ , определенную исходно в перицентре орбиты спутника следующим образом: ось  $x$  направлена по вектору “перицентр орбиты спутника – планета”, ось  $y$  параллельна вектору орбитальной скорости в перицентре, ось  $z$  ортогональна орбитальной плоскости и дополняет систему до “правой”. Фигура спутника аппроксимируется трехосным эллипсоидом. Ориентация спутника относительно осей системы координат  $Oxyz$  задается путем его воображаемых поворотов на углы Эйлера  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$  из положения совпадения главных осей инерции спутника  $a > b > c$  с осями системы координат до их реального положения в пространстве в следующей последовательности (согласно Wisdom и др., 1984): сначала делаем поворот на угол  $\theta$  вокруг оси  $c$ , затем на угол  $\varphi$  вокруг оси  $a$  и, наконец, на угол  $\psi$  вокруг оси  $b$ .

Вращательное движение спутника описывается динамическими и кинематическими уравнениями Эйлера. Динамические уравнения Эйлера имеют следующий вид (Белецкий, 1965; Wisdom и др., 1984; Мельников, 2020):

$$\begin{aligned} A \frac{d\omega_a}{dt} - \omega_b \omega_c (B - C) &= -3 \frac{GM}{r^3} \beta \gamma (B - C), \\ B \frac{d\omega_b}{dt} - \omega_c \omega_a (C - A) &= -3 \frac{GM}{r^3} \gamma \alpha (C - A), \\ C \frac{d\omega_c}{dt} - \omega_a \omega_b (A - B) &= -3 \frac{GM}{r^3} \alpha \beta (A - B), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $M$  – масса планеты;  $\omega_a, \omega_b, \omega_c$  – проекции вектора угловой скорости вращения спутника  $\boldsymbol{\omega}$  на оси  $a, b, c$ ;  $r = a_s(1 - e^2)/(1 + e \cos f)$  – расстояние “спутник – планета”, где  $a_s$  – большая полуось орбиты,  $f$  – истинная аномалия;  $\alpha, \beta, \gamma$  – направляющие косинусы главных осей инерции относительно направления на планету. При численном интегрировании гравитационный параметр для Сатурна полагался равным (Folkner и др., 2014):  $GM = 37940585.2 \text{ км}^3/\text{с}^2$ .

Кинематические уравнения Эйлера и выражения для направляющих косинусов в принятой системе углов Эйлера имеют вид (Wisdom и др., 1984; Мельников, 2020):

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi}{\cos \varphi}, \\ \frac{d\phi}{dt} &= \omega_a \cos \psi + \omega_c \sin \psi, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_b - (\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi) \operatorname{tg} \phi,$$

$$\alpha = \cos(\theta - f) \cos \psi - \sin(\theta - f) \sin \varphi \sin \psi,$$

$$\beta = -\sin(\theta - f) \cos \varphi,$$

$$\gamma = \cos(\theta - f) \sin \psi + \sin(\theta - f) \sin \varphi \cos \psi.$$

Для численного интегрирования уравнений движения (1)–(2) использовался интегратор DOP853 (Hairer и др., 1993), реализующий метод Рунге–Кутты 8-го порядка, с автоматически изменяемой величиной шага интегрирования. Максимальный шаг интегрирования был положен равным  $\Delta t_{\max} = 10^{-5}$  ч, величина локальной (на одном шаге) погрешности интегрирования –  $\varepsilon = 10^{-12}$ . На основе значения  $\varepsilon$  интегратор DOP853 автоматически подбирает необходимую величину шага интегрирования, не превышающую  $\Delta t_{\max}$  (см. подробнее Hairer и др., 1993).

#### *Алгоритм моделирования кривых блеска малых спутников планет*

В предположении, что поверхность спутника отражает падающий на него свет согласно закону Ламберта (т.е. яркость рассеивающей свет поверхности одинакова во всех направлениях), наблюдаемая интегральная звездная величина спутника определяется площадью проекции на небесную сферу видимой освещенной части его

фигуры. Существуют различные методы, позволяющие определять видимую площадь поверхности спутника, когда его фигура моделируется трехосным эллипсоидом. Например, метод, разработанный Тублиной и Холшевниковым (1991), или метод, приведенный в работе (Klavetter, 1989). Именно последний метод использовался нами в настоящей работе для моделирования кривых блеска спутников Сатурна, его детальное описание можно найти в оригинальной работе (Klavetter, 1989) и в работе (Девяткин и др., 2002). Посредством использования алгоритма, приведенного в указанных выше работах, вычислялась площадь  $S$  наблюдаемой проекции освещенной части поверхности спутника, нормализованная на величину максимальной площади проекции фигуры спутника. Интегральная звездная величина спутника, если для его поверхности справедлив ламбертовский закон отражения, выражается:  $m_s = -2.5 \lg S + M^*$ , где  $M^*$  – некоторая постоянная, индивидуальная для каждого спутника.

При моделировании необходимо проводить коррекцию кривой блеска за угол фазы “Солнце–спутник–КА Cassini”. Для коррекции за угол фазы, как и в работе (Denk, Mottola, 2019), использовался GH-метод (Bowell и др., 1989), предполагающий следующую зависимость звездной величины спутника от угла фазы  $\delta$ :

$$m(\delta) = H - 2.5 \lg[(1 - G) F_1(\delta) + G F_2(\delta)],$$

где  $H$  и  $G$  – индивидуальные для каждого спутника параметры, а  $F_1(\delta)$  и  $F_2(\delta)$  – определенные эмпирически функции (см. подробнее Bowell и др., 1989; Емельянов, Уральская, 2011). Для всех рассмотренных далее спутников было принято  $G = 0.15$ , величина  $H$  определялась при моделировании кривой блеска спутника и была включена в  $M^*$ .

По величине амплитуды изменения наблюдаемой кривой блеска спутника можно сделать выводы о его фигуре. Максимальная теоретическая амплитуда изменения блеска спутника при ламбертовском законе отражения в случае пространственного вращения спутника равна  $2.5 \lg(a/c)$ . Для величин полуосей эллипсоида, аппроксимирующего фигуру спутника, оценки которых сделаны на основе анализа изображений, полученных с борта КА, амплитуда обычно получается меньше наблюдаемой, поскольку закон отражения отличается от ламбертовского. Добиться совпадения теоретической и наблюдаемой амплитуд изменения блеска спутника можно посредством замены геометрического эллипсоида на так называемый “фотометрический” эллипсоид. Введение фотометрического эллипсоида по существу означает учет вариаций величины альbedo по поверхности спутника (наличия локальных относительно ярких и темных участков) и отличия поверхности от ортотропной.

**Таблица 1.** Размеры и периоды вращений ряда малых иррегулярных спутников Сатурна. Данные о диаметрах  $D$  и периодах вращений  $P_{\text{rot}}$  взяты из (Denk, Mottola, 2019)

Спутник	$D$ , км	$P_{\text{rot}}$ , ч	$P_{\text{orb}}/P_{\text{rot}}$
Кивиок (C24)	17	$21.97 \pm 0.16$	490
Мундилфари (C25)	7	$6.74 \pm 0.08$	3400
Эррипо (C28)	10	$28.15 \pm 0.25$	745
Бестла (C39)	7	$14.64 \pm 0.02$	1780

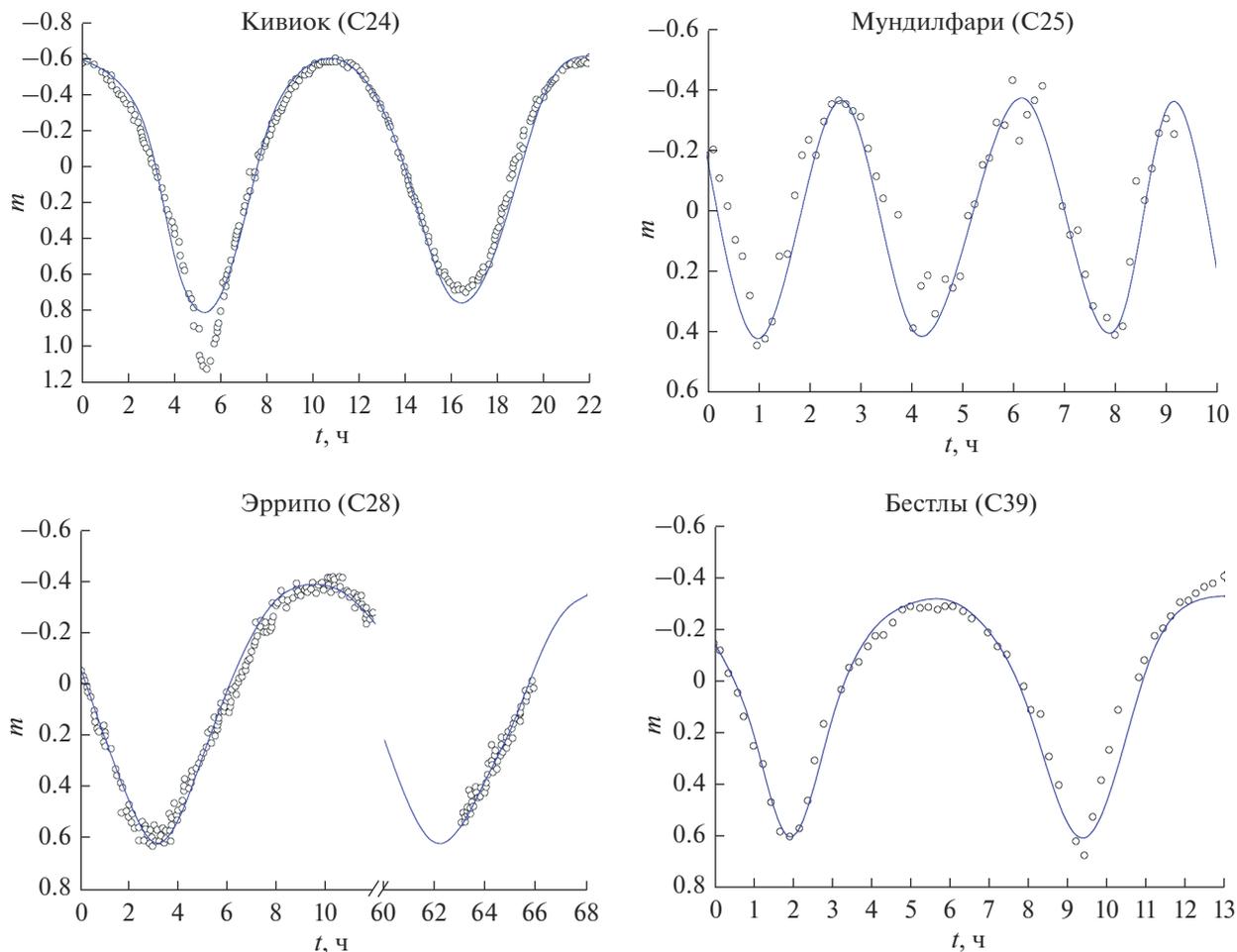
Решение задачи совпадения модельных и наблюдаемых кривых блеска проводилось путем варьирования значений начальных условий и параметров задачи. Поскольку известен период вращения всех моделируемых спутников, область вариации величины вектора угловой скорости вращения спутника была ограничена условием:  $|\omega| = 2\pi/P_{\text{rot}}$ , где  $P_{\text{rot}}$  – период вращения спутника, указанный в (Denk, Mottola, 2019; см. табл. 1). Проводилась вариация следующих начальных условий и параметров: величин углов  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$  и компонент вектора угловой скорости  $\omega_a$ ,  $\omega_b$ ,  $\omega_c$ ; значений отношений моментов инерции  $A/C$ ,  $B/C$ ; полуосей фотометрического эллипсоида  $a$  и  $c$ ; параметра  $M^*$ . Величина полуоси  $b$  считалась фиксированной и равной половине значения характерного диаметра спутника, указанного в (Denk, Mottola, 2019).

Моделирование кривых блеска проводилось в два этапа. На первом этапе методом вариации значений начальных условий и параметров находилось грубое приближение к наблюдаемой кривой блеска. Наилучшее приближение находилось путем минимизации величины:  $\chi^2 = 1/N \times \sum_{i=1}^N (m_i^{\text{obs}} - m_i)^2$ , где  $N$  – количество точек наблюдаемой кривой блеска,  $m_i^{\text{obs}}$  – наблюдаемая величина блеска спутника в момент времени  $t_i$ ,  $m_i$  – теоретическая величина блеска спутника в тот же самый момент времени. На втором этапе проводилось уточнение найденных значений начальных условий и параметров при помощи метода наискорейшего спуска (метод градиента), при этом по-прежнему минимизировалась величина  $\chi^2$ . Определение ошибок найденных посредством моделирования кривых блеска значений начальных условий и параметров проводилось на основе вычисления ковариационной матрицы следующим образом. Предполагаем, что  $\chi^2 = \chi^2(t_i, \mathbf{a})$ , где  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_K)$  – вектор из определяемых посредством моделирования параметров,  $t_i$  – моменты времени, соответствующие  $m_i^{\text{obs}}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Элементы ковариационной матрицы  $\mathbf{C}$  вычисляются путем численного дифференцирования по

формуле:  $c_{kl} = \sum_{i=1}^N [\partial \chi^2(t_i, \mathbf{a}) / \partial a_k \partial \chi^2(t_i, \mathbf{a}) / \partial a_l]$ ;  $k, l = 1, \dots, K$ . Для величин среднеквадратичных ошибок значений начальных условий и параметров  $a_k$ , определенных посредством моделирования, имеем:  $\Delta a_k = (c_{kk})^{1/2}$ .

### КРИВЫЕ БЛЕСКА МАЛЫХ СПУТНИКОВ САТУРНА

Из всех рассмотренных в работе (Denk, Mottola, 2019) иррегулярных спутников Сатурна для моделирования кривых блеска и вращательной динамики были отобраны только те, у которых на наблюдаемых кривых блеска на протяжении одной фазы вращения присутствуют два минимума и два максимума. Такая форма кривой блеска характерна для тела, форму которого можно хорошо аппроксимировать трехосным эллипсоидом, и его вращательное движение не является режимом “кувыркания”. Кроме того, были выбраны только те спутники, для которых непрерывный ряд наблюдений по возможности охватывал полную фазу вращения спутника. Указанным условиям удовлетворяли наблюдательные данные для четырех спутников: Кивиок (C24), Мундилфари (C25), Эррипо (C28) и Бестла (C39). В табл. 1 приведены характерные размеры (диаметр  $D$ ), периоды вращений отобранных спутников  $P_{\text{rot}}$  и значения  $P_{\text{orb}}/P_{\text{rot}}$ , где  $P_{\text{orb}}$  – орбитальный период спутника. Для некоторых из рассмотренных спутников с КА Cassini проводились наблюдения в разные эпохи с промежутком в несколько месяцев/лет, т.е. при разных значениях угла фазы (см. рис. 6, 7 и 10 в (Denk, Mottola, 2019)). Для моделирования были выбраны наблюдения, полученные при следующих углах фазы:  $\delta = 31^\circ$  для Кивиок (C24),  $\delta = 36^\circ$  для Мундилфари (C25),  $\delta = 42^\circ$  для Эррипо (C28) и  $\delta = 30^\circ$  для Бестлы (C39). Перед численным интегрированием уравнений поступательно-вращательного движения спутника при помощи системы JPL Horizons (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>) на интервале времени, соответствующем моделируемой кривой блеска, определялись положения небесных тел (спутника, Сатурна и КА Cassini) в прямоугольной системе координат с началом в барицентре Солнечной системы. На основе этих данных рассчитывалась величина расстояния между спутником и планетой – определялась траектория спутника относительно планеты и уточнялась величина угла фазы “Солнце–спутник–КА Cassini”, необходимая для моделирования кривой блеска. Эфемериды строились с шагом в десять минут, при последующем интегрировании уравнений движения координаты тел на нужный момент времени определялись посредством использования кубической сплайновой интерполяции.



**Рис. 1.** Модельные кривые блеска (линии синего цвета) иррегулярных спутников Сатурна. Кружками нанесены наблюдаемые значения блеска спутников, согласно (Denk, Mottola, 2019). Время  $t$  указано в часах и отсчитывается от момента: 30.3 августа 2010 г. для Кивиока (C24), 9.3 марта 2012 г. для Мундилфари (C25), 2.4 февраля 2010 г. для Эррипо (C28) и 22.1 сентября 2015 г. для Бестлы (C39).

Посредством использования алгоритма, приведенного в предыдущем разделе, для всех спутников были построены модельные кривые блеска, наилучшим образом описывающие наблюдаемые кривые блеска. Полученные модельные кривые блеска спутников представлены на рис. 1. Видно, что во всех случаях теоретические кривые блеска хорошо аппроксимируют данные наблюдений. Существенные различия имеются лишь для Кивиока (C24) и Мундилфари (C25). В случае Кивиока (C24), вероятно, имеет место значительное отличие отражающих свойств поверхности спутника — одна половина спутника значительно темнее другой, поэтому наблюдаются разные значения величин блеска в минимумах в течение одной фазы вращения спутника. Для Мундилфари (C25) моделирование затруднял большой разброс наблюдаемых величин блеска спутника, полученных в близкие моменты времени, и малое количество точек наблюдаемой кривой блеска.

Значения начальных условий и параметров, для которых построены модельные кривые блеска спутников, приведены в табл. 2 и 3. В табл. 2 для каждого спутника указано установленное нами отношение полуосей фотометрического эллипсоида  $a/b$  и это же отношение, полученное Denk и Mottola (2019) из анализа наблюдаемых кривых блеска спутников. Для всех рассмотренных спутников эти величины хорошо согласуются, что косвенно подтверждает достоверность проведенного моделирования. Заметное отличие имеется лишь для Бестлы (C39), что можно объяснить существенным отличием отражающих свойств ее поверхности от используемой нами модели. Из табл. 3 видно, что вращательное движение спутников близко к плоскому, при котором ось вращения ортогональна плоскости орбиты. Вращение всех спутников происходит вокруг оси, соответствующей максимальному моменту инерции, поэтому полученная из моде-

**Таблица 2.** Полученные посредством моделирования значения полуосей ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) трехосного эллипсоида (фотометрического эллипсоида), аппроксимирующего фигуру спутника, отношения моментов инерции спутника  $A/C$ ,  $B/C$  и вычисленная на их основе величина параметра  $\omega_0$ , характеризующего асимметрию фигуры спутника. Величина  $(a/b)_{LC}$  получена в (Denk и др., 2018) из анализа наблюдаемой кривой блеска спутника

Спутник	Кивиок (C24)	Мундилфари (C25)	Эррипо (C28)	Бестла (C39)
$a$ , км	$19.21 \pm 1.29$	$5.89 \pm 0.44$	$8.15 \pm 0.20$	$7.78 \pm 0.28$
$b$ , км	8.5	3.5	5	3.5
$c$ , км	$3.82 \pm 0.26$	$2.93 \pm 0.32$	$3.17 \pm 0.12$	$2.99 \pm 0.18$
$a/b$	2.26	1.68	1.63	2.22
$(a/b)_{LC}$	2.32	1.43	1.51	1.47
$A/C$	$0.35 \pm 0.09$	$0.55 \pm 0.21$	$0.28 \pm 0.10$	$0.23 \pm 0.11$
$B/C$	$0.87 \pm 0.10$	$0.83 \pm 0.16$	$0.78 \pm 0.11$	$0.89 \pm 0.09$
$\omega_0$	1.249	0.916	1.225	1.407

**Таблица 3.** Начальные условия, задающие ориентации фигур спутников и их вращательные состояния на начало эпохи наблюдения, для которых построены модельные кривые блеска. Условия указаны на момент: 30.3 августа 2010 г. для Кивиок (C24), 9.3 марта 2012 г. для Мундилфари (C25), 2.4 февраля 2010 г. для Эррипо (C28) и 22.1 сентября 2015 г. для Бестлы (C39)

Спутник	$\theta$ , рад.	$\phi$ , рад.	$\psi$ , рад.	$\omega_a$ , ч <sup>-1</sup>	$\omega_b$ , ч <sup>-1</sup>	$\omega_c$ , ч <sup>-1</sup>
Кивиок (C24)	$0.28 \pm 0.09$	$0.05 \pm 0.09$	$0.35 \pm 0.08$	$0.01 \pm 0.06$	$0.02 \pm 0.02$	$0.29 \pm 0.05$
Мундилфари (C25)	$1.28 \pm 0.19$	$0.02 \pm 0.21$	$2.11 \pm 0.19$	$-0.06 \pm 0.12$	$0.04 \pm 0.09$	$0.93 \pm 0.10$
Эррипо (C28)	$2.35 \pm 0.12$	$0.08 \pm 0.11$	$0.27 \pm 0.07$	$0.04 \pm 0.10$	$-0.06 \pm 0.07$	$0.21 \pm 0.06$
Бестла (C39)	$3.21 \pm 0.12$	$0.13 \pm 0.13$	$1.55 \pm 0.11$	$-0.12 \pm 0.09$	$0.02 \pm 0.08$	$-0.41 \pm 0.09$

лирования величина  $\omega_c$  существенно больше, чем  $\omega_a$  и  $\omega_b$ . Отклонение полуоси эллипсоида  $c$ , соответствующей максимальному моменту инерции спутника, от нормали к плоскости орбиты не превышает  $10^\circ$ . Согласно (Denk и др., 2018) вращение Бестлы (C39) является ретроградным по отношению к ее движению по орбите, что было учтено при моделировании. Поэтому в табл. 3 для Бестлы (C39) имеем  $\omega_c < 0$ .

Особого внимания заслуживают полученные значения моментов инерции (их отношений, которые можно достоверно оценить посредством моделирования вращательной динамики спутника). Анализ полученных значений  $A/C$  и  $B/C$  указывает на то, что фигуры всех спутников являются весьма несимметричными. В случае Бестлы (C39) величина параметра  $\omega_0 = \sqrt{3(B - A)/C}$ , характеризующего асимметрию фигуры спутника, очень высока ( $\omega_0 = 1.41$ ). На сильную вытянутость фигуры Бестлы (C39) указывали ранее Denk и Mottola (2019) на основе анализа формы ее кривой блеска. Для остальных спутников параметр  $\omega_0$ , вычисленный для приведенных в табл. 2 значений отношений инерционных параметров, имеет величину от 0.91 до 1.25. В работе Куприянова и Шевченко (2006) была получена эмпирическая оценка инерционных параметров спутни-

ка для случая, когда радиус его фигуры стремится к нулю:  $A/C = 0.61 \pm 0.04$ ,  $B/C = 0.84 \pm 0.02$ . Из табл. 2 видно, что полученные посредством моделирования оценки инерционных параметров Мундилфари (C25) очень хорошо соответствуют этому предельному случаю.

Согласно (Melnikov, Shevchenko, 2010) сильно несимметричным спутникам ( $\omega_0 > 1$ ), находящимся на орбитах с большими эксцентриситетами ( $e > 0.1$ ), должно быть присуще быстрое (по сравнению с синхронным) регулярное вращение. При завершении приливной вращательной эволюции для рассмотренных нами здесь спутников наиболее вероятен хаотический характер вращения (см. Melnikov, Shevchenko (2010)). Отметим, что полученные нами согласно теории Dobrovolskis (1995) оценки времен приливной эволюции для всех рассмотренных спутников на 2–3 порядка больше возраста Солнечной системы. Вычисление характеристических показателей Ляпунова (см. подробнее о показателях и методе их вычисления в (Melnikov, Shevchenko, 2008; Shevchenko, Kourpianov, 2002), проведенное нами для случая вращательной динамики спутника с параметрами и начальными условиями, указанными в табл. 2 и 3, подтвердило регулярный характер вращения всех спутников в настоящее время.

**Таблица 4.** Полуоси аппроксимирующей фигуру спутника фотометрического эллипсоида (индекс  $ph$ ) и полуоси физического эллипсоида, определенные на основе полученных из моделирования отношений моментов инерции спутника

Спутник	Кивиок (С24)	Мундилфари (С25)	Эррипо (С28)	Бестла (С39)
$(a \times b \times c)_{ph}$ , км	$19.2 \times 8.5 \times 3.8$	$5.9 \times 3.5 \times 2.9$	$8.1 \times 5.0 \times 3.2$	$7.8 \times 3.5 \times 3.0$
$a \times b \times c$ , км	$15.1 \times 8.5 \times 5.7$	$4.6 \times 3.5 \times 2.5$	$8.6 \times 5.0 \times 1.7$	$7.7 \times 3.5 \times 2.1$

Как указали Denk и др. (2018) и Denk и Mottola (2019), все рассмотренные спутники, вероятно, имеют весьма иррегулярную форму, что подтверждают результаты проведенного нами моделирования, и обладают довольно низкой плотностью по сравнению с астероидами, имеющими схожие размеры и периоды вращения. Более того, Denk и др. (2018) предполагают, что Кивиок (С24), Эррипо (С28) и Бестла (С39) могут быть двойными или контактными двойными объектами. Посредством моделирования мы определили (см. табл. 2) величины отношений моментов инерции спутника и размеры полуосей фотометрического эллипсоида. Предполагая однородную плотность спутника, на основе моментов инерции можно оценить отношение полуосей “физического эллипсоида”, аппроксимирующей фигуру спутника (Куприянов, Шевченко, 2006):

$$a/b = [(1 - A/C + B/C)/(1 + A/C - B/C)]^{1/2},$$

$$b/c = [(1 + A/C - B/C)/(-1 + A/C + B/C)]^{1/2}.$$

Считая известной величину полуоси  $b = D/2$ , где  $D$  – диаметр спутника (см. табл. 1), определим по этим формулам размеры других полуосей физического эллипсоида и сопоставим их с полуосями фотометрического эллипсоида.

В табл. 4 для всех спутников приведены размеры полуосей фотометрического и физического эллипсоидов. Как и ожидалось, фотометрические эллипсоиды для всех спутников больше, чем физические эллипсоиды. Лучше всего согласуются между собой полуоси эллипсоидов у Мундилфари (С25), что может указывать на относительно равномерные отражательные свойства его поверхности и близкую к однородной плотность. В случае Эррипо (С28) для физического эллипсоида имеем  $a/c \approx 5$ , для Бестлы (С39) –  $a/c \approx 4$ , что может являться весьма существенным указанием на их возможную двойственность (см. выше). Отметим, что оценки размеров фигур спутников, приведенные в табл. 4, являются весьма грубыми, поскольку получены при упрощающих предположениях об отражающих свойствах поверхности спутника и об его внутренней структуре. Для изучения связи размеров фотометрического эллипсоида с реальной фигурой спутника необходимо проведение дополнительных исследований.

## ВЫВОДЫ

В настоящей работе проведено моделирование наблюдаемых кривых блеска и вращательной динамики ряда иррегулярных спутников Сатурна, находящихся, согласно анализу наблюдений с КА Cassini (Denk, Mottola, 2019), в режиме быстрого по сравнению с синхронным вращения. Для спутников Кивиок (С24), Мундилфари (С25), Эррипо (С28) и Бестла (С39) получены оценки размеров их фигур и значений моментов инерции и определены параметры, характеризующие ориентацию фигур и угловую скорость вращения спутников на момент проведения наблюдений. Посредством моделирования подтвержден вывод Denk и Mottola (2019), что все рассмотренные спутники находятся в режиме быстрого регулярного вращения. Установлено, что ось вращения каждого рассмотренного спутника почти ортогональна плоскости орбиты. Полученные оценки размеров фигур спутников и их моментов инерции указывают, что все спутники обладают весьма вытянутыми фигурами (особенно Эррипо (С28) и Бестла (С39)), имеют существенную неоднородность отражательных свойств поверхности (Кивиок (С24)) и сложную (неоднородную) внутреннюю структуру.

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-02-00811).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
- Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Грицук А.Н., Мельников А.В., Сидоров М.Ю., Шевченко И.И. Наблюдения и теоретический анализ кривых блеска естественных спутников планет // Астрон. вестн. 2002. Т. 36. № 3. С. 269–281. (Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Gritsuk A.N., Melnikov A.V., Sidorov M. Yu., Shevchenko I.I. Observations and theoretical analysis of light-curves of natural satellites of planets // Sol. Syst. Res. 2002. V. 36. № 3. P. 248–259).
- Емельянов Н.В. Динамика естественных спутников планет на основе наблюдений. ГАИШ МГУ–Фрязино: Век 2, 2019. 575 с.
- Емельянов Н.В., Уральская В.С. Оценки физических параметров далеких спутников планет // Астрон.

- вестн. 2011. Т. 45. № 5. С. 387–395. (*Emelyanov N.V., Uralskaya V.S.* Estimates of the physical parameters of remote planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2011. V. 45. № 5. P. 377–385).  
<https://doi.org/10.1134/S0038094611050042>
- Куприянов В.В., Шевченко И.И.* О форме и вращательной динамике малых спутников планет // *Астрон. вестн.* 2006. Т. 40. № 5. С. 428–435. (*Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* The shapes and rotational dynamics of minor planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2006. V. 40. № 5. P. 393–399).  
<https://doi.org/10.1134/S0038094606050042>
- Мельников А.В.* Ориентация фигур малых спутников планет при хаотическом вращении // *Астрон. вестн.* 2020. Т. 54. № 5. С. 458–467. (*Melnikov A.V.* Orientation of figures of small planetary satellites during chaotic rotation // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 5. P. 432–441).  
<https://doi.org/10.31857/S0320930X20050060>  
<https://doi.org/10.1134/S0038094620050068>
- Мельников А.В., Шевченко И.И.* Вращательная динамика и эволюция спутников планет Солнечной и экзопланетных систем // *Астрон. вестн.* 2022. Т. 56. № 1. С. 3–26. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* Rotational dynamics and evolution of planetary satellites in the Solar and exoplanetary systems // *Sol. Syst. Res.* 2022. V. 56. № 1. P. 1–22).  
<https://doi.org/10.31857/10.1134/S003809462201004X>  
<https://doi.org/10.31857/S0320930X22010042>
- Тублина О.К., Холишевников К.В.* Сечения и модели эллипсоида // *Вестн. ЛГУ.* 1991. Сер. 1. Вып. 4. С. 38–41.
- Archinal B.A., Acton C.H., A’Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J.L., Kirk R.L., Klioner S.A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P.K., Tholen D.J., Thomas P.C., Williams I.P.* Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2018. V. 130. № 22. P. 1–46.
- Black G.J., Nicholson P.D., Thomas P.C.* Hyperion: rotational dynamics // *Icarus.* 1995. V. 117. № 1. P. 149–161.
- Bowell E., Napke B., Domingue D., Lumme K., Peltoniemi J., Harris A.W.* Application of photometric models to asteroids // *Proc. Conf. “Asteroids II”* / Eds Binzel R.P., Gehrels T., Matthews M.S. Tucson: Univ. Arizona Press, 1989. P. 524–556.
- Denk T., Mottola S.* Studies of irregular satellites: I. Lightcurves and rotation periods of 25 Saturnian moons from Cassini observations // *Icarus.* 2019. V. 322 P. 80–102.
- Denk T., Mottola S., Tosi F., Bottke W.F., Hamilton D.P.* The Irregular Satellites of Saturn // *Enceladus and the Icy Moons of Saturn* / Eds Schenk P.M., Clark R.N., Howett C.J.A., Verbiscer A.J., Waite J.H. *Space Sci. Ser.* 2018. Univ. Arizona Press, P. 409–434.
- Devyatkin A.V., Gorshakov D.L., Yershov V.N., Melnikov A.V., Martyusheva A.A., Petrova S.N., L’vov V.N., Tsekmeister S.D., Naumov K.N.* A study of the asteroid (367943) Duende at Pulkovo Observatory // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 459. № 4. P. 3986–3997.
- Dobrovolskis A.R.* Chaotic rotation of Nereid? // *Icarus.* 1995. V. 118. P. 181–198.
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P.* The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // *IPN Progress Report 42-196.* 2014. P. 1–81.
- Jewitt D., Haghighipour N.* Irregular satellites of the planets: products of capture in the early Solar system // *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 2007. V. 45. P. 261–295.
- Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G.* Solving Ordinary Differential Equations. I. Nonstiff Problems. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 528 p.
- Harbison R.A., Thomas P.C., Nicholson P.C.* Rotational modeling of Hyperion // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2011. V. 110. P. 1–16.
- Klavetter J.J.* Rotation of Hyperion. II. Dynamics // *Astron. J.* 1989. V. 98. P. 1946–1947.
- Mitchell R.T.* Cassini/Huygens at Saturn and Titan // *Acta Astronautica.* 2006. V. 59. P. 335–343.
- Melnikov A.V.* Modelling of lightcurves of minor planetary satellites // *Тр. ИПА РАН.* 2002. Вып. 8. С. 131–132.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 101. № 1–2. P. 31–47.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* The rotation states predominant among the planetary satellites // *Icarus.* 2010. V. 209. P. 786–794.
- Nicholson P.D., Čuk M., Sheppard S.S., Nesvorný D., Johnson T.V.* Irregular Satellites of the Giant Planets // *The Solar System Beyond Neptune* / Eds Barucci M.A., Boehnhardt H., Cruikshank D.P., Morbidelli A. Tucson: Univ. Arizona Press, 2008. P. 411–424.
- Shevchenko I.I., Kouprianov V.V.* On the chaotic rotation of planetary satellites: the Lyapunov spectra and the maximum Lyapunov exponents // *Astron. and Astrophys.* 2002. V. 394. P. 663–674.
- Thomas P.C., Armstrong J.W., Asmar S.W., Burns J.A., Denk T., Giese B., Helfenstein P., Iess L., Johnson T.V., McEwen A., Nicolaisen L., Porco C., Rappaport N., Richardson J., Somenzi L., Tortora P., Turtle E.P., Veverka J.* Hyperion’s sponge-like appearance // *Nature.* 2007. V. 448. № 7149. P. 50–56.
- Thomas P.C., Black G.J., Nicholson P.D.* Hyperion: rotation, shape and geology from Voyager images // *Icarus.* 1995. V. 117. № 1. P. 128–148.
- Wisdom J., Peale S.J., Mignard F.* The chaotic rotation of Hyperion // *Icarus.* 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.