АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 6, с. 418–426

УДК 523.4

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ЭКВАТОРИАЛЬНОГО РАЗЛОМА НА СПУТНИКЕ ПЛУТОНА ХАРОНЕ

© 2022 г. Б. П. Кондратьев[a, b, *]

[a]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

[b]Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: work@boris-kondratyev.ru

Поступила в редакцию 27.03.2022 г.
После доработки 11.04.2022 г.
Принята к публикации 15.04.2022 г.

Рассматривается механизм вековой эволюции аксиально симметричных двухкомпонентных моделей небесных тел, состоящих из каменного ядра и ледяной оболочки. Для равновесия модели необходимо, чтобы ее внешняя поверхность S и граничная поверхность раздела плотности S' были софокусными и уровенными сжатыми сфероидами. Найдены квадратичные гравитационные потенциалы и равновесные угловые скорости вращения обеих подсистем. Эти угловые скорости не равны друг другу, т.к. ядро должно вращаться чуть быстрее мантии. Однако в реальном небесном теле из-за трения между льдом и камнем обе компоненты должны вращаться с одной угловой скоростью. Поэтому поверхности S и S' одновременно не могут быть уровенными, и внутри фигуры возникают отклонения от равновесия и дополнительные внутренние напряжения. Показано, что в этих условиях начинает действовать механизм вековой эволюции ядра и оболочки: каменное ядро будет уменьшать свою угловую скорость и постепенно округляться. Вследствие этого появится дополнительное давление от ядра на лед в направлении оси вращения. Это давление от ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда оно (на интервалах в миллиарды лет) достигнет критического значения, на экваторе фигуры возникнут трещины и разрывы. Для иллюстрации действия механизма рассматривается Харон, крупный спутник Плутона, у которого, по данным миссии NASA New Horizons действительно есть глобальный экваториальный разлом. Найдены размеры и форма каменного ядра и ледяной мантии: при среднем радиусе Харона $R \approx 606$ км, полуоси ядра равны $a_1' \approx 433$ км и $a_3' \approx 416$ км, а камень и лед составляют примерно 62% и 38% от полной массы спутника, соответственно. Данный механизм не только позволяет объяснить разлом ледяной мантии на экваторе Харона, но и дает веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения этого небесного тела.

Ключевые слова: неоднородные фигуры равновесия, потенциалы и уровенные поверхности, напряжения между льдом и камнем, механизм вековой релаксации, Харон, экваториальный разлом

DOI: 10.31857/S0320930X22060044

ВВЕДЕНИЕ

Харон (Charon) – спутник Плутона – был открыт в 1978 г. Джеймсом Кристи. Он входит в состав системы Плутон–Харон, где оба тела находятся в двойном спин-орбитальном резонансе. Вследствие резонанса, обращение вокруг общего центра масс и собственные спиновые вращения Плутона и Харона происходят с одним и тем же периодом 6.387 дней. По массе и размерам Харон превосходит карликовую планету Цереру. Много интересной информации о Плутоне и Хароне с 2015 г. дал космический аппарат NASA New Horizons (см., например, Nimmo и др., 2017; Stern и др., 2018). Установлено, в частности, что альбедо спутника почти в два раза меньше, чем у Плутона, а на экваторе Харона существует уникальная деталь ландшафта: обширный разлом ледяной оболочки (см. рис. 1). Этот разлом носит глобальный характер, и высота гор в некоторых его местах достигает 11 км.

Харон вращается вокруг Плутона по почти круговой орбите ($e \approx 0.0002$) с большой полуосью 19571.4 км и имеет осесимметричную, почти сферическую фигуру со средним радиусом $R = 606 \pm 0.5$ км. Сжатие фигуры Харона весьма мало и не превышает $\varepsilon < 0.05$ (Nimmo и др., 2017), угловая скорость его осевого вращения

Рис. 1. Фотография спутника Плутона Харона. Виден экваториальный разлом льда, высота которого достигает 8–11 км. Источник: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute.

$\Omega = 2.732627607 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$. Масса Харона равна $M = (1.586 \pm 0.015) \times 10^{24}$ г (Stern и др., 2018), а средняя плотность $\rho_m = 1.702$ г/см^3 свидетельствует о том, что спутник состоит в основном изо льда и камня.

Внутреннее строение Харона представляет большой интерес и до сих пор обсуждается в литературе. Были предложены две гипотезы. По одной из них, тело Харона не дифференцировано на оболочки и состоит из квазиоднородной смеси мелких обломков камня и льда. Вторая гипотеза предполагает, что в ходе эволюции произошла дифференциация материала, и сейчас Харон состоит из каменного ядра и ледяной оболочки. Внутренний океан на Хароне, если он и был в раннюю эпоху, сейчас замерз (Charon: An ice machine in the ultimate deep freeze. Gemini Observatory. 2007).

До сих пор остается невыясненной причина, приведшая к появлению экваториального разлома на Хароне. В данной работе предложен механизм, который может объяснить эту загадку. Построена двухкомпонентная модель небесного тела, состоящая из сфероидального каменного ядра и ледяной оболочки. В разделе "Постановка проблемы и гравитационный потенциал неоднородной сфероидальной модели" выяснено, что для равновесия необходимо, чтобы внутренняя и внешняя поверхности оболочки были софокусными сфероидами; исходя из этого, найдены квадратичные гравитационные потенциалы обеих подсистем. В разделе "Эквипотенциальные поверхности и угловые скорости вращения равновесных подсистем", в предположении того, что внешняя (S) и внутренняя (S') поверхности ледяной мантии должны быть софокусными и уровенными сфероидами, методами теории фигур равновесия найдены угловые скорости вращения обеих подсистем, которые они имели бы в состоянии относительного равновесия. Эти угловые скорости оказываются отличными друг от друга, т.к. вследствие большей плотности, ядро должно вращаться быстрее ледяной оболочки. Но в реальном небесном теле обе компоненты сцеплены молекулярным трением, поэтому конфигурация в целом вынуждена вращаться с одной угловой скоростью. В этих условиях, поверхности S и S' одновременно не могут быть уровенными; в системе возникают небольшие отклонения от равновесия и, как следствие, дополнительные внутренние напряжения. Эти отклонения от равновесия приводят в действие механизм вековой эволюции ядра и оболочки, когда сфероидальное ядро вынуждено постепенно уменьшать свою угловую скорость и округляться. При округлении ядро начинает оказывать дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения фигуры. Это давление растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и на интервалах в миллиарды лет приводит к возникновению трещин и разрывов на экваторе фигуры. В разделах "Расчеты для модели Харона" и "Механизм вековой эволюции модели Харона" действие данного механизма поясняется на конкретных расчетах для Харона. В последнем разделе "Заключение" обсуждаются особенности предлагаемого метода и границы его применимости.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ И ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ НЕОДНОРОДНОЙ СФЕРОИДАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Полагаем, что фигура двухслойной планеты (спутника) состоит из однородного сфероидального каменного ядра с плотностью ρ_{core} и поверхностью S'

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1'^2} + \frac{x_3^2}{a_3'^2} = 1, \quad a_1' > a_3', \tag{1}$$

на который наложен однородный слой льда плотностью ρ_{sh}, имеющий форму сфероидальной оболочки с внешней поверхностью S

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1, \tag{2}$$

и полуосями $a_1 > a_3$.

Рассмотрим уравнение равновесия тела, вращающегося вокруг оси с угловой скоростью Ω

$$\mathrm{grad}p = \rho\,\mathrm{grad}\Phi, \tag{3}$$

где $p(\boldsymbol{x})$ есть внутреннее давление, а полный потенциал $\Phi(\boldsymbol{x})$ равен сумме гравитационного $\varphi(\boldsymbol{x})$ и центробежного потенциала

$$\Phi(\boldsymbol{x}) = \varphi(\boldsymbol{x}) + \frac{1}{2}\Omega^2\left(x_1^2 + x_2^2\right). \tag{4}$$

Из уравнения (3) следует, что для равновесия фигуры поверхности равного давления $p(\boldsymbol{x}) = \mathrm{const}$ и плотности $\rho(\boldsymbol{x}) = \mathrm{const}$ должны совпадать с уровенными поверхностями

$$\Phi(\boldsymbol{x}) = \varphi(\boldsymbol{x}) + \frac{1}{2}\Omega^2\left(x_1^2 + x_2^2\right) = \mathrm{const}. \tag{5}$$

Поскольку границы раздела плотности у нас эллипсоидальные (сжатый сфероид – частный случай трехосного эллипсоида), для равновесия модели гравитационный потенциал на внешней S и внутренней S' поверхностях ледяной оболочки должен описываться *квадратичной функцией координат*. Это требование накладывает строгие ограничения на модель. Очевидно, оболочка не может быть обычным гомеоидом, поскольку внешний потенциал однородного эллипсоидального ядра в точках такого слоя (Кондратьев, 1982)

$$\varphi(\boldsymbol{x}) = \pi G\rho_{\mathrm{core}}\int\limits_{\lambda}^{\infty}\frac{du}{\Delta\left(a_i',u\right)}\left(1-\frac{x_i^2}{a_i'^2+u}\right),\ \ \Delta\left(a_i',u\right) = \\ = \sqrt{\left(a_1'^2+u\right)\left(a_2'^2+u\right)\left(a_3'^2+u\right)}, \tag{6}$$

не является квадратичной функцией координат. В (6) эллипсоидальная координата $\lambda(\boldsymbol{x})$ есть наибольший (положительный) корень кубического уравнения

$$\frac{x_1^2}{a_1'^2+\lambda} + \frac{x_2^2}{a_2'^2+\lambda} + \frac{x_3^2}{a_3'^2+\lambda} = 1. \tag{7}$$

Как уже отмечалось, важным свойством рассматриваемой двухкомпонентной модели является то, что *внешняя эллипсоидальная оболочка должна быть софокусна поверхности ядра*. Следовательно, однородный внешний слой в равновесной модели должен быть фокалоидом. Это требование связано с особыми гравитационными свойствами однородных и неоднородных фокалоидов, которые ранее изучались в классических работах Maclaurin, Laplace и Hamy (см. Todhunter, 1973; Pizzetti, 1933), а в настоящее время в более общем плане рассматривались в монографиях (Кондратьев 1989; 2007).

Общий случай *трехосных* моделей, имеющих каменное ядро и ледяную оболочку на примере карликовой планеты Хаумеа ранее изучался в статье (Kondratyev, 2016). Здесь следует подчеркнуть, что физические механизмы вековой эволюции двухкомпонентных моделей трехосных эллипсоидов и двухосных сфероидов не только принципиально отличаются друг от друга, но и приводят к совершенно разным следствиям. Поэтому в данной работе мы специально рассмотрим именно тот случай, когда ядро и оболочка имеют ось симметрии и представляют собой софокусные *сжатые* сфероиды.

Напомним, что условие софокусности поверхностей (1) и (2) означает, что фокальные точки их меридиональных сечений совпадают:

$$a_1'^2 = a_1^2 - \lambda,\ \ a_3'^2 = a_3^2 - \lambda, \tag{8}$$

где λ – наибольший корень уравнения (7).

Прежде всего, надо найти потенциалы в указанной сфероидальной двухкомпонентной модели (потенциалы для трехосных фигур найдены в статье (Kondratyev, 2016)). Исходим из того, что *потенциал в точках x_i внешней поверхности фигуры S* можно представить суммой

$$\Phi(\boldsymbol{x}) = \varphi_{\mathrm{sh}}(\rho_{\mathrm{sh}}) + \varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{core}}). \tag{9}$$

Здесь $\varphi_{\mathrm{sh}}(\rho_{\mathrm{sh}})$ есть вклад в искомый потенциал от оболочки; согласно обобщенной теореме о притяжении фокалоидов (Кондратьев, 2007, стр. 146), этот вклад равен

$$\varphi_{\mathrm{sh}}(\rho_{\mathrm{sh}}) = \left(1 - \frac{a_1'^2 a_3'}{a_1^2 a_3}\right)\varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{sh}}), \tag{10}$$

где $\varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{sh}})$ есть внутренний потенциал однородного сжатого сфероида с плотностью ρ_{sh} и поверхностью S

$$\varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{sh}}) = \pi G\rho_{\mathrm{sh}}\left[\left(I - A_i x_i^2\right)\right], \tag{11}$$

а коэффициенты A_i, как известно, выражаются через эксцентриситет меридионального сечения сфероида $e = \sqrt{1 - a_3^2/a_1^2}$ и равны

$$A_1 = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3}\arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2},\\ A_3 = \frac{2}{e^2} - \frac{2\sqrt{1-e^2}}{e^3}\arcsin e,\\ 2A_1 + A_3 = 2. \tag{12}$$

Второй член в правой части (9) $\varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{core}})$ представляет собой *потенциал на внешнюю точку сфероида с поверхностью S' и плотностью* ρ_{core}. По классической теореме Маклорена–Лапласа, потенциал $\varphi_{\mathrm{core}}(\rho_{\mathrm{core}})$ можно выразить через уже найденный в (10) потенциал $\varphi_{\mathrm{sh}}(\rho_{\mathrm{sh}})$:

$$\varphi_{core}\left(\rho_{core}\right) = \frac{a_1'^2 a_3'}{a_1^2 a_3}\frac{\rho_{core}}{\rho_{sh}}\varphi_{sh}\left(\rho_{sh}\right). \quad (13)$$

Тогда, учитывая сказанное, потенциал (9) *на внешней поверхности двухкомпонентной модели* можно записать в виде

$$\Phi\left(r, x_3\right) = \pi G\rho_m (I - A_1 r^2 - A_3 x_3^2), \quad (14)$$

где вводится новая переменная – “средняя плотность” ρ_m,

$$\rho_m = \rho_{sh} + (\rho_{core} - \rho_{sh})\frac{a_1'^2 a_3'}{a_1^2 a_3}. \quad (15)$$

Подчеркнем, что введение средней плотности (15) и позволяет в итоге представить потенциал (9) *на внешней поверхности* модели в виде *квадратичной функции координат*.

Далее найдем потенциал $\Phi'(\boldsymbol{x})$ на *внутренней поверхности* S', отделяющей каменное ядро от ледяной оболочки. Согласно теории фигур равновесия, этот потенциал также следует представить квадратичной функцией координат, и мы запишем его в виде суммы

$$\Phi'(\boldsymbol{x}) = \varphi_{sh}'\left(\rho_{sh}\right) + \varphi_{core}'\left(\rho_{core}\right). \quad (16)$$

Отметим, что формулы (9) и (16) отличаются друг от друга. Действительно, в (16) первый член $\varphi_{sh}'\left(\rho_{sh}\right)$ представляет *потенциал оболочки на ее нижней поверхности* S'*,* а второй член $\varphi_{core}'\left(\rho_{core}\right)$ дает вклад в потенциал на поверхности S' *от самого ядра*

$$\varphi_{core}'\left(\rho_{core}\right) = \pi G\rho_{core}\left(I' - A_i' x_i^2\right), \quad (17)$$

где коэффициенты суть

$$A_i' = a_1'^2 a_3' \int_0^\infty \frac{du}{(a_i'^2 + u)\Delta\left(a_i', u\right)}, \quad i = 1, 3,$$

$$\Delta\left(a_i', u\right) = (a_1'^2 + u)\sqrt{a_3'^2 + u}, \quad (18)$$

$$2A_1' + A_3' = 2.$$

Коэффициенты A_i' в (18) те же самые, что и в (12), однако эксцентриситет поверхности ядра $e' = \sqrt{1 - \frac{a_3'^2}{a_1'^2}}$ будет уже другим. Заметим, что потенциал оболочки $\varphi_{sh}'\left(\rho_{sh}\right)$ *на внутренней поверхности* S' можно представить как разность потенциалов двух однородных (одинаковой плотности ρ_{sh}) сфероидов с поверхностями S и S'

$$\varphi_{sh}'\left(\rho_{sh}\right) = \pi G\rho_{sh}\left[\left(I - A_i x_i^2\right) - \left(I' - A_i' x_i^2\right)\right]. \quad (19)$$

С учетом (17) и (19), формула (16) приводится к виду

$$\begin{aligned}\Phi'(\boldsymbol{x}) &= \pi G\left(\rho_{core} - \rho_{sh}\right)\left(I' - A_i' x_i^2\right) + \\ &+ \pi G\rho_{sh}\left(I - A_i x_i^2\right).\end{aligned} \quad (20)$$

После дополнительных преобразований и введения средневзвешенного коэффициента потенциала

$$\overline{A}_i = \frac{\rho_{sh}A_i + \left(\rho_{core} - \rho_{sh}\right)A_i'}{\rho_m}, \quad (21)$$

формулу (20) для *потенциала на поверхности ядра* S' действительно можно записать в требуемом квадратичном виде

$$\Phi'\left(\boldsymbol{x}\right) = \mathrm{const} - \pi G\rho_m \overline{A}_i x_i^2. \quad (22)$$

Для контроля заметим, что, с учетом тождеств для A_i из (12) и A_i' из (18), должно выполняться следующее равенство

$$2\overline{A}_1 + \overline{A}_3 = 2\frac{\rho_{core}}{\rho_m}. \quad (23)$$

Для модели с неравенствами полуосей ядра $a_1' > a_3'$ должно выполняться также неравенство для коэффициентов

$$\tilde{A}_1 \le \tilde{A}_3. \quad (24)$$

На практике, формулу (22) удобно записать, как и (14), в цилиндрических координатах

$$\Phi'\left(\boldsymbol{x}\right) = \mathrm{const} - \pi G\rho_m\left(\overline{A}_1 r^2 + \overline{A}_3 x_3^2\right). \quad (25)$$

Конкретное значение const здесь несущественно. То, что гравитационные потенциалы (14) и (25) на внешней и внутренней поверхностях оболочки являются квадратичными функциями координат, оказывается необходимым для построения равновесных фигур (см. Kondratyev, 2016; Pizzetti, 1933; Martinez и др., 1990).

ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ И УГЛОВЫЕ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ РАВНОВЕСНЫХ ПОДСИСТЕМ

Выше уже подчеркивалось, что для равновесия вращающейся двухкомпонентной модели надо потребовать, чтобы ее внешняя поверхность S и поверхность между ядром и мантией S' обе были *уровенными* (см. условие (5)). Рассмотрим следствия из этих условий равновесия.

Для случая внешней поверхности (2), подставляя в уравнение уровенной поверхности (5) выражение потенциала (14) и исключая x_3^2 с помощью формулы (2), получим

$$\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m} - A_1 + \frac{a_3^2}{a_1^2}A_3\right)r^2 - A_3a_3^2 = \text{const}. \qquad (26)$$

По смыслу, чтобы левая часть последнего равенства не зависела от координат, в (26) коэффициент при r^2 следует приравнять нулю. Это дает уравнение для квадрата нормированной угловой скорости на поверхности модели

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2}A_3. \qquad (27)$$

Отметим, что построенная двухкомпонентная модель отличается от сфероида Маклорена тем, что квадрат угловой скорости $\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m}$ нормируется в (27) на введенную выше среднюю плотность ρ_m из (15).

Поступая аналогичным образом с формулами (25) и (1), в итоге находим, что условие уровенности полного потенциала (5) на внутренней границе оболочки S' выполняется, если

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G\rho_m} = \bar{A}_1 - \frac{a_3'^2}{a_1'^2}\bar{A}_3. \qquad (28)$$

Формула (28) определяет угловую скорость вращения Ω' каменного ядра в построенной двухкомпонентной модели. Коэффициенты $\bar{A}_i$ в формуле (28) даны в (21). Для проверки заметим, что в случае равенства $\rho_{core} = \rho_{sh}$ уравнение (28) действительно преобразуется в уравнение (27).

РАСЧЕТЫ ДЛЯ МОДЕЛИ ХАРОНА

Применим полученные выше формулы к построенной двухкомпонентной модели Харона. Напомним, что плотность каменного ядра, внешней ледяной оболочки и средняя плотность Харона соответственно равны

$$\rho_{core} = 3\frac{\text{г}}{\text{см}^3}, \quad \rho_{sh} = 1\frac{\text{г}}{\text{см}^3}, \quad \rho_m = 1.702\frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \qquad (29)$$

Выражение для средней плотности (15) с учетом условий софокусности (8) будем рассматривать как уравнение для неизвестной $x = \lambda/a_1^2$:

$$(1-x)\sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_3^2}x} = 0.351, \quad x = \frac{\lambda}{a_1^2}. \qquad (30)$$

Отметим, что величина $x = \lambda/a_1^2$ характеризует толщину ледяной оболочки в модели. Связанный с этим вопрос о форме Харона требует обсуждения. Харон и Плутон находятся в поясе Койпера, и в настоящее время ошибки наблюдений не позволяют точно определить сплюснутость Харона $\varepsilon = 1 - \frac{a_3}{a_1}$. Известно лишь, что сплюснутость фигуры Харона весьма мала и составляет $\varepsilon < 0.05$ (см. раздел “Введение”). Учитывая малость сжатия ε, уравнение (30) для нормированного значения эллипсоидальной координаты x представим в виде

$$(1-x)\sqrt{1-(1+2\varepsilon)x} = 0.351. \qquad (31)$$

В ситуации, когда прямые наблюдения не позволяют выявить сплюснутость поверхности Харона, для решения задачи применим здесь два метода.

Первое приближение

Размеры и масса ядра и оболочки Харона. Вначале воспользуемся уравнением (27). Так как угловая скорость осевого вращения Харона (см. раздел “Введение”) хорошо известна и равна $\Omega = 2.732627607 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$, для левой части уравнения (27) имеем безразмерное отношение $\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m} \approx 1.816405436 \times 10^{-4}$. Правую же часть уравнения (27) мы рассматриваем как функцию от e; подставляя в нее выражения для коэффициентов (12) и решая уравнение относительно e численно, находим значение (минимальной) сплюснутости фигуры Харона

$$e \approx 2.61 \times 10^{-2}; \;\; \varepsilon \approx 3.4 \times 10^{-4}. \qquad (32)$$

Затем, подставляя найденное ε в уравнение (31) и решая его численно, получим

$$x = \frac{\lambda}{a_1^2} \approx 0.502296. \qquad (33)$$

Найденное $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$ определяет квадрат нормированной толщины ледяной оболочки (см. формулы (37) и (51)). Далее, так как $\frac{a_3}{a_1} = 1 - \varepsilon$, с учетом известного ε и условия сохранения объема $R^3 = a_1^2a_3$, находим (в первом приближении) полуоси внешней поверхности для данной модели Харона

$$a_1 = \frac{R}{(1-\varepsilon)^{\frac{1}{3}}} \approx 606.07 \text{ км};$$
$$a_3 \approx (1-\varepsilon)\, a_1 \approx 605.86 \text{ км}. \quad (34)$$

Нормированные на средний радиус Харона R значения полуосей (34) будут равны

$$a_1 \approx 1.00011; \quad a_3 \approx 0.99977. \quad (35)$$

Кроме того, зная величину $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$, с помощью формул (8) находим в первом приближении размеры каменного ядра Харона

$$a_1' \approx 427.6 \text{ км}; \quad a_3' \approx 427.28 \text{ км}. \quad (36)$$

Отсюда следует, что толщина оболочки на экваторе и на полюсе Харона соответственно будет равна

$$h_1 \approx 178.5 \text{ км}, \quad h_3 \approx 178.58 \text{ км}. \quad (37)$$

Находим, что масса оболочки и ядра будет составлять

$$M_{\text{sh}} \approx 6.05 \times 10^{23} \text{г}, \quad M_{\text{core}} \approx 9.816 \times 10^{23} \text{г},$$
$$\frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.616. \quad (38)$$

Для проверки формул (38) заметим, что полная масса модели будет равна

$$M = M_{\text{sh}} + M_{\text{core}} \approx 1.586 \times 10^{24} \text{ г}, \quad (39)$$

что хорошо согласуется с наблюдениями (см. раздел “Введение”). В процентном отношении (к полной массе Харона) масса камня и льда соответственно составят

$$\frac{M_{\text{core}}}{M} \approx 61.9\%, \quad \frac{M_{\text{sh}}}{M} \approx 38.1\%. \quad (40)$$

Заметим, что уже в первом приближении результаты (40) уточняют прежние предположения (Stern и др., 2018) для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда).

Угловые скорости вращения ядра и оболочки. Для внешней поверхности модели S из (2), по формулам (12) при известном e из (32), находим коэффициенты A_i:

$$A_1 = 0.666576;$$
$$A_3 = 0.666848. \quad (41)$$

Для проверки заметим, что условие $2A_1 + A_3 = 2.00000$ действительно выполняется. По формуле (27) находим равновесное для оболочки значение угловой скорости

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_{\text{m}}} \approx 1.8164 \times 10^{-4}, \quad (42)$$

что также согласуется с известным нам значением.

Рассчитаем теперь по формуле (28) квадрат угловой скорости на поверхности ядра S'.

Входящие в нее величины будут теперь равны

$$a_1' \approx 0.7055611; \quad A_1' \approx 0.66648438;$$
$$\bar{A}_1 \approx 1.1748207, \quad (43)$$
$$a_3' \approx 0.7050790; \quad A_3' \approx 0.66703123; \quad \bar{A}_3 \approx 1.1756231.$$

Тогда формула (28) дает квадрат угловой скорости на поверхности ядра

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G \rho_{\text{m}}} = 0.00080355. \quad (44)$$

Сравнивая величины (42) и (44), видим, что разница квадратов угловых скоростей на границе ядра и на внешней поверхности фигуры отлична от нуля и равна

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G \rho_{\text{m}}} = 0.0006212865 > 0. \quad (45)$$

Следовательно, в равновесной модели ядро должно вращаться быстрее, чем оболочка. Но в реальном небесном теле, из-за сцепления камня и льда, свободного относительного вращения этих подсистем уже нет. Это означает, что две поверхности S' и S не могут быть одновременно уровенными: если ледяная оболочка первой пришла в равновесное состояние, то для каменного ядра, которое, как было показано, должно вращаться чуть быстрее, чем оболочка, равновесия еще нет. Следовательно, реальная модель Харона будет немного отличаться от строго равновесной модели. Эти особенности двухкомпонентной модели играют важную роль при изучении вековой эволюции фигуры Харона.

Уточненные параметры модели Харона. Второе приближение

Уточнение размеров и формы каменного ядра и оболочки. Согласно наблюдениям (см. раздел “Введение”), высота разлома коры на Хароне местами достигает $h \approx 11$ км, а ширина разлома примерно $h \approx 10$ км. Так как толщина темного пятна (его назвали Мордор) на северном полюсе спутника пока остается неизвестной, сжатие поверхности Харона в эпоху начала действия механизма релаксации (сравните с формулами (41)) можно оценить значением

$$\varepsilon \approx 1 - \frac{R}{R + 11} \approx 0.02. \quad (46)$$

Тогда полуоси фигуры спутника в указанную эпоху будут равны

$$a_1 \approx 610 \text{ км}; a_3 \approx 598 \text{ км}; \quad (47)$$

а соответствующие им коэффициенты потенциала A_i (сравни с формулами (41)

$$A_1 = 0.661264,\quad A_3 = 0.677472,\quad 2A_1 + A_3 = 2. \tag{48}$$

Для значения $\varepsilon \approx 0.02$ из (46), уравнение (31) дает значение эллипсоидальной координаты (сравните с (33))

$$x = \frac{\lambda}{a_1^2} \approx 0.4957. \tag{49}$$

Зная $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$, с помощью формул (8), находим уточненные размеры каменного ядра Харона

$$a_1' \approx 433 \text{ км};\quad a_3' \approx 416 \text{ км}, \tag{50}$$

а также толщину ледяной оболочки на экваторе и на полюсе

$$h_1 \approx a_1 - a_1' \approx 176.9 \text{ км},\quad h_3 \approx a_3 - a_3' \approx 182.0 \text{ км}. \tag{51}$$

Масса оболочки и ядра будет составлять

$$M_{\text{sh}} \approx 6.05\times10^{23} \text{ г},\quad M_{\text{core}} \approx 9.81\times10^{23} \text{ г},\quad \frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.617. \tag{52}$$

Для проверки формул (52) найдем полную массу модели

$$M = M_{\text{sh}} + M_{\text{core}} \approx 1.586\times10^{24} \text{ г}, \tag{53}$$

что согласуется с наблюдениями (см. раздел “Введение”). В процентном отношении (к полной массе Харона) массы камня и льда в спутнике соответственно составляют

$$\frac{M_{\text{core}}}{M} \approx 61.8\%,\quad \frac{M_{\text{sh}}}{M} \approx 38.2\%,\quad \frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.617. \tag{54}$$

Результаты (54) уточняют высказанные ранее в литературе предположения для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда (±5%); Stern и др., 2018).

Кроме того, для ядра во втором приближении находим также следующие модельные характеристики

$$\begin{gathered} a_1'/R \approx 0.715;\quad A_1' \approx 0.655701;\quad \bar{A}_1 \approx 1.159028,\\ a_3'/R \approx 0.686;\quad A_3' \approx 0.688599;\quad \bar{A}_3 \approx 1.207209. \end{gathered} \tag{55}$$

Для внешней поверхности модели S из (2) по формуле (27), с учетом величин (47) и (48), находим

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_{\text{m}}} \approx 0.01018446. \tag{56}$$

В свою очередь, по формуле (28), с учетом величин (55), находим квадрат угловой скорости на поверхности ядра S'

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G\rho_{\text{m}}} = 0.062556735. \tag{57}$$

Сравнивая величины (56) и (57), находим разницу квадратов угловых скоростей на границе ядра и на внешней поверхности фигуры

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G\rho_{\text{m}}} = 0.0523722757 > 0. \tag{58}$$

МЕХАНИЗМ ВЕКОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ МОДЕЛИ ХАРОНА

Выше (см. формулу (58)) было показано, что в состоянии равновесия угловая скорость вращения на внешней поверхности модели должна быть немного меньше равновесной угловой скорости ядра. Чтобы прояснить значение этого результата для рассматриваемой задачи, запишем (58) в виде:

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G\rho_{\text{m}}} \approx 0.837\frac{\Omega'^2}{2\pi G\rho_{\text{m}}}. \tag{59}$$

Как видим, найденная поправка составляет заметную часть (почти 84%) от квадрата угловой скорости вращения равновесного ядра. Причиной указанного расхождения является то, что из-за трения между льдом и камнем обе поверхности S и S' одновременно не могут быть уровенными. Как следствие, в данной двухкомпонентной модели появляются малые отклонения от равновесия.

Указанные отклонения от равновесия приводят к вековой эволюции формы каменного ядра и ледяной оболочки. Суть механизма вековой эволюции (см. также раздел “Введение”) заключается в следующем. Лед более пластичен, чем камень, поэтому внешняя граница Харона первой приходит в равновесие. Но процесс эволюции фигуры на этом не останавливается, потому что поверхность ядра еще не эквипотенциальна (как показано выше, для равновесия ядро должно вращаться чуть быстрее оболочки). Поэтому при адаптации оболочки к равновесию каменное ядро вынуждено вращаться вместе с ней *медленнее*, чем ему положено для равновесия. В этих условиях ядро неизбежно начнет *округлять* свою форму. Здесь начинается вторая фаза эволюции: ядро постепенно сферизуется, за счет чего в оболочке возникает дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения фигуры. Когда это давление становится критическим, *в ледяной оболочке на экваторе возникают трещины и разрывы*.

Для иллюстрации действия механизма мы рассмотрели Харон, крупный спутник Плутона. Для него изменению квадрата угловой скорости, найденному в формуле (59), соответствует изменение оси a_3' у ядра (или толщины оболочки Δh_3, см. формулы (36) и (49))

$$\Delta a_3' = \Delta h_3 \approx 11.4 \text{ км}, \tag{60}$$

поэтому относительное изменение толщины оболочки в направлении оси вращения составит $\frac{\Delta a'}{R} = \frac{\Delta h_3}{R} \approx 2\%$. Это заметная величина деформации каменного ядра и она приводит к появлению дополнительных напряжений в ледяной оболочке в направлении к полюсам Харона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе построен механизм вековой эволюции каменно-ледяных тел, симметричных относительно оси вращения. Отмечалось уже, что общий случай трехосных моделей на примере карликовой планеты Хаумеа изучался ранее в статье (Kondratyev, 2016). Следует подчеркнуть, что физические механизмы вековой эволюции трехосных эллипсоидов и двухосных сфероидов принципиально отличаются друг от друга и приводят к совершенно разным следствиям.

Рассматриваемая здесь двухкомпонентная модель небесного тела состоит из сфероидальных каменного ядра и ледяной оболочки; для равновесия системы необходимо (но еще недостаточно!), чтобы внешняя S и внутренняя S' поверхности раздела плотности были софокусными и уровенными сфероидами.

Применяя методы теории потенциала и теории фигур равновесия, были найдены квадратичные гравитационные потенциалы и угловые скорости вращения обеих подсистем модели. Было показано, что эти угловые скорости не равны друг другу, так как согласно теории фигур равновесия, ядро должно вращаться чуть быстрее мантии. Но из-за трения между льдом и камнем, обе компоненты в реальных небесных телах должны вращаться вместе с одной и той же скоростью. Установлено, что внешняя поверхность фигуры S и граничная поверхность S' между каменным ядром и ледяной оболочкой одновременно не могут быть уровенными, вследствие чего возникают малые отклонения от равновесия и начинает действовать механизм релаксации формы каменного ядра. В ходе этой релаксации сфероидальное каменное ядро вынуждено уменьшать свою угловую скорость; при этом оно постепенно сферизуется и начинает оказывать дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения. Это давление от округляющегося ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда (на интервалах в миллиарды лет) оно достигает критического значения, возникают трещины и разрывы на экваторе фигуры. В связи с этим следует также напомнить принципиально другой метод решения задачи о происхождении мощной экваториальной горной гряды на поверхности спутника Сатурна Япета (Кондратьев, 2018).

Для иллюстрации действия нового механизма мы рассмотрели Харон, крупный спутник Плутона, у которого, по данным миссии NASA New Horizons, действительно есть глобальный экваториальный разлом. Наш метод позволил найти размеры и форму каменного ядра и ледяной оболочки: при среднем радиусе Харона $R \approx 606$ км полуоси ядра равны $a_1' \approx 433$ км; $a_3' \approx 416$ км, причем камень и лед составляют 62 и 38% от полной массы спутника, соответственно. Эти результаты уточняют высказанные ранее в литературе предположения для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда (±5%); Stern и др., 2018).

В итоге, разработанный метод позволил объяснить глобальный разлом оболочки на экваторе Харона и уточнить параметры строения этого небесного тела. Получены веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения Харона.

Система Плутон–Харон является во многом уникальной. В ней сложились условия, при которых эволюция привела к двойному резонансу. Заметим, что у самого Плутона экваториальный разлом отсутствует. Это можно объяснить тем, что у Плутона, в отличие от Харона, между камнем и льдом осталась прослойка в виде океана воды. Так как жидкая прослойка нейтрализует эффект сферизации каменного ядра, то указанный механизм вековой эволюции ледяной мантии на самом Плутоне не работает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Кондратьев Б.П. Ньютоновы потенциалы и динамика слоисто-неоднородного эллипсоида // Астрон. журн. 1982. Т. 59. № 3. С. 458–470.

Кондратьев Б.П. Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур. М.: Наука, 1989. 272 с.

Кондратьев Б.П. Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М.: Мир, 2007. 512 с.

Кондратьев Б.П. Фигура равновесия спутника Сатурна Япета и происхождение экваториальной горной гряды на его поверхности // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 2. С. 136–141. (*Kondratyev B.P.* A nonequilibrium figure of Saturn's satellite Iapetus and the origin of the equatorial ridge on its surface // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 2. P. 123–128).

Chandrasekhar S. Ellipsoidal figures of equilibrium. New Haven and London, Yale univ. Press, 1969.

Kondratyev B.P. The near-equilibrium figure of the dwarf planet Haumea and possible mechanism of origin of its satellites // Astrophys. and Space Sci. 2016. V. 361. Iss. 5. id. 169 (9 p.).

Martinez F.J., Cisneros J., Montalvo D. On equilibrium figures for ideal fluids in the form of confocal ellipsoids rotating with common angular velocity // Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica. 1990. V. 20. P. 15–22.

Nimmo F., Umurhan O., Lisse C.M., Bierson C.J., Lauer T.R., Buie M.W., Throop H.B., Kammer J.A., Roberts J.H., McKinnon W.B., Zangari A.M., Moore J.M., Stern S.A., Young L.A., Weaver H.A., Olkin C.B., Ennico K., and the New Horizons GGI team (*1 May* 2017*).* Mean radius and shape of Pluto and Charon from New Horizons images // Icarus. 2017. V. 287. P. 12–29.

Pizzetti P. Principi della teoria meccahica della figura dei planeti. Pisa, 1933.

Stern S.A., Grundy W., McKinnon W.B., Weaver H.A., Young L.A. The Pluto system after New Horizons // Ann. Rev. Astron. and Astrophys. 2018. V. 56. P. 357–392. arXiv: 1712.05669. https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081817-051935. S2CID 119072504

Todhunter I. History of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth. London: Constable, 1973.

Charon: An ice machine in the ultimate deep freeze // Gemini Observatory. 2007. Retrieved 2007-07-18.