

УДК 521.1, 521.182

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ПОЗИЦИОННЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ, ВЫПОЛНЕННЫМ НА ТЕРСКОЛЬСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

© 2023 г. П. А. Левкина<sup>а, \*</sup>, И. Н. Чувашов<sup>б, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>б</sup>Томский государственный университет, Томск, Россия

\*e-mail: ayvazovskaya@inasan.ru

\*\*e-mail: chuvashovin@gmail.com

Поступила в редакцию 28.12.2022 г.

После доработки 28.02.2023 г.

Принята к публикации 05.03.2023 г.

В работе представлена методика обработки позиционных наблюдений околоземных объектов с помощью численной модели движения ИСЗ, разработанной в Научно-исследовательском институте прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИ ПММ ТГУ). Среднеквадратическая ошибка улучшения орбиты без отбраковки наблюдений для таких объектов не превышает 0.3" на семисуточном интервале времени. Получены результаты представления наблюдений на следующее появление объекта, что позволяет находить объект на интервале времени 5 мес. Уточнена орбита при совместной обработке измерений по нескольким появлениям объекта на полугодовом интервале времени. Все результаты получены по наблюдениям, выполненным на оборудовании центра коллективного пользования "Терскольская обсерватория".

**Ключевые слова:** позиционные наблюдения, численное моделирование, орбитальная эволюция, световое давление, космический мусор

**DOI:** 10.31857/S0320930X23040060, **EDN:** RENSOK

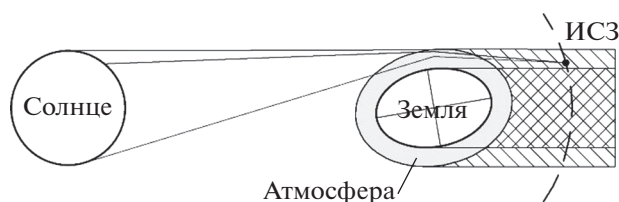
### ВВЕДЕНИЕ

На текущий момент в околоземном космическом пространстве насчитывается почти 54 тыс. объектов искусственного происхождения (<https://www.space-track.org>). Из них 90 процентов – объекты космического мусора, образовавшиеся в результате столкновений между собой или разрушения родительского тела. Наземными службами осуществляется постоянный мониторинг всей наблюдаемой совокупности объектов, поскольку они могут представлять угрозу для действующих космических аппаратов (Klinkrad, 2006). Для большинства таких объектов можно получить позиционные наблюдения, их размеры превышают 10 см (Оголев, Морозов, 2019). Совершенствование методики получаемых наблюдений с возможностью охвата большого количества объектов предъявляет дополнительные требования к качеству программного обеспечения для обработки наблюдательной информации. Программный комплекс для обработки наблюдений должен позволять определять орбиты исследуемых объектов и выдавать эфемериды на длительные интервалы времени. Целями данной работы являются тестирование разработанного программного

обеспечения, а именно численной модели движения ИСЗ, разработанной в Научно-исследовательском институте прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИ ПММ ТГУ), а также проверка возможности обнаружения объекта геостационарной зоны через продолжительный интервал времени (более пяти месяцев).

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Численная модель ИСЗ и космического мусора, разработанная в НИИ ПММ ТГУ, используется для обработки высокоточных позиционных наблюдений малоразмерных фрагментов космического мусора (Aleksandrova и др., 2017). Для определения и долгосрочного прогнозирования орбиты фрагмента космического мусора необходимы длинные ряды наблюдений. Полный ряд наблюдений, как правило, содержит выбросы, так называемые ошибочные наблюдения, погрешности которых не имеют систематики и могут быть связаны с электроникой наблюдательного комплекса, не идеальными погодными условиями



**Рис. 1.** Модель светового давления околоземного объекта, учитывающая двойное преломление света в атмосфере Земли и ее несферичность.

при получении снимков, ошибками наблюдателя и т.д.

В численную модель движения объектов космического мусора включены следующие возмущения:

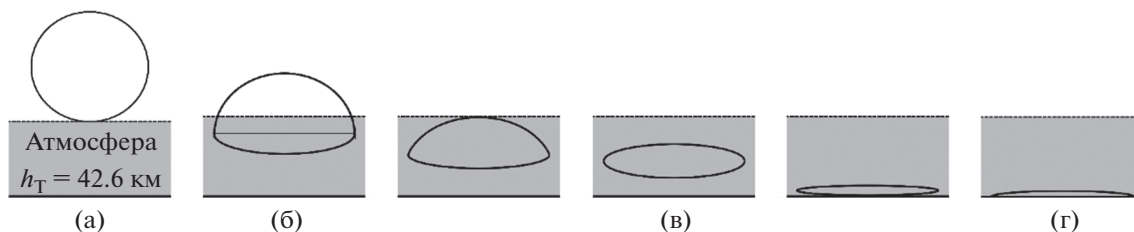
- возмущения, связанные с несферичностью Земли (EGM2008);
- вековые изменения гармонических коэффициентов  $C_{20}$ ,  $C_{30}$ ,  $C_{40}$ ;
- лунно-солнечные возмущения;
- возмущения от светового давления и эффекта Пойнтинга–Робертсона;
- релятивистские эффекты.

В модель также включены следующие поправки к положениям пунктов:

- от приливных деформаций центрального тела;
- от океанических и атмосферных приливов;
- от океанического и твердотельного полюсных приливов.

Суммарная поправка к положениям пунктов наблюдений не превышает нескольких метров. Заметное влияние данных поправок на точность определения орбиты объектов оказывается при уточнении орбиты на длительных интервалах времени. Существенный вклад в движение оказывает сила светового давления ( $\mathbf{P}$ ), которая для сферического объекта задается следующим образом:

$$\mathbf{P} = L \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} - L \left( \frac{\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{x}}{c |\mathbf{x}|} + \frac{\mathbf{x}}{c} \right),$$



**Рис. 2.** Преломление солнечных лучей в атмосфере Земли: (а) — край диска Солнца касается края атмосферы; (б) — погружение диска Солнца в атмосферу Земли; (в) — затмение Солнца атмосферой; (г) — затмение Солнца поверхностью Земли.

где константа  $L$ :

$$L = \kappa \theta \frac{a_E^2 \sigma}{|\mathbf{x}|^2 m},$$

где, в свою очередь,  $\mathbf{x}$  и  $\dot{\mathbf{x}}$  — векторы координат и скоростей объекта в гелиоцентрической системе координат соответственно;  $c$  — скорость света;  $\kappa$  — солнечная постоянная (IERS Standards, 1992),  $\theta$  — постоянная, характеризующая отражающие свойства спутника ( $\theta = 1$  соответствует зеркальному отражению);  $a_E$  — одна астрономическая единица;  $\sigma$  — площадь миделева сечения, отнесенная к плоскости, перпендикулярной гелиоцентрическому вектору положения,  $m$  — масса исследуемого объекта. Первая часть в формуле отвечает за световое давление, вторая — за эффект Пойнтинга–Робертсона (Robertson, 1937). Учет влияния радиационного давления на спутник будет неточным, если не учитывать моменты пересечения орбиты спутника и тени Земли. Поэтому формулу для учета светового давления требуется дополнить параметром функции тени  $\Phi$ .

Для высокоточного численного моделирования необходим программный комплекс, который будет не только учитывать полутень от Земли, но и принимать во внимание двойное преломление солнечных лучей в земной атмосфере и сжатие Земли (рис. 1). В настоящем исследовании вышеперечисленное учитывается с помощью численной модели ИСЗ и космического мусора НИИ ПММ ТГУ. Все основные формулы и их вывод можно найти в работах (Vokrouhlicky и др., 1993; 1996). Здесь мы ограничимся только основными выкладками и небольшими комментариями.

Солнечное затмение на спутнике можно разделить на несколько стадий (рис. 2):

- фаза 0. Нулевая фаза продолжается, пока спутник освещается Солнцем. Этот момент длится до тех пор, пока край диска Солнца не коснется края атмосферы (рис. 2а). За край атмосферы принято считать высоту, на которой коэффициент преломления света становится меньше единицы (42.6 км).

Таблица 1. Наблюдения объекта 90073

| Год  | Количество наблюдений | Количество сеансов |
|------|-----------------------|--------------------|
| 2014 | 1753                  | 4                  |
| 2015 | 2447                  | 4                  |
| 2016 | 1537                  | 3                  |
| 2017 | 2947                  | 4                  |
| 2018 | 3817                  | 4                  |
| 2019 | 1138                  | 2                  |

Далее, при прохождении солнечных лучей сквозь атмосферу Земли происходит искажение диска Солнца, а вследствие этого изменения его геометрических размеров и уменьшение потока радиационного давления на объект. В этом процессе можно выделить две стадии:

- Фаза 1. Первая фаза продолжается до тех пор, пока диск Солнца не будет полностью погружен в атмосферу Земли (рис. 2б).

- Фаза 2. Вторая фаза продолжается пока искаженный диск Солнца не коснется поверхности Земли (рис. 2в). За это время происходит сильное преломление солнечных лучей в плотных слоях атмосферы, что приводит к еще большему уменьшению радиационного давления.

- Фаза 3. После этого наступает “истинная полутьма” — явление, когда диск Солнца перекрывается диском Земли (рис. 2г). С момента захода Солнца за поверхность Земли наступает ночь.

Выход из тени Земли аналогичен описанному выше процессу, только в обратном порядке.

### НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Для исследования были использованы длинные ряды наблюдений малоразмерного геосинхронного объекта космического мусора № 90073. Этот объект является фрагментом китайского метеорологического спутника Fengyun 2D (33458 NORAD (0605304)), выведенного на геостационарную орбиту в декабре 2006 г. С 2007 г. фрагмент Fengyun 2D Deb содержится в каталоге орбит геостационарных объектов ИПМ им. М.В. Келдыша под номером 90073. С 2008 г. содержится в каталоге NORAD (Hoots, Roehrich, 1988).

Объект находится в режиме либрации возле точки  $75^\circ$  в.д.

В табл. 1 приведена статистика наблюдений объекта 90073, полученных на Терскольской обсерватории за несколько лет (Bakhtigaraev и др., 2016).

Для исследования методики обработки измерений нами был взят самый длинный наблюдательный ряд, полученный в 2018 г. Особенность

наблюдений 2018 г. заключается в периодах проведения измерений объекта:

Первый сеанс — с 28 февраля по 13 марта 2018 г.

Второй сеанс — с 24 июня по 08 июля 2018 г.

Третий сеанс — с 10 по 17 октября 2018 г.

Четвертый сеанс — с 17 по 28 декабря 2018 г.

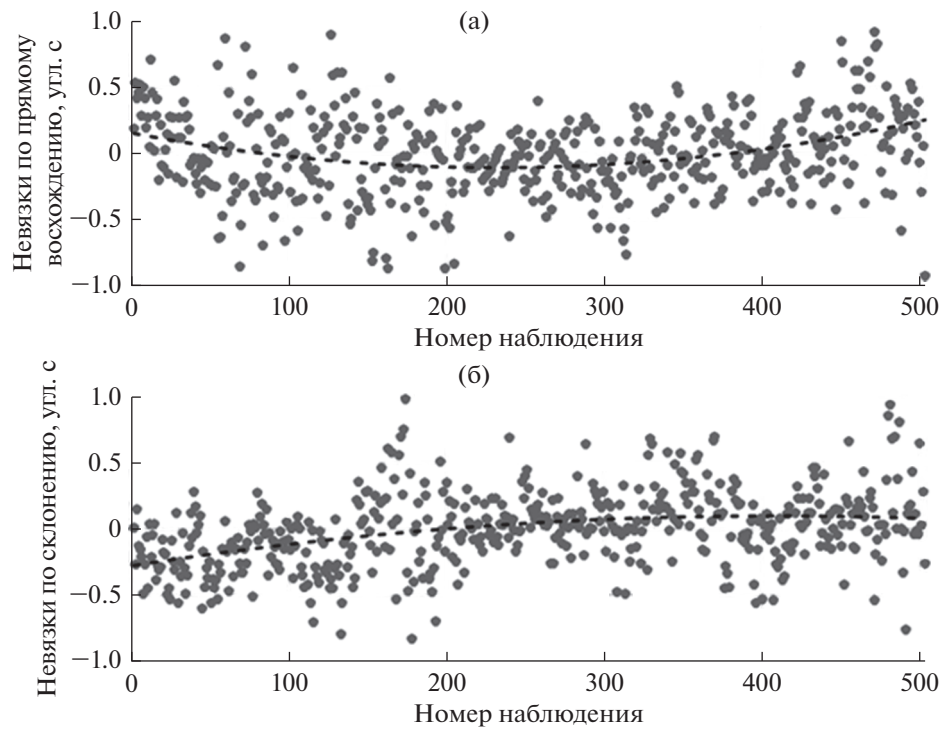
В 2018 г. наибольший интерес представляет второй сеанс, так как эпоха наблюдения находится в середине года, позволяя нивелировать ошибку прогнозирования на краях интервала улучшения орбиты. Кроме того, второй сеанс самый продолжительный из всех наблюдательных сеансов за 2018 г.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ОБЪЕКТА 90073

Для определения начального приближения для улучшения орбиты использовалась хорошо себя зарекомендовавшая в околоземной динамике методика приближенного определения орбиты по двум близким наблюдениям (Батулин, Чувашов, 2006). Упомянутый метод подходит для небольших орбитальных дуг. Определяя орбиту объекта на большом интервале наблюдений, можно столкнуться с овражной обратной задачей, вызванной неточным определением начального положения (Авдюшев, 2010). Из-за неточного определения начального приближения наблюдательный ряд второго сеанса 2018 г. был разбит на два отдельных интервала. Первый интервал включает в себя 503 измерения и длину дуги 7.12 сут (или 7 оборотов вокруг Земли), он позволяет определить начальное положение объекта и оценить ошибки прогнозирования движения объекта на длительные интервалы времени. Второй интервал включает в себя 95 измерений и длину дуги 8 сут (или 8 оборотов вокруг Земли). Второй интервал используется нами как контрольный (см. следующий раздел настоящей статьи).

На рис. 3а и 3б приведены невязки по прямому восхождению и склонению, соответственно. Средняя квадратическая ошибка на этом интервале наблюдений составила  $0.30''$ .

Эпоха определения орбиты лежит на середине интервала, на краях интервала невязки возрастают.



**Рис. 3.** Невязки по прямому восхождению (а) и склонению (б) для объекта 90073 на интервале времени 7 сут в 2018 г. Штрихпунктирная линия показывает степень расхождения между вычисленными и наблюдаемыми угловыми значениями.

Большая совокупность наблюдений получена с невязками, лежащими в интервале от  $-0.3''$  до  $0.3''$ .

Анализ графиков невязок (рис. 3а и 3б) показывает наличие больших отклонений. Например, невязки по прямому восхождению имеют среди прочих большие значения в измерениях от 50-го до 200-го, невязки по склонению — в измерениях от 100-го до 200-го. Эти значения могут иметь разное происхождение: от погрешностей телескопа до ошибок обработки наблюдений. Следовательно, как и в любой обратной задаче небесной механики, нужно прибегать к методике отбраковки наблюдений.

Известно, что отбраковка наблюдений может сильно влиять на качество определяемой орбиты, но также этот процесс может исключить значимые данные из процесса определения орбиты, что может привести к выбору ошибочной орбиты

движения, пусть и с минимальной среднеквадратической ошибкой. При этом важно следить за изменением длины дуги наблюдения, так как зачастую наибольшие отклонения невязок оказываются на краях интервалов наблюдений (рис. 3а и 3б) и могут попасть в отбраковку. В табл. 2–4 приводятся результаты отбраковки по  $3\sigma$ ,  $2\sigma$  и  $1\sigma$ .

После трех этапов отбраковки по  $3\sigma$  на семи-суточном интервале количество наблюдений почти не изменилось (уменьшилось на 1%), среднеквадратическая ошибка уменьшилась на  $0.01''$ .

При отбраковке по  $2\sigma$  (см. табл. 3) среднеквадратическая ошибка уменьшается на 30% и составляет  $0.21''$ , что соответствует ошибке положения в 40 м для геостационарного спутника. При этом количество наблюдений уменьшается на 20%, и отбраковываются наблюдения только внутри интервала, дуга наблюдаемости сохраняется.

**Таблица 2.** Отбраковка наблюдений по  $3\sigma$

| Этап отбраковки | Коэффициент парусности, $\text{м}^2/\text{кг}$ | Количество наблюдений | Среднеквадратическая ошибка, угл. с | Длина дуги, сутки |
|-----------------|------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-------------------|
| 0               | 0.140                                          | 503                   | 0.30                                | 7.12              |
| 1               | 0.140                                          | 499                   | 0.29                                | 7.12              |
| 2               | 0.140                                          | 497                   | 0.29                                | 7.12              |
| 3               | 0.141                                          | 496                   | 0.29                                | 7.12              |

**Таблица 3.** Отбраковка наблюдений по  $2\sigma$ 

| Этап отбраковки | Коэффициент парусности, $\text{м}^2/\text{кг}$ | Количество наблюдений | Среднеквадратическая ошибка, угл. с | Длина дуги, сутки |
|-----------------|------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-------------------|
| 0               | 0.140                                          | 503                   | 0.30                                | 7.12              |
| 1               | 0.141                                          | 450                   | 0.24                                | 7.12              |
| 2               | 0.142                                          | 415                   | 0.22                                | 7.12              |
| 3               | 0.142                                          | 391                   | 0.21                                | 7.12              |

**Таблица 4.** Отбраковка наблюдений по  $1\sigma$ 

| Этап отбраковки | Коэффициент парусности, $\text{м}^2/\text{кг}$ | Количество наблюдений | Среднеквадратическая ошибка, угл. с | Длина дуги, сутки |
|-----------------|------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-------------------|
| 0               | 0.140                                          | 503                   | 0.30                                | 7.12              |
| 1               | 0.140                                          | 260                   | 0.15                                | 7.1               |
| 2               | 0.141                                          | 96                    | 0.08                                | 7.1               |
| 3               | 0.142                                          | 41                    | 0.04                                | 7.1               |

Отбраковка по  $1\sigma$  (табл. 4) приводит к сильному уменьшению среднеквадратической ошибки наблюдения в шесть раз относительно первоначальной, но при этом количество наблюдений уменьшается значительно, больше, чем в 10 раз. Т.е. в данном случае в процессе отбраковки выбраны наиболее приближенные определяемой орбите наблюдения, но отличные от целевой орбиты.

### ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ

По разным наборам наблюдений можно определить множество орбит, для которых среднеквадратическая ошибка будет иметь минимальные значения. Однако такие орбиты могут сильно отличаться от целевой орбиты. Чтобы проверить точность полученной орбиты, прибегают к представлению наблюдений. Расширяя наблюдательный ряд, включая в него новые сеансы наблюдений, можно определить невязки по прямому восхождению и склонению в первой итерации улучшения. По сути, это проецирование траектории движения объекта по вычисленной по предыдущему набору наблюдений орбите на небесную сферу и нахождение отклонения данной траектории от наблюдаемой. Проверка выбранной орбиты осуществлялась на следующих восьми днях, т.е. на втором (контрольном) интервале (см. предыдущий раздел статьи), количество наблюдений при этом увеличилось до 598 измерений. При этом невязки по прямому восхождению резко возрастают, достигая  $4''$  на  $22\text{-м}$  наблюдении и далее уменьшаются (см. рис. 4), а для склонения такого не наблюдается. Это говорит о том, что семи оборотов объекта вокруг Земли недостаточно для точного определения орбиты и прогнозирования

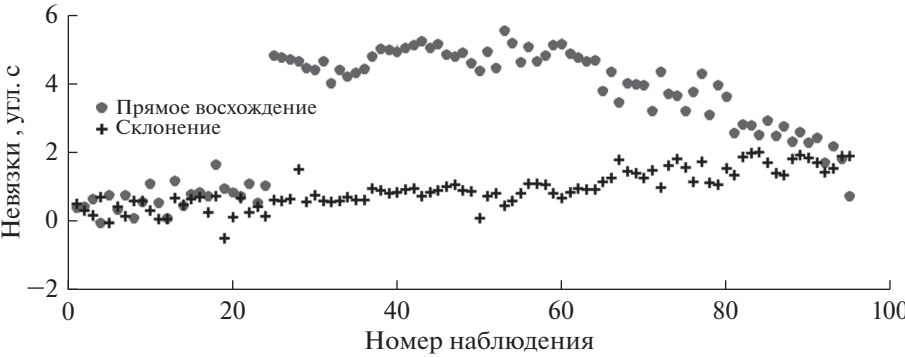
движения объекта на длительные интервалы времени. Иными словами, первоначально выбранного интервала в 7.12 сут недостаточно для определения орбиты.

Уточнение орбиты на интервале времени 15 сут привело к уменьшению среднеквадратической ошибки до  $0.6''$ . Также была произведена отбраковка наблюдений по критерию  $2\sigma$  и, как видно из табл. 5, на второй итерации отбраковки получилась орбита (серый фон строки), которая удовлетворяет нескольким условиям: длина дуги наблюдаемости не меняется и составляет 15 витков объекта, среднеквадратическая ошибка уменьшается более чем в два раза, количество измерений уменьшается на 140 наблюдений (20% от общего количества). Дальнейшая отбраковка сильно уменьшает дугу наблюдаемости и меняет состав наблюдений, следовательно, использование орбиты после третьей итерации отбраковки по  $2\sigma$  является нецелесообразным.

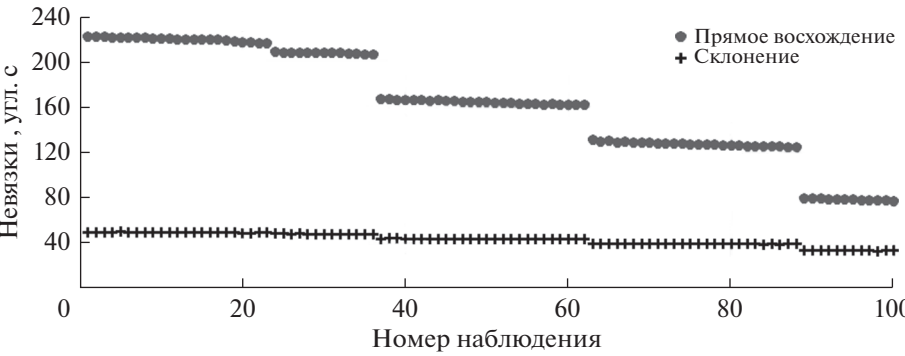
Орбиту, представленную после отбраковки по  $2\sigma$ , можно считать целевой орбитой и использовать ее для представления наблюдений на более длительный интервал времени (табл. 6).

Рассмотрим возможность представления наблюдений на более длительном интервале времени. Заметим, что эпоха наблюдения остается внутри интервала наблюдений 15 сут (табл. 6), а дуга наблюдаемости значительно увеличивается с 15 сут до 5 мес., т.е. более чем в 10 раз. Уточнение орбиты на таком длительном интервале времени позволяет проверить:

- точность полученных наблюдений;
- эффективность включения значимых возмущений в модель сил движения геостационарного



**Рис. 4.** Среднеквадратические ошибки по прямому восхождению (серый цвет) и склонению (черный цвет), представленные на интервале времени 15 сут.



**Рис. 5.** Среднеквадратические ошибки по прямому восхождению (серый цвет) и склонению (черный цвет), представленные через пять месяцев.

объекта, которые могут повлиять на движение на этом интервале времени;

– возможность поиска и обнаружения данного объекта на длительных интервалах времени.

На рис. 5 показаны невязки по прямому восхождению и склонению представления наблюдений на пять месяцев. Можно заметить, что невязки разбиты на группы, это связано с несколькими сеансами измерений объекта в течение одной ночи.

Из рис. 5 следует, что самая большая невязка по прямому восхождению лежит в интервале до 220". Это примерно в 3 раза меньше, чем поле зрения телескопа Zeiss-2000 (11" × 11"), на котором выполняются наблюдения. Таким образом, по

результатам определения орбиты описанным методом через 5 мес. объект может быть найден в поле зрения телескопа без дополнительных поисковых наблюдений.

Если уточнить орбиту объекта 90073 на 5-месячном интервале времени, то можно получить следующие параметры (табл. 7). Среднеквадратическая ошибка уточнения орбиты составила 8.52", что является довольно большим значением. Ошибка определения параметров также увеличилась.

Сравнивая значения кеплеровых элементов орбиты, полученных на 15-суточном и на 5-месячном интервале времени, можно обратить вни-

**Таблица 5.** Определение орбиты объекта 90073. Отбраковка наблюдений по 2σ

| Номер отбраковки | Коэффициент парусности, м <sup>2</sup> /кг | Количество наблюдений | Среднеквадратическая ошибка, угл. с | Длина дуги, сутки |
|------------------|--------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-------------------|
| 0                | 0.140                                      | 598                   | 0.61                                | 15.1              |
| 1                | 0.139                                      | 523                   | 0.46                                | 15.1              |
| 2                | 0.139                                      | 460                   | 0.28                                | 15.0              |
| 3                | 0.138                                      | 423                   | 0.23                                | 7.11              |

**Таблица 6.** Кеплеровы элементы орбиты объекта 90073, полученные на 15-суточном интервале времени

|                                            |                               |
|--------------------------------------------|-------------------------------|
| Эпоха                                      | 2018.06.29 00:00:00           |
| Большая полуось, м                         | $42\,159\,086.9298 \pm 27.81$ |
| Эксцентриситет                             | $0.007634 \pm 0.0000011$      |
| Наклон орбиты, град                        | $6.6830 \pm 0.0000032$        |
| Долгота восходящего узла, град             | $56.4970 \pm 0.000091$        |
| Аргумент перицентра, град                  | $331.9418 \pm 0.0012$         |
| Средняя аномалия, град                     | $315.7332 \pm 0.0012$         |
| Коэффициент парусности, м <sup>2</sup> /кг | 0.138998                      |

**Таблица 7.** Кеплеровы элементы орбиты объекта 90073, полученные на пятимесячном интервале времени

|                                            |                                |
|--------------------------------------------|--------------------------------|
| Эпоха                                      | 2018.06.29 00:00:00            |
| Большая полуось, м                         | $42\,159\,060.9082 \pm 258.44$ |
| Эксцентриситет                             | $0.0073894 \pm 0.000018$       |
| Наклон орбиты, град                        | $6.6828 \pm 0.000067$          |
| Долгота восходящего узла, град             | $56.4990 \pm 0.0018$           |
| Аргумент перицентра, град                  | $332.2583 \pm 0.033$           |
| Средняя аномалия, град                     | $315.3944 \pm 0.032$           |
| Коэффициент парусности, м <sup>2</sup> /кг | 0.132156                       |

мание, что значения элементов не сильно отличаются друг от друга. Самое большое отличие наблюдается только в большой полуоси — 26 м, но это меньше, чем ошибка определения параметра большой полуоси. Все остальные параметры остаются почти без изменения. Стоит обратить внимание, что чем больше интервал наблюдения, тем сложнее обеспечить сходимость итерационного процесса. Хотя численная модель имеет субсантиметровую точность прогнозирования (Оголев, Морозов, 2019), она сильно зависит от точности самих наблюдений. Известно, что внутренняя точность позиционных наблюдений составляет 0.1–0.15" или 20 м на геостационарной орбите, что очень близко к точности определения орбитальных параметров. Это может приводить к большим ошибкам определения орбиты на длительных интервалах времени. К тому же коэффициент парусности из-за неуправляемого трехосного вращения должен рассматриваться не в качестве постоянной величины, а как изменяющийся во времени параметр. Эффект от вращения объекта может не сильно влиять на движение из-за усреднения значения миделевого сечения на коротком интервале времени (что видно из табл. 2–5), а на длительных интервалах времени изменение площади миделевого сечения должно описываться формулой вращения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты численного моделирования движения объекта 90073, параметры орбиты которого были получены при помощи позиционных наблюдений, выполненных на оборудовании Центра коллективного пользования “Терскольская обсерватория”.

Моделирование проводилось с использованием программного комплекса “Численная модель движения ИСЗ”, адаптированного для уточнения орбит объектов космического мусора.

Разработана методика первичной обработки продолжительных позиционных наблюдений околоземных объектов с вынужденной отбраковкой измерений, позволяющей сохранить дугу наблюдения, приемлемое количество измерений (состав наблюдений) и вместе с тем уменьшить среднеквадратическую ошибку наблюдений.

По результатам исследования можно сформулировать следующие выводы:

- орбита объекта, определенная на коротком интервале времени (7 и менее оборотов объекта вокруг Земли), может не совпадать с целевой орбитой, что приведет к большим ошибкам представления наблюдений на следующее появление объекта;

- длительные наблюдательные ряды (15 и более оборотов объекта вокруг Земли) позволяют уточнить орбиту объекта, что позволяет представ-

лять наблюдения на 5 и более месяцев и находить объект в поле видимости телескопа, не прибегая к дополнительным поисковым методам;

– определение усредненного коэффициента парусности совместно с вектором состояния объекта целесообразно проводить на коротких интервалах времени, на длительных интервалах времени включение этого параметра в определяемые ухудшает процесс сходимости.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (МК-4236.2022.1.2).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авдюшев В.А.* Численное моделирование орбит. Томск: Изд-во НТЛ, 2010. 282 с.
- Батулин А.П., Чувашов И.Н.* Упрощенный способ определения начального приближения при улучшении орбит // Изв. вузов. Физика. 2006. № 2. Приложение. С. 52–55.
- Оголев А.В., Морозов С.В.* Анализ засоренности околоземного космического пространства объектами техногенного происхождения и их влияние на функционирование космических аппаратов // Сб. трудов Всероссийской научной конференции с международным участием “Космический мусор: фундаментальные и практические аспекты угрозы”. М.: ИКИ РАН, 2019. С. 15–19.
- Aleksandrova A.G., Bordovitsyna T.V., Chuvashov I.N.* Numerical modeling in problems of near-Earth object dynamics // Russian Phys. J. 2017. V. 60. № 1. P. 80–89.
- Bakhtigaraev N.S., Levkina P.A., Chazov V.V.* Empirical model of motion of space debris in the geostationary region // Sol. Syst. Res. 2016. V. 50. № 2. P. 130–135.
- Hoots F., Roehrich R.* Models for propagation of NORAD element sets // Spacetrack Report. 1988. № 3. 91 p.
- IERS Standarts.* IERS Technical Note. Paris: Central Bureau of IERS, 1992. 150 p.
- Klinkrad H.* Space Debris. Models and Risk Analysis. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006. 430 p.
- Robertson H.P.* Dynamical effects of radiation in the Solar System // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1937. V. 97. P. 423–438.
- Vokrouhlicky D., Farinella P., Mignard F.* Solar radiation pressure perturbations for Earth satellites. 1. A complete theory including penumbra transitions // Astron. and Astrophys. 1993. V. 280. № 2. P. 295–312.
- Vokrouhlicky D., Farinella P., Mignard F.* Solar radiation pressure perturbations for Earth satellites. 4. Effects of the Earth’s polar flattening on the shadow structure and the penumbra transitions // Astron. and Astrophys. 1996. V. 307. № 2. P. 635–644.