

© 2019 г. С.Н. СТЕПАНОВ, д-р техн. наук (stpnsrg@gmail.com),  
М.С. СТЕПАНОВ, канд. техн. наук (mihstep@yandex.ru)  
(Московский технический университет связи и информатики)

## ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ТРЕБУЕМОГО ОБЪЕМА РЕСУРСА БЕСПРОВОДНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ ПРИ СОВМЕСТНОМ ОБСЛУЖИВАНИИ ГЕТЕРОГЕННОГО ТРАФИКА УСТРОЙСТВ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ<sup>1</sup>

Построена и исследована математическая модель распределения ресурса передачи информации изолированной соты сети подвижной связи стандарта LTE при совместном обслуживании гетерогенного трафика устройств Интернета Вещей. В модели рассматривается произвольное число потоков мультимедийного трафика, которые различаются интенсивностью поступления сессий связи, величиной ресурса, используемого для обслуживания одной сессии, временем занятия ресурса и вероятностью допуска сессии к передаче информационного потока. Определены характеристики качества обслуживания поступающих сессий. Построен эффективный алгоритм оценки объема ресурса, требуемого для обслуживания заданных потоков трафика с необходимым качеством. Эффективность алгоритма достигается в результате реализации рекурсии по объему имеющегося ресурса и использования при проведении вычислений нормированных значений вероятностей состояний модели. Алгоритм отличается вычислительной стабильностью и позволяет решать задачу оценки ресурса во много раз быстрее, чем традиционные подходы, основанные на вычислении для каждой величины ресурса вероятностей всех состояний и последующей их нормировкой. Приведены численные примеры, иллюстрирующие особенности реализации разработанных вычислительных процедур.

*Ключевые слова:* Интернет Вещей, мультисервисный трафик, марковские модели, система уравнений равновесия, рекурсивные алгоритмы, планирование ресурса передачи.

DOI: 10.1134/S0005231019110060

### 1. Введение

Одной из основных тенденций развития сетей связи является реализация положений концепции Интернета Вещей. Огромное количество разного рода устройств, в их число входят датчики, видеокамеры и т.д., собирают и передают в аналитические центры сведения, необходимые для принятия решений, направленных на обеспечение требуемого уровня безопасности жизнедеятельности и повышение эффективности работы разнообразных технических систем. Информация передается с использованием ресурса сетей связи. Часто

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №16-29-09497офи-м).

устройства наблюдения устанавливаются в местах, где отсутствует возможность подключения к сети фиксированной связи. В этой ситуации для передачи собираемой информации используется инфраструктура сетей подвижной связи. Для реализации этой возможности консорциум 3GPP (3rd Generation Partnership Project) разработал стандарт NB-IoT (Narrow Band Internet of Things), где рассмотрены несколько сценариев подключения к сети LTE разнообразных низкоскоростных датчиков телеметрии [1–4]. В соответствии с решением ГКРЧ [5] полосы частот для NB-IoT разрешено выделить в диапазоне от 400 до 2600 МГц. Это означает осуществимость совместной передачи в одной полосе видеотрафика и трафика NB-IoT.

Для практических приложений представляет интерес реализация NB-IoT в пределах частотного диапазона LTE. Этот сценарий носит название *in band* [1–3]. В этом случае для трафика NB-IoT выделяется один из ресурсных блоков LTE шириной 180 кГц. Для передачи трафика NB-IoT ресурсный блок делится на 12 поднесущих по 15 кГц (уже стандартизировано решение, в котором ресурсный блок делится на 48 поднесущих по 3,75 кГц). Для обслуживания одного устройства NB-IoT может использоваться одна поднесущая (режим *single tone*) или несколько поднесущих (режим *multitone*). Последний сценарий применим при наличии свободных поднесущих. Необходимо отметить, что принятие стандарта еще не означает, что сформулированы правила его применения. Подобные решения нуждаются в настройке, которая заключается в выборе значений параметров, регулирующих прием и обслуживание поступающих информационных потоков применительно к особенностям рассматриваемой системы связи. Обоснованный выбор численных значений параметров и является основной целью научных исследований в этой области телекоммуникаций. Обсудим задачи, возникающие при использовании ресурса LTE на передачу трафика NB-IoT.

В соответствии с действующим стандартом пока не реализована возможность динамического распределения совместно используемого ресурса между трафиком LTE и NB-IoT. Ресурсные блоки закрепляются между трафиком LTE и NB-IoT на этапе конфигурации сети. Как показывают результаты моделирования [6], этот подход позволяет добиться требуемых показателей обслуживания поступающего трафика, но по понятным причинам неэффективен с точки зрения занятия ресурса, а также весьма чувствителен к возможному изменению интенсивностей поступающих потоков. Для устранения отмеченных недостатков проводятся теоретические исследования разных схем динамического распределения совместно используемого ресурса [6–8]. Рассмотрим возникающие здесь проблемы более детально.

Информация датчиков и видеокамер передается в виде последовательности сессий связи. Поступающие информационные сообщения различаются по объему необходимого ресурса и требованиям к условиям передачи. Так, например, для обслуживания сессий связи высокоскоростных видеокамер одновременно требуется большой объем ресурса и соответствующая информация должна быть передана с минимальной задержкой и, напротив, сессии связи низкоскоростных смарт-счетчиков требуют малый объем ресурса и в ряде случаев данные измерений могут быть переданы с небольшой задержкой.

Совместное использование ограниченного по разным причинам<sup>2</sup> ресурса сетей подвижной связи приводит к его перераспределению в пользу потоков с малыми запросами к скорости передачи. Особенно ярко это проявляется в условиях перегрузки. Соответствующие численные данные будут приведены в разделе 3.

Для выравнивания показателей качества обслуживания применяются различные формы ограничения доступа, позволяющие резервировать ресурс для выделенной группы потоков. Один из таких подходов рассмотрен в [6]. Действие механизма резервирования основано на перераспределении обслуживаемого трафика, обеспечивающем наличие свойства мультипликативности у значений стационарных вероятностей модели. Эта возможность требует выполнения определенных предположений о характере времени обслуживания трафика и конфигурации сети, поэтому не всегда реализуема. Выбор конкретной процедуры во многом зависит от наличия эффективного и устойчивого в вычислительном плане алгоритма оценки требуемого объема ресурса и параметров его резервирования [6–13]. Наличие отмеченных свойств алгоритма является необходимым условием для его использования в программно-аналитических комплексах планирования сетей связи [9, 10, 13, 14]. В работе алгоритм с перечисленными свойствами будет получен для модели распределения ресурса передачи информации изолированной соты сети подвижной связи стандарта LTE при совместном обслуживании неоднородного трафика устройств Интернета Вещей с использованием технологии NB-IoT. Для резервирования ресурса будет использована процедура фильтрации поступающих сессий, зависящая от номера потока и степени загрузки ресурса [9, 10].

В разделе 2 приведено математическое описание исследуемой системы связи. В модели рассматривается произвольное число потоков мультимедийного трафика, которые различаются интенсивностью поступления сессий связи, величиной ресурса, используемой для обслуживания одной сессии, временем занятия ресурса и вероятностью допуска сессии к передаче информационного потока. Определены характеристики качества обслуживания поступающих сессий. В разделе 3 рассмотрены точные и приближенные алгоритмы оценки характеристик модели. В разделе 4 построен и исследован эффективный алгоритм расчета объема ресурса, требуемого для обслуживания заданных потоков трафика с необходимым качеством. Алгоритм отличается вычислительной стабильностью и позволяет решать задачу оценки величины ресурса во много раз быстрее, чем традиционные подходы. Эффективность алгоритма достигается в результате реализации рекурсии по объему имеющегося ресурса и использовании нормированных значений вероятностей состояний модели. В разделе 5 приведены примеры, иллюстрирующие особенности реализации разработанных вычислительных процедур.

## 2. Описание математической модели

Обсудим функциональные особенности исследуемой системы связи и сформулируем основные предположения, которые будут использованы при построении ее математической модели. Начнем с определения потоков требо-

---

<sup>2</sup> Это ограничения физического плана, а также результат действий регулятора, направленных на предоставление операторам равных возможностей присутствия на рынке связи.

ваний на выделение ресурса передачи информации. В модели рассматривается процесс поступления и обслуживания  $n$  потоков сессий связи от устройств Интернета Вещей, в число которых входят видеокamеры и другие подобные им системы видеонаблюдений, а также устройства NB-IoT, состоящие из разнообразных датчиков телеметрии. Среди них: медицинские датчики, навигационные датчики, температурные датчики, приборы охранной сигнализации, противопожарные датчики и т.п. Каждый поток является суперпозицией сессий связи от большого числа независимых однотипных устройств, поэтому исходя из известных положений теории вероятностей его можно приближенно считать пуассоновским.

В процессе обслуживания сессии, выделяется определенный объем ресурса который используется для поддержки запросов клиентов на передачу информации. Распределение ресурса рассматривается на шкале времени, определяемой поступлением заявок. Каждому запросу ставится в соответствие случайный объем передаваемого пользовательского трафика, который имеет экспоненциальное распределение с известным средним значением. В сетях подвижной связи на базе технологии LTE ресурсом обслуживания поступающих запросов является множество ресурсных блоков (РБ), зависящее от выделенной полосы частот, например для 1,4 МГц — 6 РБ, для 5 МГц — 25 РБ, а для 20 МГц — 100 РБ. В зависимости от вида поступающего трафика возможна дальнейшая грануляция ресурса. Понятно, что в рассматриваемой модели минимальные требования к ресурсу имеют запросы на информационное обслуживание от NB-IoT-устройств. Среднее значение соответствующего требования и будет единицей ресурса или виртуальным каналом. Обозначим через  $r_b$  общее число имеющихся ресурсных блоков, а через  $v_c$  обозначим число выбранных единиц ресурса, которое содержится в одном ресурсном блоке. Для простоты будем предполагать, что  $v_c$  целое число. Далее будет рассмотрено решение задачи оценки необходимого по нагрузке и качеству обслуживания объема ресурса в направлении восходящей линии связи (uplink direction) от пользователей к ресурсу изолированной соты сети стандарта LTE. Обозначим величину искомого ресурса через  $v$ . Значение  $v$  в соответствии с введенными параметрами определяется из выражения  $v = r_b v_c$ .

Введем параметры  $k$ -го потока сессий:  $\lambda_k$  — интенсивность поступления сессий;  $b_k$  — число единиц ресурса, используемого для обслуживания одной сессии;  $1/\mu_k$  — среднее время обслуживания сессии. Будем предполагать, что время обслуживания сессии  $k$ -го потока имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_k$  и потоки занумерованы в порядке возрастания  $b_k$ . Обозначим через  $\varphi_k(i)$  вероятностную функцию, которая будет использоваться для фильтрации процесса доступа сессий к ресурсу в зависимости от значений  $k$  номера потока и  $i$  общего числа занятых единиц ресурса. Сессия  $k$ -го потока, поступившая в момент занятости  $i$  единиц ресурса, принимается к обслуживанию с вероятностью  $1 - \varphi_k(i)$ , а с противоположной вероятностью  $\varphi_k(i)$  сессия получает отказ и не возобновляется.

Обсудим выбор значений функции  $\varphi_k(i)$ . Поскольку  $\varphi_k(i)$  представляет собой вероятность отказа в обслуживании, то выполняются неравенства  $0 \leq \varphi_k(i) \leq 1$ ,  $k = 1, \dots, n$ . Отказ в обслуживании из-за нехватки ресурса происходит с вероятностью, равной единице. Следовательно, для сессий  $k$ -го по-

тока справедливы соотношения  $\varphi_k(i) = 1$ , если  $i = v - b_k + 1, v - b_k + 2, \dots, v$ . Рассмотрим возможности использования функции  $\varphi_k(i)$  для реализации процедуры резервирования ресурса в пользу отдельных потоков. Из свойств пуассоновского потока (свойство PASTA [10]) следует, что для каждого потока доля потерянных заявок совпадает с долей времени пребывания модели в состоянии с числом занятых единиц ресурса, более или равном  $v - b_k + 1$ . Тогда, чтобы выравнять значения потерь для всех потоков, достаточно взять

$$(1) \quad \varphi_k(i) = 1, \quad i = v - b_n + 1, v - b_n + 2, \dots, v; \quad k = 1, \dots, n.$$

Назовем данный выбор традиционной процедурой резервирования ресурса.

Допустим ставится задача предоставить преимущество потокам сессий с номерами  $\ell, \ell + 1, \dots, n$ . В этой ситуации функцию фильтрации сессий выберем из соотношений

$$(2) \quad \begin{aligned} \varphi_k(i) &= 1, & i &= v - z, v - z + 1, \dots, v; & k &= 1, \dots, \ell - 1; \\ \varphi_k(i) &= 1, & i &= v - b_n + 1, v - b_n + 2, \dots, v; & k &= \ell, \ell + 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Будем предполагать, что  $z \geq b_n - 1$ . Значение  $z - b_n + 1$  определяет дополнительный ресурс, который используется для создания преимущества сессиям с номерами потоков  $k = \ell, \ell + 1, \dots, n$ . В контексте построенной модели это сессии передачи видео. Рассмотренные процедуры резервирования ресурса показаны на рис. 1 для модели с числом потоков  $n = 5$ . Потоки с номерами 1, 2, 3 представляют из себя сессии NB-IoT-устройств с малым потреблением ресурса, а потоки с номерами 4, 5 — это сессии связи видеокамер с большим потреблением ресурса.

Введенные процедуры резервирования позволяют выравнять потери, но происходит это в результате недоиспользования ресурса передачи. Можно рассмотреть компромиссный вариант резервирования, когда фильтрация сессий происходит с вероятностью, меньшей единицы. Выбор величины вероятности зависит от условий принятого соглашения об обслуживании.

Перейдем к построению случайного процесса, описывающего динамику изменения состояний модели. Для  $k$ -го потока достаточность ресурса оценим величиной  $\pi_k$  долей потерянных сессий связи, а эффективность его использования — значением  $m_k$  (средним числом занятых единиц ресурса). Для оценки этих характеристик достаточно знать долю времени пребывания модели в состоянии с известным числом сессий каждого потока, находящихся на обслуживании. Выбор характеристик определяет состояние модели в виде вектора  $(i_1, \dots, i_n)$  с компонентами, удовлетворяющими неравенству  $i_1 b_1 + \dots + i_n b_n \leq v$ , где  $i_k$  — число сессий  $k$ -го потока, находящихся на обслуживании,  $k = 1, \dots, n$ . Множество таких векторов представляет из себя пространство теоретически возможных состояний модели. Пространство реально используемых состояний  $S$  является подмножеством  $\Omega$  и определяется выбором значений функций блокировки. Изменение состояний модели во времени описывается случайным процессом

$$r(t) = (i_1(t), \dots, i_n(t)),$$

где  $i_k(t)$  — число сессий  $k$ -го потока, находящихся на обслуживании в момент  $t$ . Процесс  $r(t)$  марковский, поскольку построен в соответствии с положениями конструктивного определения марковского процесса.

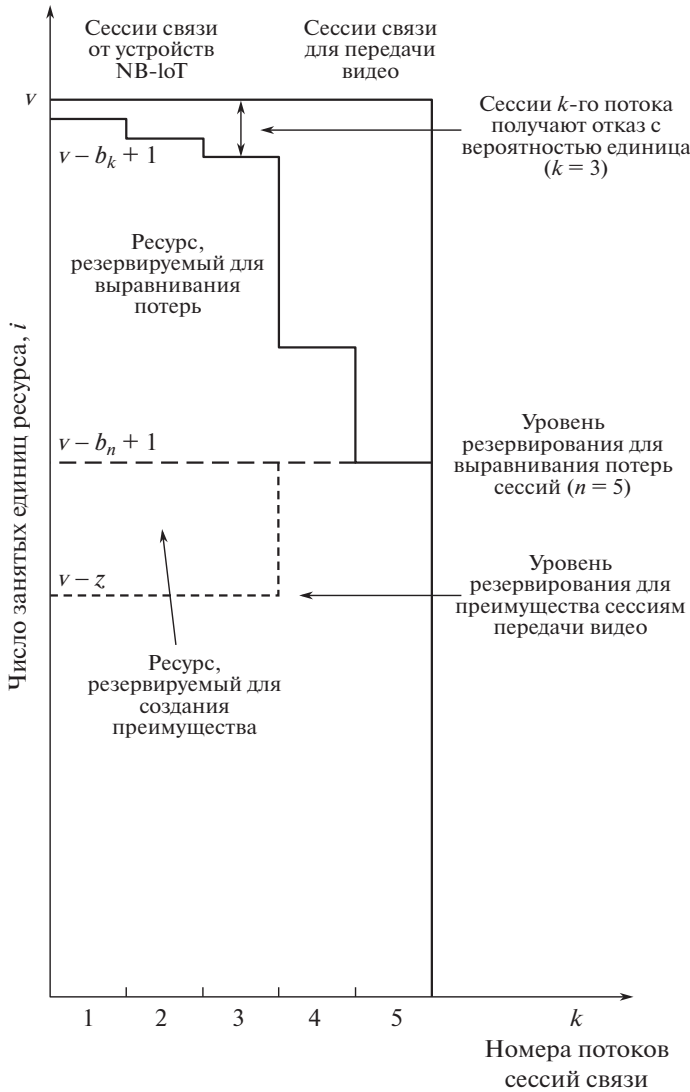


Рис. 1. Функциональная модель резервирования ресурса.

Пусть  $p(i_1, \dots, i_n)$  — стационарная вероятность состояния  $(i_1, \dots, i_n)$ , а  $i = i_1 b_1 + \dots + i_n b_n$  — число единиц ресурса, занятых в этом состоянии. Используя свойство PASTA и формулу Литтла, получаем расчетные выражения для  $\pi_k$  и  $m_k$ :

$$(3) \quad \pi_k = \sum_{(i_1, \dots, i_n) \in S} p(i_1, \dots, i_n) \varphi_k(i), \quad m_k = \frac{\lambda_k}{\mu_k} (1 - \pi_k).$$

Для оценки характеристик в соответствии с введенными определениями необходимо найти  $p(i_1, \dots, i_n)$ . Отметим, что использование процедуры резервирования может привести к появлению односторонних переходов между состояниями  $r(t)$ . Следовательно, процесс  $r(t)$  необратим и по этой причине не

имеет мультипликативной формы представления  $p(i_1, \dots, i_n)$ . Это свойство затрудняет расчет характеристик обслуживания сессий связи и заставляет искать альтернативные пути их оценки.

### 3. Точные и приближенные алгоритмы вычисления характеристик

Точные способы расчета введенных характеристик основаны на составлении и решении системы уравнений равновесия. Для каждого  $(i_1, \dots, i_n) \in \Omega$  составление уравнения равновесия сводится к реализации принципа равенства среднего числа выходов  $r(t)$  в единицу времени из  $(i_1, \dots, i_n)$  к среднему числу переходов  $r(t)$  в единицу времени в это состояние. Далее в обозначениях вероятностей состояний будем использовать прописную букву для ненормированных значений вероятностей и строчную — для нормированных. Искомая система имеет вид

$$(4) \quad P(i_1, \dots, i_n) \sum_{k=1}^n \left( \lambda_k (1 - \varphi_k(i)) + i_k \mu_k I(i_k > 0) \right) = \\ = \sum_{k=1}^n P(i_1, \dots, i_k - 1, \dots, i_n) \lambda_k (1 - \varphi_k(i - b_k)) I(i_k > 0) + \\ + \sum_{k=1}^n P(i_1, \dots, i_k + 1, \dots, i_n) (i_k + 1) \mu_k I(i + b_k \leq v), \\ (i_1, \dots, i_n) \in \Omega.$$

Здесь  $I(\cdot)$  — индикаторная функция события, равная единице, если выполнены сформулированные в скобках ограничения на изменение целочисленных компонент состояния, и равная нулю в противном случае. Найденные величины  $P(i_1, \dots, i_n)$  необходимо нормировать. Часть состояний из  $\Omega$  по условиям выбора функций блокировки может и не попасть в  $S$ . Величины их вероятностей принимаются равными нулю.

Поскольку матрица (4) не обладает какими-либо специальными свойствами, то для оценки стационарных вероятностей рекомендуется использовать итерационные методы. Наиболее известным и простым в реализации является итерационный метод Гаусса–Зейделя. Используя найденный вид (4), перепишем систему рекурсивных соотношений алгоритма Гаусса–Зейделя в виде одного выражения с коэффициентами, зависящими от компонент состояния  $(i_1, \dots, i_n) \in \Omega$ :

$$(5) \quad P^{(s+1)}(i_1, \dots, i_n) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \left( \lambda_k (1 - \varphi_k(i)) + i_k \mu_k I(i_k > 0) \right)} \times \\ \times \left( \sum_{k=1}^n P^{(s,s+1)}(i_1, \dots, i_k - 1, \dots, i_n) \lambda_k (1 - \varphi_k(i - b_k)) I(i_k > 0) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^n P^{(s,s+1)}(i_1, \dots, i_k + 1, \dots, i_n) (i_k + 1) \mu_k I(i + b_k \leq v) \right).$$



В приведенном соотношении верхний индекс ( $s$ ) означает  $s$ -е приближение к  $P(i_1, \dots, i_n)$ , полученное с помощью введенной рекурсии. Верхний индекс ( $s, s + 1$ ) означает использование ( $s + 1$ )-го приближения к  $P(i_1, \dots, i_n)$ , если же оно еще не найдено, то применяется известное  $s$ -е приближение.

В качестве начального приближения берется любое приближение с положительными компонентами. Приведенная выше реализация рекурсии Гаусса–Зейделя не обладает гарантированной сходимостью применительно к решению систем уравнений равновесия, но в подавляющем большинстве случаев она имеет место. Сходимость исследуется косвенными методами на основе анализа близости последовательных приближений и выполнения известных теоретических соотношений, например законов сохранения, следующих из формулы Литтла. Если в (4) одну из неизвестных вероятностей положить равной единице, убрать уравнение, соответствующее этому состоянию, и перейти к решению неоднородной системы линейных уравнений, то рекурсия Гаусса–Зейделя всегда сходится (из-за наличия слабого диагонального преобладания) [15], но требует для своей реализации существенно большего числа итераций, чем рекурсия по формуле (5).

Для исследуемой модели можно построить приближенный алгоритм оценки характеристик, отличающийся очень хорошей точностью. Обозначим приближенные значения характеристик теми же символами, что и в исходной модели, только со знаком  $\hat{\cdot}$ . Идея метода основана на постулируемом выполнении в каждом состоянии  $(i_1, \dots, i_n) \in S$  соотношений детального баланса

$$(6) \quad \hat{p}(i_1, \dots, i_k - 1, \dots, i_n) \lambda_k (1 - \varphi_k(i - b_k)) = \hat{p}(i_1, \dots, i_n) i_k \mu_k.$$

Введем обозначения:

$$\hat{p}(i) = \sum_{(i_1, \dots, i_n) \in S | i_1 b_1 + \dots + i_n b_n = i} \hat{p}(i_1, \dots, i_n), \quad i = 0, 1, \dots, v; \quad a_k = \lambda_k / \mu_k.$$

После суммирования (6) по всем  $(i_1, \dots, i_n) \in S$ , удовлетворяющим условию  $i_1 b_1 + \dots + i_n b_n = i$ , получаем рекурсивное выражение, связывающее значения  $\hat{P}(i)$ ,  $i = 1, \dots, v$ :

$$(7) \quad \hat{P}(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k \hat{P}(i - b_k) (1 - \varphi_k(i - b_k)).$$

После реализации рекурсии находим оценки характеристик:

$$(8) \quad \hat{\pi}_k = \sum_{i=0}^v \hat{p}(i) \varphi_k(i), \quad \hat{m}_k = a_k b_k (1 - \hat{\pi}_k), \quad k = 1, \dots, n.$$

Построенную математическую модель и алгоритмы расчета ее характеристик можно использовать для численного исследования сценариев распределения ресурса передачи информации изолированной соты сети подвижной связи стандарта LTE при совместном обслуживании гетерогенного трафика устройств Интернета Вещей. Рассмотрим процесс занятия ресурса в зависимости от увеличения общей загрузки соты. Уровень загрузки зададим



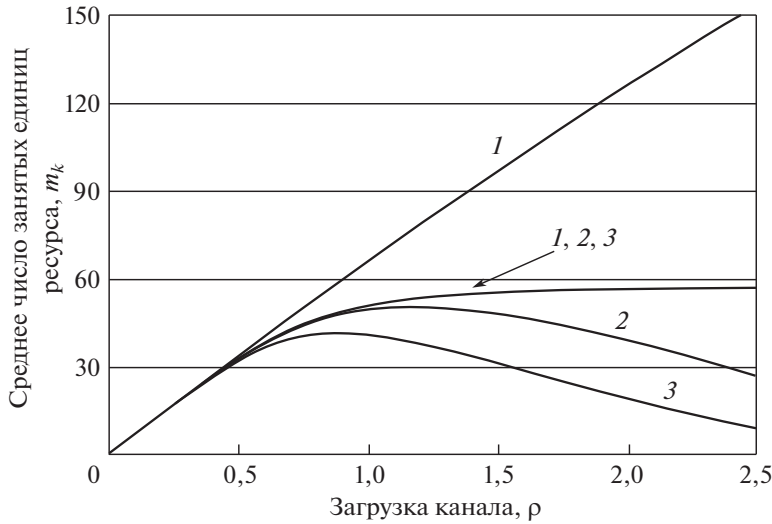


Рис. 2. Зависимость  $m_k$ ,  $k = 1, 2, 3$  от увеличения  $\rho$  без использования резервирования и при его наличии.

величиной  $\rho$  предложенного трафика на единицу ресурса:

$$(9) \quad \rho = \frac{1}{v} \sum_{k=1}^n a_k b_k.$$

Предположим, что в сети имеются три информационных потока и они создают одинаковый предложенный трафик  $a_1 b_1 = a_2 b_2 = a_3 b_3$ . Сформулированное предположение и соотношение (9) позволяют определить интенсивности поступления сессий  $\lambda_k$  для каждого из имеющихся потоков по заданной величине  $\rho$ . Фиксированные параметры модели принимают значения:  $v = 200$ ;  $n = 3$ ,  $\mu_1 = 1$ ;  $\mu_2 = 0,1$ ;  $\mu_3 = 0,1$ ;  $b_1 = 1$ ;  $b_2 = 20$ ;  $b_3 = 30$ . В качестве единицы времени выбрано среднее время передачи данных устройства NB-IoT с использованием единицы ресурса соты. Величины  $v$  и  $b_k$ ,  $k = 1, 2, 3$  выражены в используемых единицах ресурса, и его резервирование не производится. На рис. 2 показаны значения  $m_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , найденные с помощью (3) после решения системы уравнений равновесия (4) с использованием рекурсивной последовательности (5). Цифра у кривой указывает номер потока.

Приведенные данные показывают, что в отсутствие ограничения доступа сессии связи с малым потреблением ресурса вытесняют из процесса совместного обслуживания ресурсоемкие сессии. Особенно ярко это проявляется в условиях перегрузки. Резервирование ресурса с применением процедуры (1) выравнивает  $\pi_k$ ,  $m_k$  для всех потоков сессии связи. Соответствующая кривая с пометкой 1, 2 или 3, показывает на рис. 2 среднее число занятых единиц ресурса, одинаковое для каждого из трех потоков. Используя процедуру (2), в частности варьируя параметр  $z$ , можно не только выравнивать потери сессий, но и предоставить преимущество сессиям передачи трафика реального

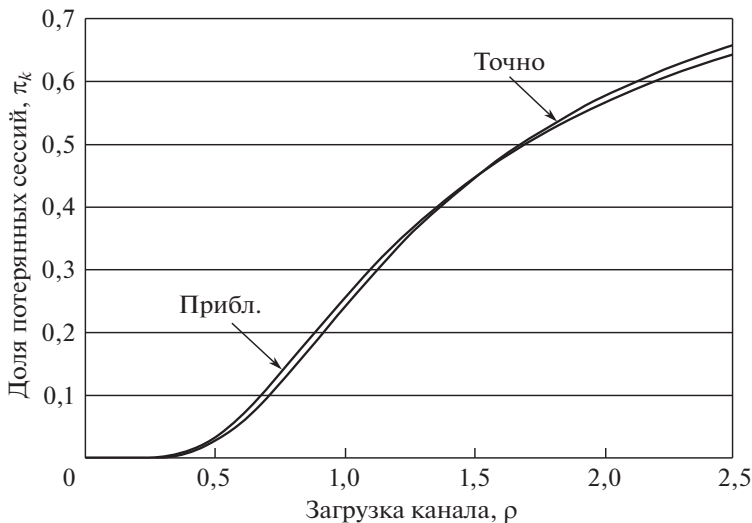


Рис. 3. Точные и приближенные значения потерь сессий при наличии резервирования ресурса по процедуре (1).

времени за счет некоторого повышения уровня потерь для сессий передачи данных<sup>3</sup>.

Решение перечисленных задач методами, основанными на решении системы уравнений равновесия (4), — достаточно трудоемкий процесс. В этой ситуации предпочтительней использовать приближенные алгоритмы, если, конечно, они обладают хорошей точностью. Погрешность оценки выравненных потерь сессий для модели с параметрами, использованными при расчете кривых, представленных на рис. 2, показана на рис. 3. Приближенные значения потерь получены с применением рекурсии (7) и формул (8). Приведенные данные показывают, что погрешность оценки достаточно мала и в большинстве случаев лежит в пределах 5–10%. Это позволяет использовать данный подход для решения разного рода инженерных задач, относящихся к практическому применению модели.

Подбор требуемого по нагрузке и качеству обслуживания объема ресурса  $v$  и уровня его резервирования  $z$  остается трудоемкой задачей даже при использовании рекурсии (7). В основном это происходит из-за необходимости искать решение в области больших значений  $v$ , часто достигающих величины в несколько сотен или даже тысяч единиц<sup>4</sup>. Большие значения  $v$  не только увеличивают время счета, но и делают нестабильным расчетный алгоритм, поскольку в (7) вероятности состояний выражаются через вероятность состояния с нулевым занятым ресурсом, а эта вероятность пренебрежимо мала. В следующем разделе будет построена версия расчетного алгоритма,

<sup>3</sup> Эту процедуру можно использовать, если передача данных допускает задержку или имеется возможность повторной передачи соответствующего файла.

<sup>4</sup> Это так, поскольку в качестве единицы ресурса выбирается требование к скорости передачи трафика устройств NB-IoT, а это требование существенно меньше, чем величина ресурса, необходимая при обслуживании видеотрафика.

основанная на (7), которая свободна от указанных недостатков. Алгоритм отличается вычислительной стабильностью и позволяет решать задачу оценки требуемой величины ресурса во много раз быстрее, чем традиционные подходы. Эффективность алгоритма достигается в результате реализации рекурсии по объему имеющегося ресурса и использования нормированных значений вероятностей состояний модели.

#### 4. Эффективный алгоритм оценки требуемой величины ресурса

Будем предполагать, что значения  $n, a_k, b_k, k = 1, \dots, n$  фиксированы на время решения задачи. Обозначим через  $b = \max_{1 \leq k \leq n} b_k$  максимальное требование сессий к ресурсу передачи. По построению модели  $b = b_n$ . Также будем предполагать, что минимальное требование к ресурсу  $b_1 = 1$ . Резервирование ресурса выполним с помощью обобщения процедуры, заданной соотношением (1). Из практических приложений известно, что значения функций блокировки отличны от нуля, главным образом, в состояниях, близких к полной занятости ресурса. Это позволяет переписать (1) в виде

$$(10) \quad \begin{aligned} \varphi_k(i) &= 0, & i &= 0, 1, \dots, v - g - 1; \\ \varphi_k(i) &> 0, & i &= v - g, v - g + 1, \dots, v - b_k; \\ \varphi_k(i) &= 1, & i &= v - b_k + 1, v - b_k + 2, \dots, v; \quad k = 1, \dots, n, \end{aligned}$$

где  $v - g$  несущественно отличается от  $v$ . Будем предполагать, что  $g \geq b - 1$ . Понятно, что традиционная форма резервирования ресурса, направленная на выравнивание потерь, является частным случаем (10). Чтобы ее получить достаточно положить  $g = b - 1$  и  $\varphi_k(i) = 1, i = v - g, v - g + 1, \dots, v - b_k; k = 1, \dots, n$ .

Для оценки характеристик качества обслуживания поступающих сессий связи воспользуемся приближенным методом, основанным на использовании рекурсии (7). Достаточность ресурса оценим максимальной величиной заблокированных сессий

$$(11) \quad \hat{\pi}_e = \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{i=v-g}^v \hat{p}(i) \varphi_k(i).$$

Предполагается, что задано требуемое регулятором нормативное значение потерь  $\pi_{\text{норм}}$ . В качестве начального значения  $v$ , требуемого по нагрузке и качеству обслуживания, можно взять целую часть среднего числа потенциально занятых единиц ресурса  $\left\lfloor \sum_{k=1}^n a_k b_k \right\rfloor$ .

Обозначим для исследуемой модели через  $\hat{P}_s(i)$  и  $\varphi_{k,s}(i)$  соответственно зависимости вероятности и функции блокировки от общего числа единиц ресурса  $s$ . Предположим, что имеющийся объем ресурса равен  $r - 1$ . Положим  $\hat{P}_{r-1}(0) = 1$  и выразим вероятности  $\hat{P}_{r-1}(i)$  с помощью (7) через  $\hat{P}_{r-1}(0)$ . Для  $i = 1, \dots, r - g - 1$  вероятности  $\varphi_{k,r-1}(i - b_k)$  в правой части (7) равны нулю

в силу (10) и соотношение (7) приобретает вид

$$(12) \quad \hat{P}_{r-1}(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k \hat{P}_{r-1}(i - b_k), \quad i = 1, \dots, r - g - 1.$$

Для  $i = r - g, \dots, r - 1$  вероятности  $\varphi_{k,r-1}(i - b_k)$  могут отличаться от нуля и форма (7) не меняется

$$(13) \quad \hat{P}_{r-1}(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k \hat{P}_{r-1}(i - b_k) (1 - \varphi_{k,r-1}(i - b_k)), \quad i = r - g, \dots, r - 1.$$

Найденные вероятности  $\hat{P}_{r-1}(i)$  нормируются. Если  $\pi_e > \pi_{\text{norm}}$ , то увеличиваем объем ресурса до  $r$  и заново рассчитываем вероятности состояний. Выполним вычисления в виде следующей последовательности действий.

- Выберем начальное значение (7) из условия  $\hat{P}_r(0) = \hat{p}_{r-1}(0)$ . Из вида рекурсии (7) и выбора значений  $\varphi_{k,r}(i)$ ,  $k = 1, \dots, n$  (10) следует соотношение

$$\hat{P}_r(i) = \hat{p}_{r-1}(i), \quad i = 0, \dots, r - g - 1.$$

Таким образом, значения  $\hat{P}_r(i)$ ,  $i = 0, \dots, r - g - 1$  известны и заново для величины ресурса  $r$  не рассчитываются.

- Выразим  $N_{r,1}$  сумму вероятностей  $\hat{P}_r(0), \dots, \hat{P}_r(r - g - 2)$  через сумму  $(g + 1)$  вероятностей состояний, где возможна блокировка, найденных на предыдущем шаге при общем числе единиц ресурса  $r - 1$ ,

$$\begin{aligned} N_{r,1} &= \hat{P}_r(0) + \dots + \hat{P}_r(r - g - 2) = \\ &= \hat{p}_{r-1}(0) + \dots + \hat{p}_{r-1}(r - g - 2) = \\ &= 1 - (\hat{p}_{r-1}(r - g - 1) + \dots + \hat{p}_{r-1}(r - 1)). \end{aligned}$$

- Рассчитываем, используя (7), вероятности  $\hat{P}_r(i)$ ,  $i = r - g, \dots, r$ , поскольку для этих значений  $i$  возможно изменение функции блокировки. Для реализации этого шага используются вероятности  $\hat{P}_r(i)$ ,  $i = r - g - b, \dots, r - 1$ , участвующие в определении правой части рекурсии.
- Находим нормировочную константу  $N_r$  для объема ресурса  $r$ , используя соотношение  $N_r = N_{r,1} + \hat{P}_r(r - g - 1) + \dots + \hat{P}_r(r)$ . Нормируем вероятности  $\hat{P}_r(i)$ ,  $i = r - g, \dots, r$  и рассчитываем значение  $\hat{\pi}_e$ .

Последовательность применения  $\hat{p}_{r-1}(i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, r - 1$  при расчете  $\hat{\pi}_e$  для величины ресурса  $r$  показана на рис. 4. Для вычисления  $\hat{p}_r(i)$ ,  $i = r - g, \dots, r$  используются вероятности  $\hat{p}_{r-1}(i)$ ,  $i = r - g - 1, \dots, r - 1$  при расчете нормировочной константы и дополнительно к ним используются вероятности  $\hat{p}_{r-1}(i)$ ,  $i = r - g - b, \dots, r - g - 2$  при реализации рекурсии (7) для  $i = r - g, \dots, r$ . Если выясняется, что  $\hat{\pi}_e > \pi_{\text{norm}}$ , то  $r$  увеличивается на единицу и расчеты повторяются. Для этого дополнительно нормируются  $\hat{P}_r(i)$  для  $i = r - g - b + 1, \dots, r - g - 1$ . Из приведенного обсуждения следует, что для организации процесса вычисления характеристик при последовательном увеличении объема ресурса независимо от его величины надо знать  $g + b$  стационарных вероятностей с максимальным занятым ресурсом.



Рис. 4. Характер использования вероятностей состояний при изменении величины ресурса на единицу с  $r - 1$  до  $r$ .

Выполненные преобразования дают основание сформулировать алгоритм оценки требуемого объема ресурса в виде рекурсии по числу единиц ресурса. Реализация алгоритма с промежуточного значения объема ресурса  $r - 1 \geq g + b$  имеет следующий вид:

1. Положим  $\hat{P}_{r-1}(0) = 1$  и выразим  $\hat{P}_{r-1}(i)$  через  $\hat{P}_{r-1}(0)$ , используя соотношение

$$\hat{P}_{r-1}(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k \hat{P}_{r-1}(i - b_k) (1 - \varphi_{k,r-1}(i - b_k)), \quad i = 1, \dots, r - 1.$$

Нормировка дает вероятности  $\hat{p}_{r-1}(r - 1), \dots, \hat{p}_{r-1}(r - g - b)$ .

2. Далее рассчитываем  $\hat{\pi}_e$ . Если  $\hat{\pi}_e > \pi_{\text{норм}}$ , то объем ресурса увеличиваем на единицу, положим  $\hat{P}_r(i) = \hat{p}_{r-1}(i)$ ,  $i = r - g - b, \dots, r - g - 1$  и определим  $g + 1$  значений ненормированных вероятностей  $\hat{P}_r(i)$ ,  $i = r - g, \dots, r$  с помощью рекурсии:

$$\hat{P}_r(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k \hat{P}_r(i - b_k) (1 - \varphi_{k,r}(i - b_k)), \quad i = r - g, \dots, r.$$

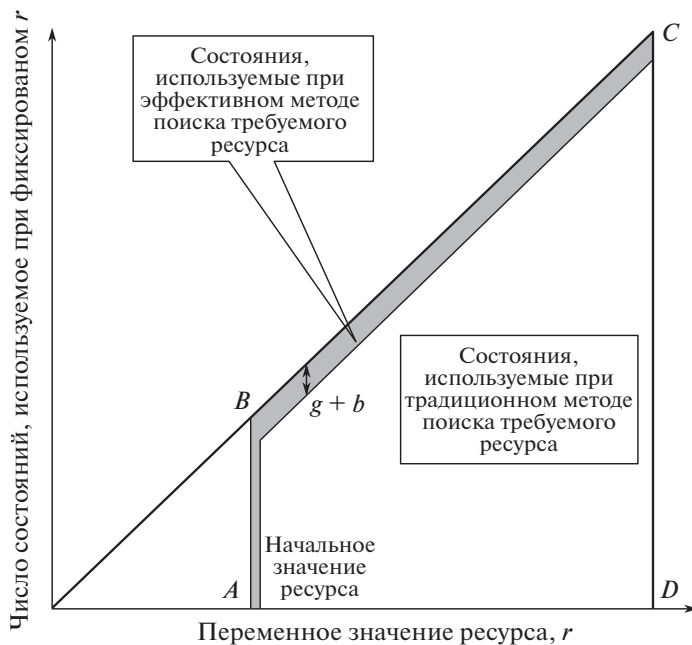


Рис. 5. Состояния, используемые при оценке требуемого объема ресурса традиционным и эффективным алгоритмами.

3. Находим нормировочную константу

$$N_r = 1 - (\hat{p}_{r-1}(r - g - 1) + \dots + \hat{p}_{r-1}(r - 1)) + \hat{P}_r(r - g - 1) + \dots + \hat{P}_r(r).$$

4. Выполняем нормировку вероятностей

$$\hat{p}_r(i) = \frac{\hat{P}_r(i)}{N_r}, \quad i = r - g - b + 1, \dots, r$$

и переходим к шагу 2.

Обсудим преимущества построенного алгоритма оценки требуемого по нагрузке объема ресурса в сравнении с известными подходами, основанными на последовательном решении систем уравнений равновесия [6–13]. При его реализации с использованием вычислительной техники не возникает проблем с переполнением или исчезновением порядка, поскольку расчеты выполняются только с нормированными вероятностями состояний модели с максимальным занятым ресурсом. По условиям анализа модели они имеют наибольшие относительные значения. Вычислительная стабильность имеет большое значение при реализации алгоритма в так называемых «калькуляторах», применяемых для решения задач планирования объема инфраструктуры сетей связи.

Рассмотренный алгоритм позволяет вести рекурсию по числу имеющихся единиц ресурса. Для расчета характеристик и выполнения следующего шага алгоритма достаточно знать вероятности  $g + b$  состояний с максимальным занятым ресурсом. По сравнению с традиционным подходом рассмотренный

алгоритм сокращает расчетную работу при оценке требуемой величины ресурса не менее чем в  $\frac{v}{2(g+b)}$  раз. Соотношение между числом состояний, используемых при оценке требуемого объема ресурса традиционным (область ABCD) и эффективным (заштрихованная область) методами, показано на рис. 5.

Построенный алгоритм обобщает известные рекурсивные соотношения для оценки требуемого объема ресурса систем связи. Если предположить, что в модели нет резервирования и имеется один поток требований (моносервисная модель Эрланга), то построенный алгоритм трансформируется в рекурсию по числу единиц ресурса  $r$ . Реализация рекурсии позволяет определить минимальный объем ресурса для обеспечения заданного уровня потерь  $\pi_{\text{ном}}$

$$E(r, a) = \frac{aE(r-1, a)}{r + aE(r-1, a)} \leq \pi_{\text{ном}}, \quad r = 1, \dots, \quad (E(0, a) = 1).$$

Здесь  $E(r, a)$  — формула Эрланга (доля потерянных заявок) для модели с числом каналов  $r$  и интенсивностью предложенного трафика  $a$ .

Предположим, что в модели нет резервирования и рассматривается процесс обслуживания  $n$  потоков гетерогенного трафика (мультисервисная модель Эрланга). В этой ситуации построенный алгоритм также трансформируется в рекурсию по числу единиц ресурса  $r$ . Последовательное применение рекурсии позволяет определить минимальный объем ресурса для обеспечения заданного уровня потерь  $\pi_{\text{ном}}$ . Реализация рекурсии начиная с величины ресурса  $r-1$  включает в себя следующие шаги.

1. Положим  $P_{r-1}(0) = 1$  и выразим  $P_{r-1}(i)$  через  $P_{r-1}(0)$ , используя соотношение

$$P(i) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^n a_k b_k P(i - b_k), \quad i = 1, 2, \dots, r-1.$$

После нормировки находим  $b$  вероятностей с максимальным занятым ресурсом  $p_{r-1}(r-1), p_{r-1}(r-2), \dots, p_{r-1}(r-b)$ .

2. Далее, оценим качество обслуживания (см. п. 3). Если требуемый уровень не достигнут, то объем ресурса увеличиваем до  $r$  и находим  $b$  нормированных вероятностей  $p_r(i)$ ,  $i = r, r-1, \dots, r-b+1$  с максимальным занятым ресурсом. Для этого используем аналогичные вероятности, полученные на предыдущем шаге. Вначале находим нормировочную константу для объема ресурса  $r$

$$N_r = 1 + \frac{1}{r} \sum_{k=1}^n a_k b_k p_{r-1}(r - b_k) = 1 + S_{r-1},$$

а затем сами вероятности

$$p_r(r) = \frac{S_{r-1}}{N_r}, \quad i = r; \quad p_r(i) = \frac{p_{r-1}(i)}{N_r}, \quad i = r-1, r-2, \dots, r-b+1.$$



3. Далее находим значение функционала, например максимум потерь заявок  $\pi = p_r(r - b + 1) + p_r(r - b) + \dots + p_r(r)$ . Величину  $\pi$  сравниваем с его нормативным значением и, если требуемый уровень потерь не достигнут, число каналов увеличиваем на единицу. Расчеты повторяем начиная с п. 2.

Для расчета характеристик и выполнения следующего шага алгоритма достаточно знать вероятности  $b$  состояний с максимальным занятым ресурсом.

## 5. Примеры оценки объема ресурса и уровня его резервирования

Рассмотрим возможности применения построенной модели и алгоритмов вычисления ее характеристик для решения задачи оценки общего объема ресурса  $v$  и уровней его резервирования  $g, z$  при обслуживании с заданным качеством известных потоков сессий связи видеокamer и устройств NB-IoT. Формальная запись данной задачи имеет следующий вид. Обозначим через  $\pi_c(v, g, z)$  и  $\pi_s(v, g, z)$  зависимость максимальной величины доли заблокированных сессий связи соответственно для видеокamer и устройств NB-IoT от  $v, g, z$  (соотношение между параметрами  $v$  и  $z$  см. рис. 1). Необходимо найти значения  $v, g, z$ , удовлетворяющие неравенствам

$$(14) \quad \pi_c(v, g, z) < \pi_c, \quad \pi_s(v, g, z) < \pi_s,$$

где  $\pi_c$  и  $\pi_s$  — требуемые значения максимальной доли заблокированных сессий связи для видеокamer и устройств NB-IoT соответственно. Предполагается, что  $\pi_s \geq \pi_c$ .

Решение сформулированной задачи упрощает характер зависимости потерь  $\pi_c(v, g, z)$  и  $\pi_s(v, g, z)$  от изменения  $v, g, z$  при фиксированных значениях остальных параметров модели. Из интуитивных соображений о процессе обслуживания поступающих сессий связи понятно, что при увеличении  $v$  и фиксированных  $g = z = b - 1$  значения  $\pi_c(v, g, z)$  и  $\pi_s(v, g, z)$  уменьшаются, а при увеличении  $z$  и фиксированных  $v, g = b - 1$  значение  $\pi_s(v, g, z)$  возрастает, а величина  $\pi_c(v, g, z)$ , наоборот, убывает. Используя отмеченные свойства, построим процедуру оценки  $v, g, z$  по заданным параметрам поступления и обслуживания сессий связи и требуемым значениям  $\pi_c$  и  $\pi_s$  потерь сессий. Расчетный алгоритм включает в себя следующие шаги.

1. Используя традиционный алгоритм резервирования (1), определим минимальный объем ресурса  $v_0$ , при котором величина выравненных по уровню  $g = b - 1$  (см. (11)) потерь удовлетворяет неравенству  $\hat{\pi}_c < \pi_s$ . При проведении вычислений используется эффективный алгоритм оценки ресурса, построенный в разделе 4.
2. Для каждого  $v = v_0, v_0 + 1, \dots$  найдем минимальное значение  $z$ , при котором выполняется неравенство  $\hat{\pi}_c(v, g, z) < \pi_c$ . Если таковое не находится, то увеличиваем объем ресурса на число единиц, необходимое по условиям реализации шага 1, и заново повторяем данный шаг алгоритма.
3. Проверяем для найденных  $v, g, z$  выполнение соотношений (14). Если сформулированные неравенства выполняются, то полученные значения  $v, g, z$  и будут искомым ответом на поставленную задачу. В противном случае возвращаемся к предыдущим шагам алгоритма.

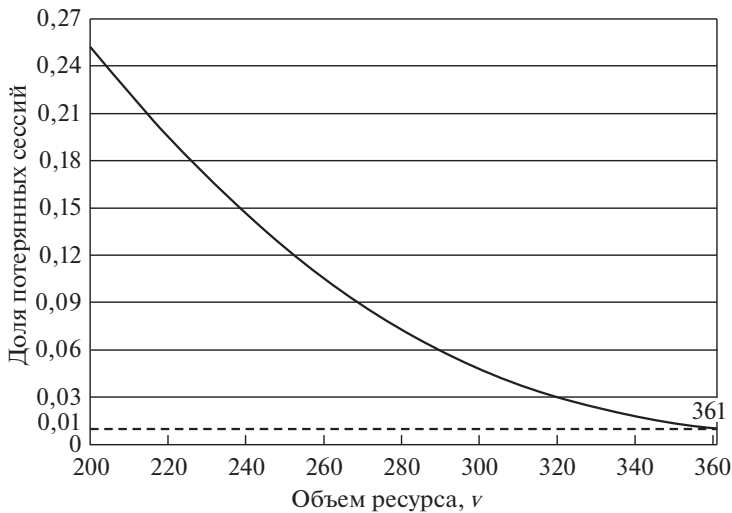


Рис. 6. Результаты промежуточных значений  $\hat{\pi}_e$  до выполнения соотношения  $\hat{\pi}_e < \pi_s$ .

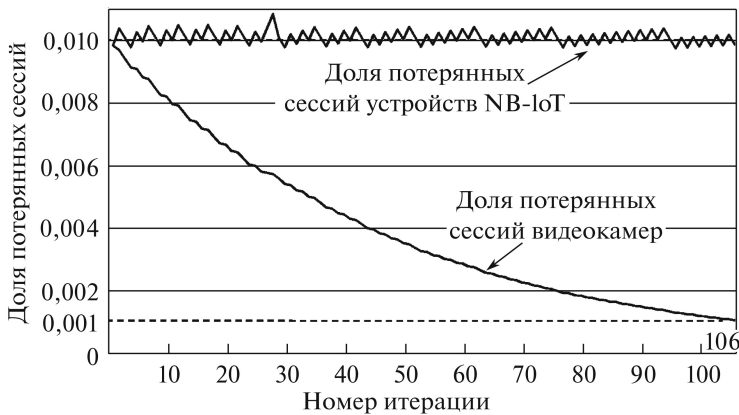


Рис. 7. Результаты промежуточных значений  $\hat{\pi}_c(v, g, z)$  и  $\hat{\pi}_s(v, g, z)$  до выполнения соотношений.

Приведем численный пример, иллюстрирующий применение построенного алгоритма. Рассмотрим модель с параметрами поступления и обслуживания сессий, использованными при расчете характеристик, приведенных на рис. 2. Положим  $\rho = 1$ . Величины  $\pi_c$  и  $\pi_s$  выберем из соотношений:  $\pi_c = 0,001$  и  $\pi_s = 0,01$ . Результаты реализации 1-го шага показаны на рис. 6, откуда видно, что  $v_0 = 361$ , соответственно  $g = z = 29$ .

Далее проводится процесс уточнения полученных значений  $v, g, z$ . На рис. 7 приведены значения  $\hat{\pi}_c(v, g, z)$  и  $\hat{\pi}_s(v, g, z)$  в зависимости от номера итерации, где каждый номер — это результат выполнения 1-го и 2-го шагов алгоритма. Ответ получен на 106-м шаге и приводит к следующим значениям параметров:  $v = 419, g = 29, z = 75$ .

## 6. Заключение

Построена и исследована математическая модель распределения ресурса передачи информации изолированной соты сети подвижной связи стандарта LTE при совместном обслуживании неоднородного трафика устройств Интернета Вещей, образованного сессиями связи видеокамер и смарт-датчиков, использующих для передачи данных технологию NB-IoT. Для резервирования ресурса применяется процедура фильтрации поступающих сессий, зависящая от номера потока и степени загрузки ресурса. В модели рассматривается произвольное число потоков мультимедийного трафика, которые различаются интенсивностью поступления сессий связи, величиной ресурса, используемой для обслуживания одной сессии, временем занятия ресурса и вероятностью допуска сессий к передаче информационного потока. Определены характеристики качества обслуживания поступающих сессий. Рассмотрены точные и приближенные алгоритмы оценки характеристик модели. Построен эффективный алгоритм расчета объема ресурса, требуемого для обслуживания заданных потоков трафика с необходимым качеством. Эффективность алгоритма достигается в результате реализации рекурсии по объему имеющегося ресурса и использования при проведении вычислений нормированных значений вероятностей состояний модели. Алгоритм отличается вычислительной стабильностью и позволяет решать задачу оценки ресурса во много раз быстрее, чем традиционные подходы, основанные на вычислении для каждой величины ресурса вероятностей всех состояний с последующей их нормировкой. Приведены численные примеры, иллюстрирующие особенности реализации разработанных вычислительных процедур. Построенную модель и методы ее расчета можно обобщить на случаи, когда учитывается зависимость поступления сессий от числа источников нагрузки и когда поступление сессий носит групповой характер.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Study on provision of low-cost Machine-Type Communications (MTC) User Equipments (UEs) based on LTE. 3GPP Technical Report (TR) 36.888/r12, 2013.
2. 3GPP. Standardization of NB-IOT completed.  
[http://www.3gpp.org/news-events/3gpp-news/1785-nb\\_iot\\_complete](http://www.3gpp.org/news-events/3gpp-news/1785-nb_iot_complete), June 2016.
3. 3GPP Technical Report (TR) 36.888/r12, Study on provision of low-cost Machine-Type Communications (MTC) User Equipments (UEs) based on LTE. 2013.  
<http://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=2578>.
4. *Rico-Alvarino A., Vajapeyam M., Xu H., Wang X., Blankenship Y., Bern J., Tirronen T., Yavuz E.* An overview of 3GPP enhancements on machine to machine communications // *IEEE Commun. Mag.* 2016. V. 54. No. 6. P. 14–21.
5. В декабре 2017 г. принято решение ГКРЧ по выделению частот для систем NB-IoT. <https://digital.gov.ru/ru/documents/5875/>
6. *Begishev V., Petrov V., Samuylov A., Moltchanov D., Andreev S., Koucheryavy Y., Samouylov K.* Resource Allocation and Sharing for Heterogeneous Data Collection over Conventional 3GPP LTE and Emerging NB-IoT Technologies // *Comput. Communicat.* 2018. V. 120. No. 2. P. 93–101.

7. *Shorgin S., Samouylov K., Gaidamaka Y., Chukarin A., Buturlin I., Begishev V.* Modeling Radio Resource Allocation Scheme with Fixed Transmission Zones for Multiservice M2M Communications in Wireless IoT Infrastructure // *Lecture Notes Comput. Scie., Springer, Cham.* 2015. V. 9012. P. 473–483.
8. *Бегишев В.О., Самуйлов А.К., Молчанов Д.А., Самуйлов К.Е.* Стратегия распределения радиоресурсов в гетерогенных сетях с трафиком Narrow-Band IoT // *Системы и средства информатики.* 2017. No. 4. Т. 27. С. 64–79.
9. Broadband network traffic. Performance evaluation and design of broadband multiservice networks. Final report of action COST 242 / James Roberts (ed). *Lecture notes in computer sciences.* Springer, 1996. 584 p.
10. *Степанов С.Н.* Теория телеграфика: концепции, модели, приложения. М.: Горячая линия – Телеком, 2015. 868 с.
11. *Степанов С.Н.* Модель совместного обслуживания трафика сервисов реального времени и данных. I // *АиТ.* 2011. № 4. С. 121–132.  
*Stepanov S.N.* Model of Joint Servicing of Real-Time Service Traffic and Data Traffic. I // *Autom. Remote Control.* 2011. V. 72. No. 4. P. 787–797.
12. *Степанов С.Н.* Модель совместного обслуживания трафика сервисов реального времени и данных. II // *АиТ.* 2011. № 5. С. 139–147.  
*Stepanov S.N.* Model of Joint Servicing of Real-Time Service Traffic and Data Traffic. II // *Autom. Remote Control.* 2011. V. 72. No. 5. P. 1028–1035.
13. *Степанов С.Н., Степанов М.С.* Планирование ресурса передачи при совместном обслуживании мультисервисного трафика реального времени и эластичного трафика данных // *АиТ.* 2017. № 11. С. 79–93.  
*Stepanov S.N., Stepanov M.S.* Planning Transmission Resource at Joint Servicing of the Multiservice Real Time and Elastic Data Traffics // *Autom. Remote Control.* 2017. V. 78. No. 11. P. 2004–2015.
14. *Степанов С.Н., Степанов М.С.* Планирование ресурса передачи информации соединительных линий мультисервисных иерархических сетей доступа // *АиТ.* 2018. № 8. С. 66–80.  
*Stepanov S.N., Stepanov M.S.* Planning the Resource of Information Transmission for Connection Lines of Multiservice Hierarchical Access Networks // *Autom. Remote Control.* 2018. V. 79. No. 8. P. 1422–1433.
15. *Степанов С.Н.* О решении систем уравнений равновесия большой размерности // *АиТ.* 1989. № 5. С. 89–99.  
*Stepanov S.N.* Solution of Simultaneous Large-Scale Equilibrium Equations // *Autom. Remote Control.* 1989. V. 50. No. 5. Part 2. P. 647–655.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Ляховым.*

Поступила в редакцию 28.03.2019

После доработки 12.04.2019

Принята к публикации 18.07.2019