*Автоматика и телемеханика, № 12, 2019*

*Стохастические системы*

**© 2019 г. Ю.Н. ГОРБУНОВ, д-р техн. наук (gorbunov@ms.ire.rssi.ru)**
**(Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва)**

# СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ПЕЛЕНГА В АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ С ГРУБЫМИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫ́МИ СТАТИСТИКАМИ

Анализируется построение системы обработки пространственно-временны́х сигналов в радиотехнической системе, учитывающей технические ограничения при измерении пеленга. Заданная эффективность может быть достигнута применением упрощенных процедур обработки с использованием стохастической управляемой интерполяции пеленга. Для реализации применяется обработка на базе усеченных (малоэлементных) управляемых апертур антенных решеток и грубых («бинарно-знаковых») робастных статистик сигнала. Предлагается нетрадиционный подход, предполагающий в процессе цифровой обработки применять метод Монте-Карло с обратной связью: осуществлять рандомизацию и поэтапное стохастическое управление положением фазового центра путем последовательной активизации малого числа элементов при накоплении и усреднении грубых отсчетов входного сигнала. Приводятся количественные результаты снижения инструментальных погрешностей измерения пеленга.

*Ключевые слова*: стохастическая линеаризация, многоэтапное усреднение, рандомизация, стохастическая радиолокация, метод Монте-Карло, схема Бернулли, квазислучайные точки, инструментальные ошибки.

**DOI:** 10.1134/S0005231019120067

## 1. Введение

Системы адаптивной пространственно-временно́й (ПВ) обработки сигналов находят широкое применение в информационной измерительной технике, радиосвязи и радиолокации. Гибкость структуры обработки и формирования сигналов обеспечивается применением цифровой ПВ обработки сигналов, фазированных антенных решеток (ФАР) и цифровых сигнальных процессоров (DSP).

Сложность построения системы в значительной степени определяется разрядностью обрабатываемых сигналов. При параллельной обработке в реальном времени (на регистровом и топологическом уровнях, в интерфейсах) разрядность напрямую определяет сложность построения аппаратуры (АЦП аналого-цифровых преобразователей, фазовращателей, умножителей, арифметико-логических устройств и т.п.). При последовательной обработке с применением DSP техническая реализация упрощается, однако увеличивается время обработки, снижается быстродействие системы.

В цифровых ФАР разрядность РЛ (радиолокационных данных), частоты дискретизации, размеры ПВ окон должны быть минимальными, однако это становится несовместимым с требованием высокой эффективности: растут шумы квантования, боковые лепестки, проявляются стробоскопический и интерференционные эффекты, нелинейности типа «зона нечувствительности», «люфт», «жесткое ограничение» и др. Компромисс между грубым квантованием и необходимым усреднением (объемом усредняющей выборки) предлагается искать в применении метода Монте-Карло, основанном на вероятностном моделировании с использованием грубых статистик [1].

В [2–4] исследованы вопросы анализа и синтеза адаптивных ФАР, осуществляющих дискретизацию пространства, однако специальные разделы, относящиеся к электронному управлению ФАР, повышению инструментальной точности измерения пеленга при использовании грубых статистик никем не исследовались. Несовершенства инструмента ограничивают потенциальную точность, а экстенсивный путь приводит к увеличению разрядности АЦП.

В последние годы развивается направление стохастической радиолокации [5–8], где введено понятие «грубые статистики» (ГС), связанное с понятием «грубые отсчеты» (ГО) так: «ГО + Р = ГС», где Р — рандомизация (зашумление).

Технический прием Р — это искусственное введение случайности (стохастичности, хаоса).

В развитие направления в [9] предложено повышать инструментальную точность измерения пеленга применением Р-стохастической интерполяции ГО. Измерение пеленга указанным способом (методом Монте-Карло) сводит измерение пеленга к задаче оценки интерполирующей добавки $\Delta_x$ (дробной части грубой шкалы) через измерение вероятности $p = \Delta_x/\Delta$, где $\Delta$ — элемент грубой дискретности. Процедура измерения пеленга при Р близка к известным процедурам стохастической аппроксимации (СА). Примером СА является рекуррентная форма усреднения

$$\Delta^*_{x(i)} = \frac{1}{i}\sum_{l=1}^{i} m_\ell = \frac{i-1}{i}\Delta^*_{x(i-1)} + \frac{m_i}{i}\Delta, \tag{1}$$

где $\mu_i = 1/0$ — статистика исходов вероятности $p = \Delta_x/\Delta$; $\Delta_{x(i)}$ — ее $i$-я оценка на $i$-й итерации.

Расходимость гармонического ряда $1/i$ в известных процедурах СА [10, 11] обеспечивает гарантированное движение к экстремуму целевой функции (min среднеквадратической ошибки) при его поиске.

### *1.1. Постановка задачи*

В рассматриваемой задаче пеленг $\theta = \theta(\alpha, \beta)$ для направления на источник излучения с азимута $\alpha$ и угла места $\beta$ является постоянным. В плосковолновом приближении волна $\lambda$ (длина), падающая на апертуру под углом (пеленгом) $\theta$ от оси антенны, формирует поле, описываемое пространственными частотами:

$$\Omega_\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \alpha \cos \theta; \tag{2}$$

$$\Omega_\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \beta \cos \theta. \tag{3}$$

Для получения оценки $\Delta_x$ методом Монте-Карло в качестве исходной в [9] использована бинарно-знаковая статистика отсчетов квадратурных составляющих сигнала, сохраняющих доплеровскую и угловую информацию. Для рандомизированной обработки осуществлена модуляция положения фазового центра путем последовательной активизации малого числа слабонаправленных элементов и усреднении ГО. В отличие от известного метода СА для учета инженерных ограничений на каждой итерации будет использована грубая статистика, а Р применена целенаправленно, что является особенностью для направления стохастической радиолокации (Ст. РЛ) [14].

## 2. Стохастическая радиолокация: интерполяция пеленга

Обобщение работ по анализируемому направлению Ст. РЛ представлено структурной схемой Ст. РЛ в [8], где дан соответствующий обзор. Здесь уместно указать такие имена ученых: В.Г. Гайсов, А.К. Микельсон, Р.Ф. Немировский, И.Я. Билинский, Э.И. Вологдин, Г.П. Вихров, В.С. Гладкий, В.Г. Стругач, Ю.Г. Полляк, О.Н. Граничин, В.И. Фомин и ряд других, широко известных в кругу специалистов направлений, близких к Ст. РЛ. Следует отметить также Ю.Б. Черняка, который применительно к обычной РЛ в 1970-х гг. исследовал операцию «жесткого широкополосного ограничения — фильтрации» и доказал ее линейные свойства — по существу, метода «бинарно-знаковой» обработки сигналов в СВЧ приемнике, что не является парадоксом, а, скорее, подтверждает существование некоторой закономерности, оформленной в теорию Ст. РЛ.

Прототипом исследований возьмем работу [9], где рассмотрен подход адаптивного измерения пеленга $\theta$, эквивалентный последовательной хаотической модуляции положения фазового центра путем активизации малоэлементных сегментов ФАР. В качестве элементарной ячейки использована схема двухточечного пространственного дискретного преобразования Фурье (ДПФ) — схема «бабочка», реализующая на своих выходах «сумму — разность». На каждую угловую координату $\alpha$ (2) и $\beta$ (3) задействовано две схемы — один сегмент включает четыре элемента ФАР («крест»). Состоятельность грубых измерений пеленга $\theta$ сохраняет в пределе и трехэлементный сегмент — «треугольник». Положение трех- и четырехэлементного сегмента на апертуре ФАР задается хаотично.

Синтезирование направленных (узких) лучей осуществляется последовательно — когерентным суммированием отсчетов поля в пространстве на передачу и суммированием отсчетов на прием. В основе предложения лежит идея многопозиционной радиолокации [12] и ее частного случая — многоканальных РЛС (так называемые MIMO (multiple input — multiple output —

«много входов — много выходов») РЛС. В отличие от аналога — французской РЛС RIAS (1984 г.), где все элементы передающей решетки излучали одновременно взаимноортогональные сигналы, смещенные по частоте, и поэтому, как и в обычных ФАР, требовалась большая суммарная пиковая мощность передатчика, в рассматриваемой системе сигнал формируется последовательно, в результате чего при сохранении энергии пиковая мощность передатчика уменьшается. Уменьшение энергии сигнала компенсируется увеличением времени наблюдения.

В задаче измерения пеленга $\theta$ полный ресурс обрабатываемых ПВ отсчетов определяется размером выборки, равным $N \times K \times M$, где $N$ — размер временной выборки; $K$ — число сегментов ФАР по оси $x$ (для $\alpha$), а $M$ — число сегментов ФАР по оси $y$ (для $\beta$), $K \times M$ — размер результирующей пространственной выборки полномасштабной решетки Рэйли. Прореженная решетка в виде креста Миллса при $M = K$ имеет размер $2K(M)$.

Сигналы РЛС на отдельных посылках, сформированные сегментом, соответствуют одному испытанию в методе Монте-Карло. Закон распределения точек положения фазового центра устройством управления выбирается таким, что распределение ошибок квантования пеленга будет равномерным, а испытания независимы (схема Бернулли).

Применительно к задаче измерения пеленга в [9] приведена схема формирования квадратурных составляющих сигнала. Аддитивная смесь $x = s + c$ полезного сигнала $s$ и коррелированной по пространству активной помехи $c$ по каждой квадратуре на аналоговых выходах ФАР подвергается квантованию с помощью идеально симметричного ограничителя, на выходе которого по каждому $i$-му отсчету имеем знаковую статистику $\tilde{x}_i = \mathrm{sign}\{x_i\}\Delta = \mu_i\Delta$, причем $\mu_i = 1$ при $x_i > 0$ и $\mu_i = -1$ при $x_i \leq 0$ ($\Delta$ — масштабный коэффициент).

С целью стохастической линеаризации нелинейной характеристики ограничителя во входную смесь добавляется искусственный шум $\xi$, в результате на выходе АЦП имеем СВ

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p = 2^{-1} + x_i(2\Delta)^1; \\ -1, & \text{с вероятностью } q = 1 - p. \end{cases} \tag{4}$$

Моменты СВ $\mu_i$:

$$\text{а) } M_i\{\mu_i\} = x_i/\Delta; \quad \text{б) } M_i\{\mu_i^2\} = 1; \quad \text{в) } M_1\{\mu_i\mu_j\} = x_i x_j/\Delta^2. \tag{5}$$

Из (5),а) следует, что $M_1\tilde{x}_i = x_i$, т.е. операция $M\{\cdot\}$ линеаризует нелинейность $\mathrm{sign}\{\cdot\}$ (эффект «стохастической линеаризации»). Условие (5),б) эквивалентно равенству $M_1\tilde{x}_i^2 = \Delta^2$, объясняющему робастность — эффект «нормирования мощности» за счет амплитудной характеристики симметричного ограничителя.

В [9] оценен прирост коэффициента направленного действия и динамического диапазона ФАР. Сходимость инструментальных СКО измерения пеленга в этом случае составила $\sim K^{-1/2}$.

## 3. Ускорение сходимости в схеме с многоэтапным измерением

В [13] рассмотрены методы испытаний, приводящих к сокращению их числа за счет введения некоторого числа неслучайных точек в алгоритмы Монте-Карло. Возможность использования, связанных цепью Маркова, и групповых зависимых испытаний по Лемеру ранее рассматривалась в [14]. В настоящей статье на основании публикаций [20, 21] сделаем обобщения применительно к задаче многоэтапного измерения пеленга.

### *3.1. Теоретико-вероятностное содержание вопроса*

Задача измерения интерполирующей добавки $\Delta_x$ при измерении пеленга методом Монте-Карло сводится к измерению вероятности. На каждом этапе образуется статистика

$$m = \sum_{i=1}^{N} \mu_i, \tag{6}$$

где $\mu_i$ — элемент вектора выборки $\vec{\mu} = (\mu_1, \ldots, \mu_N)$ из совокупности с кумулятивной функцией распределения $F(\vec{\mu}, p)$, $p$ — неизвестная вероятность, подлежащая оценке.

В терминологии [15] это задача нахождения условных оценок. В терминологии [16] это задача параметрического статистического оценивания. При известном априорном распределении измеряемого параметра вырабатывается байесова оценка. Статистика (6) имеет биномиальное при независимых и полиномиальное при зависимых испытаниях распределение. Для выборок большого размера используется асимптотика Муавра–Лапласа [17].

### *3.2. Байесова и максимально правдоподобные оценки вероятности по частоте*

При независимых испытаниях и равномерном распределении имеем байесову

$$p^*_{\text{опт}} = \frac{m+1}{N+2} \tag{7}$$

и максимально правдоподобную

$$p^*_{\text{мп}} = \frac{m}{N} \tag{8}$$

оценки вероятности (7) и (8).

Оценка максимального правдоподобия (8) является состоятельной и эффективной, а ее нижняя граница дисперсии согласно неравенству Рао–Крамера [18] равна

$$\sigma^2(p^*_{\text{мп}}) = \frac{p(1-p)}{N}. \tag{9}$$

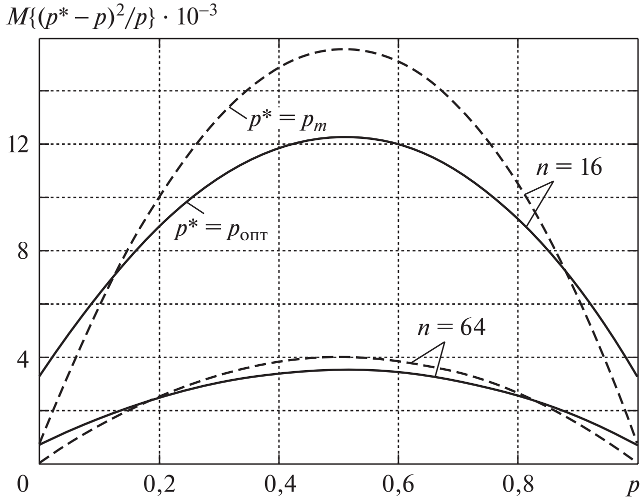


Рис. 1. СКО измерения вероятности $p$ для байесовой (сплошная линия) и максимально-правдоподобной (штрих-пунктирная линия) оценок.

Сравнивая СКО для оценок (7) и (8), можно найти точки пересечения кривых (рис. 1)

$$p_{1,2} \approx \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{0{,}5}), \tag{10}$$

где видно, что при $p < 0{,}15$ и $p > 0{,}85$ следует пользоваться оценкой максимального правдоподобия, в остальном диапазоне $p$ лучше байесова оценка.

### *3.3. Организация обратной связи в методе Монте-Карло*

Для повышения инструментальной точности измерения вероятности после использования априорных сведений используем подход, основанный на изменении условий проведения измерений, что не предусмотрено в [18]. Прежде покажем, что использование для этой цели лишь разбиение $N$ на этапы не дает результата. Действительно, если на каждом этапе взять оценку

$$p^*_{\text{мп}}(m_i) = \frac{m_i}{N_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, L, \tag{11}$$

где $L$ — число этапов измерения; $i$ — номер этапа; $N_i$ — размеры каждого этапа, то по результатам $L$ этапов можно сформировать оценку

$$p_{\Sigma^*} = \sum_{i=1}^{L} \eta_i p^*_{\text{мп}}(m_i), \tag{12}$$

где $\eta_i$ — весовые коэффициенты, удовлетворяющие условию нормировки

$$\sum_{i=1}^{L} \eta_i = 1. \tag{13}$$

Оптимизируя весовые коэффициенты методом неопределенных множителей Лагранжа получим

$$\eta_{i\,\text{опт}} = \frac{N_i}{\sum\limits_{i=1}^{L} N_i}. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (12), имеем

$$p_{\Sigma^*} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{L} m_i}{\sum\limits_{i=1}^{L} N_i} = \frac{m}{N}. \tag{15}$$

Таким образом, суммарная оценка $p_{\Sigma^*}$ (15) совпадает с оценкой максимального правдоподобия одноэтапной процедуры с числом испытаний $N = \sum\limits_{i=1}^{L} N_i$.

Далее в методе Монте-Карло организуем обратную связь: будем рекурсивно изменять условия проведения измерений от этапа к этапу.

Весь объем испытаний $N$ по аналогии с [20, 21] разобьем на два и более этапов. Первый этап объемом $N_1$ представляет собой классическую схему Бернулли. На первом этапе выработаем оценку $p_1^*$ исходной вероятности $p$. Далее по оценке $p_1^*$ вырабатывается корректирующая эталонная добавка $\delta$. На втором этапе объемом $n_2$ проведем промежуточные измерения на новой величине $p_2 = p_1 + \delta$, сводящей измерения к точкам (10). При введении $\delta$ в измерителях дальности [21] использовалась коммутируемая линия задержки с отводами. При измерении пеленга $\theta$ управляемые добавки вводятся в квадратурные каналы сигнала [9, 22].

Результаты анализа двухэтапной оценки вероятности показали, что при организации обратной связи в схеме Бернулли незначительно снижаются СКО измерения [20].

Резервы повышения точности целесообразно искать в разбиении всего объема $N$ испытаний на $L$ этапов и организации рекуррентной зависимости испытаний. Здесь отметим, что известная последовательная оценка вероятности по частоте [19] не фиксирует число испытаний, а основополагающие работы Вальда и последующие работы глубоко и всеобъемлюще разрешают эту проблему, однако возникают трудности вычислительного плана. Одна из трудностей [19] состоит в следующем. Для построения оптимальной процедуры по методу последовательного анализа, нужно решить систему рекуррентных уравнений. Во многих подобных ситуациях решение уравнений удается получить для небольшого числа шагов.

Алгоритм формирования оценок $p_i^*$, $i = 1, \dots, L$, вероятности $p$ следующий. После первого этапа формируется оценка $p_1^*$ вероятности $p$. По этой оценке вырабатывается корректирующая добавка $\delta_1 = 1 - p_1^*$, сводящая измерения на втором этапе к узлам СКО (10).

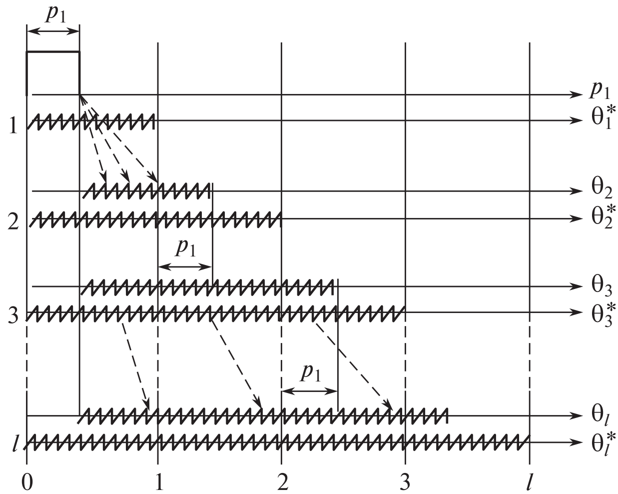


Рис. 2. Области изменения параметров $\theta_i$ и их оценок $\theta_i^*$.

На втором этапе измеряется параметр $\theta_2 = p + \delta_1$ и формируется оценка исходной вероятности по формуле $p_2^* = \theta_2^* - \delta_1$, где $\theta_2^* = m_2/N_2$ — оценка $\theta_2$. Далее вырабатывается корректирующая добавка $\delta_2 = 1 - p_2^*$ для измерения параметра $\theta_3 = p + \delta_2$ на третьем этапе и т.д.

В общем виде оценку $p_L^*$ вероятности $p_1 = p$ на $L$-м этапе можно представить в виде

$$p_L^* = \theta_L^* - \delta_{L-1}, \tag{16}$$

где $\theta_L^* = m_L/N_L$ — результат измерения параметра $\theta_L = p_L + \delta_{L-1}$ на $L$-м этапе (11); $m_L$ — число совпадений; $N_L$ — число испытаний; $\delta_{L-1} = 1 - p_{L-1}^*$ — корректирующая добавка на $L$-м этапе, определяемая через оценку $p_{L-1}^*$ на $(L-1)$-м этапе; $p_{L-1}^* = \theta_{L-1}^* - \delta_{L-2}$ и т.д.

По результатам измерений (16) после $L$ этапов формируется результирующая оценка

$$p_{\Sigma^*} = \sum_{i=1}^{L} \eta_i p_i^*,$$

где $\eta_i$ — весовые коэффициенты, удовлетворяющие условию (13).

Из анализа [21] следует, что дисперсия $D\{p_L^*\}$ оценки зависит от дисперсии оценки параметра $\theta_L^* = m_L/N_L$ и дисперсии эталонной добавки $\delta_{L-1}$: $D\{p_L^*\} = D\{\theta_L^*\} + D\{\delta_{L-1}\}$.

Для определения $D\{\theta_L^*\}$ обратимся к рис. 2, на котором для фиксированного значения $p_1$ показаны области изменения (аттракторы) параметров $\theta_i$, их оценок $\theta_i^*$, а также реализации отдельных случайных траекторий их изменения.

Результаты анализа рекурсивной многоэтапной оценки вероятности показывают, что организация обратной связи в схеме Бернулли может дать большие выигрыши в снижении инструментальных погрешностей, если одновременно повышать число измерений на этапах.

*3.4. Асимптотика Муавра–Лапласа и оценка предельных возможностей*

Применение асимптотики Муавра–Лапласа [17] позволяет конкретизировать распределение параметров $\theta_i$ и через функциональное преобразование дробной части $p_i = R\{\theta_i\}$ определить качество результирующей оценки $p_L^*$.

Исходя из принципа формирования эталонных добавок, заключающегося в сведении измерений к узлу $\theta_i = 1$ с использованием несмещенных оценок $\theta_i^* = m_i/N_i$, можно показать, что все математические ожидания $M\{\theta_i\}$ параметров $\theta_i$ равны 1 за исключением $\theta_1 = p_1$. Поэтому, аппроксимируя распределение $W\{\theta_L\}$ нормальным распределением со средним значением $a = 1$ и дисперсией $D_{L-1} = \sigma_{L-1}^2$, а также учитывая свойства функции дробной доли $R\{\cdot\}$, можно определить значения первого и второго моментов вероятности $p_L$.

В результате вычислений при $\sigma_{L-1} \ll 1$ получим [21]

$$\sigma_L^2 = \frac{p_L - p_L^2}{N} = \sigma_{L-1}\frac{\sqrt{2/\pi} - \sigma_{L-1}}{N_L} \cong \sigma_{L-1}\frac{\sqrt{2/\pi}}{N_L}. \tag{17}$$

Учитывая, что $\sigma_1 = \sqrt{(p_1 q_1)/N_1}$, $q_1 = 1 - p_1$, нетрудно видеть в (17), что при увеличении $L$ кривая СКО становится все более плоской в окрестности точки $p_1 = 1/2$, поэтому для получения усредненного по $p_1$ значения $\sigma_L^2$ достаточно выполнить вычисления в точке $p_1 = 1/2$. Подставляя $p_1 = 1/2$ и находя экстремум (минимум) при фиксированном $N = \sum_{i=1}^{l} N_i$, получим следующее оптимальное соотношение между этапами:

$$N_L/N_{L-1} = N_{L-1}/N_{L-2} = \ldots = N_2/N_1 = 2. \tag{18}$$

Используя соотношение (18), дисперсия будет

$$\sigma_L^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{(2^{L-1}-1)/2^{L-1}} \left(\prod_{i=0}^{L-1} 2^{(i+1)/2^i} \Big/ \prod_{i=0}^{L-1} N^{1/2^i}\right).$$

Тогда

$$\sigma_L = \sqrt{\lim \sigma_L^2} = \sqrt{2/\pi}(2^2/N),$$

так как $\lim\limits_{L\to\infty} \sum\limits_{i=0}^{L-1} \dfrac{1}{2^i} = 2$, а $\lim\limits_{l\to\infty} \sum\limits_{i=0}^{L-1} \dfrac{i+1}{2^i} = 2^4$.

В предельном случае, как это следует из формулы (23), измерения на $L$-м этапе будут обеспечивать скорость уменьшения среднеквадратической ошибки как $1/N$. Уменьшение числа этапов $L$, а также учет других обстоятельств, связанных с формированием эталонных псевдослучайных траекторий, приводит к уменьшению достигаемого предела вплоть до значений $1/N^{3/4}$ для $L = 2$ и $1/N$ в предельном случае. Таким образом, скорость сходимости предельная $\sim K^{-3/4} \div K^{-1}$, $K = 1, 2, 3, \ldots$, т.е. более высокая, чем в классической схеме Бернулли. Эталонные добавки при измерении пеленга физически трактуются как учитываемые фазовые вставки, корректирующие измеряемые положения фазового фронта поля в апертуре ФАР (это эквивалентно хаотической случайной перестройке положения фазового центра при последовательной аппроксимации пеленга «грубыми статистиками») [22]. Предельное инструментальное разрешение и точность измерения пеленга метода усреднения ГО возрастает как ряд $\sim (K^{1/2} - \text{К})$, где $K$ — размер пространственной апертуры ФАР.

### *3.5. Возможности предлагаемого подхода*

Стохастическое управление фазовым центром реализует скорости увеличения инструментальной точности и разрешающей способности, эквивалентные ряду $\sim K^{1/2} \div \text{К}$, где $K$ — размер пространственной апертуры ФАР. Для оценки вероятности в методе используется «грубая» бинарная статистика $\mu_i$, равная 1 или 0. В этом состоит достоинство подхода, когда текущие грубые отсчеты получить сложно (или невозможно) либо это делается искусственно с целью учета ограниченности аппаратурных или вычислительных ресурсов аппаратуры пеленгатора. В данном случае обратная связь в методе Монте-Карло отчасти использует ресурс зависимых испытаний. Известны [13] показательные и расчетные примеры ускорения сходимости метода, когда при оценке вероятности, связанной с числом $\pi$ в опыте подбрасывания связанной пары игл (засчитываемых за два испытания), точность измерения вероятности по частоте возрастала по сравнению с опытом последовательного проведения двух независимых испытаний и подсчете числа пересечений иглами начерченных на плоскости параллельных линий. Чем-то это напоминает «урновую схему» Пойя (см. [23]), когда в урну добавлялось не только известное количество шаров (здесь это эталонные добавки $\delta$), но и менялся их цвет. Статистика измерения вероятности по частоте в данном случае — линейная статистика. Однако, оставляя текущую статистику «грубой» ($\mu_i = 1$ или $\mu_i = 0$), в варианте использования нелинейной статистики для оценки вероятности можно упомянуть процедуру последовательного деления отрезка пополам, т.е. процедуру Больцано. Эта процедура также является поисковой, а скорость увеличения инструментальной (не потенциальной) точности в идеальном случае возрастет как два в степени $K = 1, 2, \ldots$ Поэтому можно считать, что это есть достоинство предлагаемого подхода, когда при уверенном отношении сигнал/шум (в условиях отсутствия шума, т.е. модели пеленга — не как математическое ожидание, а как детерминированная константа) можно существенно уменьшить инструментальную погрешность, но это обстоятельство не совсем верное. На самом деле, учет шума приводит к процедурам стохастической аппроксимации, процедурам Роббинса–Монро, Кифера–Вольфовица и др. в вариантах использования как линейных, так и нелинейных оценок, что является предметом исследований других статей.

## 4. Заключение

Предлагается метод построения информационной системы, осуществляющей измерение пеленга за счет интерполяции грубых («бинарно-знаковых») ПВ отсчетов входного сигнала на базе усеченных (малоэлементных) апертур со слабонаправленными приемопередающими элементами антенной решетки. Задача измерения пеленга сводится к оценке вероятности методом Монте-Карло с обратной связью. Для различных алгоритмов приводятся результаты расчета инструментальных погрешностей измерения пеленга. Оценка резервов уменьшения инструментальной СКО оценки пеленга при использовании многоэтапной процедуры в методе Монте-Карло составляет $\sim K^{-3/4} \sim K^{-1}$, $K = 1, 2, 3, \ldots$ Инструментальная точность метода может быть приведена в соответствие с потенциальной точностью и увеличиваться с ростом $K$ как ряд $K^{1/2} \div$ K, где $K$ — размер пространственной апертуры (выборки).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Metropolis N., Ulam S.* The Monte Carlo Metod // J. Amer. Statist. Assoc. 1949. V. 44.
2. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986.
3. *Klemm R.* Space-Time Detection Theory // The material in this publication was assembled to support a lecture series under the sponsorship of the sensor and lectronics Technology Panel (SET) and the Consultant and Exchange Programmer of RTO presented on 23–24 september 2002 in Moscow, Russia.
4. *Воскресенский Д.И.* Антенны с обработкой сигнала: Уч. пос. для вузов. М.: САЙНС — ПРЕСС, 2002.
5. *Горбунов Ю.Н.* Цифровая обработка радиолокационных сигналов в условиях использования грубого (малоразрядного) квантования: монография / Федеральное космическое агентство, ФГУП «ЦНИРТИ им. акад. А. И. Берга». М., 2007.
6. *Горбунов Ю.Н., Лобанов Б.С., Куликов Г.В.* Введение в стохастическую радиолокацию. Уч. пос. для вузов. М.: Горячая линия — Телеком, 2015.
7. *Горбунов Ю.Н.* Рандомизированная обработка сигналов в радиолокации и связи. ISBN 978-3-659-37797-6, Изд-во «LAP LAMBERT Academic Publishing», 66121, Saarbrücken, Germany, 2015.
8. *Горбунов Ю.Н.* Стохастическая радиолокация: условия решения задач обнаружения, оценивания и фильтрации // Электрон. издание «Журнал радиоэлектроники», ISSN 1684-1719. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2014. № 11. http://jre.cplire.ru/jre/nov14/3/text.html; http://jre.cplire.ru/jre/nov14/3/text.pdf
9. *Горбунов Ю.Н.* Стохастическая интерполяция пеленга в адаптивных антенных решетках с последовательным диаграммо-образованием на базе усечённых (малоэлементных) апертур и робастных статистик сигнала на входе / Изд-во «Радиотехника». журн. «Антенны». 2015. № 6. С. 18–26.
10. *Первозванский А.А.* Поиск. М.: Наука, 1970.
11. *Цыпкин Я. З.* Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.
12. *Черняк В.С.* О новых и старых идеях в радиолокации: MIMO РЛС // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. Вып. 2. С. 5–20.
13. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
14. *Горбунов Ю.Н., Бондарев А.В.* Алгоритмы и устройства цифровой стохастической обработки сигналов в радиолокации. Уч. пос. М.: НИЦЭВТ, ИПК МРП, 1990.

15. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 3. М.: Сов. радио, 1976.
16. *Уилкс С.* Математическая статистика. М.: Наука, 1967.
17. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1965.
18. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
19. *Вальд А.* Последовательный анализ. М.: Физматгиз, 1960.
20. *Гайсов В.Г., Горбунов Ю.Н.* Двухэтапная процедура измерения временных интервалов методом статистических испытаний с обратной связью // Автометрия. Сиб. отделение АН СССР. 1982. № 2. С. 54–60.
21. *Горбунов Ю.Н.* Многоэтапная процедура измерения параметров повторяющегося сигнала методом стохастического усреднения цифровых отсчетов // Автометрия. Сиб. отделение АН СССР. 1985. № 3. С. 96–99.
22. *Горбунов Ю.Н.* Неслучайные траектории стохастической аппроксимации пеленга в адаптивных антенных решетках с грубыми пространственно-временны́ми статистиками // IX Всерос. Научн.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. М.: 23–25 ноября 2015. С. 57–60.
23. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. II. М: Мир, 1967.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.*

Поступила в редакцию 08.07.2016

После доработки 17.12.2018

Принята к публикации 18.07.2019